

Paweł Antonowicz

Teoria i praktyczne aspekty wykorzystania analizy dyskryminacyjnej w prognozowaniu niewypłacalności (upadłości) przedsiębiorstw

Ekonomiczne Problemy Usług nr 50, 467-476

2010

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej bazhum.muzhp.pl, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

PAWEŁ ANTONOWICZ

Uniwersytet Gdański

TEORIA I PRAKTYCZNE ASPEKTY WYKORZYSTANIA ANALIZY DYSKRYMINACYJNEJ W PROGNOZOWANIU NIEWYPŁACALNOŚCI (UPADŁOŚCI) PRZEDSIĘBIORSTW

Wstęp

Modele scoringowe¹ (punktowe), określane często w literaturze przedmiotu modelami *Z-Score*, służącymi prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw przyjęły się również w polskiej praktyce analitycznej, jako metody umożliwiające pogłębienie przeprowadzanych okresowo analiz ekonomiczno-finansowych przedsiębiorstw². Pewnym skrótem myślowych używanym przez praktyków jest sformułowanie, iż służą one prognozowaniu upadłości (bankructwa, czy też niewypłacalności) przedsiębiorstw. W rzeczywistości bowiem, modele oparte na analizie dyskryminacyjnej, które wykorzystywane są *de facto* do oceny przyszłego standingu ekonomiczno-finansowego podmiotu oraz określenia poziomu ryzyka zagrożenia upadłością przedsiębiorstw, stanowią w istocie jedno z metod efektywnej klasyfikacji analizowanych dwóch grup obiektów (jednostek gospodarczych), będącej wynikiem eksploracji danych (pochodzących z ich sprawozdań finansowych). W praktyce wykorzystywane są przede wszystkim do modelowania ryzyka kredytowego, stanowiącego „drugi – obok ryzyka rynkowego,

¹ Zgodnie z podziałem metod scoringowych, dokonany przez A. Matuszyk wyróżniamy: (1) metody statystyczne (do których w szczególności zaliczyć możemy: analizę dyskryminacyjną, regresję liniową, regresję logistyczną, drzewa klasyfikacyjne, metodę najbliższego sąsiedztwa), a także (2) metody niestatystyczne (wśród których wymienić można: programowanie matematyczne – liniowe oraz całkowitoliczbowe, sieci neuronowe, algorytmy genetyczne oraz systemy eksperckie). A. Matuszyk, *Wykorzystanie modeli scoringowych w kredytowaniu gospodarstw rolniczych*, Roczniki Naukowe (Tom VII, Zeszyt 5) Stowarzyszenia Ekonomistów Rolnictwa i Agrobiznesu, s. 62.

² Wykorzystywane są w głównej mierze do oceny jednostek gospodarczych działających na pełnej rachunkowości, a zatem dla których możliwe jest generowanie podstawowych sprawozdań finansowych w postaci bilansów oraz rachunków zysków i strat.

podstawowy rodzaj ryzyka finansowego³. Celem niniejszego artykułu jest określenie algorytmu estymacji funkcji dyskryminacyjnej, tworzonej na potrzeby dychotomicznej klasyfikacji poddawanych analizie podmiotów gospodarczych, do jednej z dwóch klas jednostek: przedsiębiorstw wypłacalnych (w horyzoncie 1 roku), a także zagrożonych niewypłacalnością (upadłością). Analiza literatury przedmiotu stanowi wstępny etap do badań empirycznych na grupie przedsiębiorstw, które zostały postawione w stan upadłości w Polsce w latach 2007–2009. W dalszej części artykułu omówione zostały ponadto syntetyczne wyniki badań autorskich nad charakterystyką zmiennych egzogenicznych funkcji dyskryminacyjnych stosowanych w polskich modelach prognozowania upadłości przedsiębiorstw. Jest to źródło wiedzy na temat proponowanych przez twórców modeli najlepszych predyktorów upadłości.

