Agnieszka Bitner

Zależność cena - pole powierzchni dla nieruchomości gruntowych niezabudowanych

Acta Scientiarum Polonorum. Administratio Locorum 7/1, 41-53

2008

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej bazhum.muzhp.pl, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

MUZEUM HISTORII POLSKI

ACTA SCIENTIARUM POLONORUM
Acta Sci. Pol., Administratio Locorum 7(1) 2008, 41-53

ZALEŻNOŚĆ CENA – POLE POWIERZCHNI DLA NIERUCHOMOŚCI GRUNTOWYCH NIEZABUDOWANYCH

Agnieszka Bitner
Akademia Rolnicza w Krakowie

Streszczenie. Artykuł przedstawia nową metodę ustalania zależności cena – pole powierzchni dla nieruchomości gruntowych niezabudowanych. Polega ona na eliminacji wpływu wszystkich pozostałych atrybutów nieruchomości przez odpowiednie uśrednianie cen jednostkowych. W celu zilustrowania metody wyznaczono procentowy wpływ wielkości pola powierzchni na cenę jednostkową nieruchomości, korzystając z bazy danych zawierającej 2422 transakcje. Dyskutując postać funkcyjną zależności cena – pole w artykule, rozważono dwa modele: krzywoliniowy i liniowy. Prezentowane rezultaty porównano z wynikami dostępnymi w literaturze otrzymanymi dla wyselekcjonowanej bazy kilkudziesięciu nieruchomości gruntowych niezabudowanych – procentowe spadki cen wraz ze wzrostem pól powierzchni są podobne.

Słowa kluczowe: wycena nieruchomości, model, zależność cena – pole powierzchni, atrybuty, wskaźnik krzywoliniowości, regresja liniowa i krzywoliniowa

WSTĘP

Pole powierzchni nieruchomości gruntowej jest jedną z podstawowych cech uwzględnianych w każdym podejściu do szacowania gruntów. Obiektywne określenie współczynnika przeliczeniowego służącego do oceny wpływu wielkości pola powierzchni na cenę uprościłoby proces wyceny gruntów. Współczynnik ten powinien być wyznaczany dla danego rynku lokalnego, szczególnie jeśli określa on wielkość poprawki kwotowej. Wyznaczenie poprawki w postaci procentowej umożliwia zastosowanie otrzymanych wyników dla podobnych rynków. Zależność ceny jednostkowej nieruchomości gruntowej od wielkości pola powierzchni intuicyjnie wydaje się oczywista: za większe powierzchnie powinniśmy zapłacić mniej w przeliczeniu na jednostkę. Tematyce wyznaczenia

Adres do korespondencji – Corresponding author: dr Agnieszka Bitner, Zakład Zastosowań Matematyki, Akademia Rolnicza w Krakowie, al. Mickiewicza 24/28, 30–059 Kraków, e-mail: rmbitner@cyf-kr.edu.pl

zależności ceny jednostkowej nieruchomości gruntowej od jej powierzchni poświęcono wiele prac. Zagadnienie to było dyskutowane zarówno pod względem jakościowym [Źróbek, Bełej 2000; Sobotka 1998; Colwell, Sirmans 1993], jak też ilościowym [Prystupa 2001; Putek 2000; Thorsnes, McMillen 1998; Brownstone, De Vany 1991]. Colwell i Sirmans [1993] twierdzą, że zależność ceny od pola powierzchni powinno badać się dla poszczególnych przedziałów wielkości działek. Dla bardzo małych działek, które praktycznie nie występują w obrocie, jest ona opisana krzywą rosnącą wypukłą z powodu ograniczonych możliwości wykorzystania takich działek i konieczności poniesienia kosztów scalania. Dla pozostałych działek krzywa jest wklęsła. Powyższe wnioski bazują na analizie ekonomicznej. Wykres zależności całkowitej ceny nieruchomości od pola powierzchni jest zatem sigmoidalny. Wynika z tego, że autorzy zakładają jednomodalny wykres zależności ceny jednostkowej od pola powierzchni. Thorsnes i McMillen [1998] ustalili, analizując dane transakcyjne, że zależność cena całkowita – pole jest opisana krzywą wklęsłą rosnącą. Brownstone i De Vany [1991] wykorzystali bazę wyselekcjonowanych transakcji zawartych w latach 1977–1985. Tak duży przedział czasowy umożliwił autorom pracy określenie zależności cena całkowita – pole w poszczególnych latach. Ich analiza wykazała, że nie ma istotnej różnicy między wykresami zależności w kolejnych latach badanego okresu a zależność tę dobrze opisuje funkcja potęgowa.

W niniejszej pracy określenie wpływu poprawki na cenę dokonane zostało dzięki wyeliminowaniu zróżnicowania wartości pozostałych cech przez ich uśrednianie w poszczególnych przedziałach wielkości pól powierzchni. Następnie, na podstawie wartości uśrednionych, określono zależność cena – pole. Dane do analizy nie były dobierane, obliczenia wykonano wykorzystując wszystkie transakcje rynkowe spełniające dokładnie określone kryteria (opisane poniżej). Kryteria te dotyczą szczególnych warunków sprzedaży działek. Z bazy nie usunięto transakcji, w których ceny subiektywnie można by uznać za zbyt wysokie czy niskie. Dzięki wykorzystaniu wszystkich informacji zawartych w przedmiotowej bazie danych przedstawiona metoda jest obiektywna i możliwa do zastosowania na innych rynkach nieruchomości. Sama metoda uśredniania nie zakłada postaci funkcyjnej badanej zależności. Dysponując tak liczną bazą danych, postaram się odpowiedzieć na pytania – jakiego typu jest to zależność: krzywoliniowa czy liniowa? Jaka funkcja najlepiej opisuje badaną zależność?

Zasadnicza różnica między prezentowanym tutaj sposobem wyznaczania poprawki na pole powierzchni, a metodami spotykanymi w literaturze polega na sposobie doboru danych. Określenia wspomnianej porawki zazwyczaj dokonuje się przez selekcję nieruchomości o bardzo zbliżonych wartościach pozostałych cech i na ich podstawie wyznacza się zależność cena – pole. Wymaga to wiedzy i doświadczenia wyceniającego. Zakłada się przy tym, że nieruchomości różnią się między sobą tylko wartością atrybutu „pole powierzchni". Założenie to czyniono między innymi w metodzie porównywania parami [Prystupa 2001; Źróbek, Bełej 2000] oraz w analizie regresji [Hozer 1999]. W praktyce znalezienie nawet kilku nieruchomości różniących się jedną cechą (polem powierzchni) jest bardzo trudne. W prezentowanej metodzie, dzięki uwzględnieniu wszystkich transakcji występujących na rynku, wykorzystuje się całą dostępną ilość informacji o zależności cena – pole. Jest to metoda bardziej czasochłonna od metod prezentowanych w cytowanych

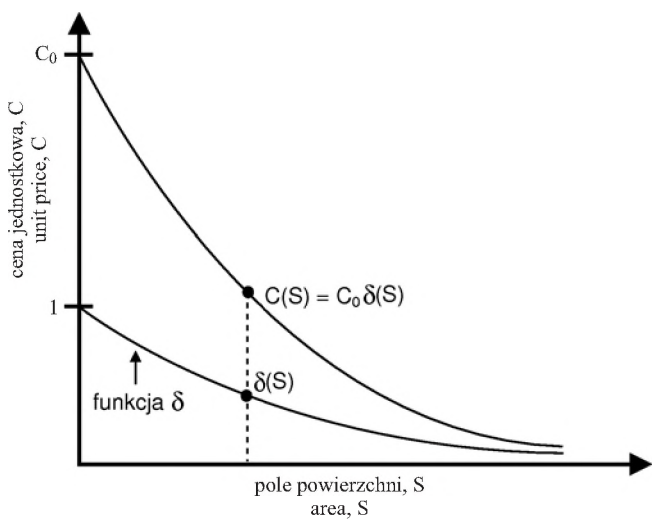
pracach, ale jest ona wolna od subiektywnego doboru danych bazowych. Ponadto metodę tę można zalgorytmizować, co ma znaczenie zwłaszcza przy masowej wycenie.

Celem artykułu jest zaprezentowanie nowej metody wyznaczenia funkcji określającej zależność (spadek) ceny jednostkowej w funkcji pola powierzchni działki. W pracy przedstawiono model takiej zależności, rozważając dwa przypadki: krzywoliniowy i liniowy. Następnie, korzystając z dużej bazy danych wyznaczono poprawkę procentową, stosując metodę uśredniania. Artykuł zakończono porównaniem przedstawionych wyników z rezultatami otrzymanymi przez innych autorów. Podano również sposób weryfikacji metody uśredniania.

MODEL ZALEŻNOŚCI CENY JEDNOSTKOWEJ OD WIELKOŚCI POLA POWIERZCHNI

Na rysunku 1 przedstawiono ogólny schemat wyznaczania poprawki procentowej w modelu krzywoliniowym. Wyznaczana jest ona w następujący sposób: niech $C(a_1, \ldots, a_n, S)$ oznacza cenę wybranej nieruchomości w funkcji atrybutów $\{a_1, \ldots, a_n, S\}$. Ponieważ zakładamy, że całą zależność ceny jednostkowej od pola powierzchni S opisuje funkcja $\delta(S)$, wpływ pozostałych atrybutów uwzględniamy w cenie C_0, stąd cenę C nieruchomości możemy zapisać w postaci:

$$C(S) = C_0(a_1, \ldots, a_n) \cdot \delta(S). \tag{1}$$



Rys. 1. Zależność (spadek) ceny jednostkowej w funkcji pola powierzchni S. Funkcja δ odpowiada hipotetycznej sytuacji, gdy cena C_0 wynosi 1 zł za m^2

Fig. 1. The relationship (decrease) between the unit price and the parcel's size S – δ function corresponds to the hipothetical situation when the unit price C_0 is 1 zł

Poprawka δ jest zatem funkcją malejącą o dodatnich wartościach. Dodatkowo w celu nadania funkcji δ naturalnej interpretacji jako względnego spadku ceny, przyjmuje się, że $\delta(0) = 1$ (rys. 1).