Problemy na poziomie doboru próby i wyboru zmiennych egzogenicznych

Jedną z najczęściej stosowanych metod w praktyce prognozowania upadłości przedsiębiorstw jest jednowymiarowa⁴ lub wielowymiarowa⁵ (*MDA* – *Multiple Discriminant Analysis*) analiza dyskryminacyjna⁶. Wielowymiarowa statystyczna analiza dyskryminacyjna, jak zauważa K. Jajuga⁷, polega na „przydzieleniu obiektów należących do tzw. próby rozpoznawanej do z góry zdefiniowanych klas, przy czym klasy te określone są na podstawie danych z przeszłości, zawartych w tzw. próbie uczącej”. Pomimo iż problematyka estymacji funkcji dyskryminacyjnych jest przedmiotem licznych opisów literaturowych (nie tylko

³ K. Jajuga, *Metody statystyczne w finansach*, Materiały StatSoft Polska, Kraków 2003, s. 14–16; Zgodnie z opinią autora, ogół metod statystycznych, umożliwiających określanie ryzyka niespłacenia przez dłużnika kredytu, można podzielić na dwie grupy: (1) modele niedotrzymania warunków (*default models*), „które mają za zadanie ocenę prawdopodobieństwa niedotrzymania warunków bądź przydzielenie ocenianego podmiotu do konkretnej klasy odzwierciedlającej możliwość niedotrzymania warunków przez ten podmiot” – w grupie tych modeli znajdują się w szczególności: metody scoringowe, metody analizy dyskryminacyjnej, metody sieci neuronowych; (2) modele rynkowe (*market models*), „które mają za zadanie oszacowanie straty wynikającej z możliwego niedotrzymania warunków”.

⁴ W przypadku jednowymiarowej analizy dyskryminacyjnej przeprowadzany jest (jak zauważają autorzy) test dychotomiczny, podczas którego dokonywana jest klasyfikacja obiektów na podstawie wartości jednej zmiennej.

⁵ Wielowymiarowa analiza dyskryminacyjna (najczęściej właśnie przy zastosowaniu tej metody estymowane są funkcje) pozwala na klasyfikację analizowanego obiektu do odpowiedniej klasy w wyniku analizy wielu jego atrybutów.

⁶ A. Hołda, B. Micherda, *Kontynuacja działalności jednostki i modele ostrzegające przed upadłością*, Wyd. KIBR, Warszawa 2007, s. 102–103.

⁷ K. Jajuga, *Metody statystyczne...*, *op.cit.*, s. 15.

w bibliografii anglojęzycznej), ale również w opracowaniach polskich ośrodków naukowo-badawczych, w realizowanych pracach związanych z tworzeniem różnych modeli prognozowania upadłości przedsiębiorstw autorzy napotykać na liczne problemy. Już na etapie gromadzenia materiału statystycznego, który na drodze dalszej analizy wyeksponuje te zmienne, które w istocie różnicują dwie próby badawcze⁸, może dojść do istotnych zniekształceń i błędów prowadzących w konsekwencji do obniżenia zdolności predykcyjnych (klasyfikacyjnych) estymowanej na ich podstawie postaci funkcji dyskryminacyjnej. Niereprezentatywność próby badawczej, brak właściwej eliminacji danych odstających (outliers⁹), zbyt duża korelacja¹⁰ pomiędzy zmiennymi egzogenicznymi wprowadzanymi do

⁸ Na etapie poprzedzającym wybór zmiennych do modelu dokonywany jest reprezentatywny bądź celowy dobór przedsiębiorstw, które stanowią próbę jednostek gospodarczych charakteryzujących się dobrą kondycją ekonomiczno-finansową oraz zbiór podmiotów gospodarczych, które zostały postawione w stan upadłości. Retrospektywna analiza (*ex post*) ich sprawozdań finansowych (za rok obrotowy poprzedzający sądowe ogłoszenie upadłości) będzie stanowiła punkt wyjściowy do zbudowania bazy danych dla tej grupy obiektów. Drugą grupę będą stanowiły jednostki o dobrej kondycji ekonomiczno-finansowej.