Nieznaną cenę $C(S')$ nieruchomości o polu powierzchni S' i tych samych (w praktyce bardzo zbliżonych) wartościach pozostałych atrybutów możemy wyprowadzić ze wzoru:

$$C(S') = (\delta(S')/\delta(S)) \cdot C(S). \tag{2}$$

Wzór (1) zakłada multiplikatywny wpływ pola powierzchni na cenę. Wiadomo, że wpływ pola na cenę jest relatywnie niewielki – cena jednostkowa zmienia się o kilka procent w zakresie powierzchni nieruchomości porównawczych. Zazwyczaj zakres ten nie przekracza kilkunastu arów. Oznacza to, że funkcję δ można przedstawić w postaci równania: $\delta = 1+ \varepsilon$, gdzie ε jest znacznie mniejsze od jedynki. Najprościej przyjąć, że ε jest proporcjonalne do pola powierzchni, to znaczy:

$$\delta(S) \approx 1+\alpha S, \tag{2a}$$

gdzie α jest stałą. Używając wzoru (2a) wyrażamy wpływ pola na cenę w postaci addytywnej. Dzięki temu można porównać poprawkę wyznaczoną za pomocą funkcji δ z poprawką α wyznaczoną bezpośrednio metodą regresji liniowej.

Wzór (2) przedstawia sposób liczenia ceny jednostkowej – $C(S')$ – nieruchomości o polu S' na podstawie znanej ceny – $C(S)$ – nieruchomości o polu S. Oczywiście podczas analizowania rynku musimy założyć konkretną postać funkcji δ. W niniejszej pracy, wyznaczając zależność cena – pole, porównano dwa modele: krzywoliniowy i liniowy. Najprostszą funkcją krzywoliniową, która pod względem matematycznym odpowiada badanej zależności jest funkcja wykładnicza.

Model wykładniczy

Przyjęcie modelu wykładniczego, $\delta(S) = exp(-\alpha_e \cdot S)$, wydaje się najbardziej właściwe przy badaniu zależności ceny jednostkowej od powierzchni. Funkcja wykładnicza jest funkcją elementarną, dzięki czemu postać modelu nie jest nadmiernie skomplikowana. Jeśli nie znamy postaci funkcyjnej badanej zależności powinniśmy się koncentrować na najprostszych postaciach modelu. Model wykładniczy jest zgodny z intuicyjnym postrzeganiem tego zagadnienia – cena jednostkowa działki maleje wraz ze wzrostem jej powierzchni. Jest on również poprawny z matematycznego punktu widzenia ponieważ funkcja wykładnicza δ jest malejąca, przyjmuje tylko wartości dodatnie. Krzywa wykładnicza asymptotycznie zbliża się do osi odciętych (w przeciwieństwie do modeli liniowych czy logarytmicznych) co umożliwia wyznaczenie poprawek dla działek o dowolnie dużych powierzchniach. Ponadto nie zbliża się ona asymptotycznie do osi rzędnych, tak jak krzywa logarytmiczna czy hiperboliczna, tylko ją przecina. Zbieżność asymptotyczna do osi rzędnych przyjętego modelu powodowałaby zbyt duże, nieuzasadnione poprawki dla działek o małych powierzchniach. Postać wykładnicza modelu jest najprostszą funkcją

posiadająca żądane własności asymptotyczne oraz spełniającą warunek $\delta(0) = 1$. Dla modelu wykładniczego funkcji δ równanie (2) przyjmuje postać:

$$C(S') = exp[-\alpha_e \cdot (S' - S)]C(S). \quad (3)$$

Korzystając z pierwszego wyrazu rozwinięcia funkcji wykładniczej w szereg, otrzymujemy wzór:

$$C(S') \approx (1 - \alpha_e \cdot \Delta S)C(S), \text{ gdzie } \Delta S = S' - S. \quad (4)$$

Model liniowy

Drugi użyty model fukcji δ to model liniowy $\delta(S) = 1 - \alpha_l S$. Przyjęcie powyższej postaci funkcji δ jest oczywiście pewnym uproszczeniem modelu. W szczególności należy zdawać sobie sprawę, że istnieje w takim modelu powierzchnia graniczna S_g, powyżej której funkcja δ przyjmuje wartości ujemne. Sytuacja taka jest oczywiście niemożliwa w rzeczywistości. Ze względu jednak na prostotę modelu liniowego oraz łatwość wyznaczenia wielkości poprawki α_l warto z niego korzystać, pamiętając o jego ograniczeniach. Relacja miedzy cenami $C(S')$ oraz $C(S)$ w zależności od powierzchni S' i S określona wzorem (2) przyjmuje wtedy postać: $C(S') = [(1 - \alpha_l S')/(1 - \alpha_l S)] \cdot C(S)$.

Stosując, analogicznie jak we wzorze (4), rozwinięcie w szereg dla małych α_l otrzymamy:

$$C(S') \approx (1 - \alpha_l \Delta S) \cdot C(S). \quad (5)$$

METODA UŚREDNIANIA

Odmienność prezentowanej metody wyznaczania funkcji δ, wykorzystującej informacje zawarte w dużych bazach danych, polega po pierwsze na wykorzystaniu wszystkich wolnorynkowych danych transakcyjnych (brak uznaniowości przy doborze danych), po drugie na uśrednieniu cen w poszczególnych przedziałach klasowych. Przyjęto przy tym równą długość klas. **Uśrednienie cen wewnątrz przedziału klasowego stanowi zasadniczy element prezentowanej metody wyznaczania funkcji** δ. Chodzi o to, by w poszczególnych przedziałach znalazły się nieruchomości, dla których pozostałe czynniki cenotwórcze przyjmują jak najwięcej różnych wartości. Różnice w wartościach atrybutów znoszą się w dużym stopniu przy opisanym wyżej uśrednianiu. Dzięki temu wartości pozostałych atrybutów zostały ujednolicone. Różnorodność wartości atrybutów będąca wadą w przypadku małych baz danych w prezentowanej metodzie jest wielką zaletą.

Procedurę uśredniania cen jednostkowych określonych wzorem (1) w danym przedziale klasowym można zapisać w postaci formuły:

$$\frac{1}{N_S}\sum_{i=1}^{N_S} C^{(i)} = \delta(S)\frac{1}{N_S}\sum_{i=1}^{N_S} C_0^{(i)}, \tag{6}$$

gdzie N_S to liczba nieruchomości w danym przedziale klasowym; $C^{(i)}$ – cena jednostkowa i-tej nieruchomości w funkcji atrybutów $\{a_1, ..., a_n; S\}$; $C_0^{(i)}$ – cena jednostkowa i-tej nieruchomości w funkcji atrybutów $\{a_1, ..., a_n\}$. Jeśli oznaczymy przez $<C>$ oraz $<C_0>$ średnie ceny jednostkowe wyliczone odpowiednio z cen $C^{(i)}$ oraz $C_0^{(i)}$, wzór (6) przyjmie postać:

$$<C> = \delta(S) <C_0>, \tag{7}$$

gdzie symbol $<\cdot>$ oznacza średnią arytmetyczną. Jeśli mamy dostatecznie dużą liczbę nieruchomości N_S w poszczególnych przedziałach powierzchni to uśredniając ceny jednostkowe $C^{(i)}$ powinniśmy otrzymać dla każdego przedziału prawie równe wartości średniej $<C_0>$. Zatem proces uśredniania polega faktycznie na obliczaniu średniej cen jednostkowych w funkcji atrybutów $\{a_1, ..., a_n\}$.

WYZNACZENIE ZALEŻNOŚCI CENA – POLE POWIERZCHNI DLA KRAKOWSKIEGO RYNKU NIERUCHOMOŚCI (PRZYKŁAD)

Baza danych

Dane transakcyjne pochodzą z aktów notarialnych dotyczących umów kupna-sprzedaży nieruchomości gruntowych niezabudowanych położonych w granicach administracyjnych miasta Krakowa zawartych w latach 1996–1999. W ciągu czterech lat dokonano 6505 takich transakcji. Prezentowane **obliczenia przeprowadzono, wykorzystując wszystkie transakcje wolnorynkowe** dokonane w tym okresie w ramach jednego przeznaczenia gruntów. Grunty te są przeznaczone pod zabudowę mieszkaniową wraz z urządzeniami towarzyszącymi o wysokości maksymalnej 8 m do najwyższego gzymsu i 13 m do kalenicy, o intensywności zabudowy do 0,4 liczonej w granicach planu zagospodarowania działki. W przypadku dokonywania podziału geodezyjnego obowiązuje wielkość działek nie mniejsza niż 400 m^2 i nie większa niż 1000 m^2. Grunty o tym przeznaczeniu są najczęściej przedmiotem transakcji, ich udział w rynku wynosi 37,23%.

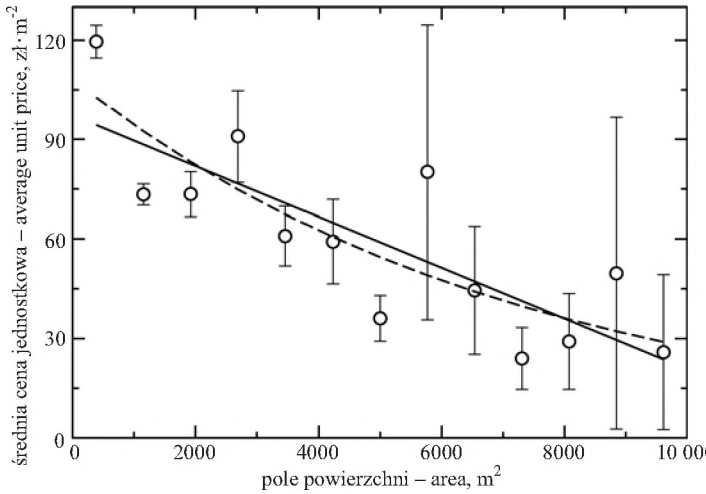
Wyznaczając wpływ pola powierzchni na cenę, należy zdawać sobie sprawę z faktu, że wraz z oddalaniem się od centrum miasta średnia powierzchnia działek rośnie, a ceny gruntów spadają. Ten fakt może mieć istotny wpływ na wyznaczenie zależności cena – pole w przypadku działek zabudowanych, ponieważ liczba transakcji w centralnej strefie