⁹ Dane istotnie różniące się od pozostałych (przyjmuje się, iż są to jednostki odchylające się o więcej niż ± 3 odchylenia standardowe od wartości średniej). Według P. Dittmann, E. Szabela-Pasierbińska, I. Dittmann, A. Szpulak, *Prognozowanie w zarządzaniu przedsiębiorstwem*, Wyd. Wolters Kluwer Polska Sp. z o.o., Kraków 2009, s. 41; „za obserwacje odstające uważa się obserwacje większe od $Q_3 + 1,5R_0$ lub mniejsze od $Q_3 - 1,5R_0$, zaś za ekstremalne – obserwacje większe od $Q_3 + 3R_0$ lub mniejsze od $Q_3 - 3R_0$, gdzie: Q_1 i Q_3 to dolny i górny kwartył szeregu czasowego, a R_0 – rozstęp międzykwartyłowy ($R_0 = Q_3 - Q_1$). *Outliers* stanowią tzw. jednostki nietypowe, których występowanie wynika (jak zauważa: M. Pęczkowski, *Analiza skupień*, w pracy zbiorowej red. E. Frączak, „Wielowymiarowa analiza statystyczna. Teoria – przykłady zastosowań z systemem SAS”, Wyd. SGH w Warszawie, Warszawa 2009, s. 145) z dwóch powodów: (1) pewne kategorie obiektów występujące w populacji nie są dostatecznie reprezentowane w próbie; (2) pewne kategorie obiektów rzadko występują w populacji i dlatego tylko niewielka ich liczba przypadkowo znalazła się w próbie. Najczęściej artykułowane jest wśród badaczy stanowisko, że dane takie należy „rozważnie” usuwać ze zbioru danych bazowych. Jednak są również autorzy, którzy podtrzymują zasadność ich wyodrębniania (*fixed points clusters*) w celu konstrukcji mierników (*breakdown points*), pozwalających na identyfikację nietypowych obiektów. Jeżeli tego typu wartości odstające można byłoby zaklasyfikować jako wartości charakterystyczne dla, np. wskaźników finansowych występujących w wybranym sektorze działalności przedsiębiorstw, oznaczałoby to, iż istnieje statystycznie istotne zróżnicowanie poziomu wskaźników finansowych w podmiotach z różnych sektorów, co umożliwiłoby w konsekwencji opracowanie odrębnych modeli dla przedsiębiorstw o różnym profilu działalności.

¹⁰ Zgodnie z T. Panek, *Statystyczne metody wielowymiarowej analizy porównawczej*, Wyd. SGH w Warszawie, Warszawa 2009, s. 277; „zmienne dyskryminacyjne nie są ze sobą skorelowane, a tym samym nie powielają informacji o badanych obiektach, przenosząc jednocześnie informacje zawarte w zmiennych wejściowych. Funkcje dyskryminacyjne są wyznaczane w taki sposób, aby maksymalizować stosunek zróżnicowania międzygrupowego zmiennych wejściowych do ich zróżnicowania wewnątrzgrupowego, czyli dążą do optymalnego podziału obiektów na grupy.

modelu *Z-Score*, czy w końcu brak czytelnego¹¹ opisu zastosowanej metodologii (dla przyszłych użytkowników modelu), to tylko nieliczne z wielu pułapek, jakie musi pokonać analityk (statystyk) na drodze estymacji funkcji dyskryminacyjnej. Nierespektowanie tych podstawowych założeń w konsekwencji osłabia zdolność klasyfikacyjną modelu oraz ogranicza (bądź całkowicie eliminuje) możliwości jego stosowania w praktyce.

Dobór próby badawczej

Dobór próby badawczej stanowi podstawę do dalszego właściwego wnioskowania statystycznego¹². Jak zauważa A. Feruś¹³, liczba badanych podmiotów nie powinna być zbyt mała¹⁴, ale też nie powinna stanowić zbyt dużej (wówczas czę-

¹¹ Pomimo iż mogłoby się wdawać, że autorzy modeli służących prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw doskonale zdają sobie sprawę z fundamentalnych zasad analizy finansowej, w wielu opracowaniach nie określają precyzyjnie sposobu obliczania wskaźników finansowych stanowiących wnętrza modeli dyskryminacyjnych. Istotnym problemem w takich analizach staje się właściwe obliczanie wskaźników opartych z jednej strony, na statycznych danych bilansowych (zasobowo-kapitałowych), z drugiej zaś strony na danych dynamicznych – pochodzących z rachunków zysków i strat (przedstawiających narastająco od początku roku obrotowego poszczególne kategorie przychodów, kosztów oraz realizowanych wyników). Zestawienie takich danych we wskaźnikach oznacza (z ekonomicznego oraz logicznego punktu widzenia) konieczność wprowadzania bilansowych wartości w ujęciu średniorocznym. Taka procedura obowiązuje przecież w analizie finansowej przedsiębiorstwa. Jednak niewielu autorów modeli dyskryminacyjnych zwraca uwagę na konieczność stosowania wartości uśrednianych. Rodzi się zatem pytanie o poprawność dokonywanych przy wykorzystaniu ich modeli obliczeń. Jeżeli zarówno obliczana wartość indeksu *Z-Score*, jak również sam *cut-off point* (wartość brzegowa modelu) podawane są niejednokrotnie w przybliżeniu do setnych, a nawet tysięcznych części ułamka, to równie istotne staje się określenie tego, jak autor na etapie gromadzenia danych wskaźnikowych dla zidentyfikowanych grup przedsiębiorstw posługiwał się poprawnym sposobem uwzględniania średniorocznych wartości bilansowych, czy też przyjmował je na moment zamknięcia ksiąg rachunkowych (w dniu zakończenia roku obrotowego). Jak się w praktyce okazuje, brak jasnych założeń metodologicznych może stanowić duży problem dla praktyków, chcących we właściwy sposób zastosować wybraną metodę punktowej oceny zdolności przetrwania przedsiębiorstwa na rynku.