miasta jest istotna. W prezentowanej analizie uwzględniono tylko nieruchomości gruntowe niezabudowane w ramach jednego przeznaczenia. W centrum miasta takich działek właściwie nie ma, a zatem liczba ewentualnych transakcji jest zaniedbywalnie mała. Zdecydowana większość transakcji tymi gruntami odbywa się w strefie pośredniej i peryferyjnej miasta – tu wpływ cechy odległość od centrum jest znacznie mniejszy. Ponadto w tych strefach występuje już różnorodność pól powierzchni działek transakcyjnych, istotnie zaczynają się różnić również inne cechy, jak np. dostępność komunikacyjna czy sąsiedztwo.

Z bazy usunięto jedynie transakcje dokonane w warunkach szczególnych, mianowicie w ramach przetargu oraz działki, dla których wydano pozwolenie na budowę. W analizie nie uwzględniono również transakcji dotyczących nieruchomości sprzedanych jako dopełnienie sąsiedniej nieruchomości, działki-drogi, działki wydzielonej pod rurociąg gazowy, działki z linią wysokiego napięcia. Do analizy wykorzystano wszystkie pozostałe transakcje, nawet te, w których ceny subiektywnie można by uznać za zbyt wysokie czy niskie. Transakcje dotyczące nieruchomości o wymienionych wyżej 4 szczególnych sposobach użytkowania usunięto z bazy, ponieważ mają one dodatkowo bardzo nietypowe kształty. Analizę wykonano dla nieruchomości o powierzchniach do 100 arów. Ograniczenie zakresu powierzchni było spowodowane małą liczbą nieruchomości sprzedanych o większych powierzchniach. Jedynie 9 na 1777 pozostałych po redukcjach (opisanych powyżej) transakcji dotyczyło gruntów o powierzchniach powyżej 100 arów. **Ceny nieruchomości sprowadzono na dzień ostatniej transakcji w bazie.** Zastosowano przy tym wskaźnik trendu wzrostu cen wyznaczony metodami opisanymi w pracach Bitner [2002 i 2003].

Wyniki analizy

Obliczenia wykonano dla podziału na 13 (rys. 2) oraz 5 klas (rys. 3) równej długości. Do otrzymanych punktów dopasowano metodą najmniejszych kwadratów funkcje wykładniczą i liniową. Przyjęcie większej liczby klas było niemożliwe ze względu na występowanie pustych przedziałów w przypadku dużych pól powierzchni. Przy podziale na 5 klas można oczywiście zaobserwować o wiele mniejsze wahania średnich cen niż w przypadku 13 klas. Wyniki analizy przedstawione zostały w tabeli 1.



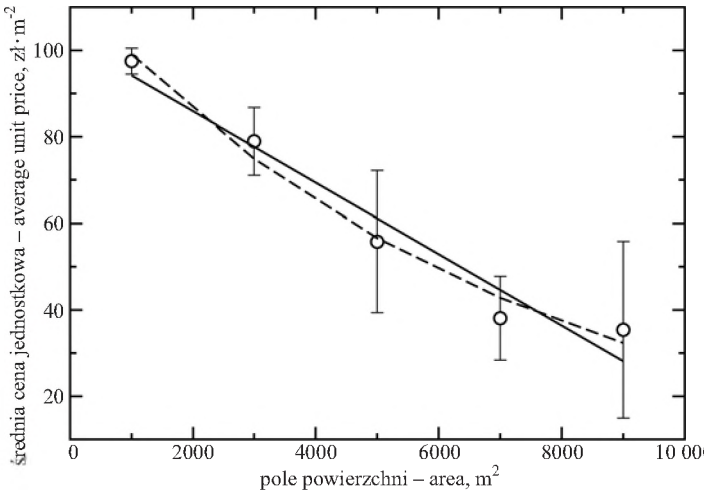
Rys. 2. Zależność średniej ceny jednostkowej nieruchomości gruntowej od wielkości pola powierzchni przy podziale na 13 przedziałów. Punkty na wykresie podane zostały wraz z błędami statystycznymi i przedstawiają ceny jednostkowe uśrednione w poszczególnych przedziałach. Do punktów dopasowano krzywe w modelach: wykładniczym (linia przerywana) i liniowym (linia ciągła)

Fig. 2. The relationship between the average unit price and a lot size *S* the number of bins is 13. The points in the graph were ploted with statistical errors and represent average unit prices in each bin. The two curves are exponential (dashed line) and linear (solid line) fits to the data

Tabela 1. Zestawienie wyników otrzymanych metodą uśredniania

Table 1. Summary of results obtained by the method of averaging

Model funkcji Function	α, m^{-2}	R^2	$\langle C\rangle_a$, zł	$\delta\langle\delta(S)\rangle_S$	$\langle\langle C\rangle_a\rangle_S / \langle C_0\rangle_a$
Wykładniczy (13 klas) Exponential (13 bins)	$1{,}37\cdot10^{-4}$	0,69	108,24	0,8582	0,8646
Wykładniczy (5 klas) Exponential (5 bins)	$1{,}40\cdot10^{-4}$	0,98	113,94	0,8557	0,8214
Liniowy (13 klas) Linear (13 bins)	$7{,}87\cdot10^{-5}$	0,66	97,21	0,9053	0,9628
Liniowy (5 klas) Linear (5 bins)	$8{,}06\cdot10^{-5}$	0,95	102,41	0,9029	0,9139