¹² Wnioskowaniem statystycznym nazywamy dział statystyki zajmujący się problemami uogólniania wyników badania próby losowej na całą populację oraz szacowania błędów wynikających z takiego uogólnienia.

¹³ A. Feruś, *Zastosowanie metody DEA do określania poziomu ryzyka kredytowego przedsiębiorstw*, „Bank i Kredyt”, lipiec 2006, s. 48.

¹⁴ Zbyt mała liczebność próby może oznaczać niewłaściwe, przypadkowe i niereprezentatywne dla populacji podmiotów zaklasyfikowanie jednostek „zdrowych” do grupy podmiotów niewypłacalnych, bądź analogicznie określenie przedsiębiorstwa będącego *de facto* upadłym do grupy firm wypłacalnych. Miarami pozwalającymi oszacować sprawności i błędy klasyfikacyjne są: (1) sprawność i błąd I stopnia (SPI, BI), charakteryzujące poprawność / błąd klasyfikacji przedsiębiorstw uznanych *a priori* za „bankrutów”; (2) sprawność i błąd II stopnia (SPII, BII), które charakteryzują cząstkową sprawność modelu w odniesieniu do klasyfikacji podmiotów uznanych za wypłacalne. Szerzej: P. Antonowicz, *Metody oceny i prognoza kondycji ekonomiczno-finansowej przedsiębiorstw*, Wyd. ODDK, Gdańsk 2007, s. 38–39.

sto niejednorodnej) próby¹⁵. W odniesieniu do konstrukcji modeli *Z-Score* najczęściej przyjmuje się dobór próby, uwzględniający z jednej strony zgromadzenie danych dotyczących jednostek gospodarczych postawionych w stan upadłości¹⁶, z drugiej zaś – podmiotów im przeciwstawnych („zdrowych”), charakteryzujących się wypłacalnością. Dobrze jest dysponować możliwie dużą liczbą przypadków w obu grupach, gdyż poza próbą wykorzystywaną do estymacji funkcji będzie trzeba jej skuteczność poddać testom (na grupie innych jednostek, niż te które służyły jej opracowaniu). W literaturze przedmiotu spotkać można niemal wyłącznie modele konstruowane dla ogółu przedsiębiorstw (czasami autorzy dokonują podziału na jednostki P/H/U). Warto byłoby jednak uszczegółowić badania, decydując się na opracowanie oddzielnych modeli dla podmiotów należących do różnych sektorów gospodarki.

Dobór zmiennych do modelu dyskryminacyjnego

W analizie dyskryminacyjnej stosowane we wnętrzu funkcji zmienne ilościowe stanowi zbiór wytypowanych wskaźników finansowych, opartych najczęściej na danych bilansowych oraz danych pochodzących z rachunków zysków

¹⁵ Przyjęcie zbyt dużej próby uczącej może determinować niebezpieczeństwo braku homogeniczności jednostek wchodzących w jej skład. W takiej sytuacji może okazać się, że wskaźniki finansowe opisujące obie zbiorowości jednostek mogą na tyle odstawać w obu grupach, że trudno będzie ich obiektywny wybór jako najwłaściwszych predyktorów (zmiennych) wprowadzanych do modelu.

¹⁶ Warto w tym miejscu jednak zwrócić uwagę, iż wybór tych podmiotów w istocie jest bardzo skrajny. W 2007 roku udział jednostek upadłych w ogólnej liczbie podmiotów zlikwidowanych (wyrejestrowanych z REGON) wynosił 0,18%, podczas gdy w pierwszym półroczu 2008 r. wskaźnik ten jeszcze bardziej obniżył się, uzyskując poziom 0,16%. (Szerzej na ten temat: P. Antonowicz, *Upadłości przedsiębiorstw w Polsce w 2007 r. oraz w I połowie 2008 r.*, Wyd. Assembly, Nowy Sącz 2009). Dane te odzwierciedlają fakt, iż instytucja upadłości dotyczy bardzo niewielkiej grupy jednostek gospodarczych. Przykładowo liczba wyrejestrowanych z REGON osób fizycznych prowadzących działalność gospodarczą w 2007 roku wynosiła 225 633, podczas gdy w tym samym czasie zanotowano 78 procesów upadłościowych skierowanych do tej grupy jednostek gospodarczych. (Szerzej na ten temat: P. Antonowicz: *Aneks statystyczny. Upadłości przedsiębiorstw w Polsce w latach 2007–2008 oraz I–VI.2009 r.*, „Meandry upadłości przedsiębiorstw. Klęska czy druga szansa?”, (red.) E. Mączyńska, Wyd. SGH w Warszawie, Warszawa 2009, s. 433–445.)

i strat. Spośród poddanych przez autora analizie 39 różnych polskich modeli¹⁷ prognozowania upadłości przedsiębiorstw, najczęściej wykorzystywaną (60% modeli) zmienną egzogeniczną wprowadzaną do wnętrza polskich funkcji jest podstawowy wskaźnik płynności finansowej [AO/ZKT]¹⁸ oraz wskaźnik struktury finansowania majątku [Z/A]¹⁹, który występuje w 41% analizowanych modeli²⁰. Częstotliwość występowania dziewięciu najczęściej wykorzystywanych wskaźników finansowych w polskich modelach *Z-Score* została przedstawiona w tabeli 1, natomiast kształtowanie się ich średnich wartości w grupie²¹ przedsiębiorstw (P/H/U)²² na cztery lata przed ich upadłością oraz w grupie jednostek wypłacalnych²³ – przedstawia tabela 2²⁴. Jak zauważa M. Stamirowski ograniczenia analizy dyskryminacyjnej „polegają na niemożności bezpośredniego uwzględnienia informacji jakościowych w analizie. Analiza dyskryminacyjna jest szczególnie przydatna przy analizie informacji ilościowych, takich jak: coroczne sprawozdania finansowe firm (...)”²⁵

¹⁷ 1 – Z_H (A. Hołda); 2 – Z_M (E. Mączyńska); 3 – Z_{MP} (E. Mączyńska, A. Pogorzelski); 4 – Z_{PS} (M. Pogodzińska, S. Sojak); 5 – Z_{GS1} (J. Gajdka, T. Stos); 6 – Z_{GS2} (J. Gajdka, T. Stos); 7 – Z_{GS3} (J. Gajdka, T. Stos); 8 – Z_{GS4} (J. Gajdka, T. Stos); 9 – Z_{GS5} (GPW – J. Gajdka, T. Stos); 10 – Z_{DH1} (D. Hadasik); 11 – Z_{DH2} (D. Hadasik); 12 – Z_{DH3} (D. Hadasik); 13 – Z_{DH4} (D. Hadasik); 14 – Z_{DH5} (D. Hadasik); 15 – Z_{DW} (D. Wierzba); 16 – Z_{BP1} (B. Prusak); 17 – Z_{BP2} (B. Prusak); 18 – Z_{BP3} (B. Prusak); 19 – Z_{BP4} (B. Prusak); 20 – Z_{ADW} (D. Wędzki); 21 – Z_{BDW} (D. Wędzki); 22 – Z_{CDW} (D. Wędzki); 23 – Z_{DDW} (D. Wędzki); 24 – Z_{EDW} (D. Wędzki); 25 – Z_{SS} (P. Stępień, T. Strąk); 26 – Z_{SSM1} (P. Stępień, T. Strąk); 27 – Z_{SSM2} (P. Stępień, T. Strąk); 28 – Z_{SSM3} (P. Stępień, T. Strąk); 29 – Z_{MZ} (E. Mączyńska, M. Zawadzki); 30 – Z_{AS1} (D. Appenzeller, K. Szarzec); 31 – Z_{AS2} (D. Appenzeller, K. Szarzec); 32 – $Z_{INE PAN 1}$ (E. Mączyńska); 33 – $Z_{INE PAN 2}$ (E. Mączyńska); 34 – $Z_{INE PAN 3}$ (E. Mączyńska); 35 – $Z_{INE PAN 4}$ (E. Mączyńska); 36 – $Z_{INE PAN 5}$ (E. Mączyńska); 37 – $Z_{INE PAN 6}$ (E. Mączyńska); 38 – $Z_{INE PAN 7}$ (E. Mączyńska); 39 – Z_{HCP} (M. Hamrol, B. Czajka, M. Piechocki).