Rys. 3. Zależność średniej ceny jednostkowej nieruchomości gruntowej od wielkości pola powierzchni przy podziale na 5 przedziałów. Punkty na wykresie podane zostały wraz z błędami statystycznymi i przedstawiają ceny jednostkowe uśrednione w poszczególnych przedziałach. Do punktów dopasowano krzywe w modelach: wykładniczym (linia przerywana) i liniowym (linia ciągła)

Fig. 3. The relationship between the average unit price and a lot size S, the number of bins is 5. The points in the graph were ploted with statistical errors and represent average unit prices in each bin. The two curves are exponential (dashed line) and linear (solid line) fits to the data

Dla **wykładniczej** postaci modelu, przy podziale na 13 oraz 5 klas, otrzymane współczynniki kierunkowe wynoszą odpowiednio: $\alpha_e^{(13)} = 1{,}37 \cdot 10^{-4}$ m^{-2} oraz $\alpha_e^{(5)} = 1{,}40 \cdot 10^{-4}$ m^{-2}. Różnice parametrów funkcji δ przy zastosowaniu różnych podziałów na klasy są zatem niewielkie. Podobnie zbliżone są wartości średnich $<C_0>$ (różnica 5%). Dowodzi to, że przedstawiona metoda wyznacznia funkcji δ jest stabilna pod względem podziału na klasy. W praktyce można przyjąć wartość uśrednioną $\alpha_e = 1{,}38 \cdot 10^{-4}$ m^{-2}. Wartość stałej $<C_0>$ przy podziale na 13 przedziałów wynosi 108,24 zł, natomiast przy podziale na 5 klas – 113,94 zł. Współczynniki determinacji R^2 opisujące stopień dopasowania modelu wynoszą odpowiednio 0,69 oraz 0,98.

Dla **liniowej** postaci modelu, przy podziale na 13 oraz 5 klas, otrzymane współczynniki kierunkowe wynoszą odpowiednio: $\alpha_l^{(13)} = 7{,}87 \cdot 10^{-5}$ m^{-2} oraz $\alpha_l^{(5)} = 8{,}06 \cdot 10^{-5}$ m^{-2}. Otrzymane wartości współczynników kierunkowych prostych przy podziale na 13 i 5 klas są zatem bardzo zbliżone. Na podstawie otrzymanych wyników, w zastosowaniach można przyjąć wartość uśrednioną $\alpha_l = 7{,}97 \cdot 10^{-5}$ m^{-2}. Podane w tej samej kolejności współczynniki determinacji R^2 są równe odpowiednio 0,66 oraz 0,95. Wartość stałej $<C_0>$ przy podziale na 13 przedziałów wynosi 97,21 zł, natomiast

na 5 klas – 102,41 zł. Wartości średnich $<C_0>$ nie zależą od liczby klas. Interpretując otrzymane dla modelu liniowego wyniki, stwierdzamy, że wzrost powierzchni nieruchomości o jeden ar powoduje spadek ceny jednostkowej o około 0,8 %. Dodatkowo, na podstawie otrzymanych wartości współczynników α_l, wyznaczono pola powierzchni S_g, dla których w modelu liniowym $\delta(S_g) = 0$. Przy podziale na 13 klas S_g = 12 711 m^2, natomiast przy podziale na 5 klas S_g = 12 405 m^2. W obu przypadkach znajdują się one poza analizowanym zakresem 10 000 m^2.

Współczynnik determinacji R^2 może służyć do porównania jakości dopasowania modelu liniowego i wykładniczego dla danej liczby przedziałów. W obu modelach liczba stopni swobody jest taka sama, ponieważ estymowany jest tylko jeden parametr. Na podstawie obliczonych wartości R^2 stwierdzamy, że model wykładniczy daje nieco lepsze dopasowanie do danych. Wartości współczynnika determinacji dla obu modeli są jednak bardzo zbliżone.

Dla danych policzono ponadto wskaźnik krzywoliniowości – ζ_{xy}. Wskaźnik ten wyznaczamy, korzystając ze współczynnika korelacji Pearsona (r_{xy}) oraz wskaźnika korelacyjnego Pearsona (e_{xy}). Wskaźnik ζ_{xy} określony jest wzorem: $\zeta_{xy} = e_{xy}^2 - r_{xy}^2$. Wartości ζ_{xy} należą do przedziału [0,1], przy czym ζ_{xy} = 0, gdy wskaźnik korelacji jest równy współczynnikowi korelacji, natomiast ζ_{xy} = 1, gdy r_{xy} = 0 (brak korelacji liniowej). Wartości ζ_{xy} bliskie 1 świadczą o wyraźnej zależności krzywoliniowej między badanymi cechami.

Obliczony wskaźnik krzywoliniowości wynosi przy podziale na 13 klas – 0,18. Oznacza to, że zależność krzywoliniowa między ceną i polem jest istotna. Współczynniki determinacji w obu modelach są jednak niskie (0,69; 0,66). Przy podziale na 5 klas wskaźnik równa się 0,017, czyli krzywoliniowość jest nieistotna. Przy tym podziale wystarczy model liniowy, aby dobrze opisać badaną zależność. Przy podziale na 5 klas współczynniki determinacji przyjmują stosunkowo wysokie wartości (0,98; 0,95). Można zatem wnioskować, że stosowanie modelu liniowego do określania poprawki ze względu na wielkość pola powierzchni jest uzasadnione.

Dobrym sprawdzianem poprawności przedstawionej metody jest porównanie otrzymanych wyników z rezultatami otrzymanymi inną metodą. W tym celu zestawiono poprawki obliczone przy wykorzystaniu modelu liniowego z poprawką wyznaczoną metodą regresji liniowej przedstawioną w pracy Prystupy [2001]. Cytowany autor przedstawił odmienne podejście do wyznaczenia zależności cena – pole. W analizie wykorzystał bazę kilkudziesięciu reprezentatywnych danych empirycznych z rynku nieruchomości niezabudowanych. Zastosowany model liniowy zależności ceny jednostkowej (Y) od wielkości pola powierzchni (X) mierzonego w m^2 opisany został formułą: $Y = 233{,}1 - 0{,}012X$. Na jej podstawie wyliczono poprawkę w postaci kwotowej. W celu porównania wyników pochodzących z cytowanej publikacji ze współczynnikiem α_l uzyskanym w niniejszej pracy, należy podzielić współczynnik kierunkowy prostej przez wyraz wolny. Otrzymany w ten sposób współczynnik kierunkowy wynosi $\alpha_l = 5{,}1 \cdot 10^{-5}$ m^{-2}. Cytowana metoda bazująca na nieruchomościach reprezentatywnych o bardzo zbliżonych wartościach pozostałych cech oraz przedstawiona metoda uśredniania różnych wartości pozostałych atrybutów w celu ujednolicenia ich wpływu na cenę prezentują dwa skrajne podejścia do wyznaczenia

zależności cena – pole. W pierwszym przypadku dysponujemy bazą kilkudziesięciu wyselekcjonowanych danych, w drugim – wykorzystujemy kilkutysięczną bazę wszystkich transakcji wolnorynkowych. Cytowane wyniki oraz rezultaty przedstawione w niniejszej pracy ($\alpha_l = 7{,}97 \cdot 10^{-5}$ m^{-2}) są porównywalne, co dodatkowo potwierdza poprawność zaproponowanej metody.

WERYFIKACJA METODY UŚREDNIANIA

Zasadniczym założeniem metody uśredniania jest równość wartości atrybutów $\{a_1,..., a_n\}$. Spełnienie tego założenia uzyskuje się dzięki uśrednieniu dużej liczby cen jednostkowych wewnątrz przedziału klasowego. Otrzymane wartości średnich $<C_0>$ – wzór (7) – w poszczególnych klasach są prawie równe, zatem są stałą charakterystyczną dla danego typu nieruchomości. Dodajmy, że średnie te nie zależą od przyjętego podziału na klasy.

Po uśrednieniu obu stron równania (7) względem pola powierzchni S, otrzymujemy

$$<<C>_a>_S = <C_0>_a <\delta(S)>_S. \tag{8}$$

Indeksy dolne „a" oraz „S" oznaczają atrybuty mające wpływ na cenę. Dodajmy, że wielkość $<<C>_a>_S$ występująca w powyższym wzorze jest po prostu średnią ceną transakcyjną $<C>$ w bazie danych w analizowanym zakresie pól (do 100 arów). $<C_0>_a$ to stała otrzymana z odpowiedniego modelu regresji; $<\delta(S)>_S$ jest natomiast średnią wartością przyjmowaną przez funkcję δ. Przekształcając formułę (8), otrzymujemy:

$$<\delta(S)>_S = <<C>_a>_S \,/\, <C_0>_a \,. \tag{9}$$

Średnia wartość funkcji $\delta(S)$ może być więc wyznaczona niezależnie jako iloraz średniej ceny jednostkowej nieruchomości oraz parametru $<C_0>_a$. Równość wielkości $<\delta(S)>_S$ wyznaczonej ze wzoru (9) oraz bezpośrednio w wyniku uśrednienia stanowi potwierdzenie założeń modelu – wzoru (1).

Dwie ostatnie kolumny w tabeli 1 przedstawiają zestawienie wyznaczonych, na podstawie bazy danych, wartości prawej i lewej strony równości (9). **Bardzo zbliżone wartości liczb w ostatnich dwóch kolumnach świadczą o tym, że dzięki uśrednieniu cen jednostkowych w przedziałach udało się wyeliminować wpływ pozostałych atrybutów na cenę.**

PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Dotychczasowe metody określania zależności cena – pole powierzchni polegają na wyselekcjonowaniu sprzedanych nieruchomości mających bardzo zbliżone wartości wszystkich atrybutów, oprócz cechy pole powierzchni. Na podstawie tych danych, stosując metody regresji wyznacza się szukaną zależność.