¹⁸ AO – aktywa obrotowe, ZKT – zobowiązania krótkoterminowe.

¹⁹ Z – zobowiązania ogółem ($Z = ZDT + ZKT$), A – aktywa ogółem ($A = AO + ATRW$).

²⁰ Szerzej na ten temat: P. Antonowicz: *Zmienne egzogeniczne funkcji dyskryminacyjnych w polskich modelach prognozowania upadłości przedsiębiorstw*, „Contemporary Issues in Economy”, red. A.P. Balcerzak, J. Boehlke, E. Rogalska, Wyd. Naukowe PTE w Toruniu, Toruń 2009, s. 37.

²¹ Grupę testową I stanowiła populacja (wszystkie podmioty) 89 upadłych jednostek gospodarczych na terenie województwa pomorskiego w latach 2003–2004.

²² Przedsiębiorstwa: P – produkcyjne; H – handlowe; U – usługowe.

²³ Grupę testową II stanowiło 119 przedsiębiorstw „zdrowych”, mających siedzibę działalności gospodarczej na obszarze województwa pomorskiego, które zostały wyłonione w rankingu Gazele Biznesu – Edycja 2004.

²⁴ Wszystkie obliczenia wskaźników w poszczególnych latach analizy w obu grupach poddanych badaniom przedsiębiorstw zostały wykonane przy zastosowaniu uśrednionych wartości bilansowych (wskaźniki oparte na danych zasobowo-kapitałowych zostały wyrażone w układzie średniorocznym). Po tak przeprowadzonych obliczeniach w dalszej kolejności zostały wyeliminowane wartości odstające (outliers), zaś pozostałe charakterystyczne dla badanych zbiorowości wartości zostały uśrednione dla wybranych lat analizy.

²⁵ M. Stamirowski, *Walidacja zaawansowanych metod wyliczania wymogów kapitałowych z tytułu ryzyka kredytowego i operacyjnego*, Dokument konsultacyjny DK/9/Walidacja Generalnego Inspektoratu Nadzoru Bankowego (Biuro Polityki Nadzorczej), Warszawa luty 2006, s. 71.

Tabela 1. Najczęściej występujące zmienne (wskaźniki finansowe) w polskich modelach prognozowania upadłości przedsiębiorstw

Lp.	Wskaźnik w modelu	Polskie modele scoringowe – prognozowania upadłości przedsiębiorstw																																					OGÓLEM				
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37		38	39		
1	AO / ZKT																																									23	
2	Z / A																																										16
3	P / A																																									12	
4	WFN / A																																									11	
5	Wop / A																																									11	
6	[WFN + Am] / Z																																									9	
7	KW / A																																									8	
8	[NAL x 365] / P																																									7	
9	[ZAP x 365] / P																																									7	
OGÓLEM (liczba zmiennych w modelu)		5	6	4	2	5	5	5	4	4	7	6	4	7	4	4	3	3	4	4	2	2	5	3	4	3	3	2	4	6	5	11	11	9	8	7	5	4	4	-			

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 2. Średnie wartości najczęściej wykorzystywanych w polskich modelach Z-Score wskaźników finansowych w danych okresach

Lp.	Xi Wskaźniki użyte do konstrukcji modeli Z-score:	ŚREDNIE WARTOŚCI WSKAŹNIKÓW W POSZCZEGÓLNYCH OKRESACH SPRAWOZDAWCZYCH:																	
		PRZEDSIĘBIORSTWA POSTAWIONE W STAN UPADŁOŚCI (89 podmiotów z województwa pomorskiego postawionych w stan upadłości w latach 2003–2004)												PRZEDSIĘBIORSTWA NIE ZAGROŻONE UPADŁOŚCIĄ (119 podmiotów – Gazele Biznesu)					
		PRODUKCYJNE				HANDLOWE				USŁUGOWE				P		H		U	
		U(P)i-4	U(P)i-3	U(P)i-2	U(P)i-1	U(H)i-4	U(H)i-3	U(H)i-2	U(H)i-1	U(U)i-4	U(U)i-3	U(U)i-2	U(U)i-1	D(P)i0	D(P)i1	D(H)i0	D(H)i1	D(U)i0	D(U)i1
1	AO/ZKT	1,00	0,93	0,88	0,69	0,94	0,94	0,90	0,72	1,47	1,15	0,93	0,74	b.d.	1,85	b.d.	1,41	b.d.	1,83
2	Z/A	0,85	0,90	0,95	1,14	1,10	1,06	0,97	1,21	0,79	0,83	1,01	1,32	b.d.	0,51	b.d.	0,66	b.d.	0,50
3	P/A	1,94	1,88	2,04	1,31	2,52	3,00	2,87	2,17	1,96	2,37	1,97	1,11	b.d.	1,87	b.d.	3,02	b.d.	2,60
4	WFN/A	-0,10	-0,05	-0,15	-0,27	-0,07	-0,06	-0,11	-0,35	0,07	-0,04	-0,13	-0,39	b.d.	0,08	b.d.	0,08	b.d.	0,15
5	WOp/A	-0,06	0,01	-0,06	-0,20	-0,04	-0,03	-0,07	-0,32	0,12	-0,06	-0,12	-0,32	b.d.	0,12	b.d.	0,15	b.d.	0,21
6	(WFN+AM)/Z	-0,05	-0,03	-0,10	-0,23	-0,04	-0,05	-0,08	-0,24	0,12	0,04	-0,10	-0,24	b.d.	0,57	b.d.	0,28	b.d.	0,63
7	KW/A	0,14	0,12	0,10	-0,11	-0,10	-0,05	0,03	-0,22	0,22	0,20	0,02	-0,36	b.d.	0,49	b.d.	0,37	b.d.	0,50
8	(NKT x 365)/P	62,90	69,45	86,49	133,32	86,03	58,73	65,46	193,57	77,35	100,76	92,79	162,01	b.d.	54,96	b.d.	60,01	b.d.	56,84
9	(ZAP x 365)/P	49,41	47,94	43,62	62,85	56,02	50,26	53,14	64,06	60,04	21,60	25,60	74,21	b.d.	35,03	b.d.	33,17	b.d.	14,38

Źródło: obliczenia własne.

Budowa modelu dyskryminacyjnego – krokowa analiza dyskryminacyjna

Cheąc oszacować model na podstawie uprzednio dobranej próby, a także w oparciu o zgromadzone dane charakterystyczne dla obu grup przedsiębiorstw możemy posłużyć się dwoma metodami estymacji funkcji: postępującą²⁶ analizą krokową, lub wsteczną²⁷ analizą krokową²⁸.

Ocena sprawności klasyfikacyjnych funkcji dyskryminacyjnej

Jedną z najczęściej stosowanych metod oceny jakości predykcji (zdolności klasyfikacyjnych) modeli prognozowania upadłości przedsiębiorstw jest macierz klasyfikacji przedsiębiorstw²⁹, której postać została przedstawiona w tabeli 3.

²⁶ Przy zastosowaniu programu STATISTICA możemy wykorzystać jego użyteczność, budując model krok po kroku, „program będzie przeglądać wszystkie zmienne i oceniać, która najbardziej przyczynia się do dyskryminacji grup”. Ta właśnie zmienna zostaje wówczas wprowadzona do modelu i program rozpoczyna dobór kolejnych zmiennych.

²⁷ Analiza wsteczna oznacza włączenie do modelu na wstępie wszystkich zmiennych i stopniowe eliminowanie z ich grupy w kolejnych krokach zmiennych najmniej istotnych dla dyskryminacji obu grup przedsiębiorstw.

²⁸ Szerzej na ten temat: *STATISTICA PL dla Windows (Tom III): Statystyki II*, Wyd. StatSoft, Kraków 1997, s. 3065–3103, a także: <http://www.statsoft.pl/textbook/stdiscan.html> (data weryfikacji na dzień: 20.12.2009).