Specyfika zaprezentowanej metody uśredniania polega po pierwsze na wykorzystaniu wszystkich transakcji, a zatem całej dostępnej informacji o wpływie pola powierzchni na cenę na danym rynku lokalnym (na żadnym etapie analizy nie jest potrzebny subiektywny wybór danych bazowych). Po drugie na uśrednieniu cen w poszczególnych przedziałach klasowych, na jakie został podzielony cały zakres pól powierzchni w bazie. Liczba przedziałów została tak dobrana, by w każdym przedziale znalazła się niezbędna liczba danych opisujących transakcje. Dzięki uśrednieniu cen, wartości pozostałych atrybutów zostały ujednolicone, a zatem zostało spełnione podstawowe założenie o podobieństwie wartości pozostałych cech. Nieruchomości reprezentujące poszczególne przedziały różnią się zatem tylko jedną cechą, czyli polem powierzchni. Metoda uśredniania umożliwia obiektywne wyznaczenie zależności cena – pole w postaci poprawki procentowej, która może być wykorzystana dla innych rynków lokalnych.

Sama metoda nie zakłada konkretnej postaci funkcyjnej zależności, można ją zastosować zarówno dla modelu krzywoliniowego, jak i liniowego. Na podstawie analizy współczynnika krzywoliniowości zbadana została istotność zastosowania modelu krzywoliniowego. Okazało się, że stosowanie modelu liniowego do określania poprawki ze względu na wielkość pola powierzchni jest uzasadnione. Powodem tego jest znacząca rozbieżność cen transakcyjnych. Współczynnik krzywoliniowości jest istotny jedynie dla odpowiednio dużej liczby przedziałów klasowych. Jakość dopasowania modelu (mierzona współczynnikiem determinacji) jest wówczas bardzo słaba. Dzięki zmniejszeniu liczby przedziałów można polepszyć jakość dopasowania. Wraz ze wzrostem wartości współczynnika determinacji maleje jednak znacznie wartość współczynnika krzywoliniowości. W efekcie, dla zadawalającego dopasowania, krzywoliniowość zależności cena – pole jest nieistotna.

Poprawki obliczone prezentowaną metodą uśredniania atrybutów zostały porównane z rezultatami otrzymanymi przez innych autorów, którzy stosowali selekcję transakcji pod względem podobieństwa atrybutów. Okazało się, że przedstawiona metoda uśredniania i metoda selekcji danych dają bardzo zbliżone wyniki. Metoda selekcji danych jest mniej czasochłonna, ale wymaga większej wiedzy i doświadczenia wyceniającego. Zaletą metody uśredniania jest możliwość jej zalgorytmizowania.

PIŚMIENNICTWO

Bitner A., 2002. Czy analiza powtórnych sprzedaży jest efektywną techniką wyznaczania współczynnika wzrostu cen? Rzeczoznawca Majątkowy 1.

Bitner A., 2003. Wskaźniki wzrostu cen nieruchomości gruntowych dla dużych rynków lokalnych. Materiały III Konferencji Naukowo-Technicznej PSRWN Gdańsk.

Brownstone D., De Vany A., 1991. The Review of Economics and Statistics. Vol. 73. No. 4.

Colwell P. F., Sirmans C. F., 1993. The Review of Economics and Statistics. Vol. 75. No. 4.

Hozer J., 1999. Wykorzystanie wyników analiz statystycznych rynku nieruchomości do szacowania nieruchomości. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 233. Prace Katedry Ekonometrii i Statystyki Szczecin.

Prystupa M., 2001. Wycena nieruchomości przy zastosowaniu podejścia porównawczego. PFSRM Warszawa.

Putek E., 2000. Statystyczna analiza rynku nieruchomości w Gryfinie. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 306. Prace Katedry Ekonometrii i Statystyki Szczecin.

Sobotka M., 1998. Statystyczna analiza rynku nieruchomości gruntowych w okolicach Szczecina. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 233. Prace Katedry Ekonometrii i Statystyki Szczecin.

Thorsnes P., McMillen D., 1998. Land value and parcel size: a semiparametric analysis. Journal of Real Estate Finance and Economics. Vol. 17. No. 3.

Źróbek S., Bełej M., 2000. Podejście porównawcze w szacowaniu nieruchomości. Wyd. 2 uzup. Educaterra Sp. z o.o. Olsztyn.

PRICE – SIZE RELATIONSHIP FOR UNDEVELOPED LAND

Abstract. This paper presents a new method of calculation of the price – size relationship for undeveloped land. This method consists in elimination of the influence of other attributes on the unit price of a parcel by special averaging technique. To illustrate the method, the percentage price – size relationship was calculated for the database consisting of 2422 sale transactions. Two types of the price – size relationship were considered: curved and linear. The results obtained in the present work were compared with results available in the literature, obtained using different method, based on dozens of selected transactions. It turned out that the percentage corrections in the price – size relationship are similar.

Key words: real estate valuation, model, price – size relationship, attributes, coefficient of curvature, linear and curved regression

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 17.01.2008