²⁹ Jakość konstruowanych funkcji, nazywana również sprawnością modelu, bądź zdolnością dyskryminacyjną określana jest w następujących kategoriach: (1) sprawność I stopnia (SPI) i błąd pierwszego stopnia (BI), charakteryzujące poprawność klasyfikacji przedsiębiorstw uznanych a priori za „bankrutów”, (2) sprawność II stopnia (SPII) i błąd II stopnia (BII), które charakteryzują cząstkową sprawność modelu w odniesieniu do klasyfikacji przedsiębiorstw uznanych za „wypłacalne”. Przedstawione w tabeli 3 wzory cząstkowych sprawności oraz błędów modeli oparte są o następujące zagregowane wielkości: P1 – liczba „bankrutów” zaklasyfikowana do grupy przedsiębiorstw upadłych (prawda); NP1 – liczba „bankrutów” zaklasyfikowana do grupy przedsiębiorstw niezagrożonych upadłością (fałsz); P2 – liczba przedsiębiorstw „zdrowych” zaklasyfikowana do grupy przedsiębiorstw niezagrożonych upadłością (prawda); NP2 – liczba przedsiębiorstw „zdrowych” zaklasyfikowana do grupy przedsiębiorstw upadłych (fałsz).

Tabela 3. Metodologia konstrukcji macierzy klasyfikacji przedsiębiorstw

Wyszczególnienie	Rzeczywista przynależność przedsiębiorstw do grupy „bankrutów”	Rzeczywista przynależność przeds. do grupy podmiotów niezagrażonych upadłością
Prognozowana liczba bankrutów (dla t-1)	P1 (PRAWDA)	NP2 (FAŁSZ)
Prognozowana liczba przedsiębiorstw niezagrażonych upadłością (dla t-1)	NP1 (FAŁSZ)	P2 (PRAWDA)
– SPRAWNOŚĆ I STOPNIA	$SPI = P1 / [P1 + NP1] \times 100\%$	
– BŁĄD I STOPNIA	$BI = NP1 / [P1 + NP1] \times 100\%$	
– SPRAWNOŚĆ II STOPNIA	$SPII = P2 / [P2 + NP2] \times 100\%$	
– BŁĄD II STOPNIA	$BII = NP2 / [P2 + NP2] \times 100\%$	
– SPRAWNOŚĆ OGÓLNA Z PRÓBY	$SP = [P1 + P2] / [P1+NP1+P2+NP2] \times 100\%$	
– BŁĄD OGÓLNY Z PRÓBY	$B = [NP1 + NP2] / [P1+NP1+P2+NP2] \times 100\%$	
– ŚREDNIA SPRAWNOŚĆ OGÓLNA	$\acute{S}SP = (SPI + SPII) / 2$	
– ŚREDNI BŁĄD OGÓLNY	$\acute{S}B = (BI + BII) / 2$	

Źródło: B. Prusak: *Nowoczesne metody prognozowania zagrożenia finansowego przedsiębiorstw*, Wyd. Difin, Warszawa 2005, s. 68; za: P. Antonowicz, *Metody oceny i prognoza kondycji ekonomiczno-finansowej przedsiębiorstw*, Wyd. ODDK, Gdańsk 2007, s. 38.

Podsumowanie

Analiza dyskryminacyjna stanowi atrakcyjną metodę klasyfikacji podmiotów, która z powodzeniem może być i jest wykorzystywana w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw. Jednak o efektywności i praktycznych możliwościach stosowania konstruowanych funkcji decyduje zarówno właściwy dobór przedsiębiorstw, jak i zmiennych je charakteryzujących, jak również właściwy dobór jednej z wielu alternatywnych funkcji do badanego przez nas podmiotu. Należy bowiem pamiętać, iż model ten będzie tym skuteczniejszy, im bardziej zbliżone jest analizowane przez nas przedsiębiorstwo do grupy podmiotów służących estymacji funkcji. Ocena przedsiębiorstwa przy zastosowaniu opisanej w artykule metody może być jedynie uzupełnieniem wniosków płynących z szerszej analizy jednostki, która powinna również uwzględniać informacje o charakterze jakościowym.

**THEORY AND PRACTICAL ASPECTS OF DISCRIMINATORY
INSOLVENCY (BANKRUPTCY) MODELS ESTIMATIONS****Summary**

The main aim of the article is to present a theory and some practical aspects of using discriminant analysis to determine which variables discriminate between two or more naturally occurring groups. The research proves that described models are one of procedure of company credit risk forecasting.

Translated by Pawel Antonowicz