Katarzyna Kuś

Oczekując nieoczekiwanego - Paradoks Niespodziewanego Testu

Filozofia Nauki 12/2, 49-67

2004

Filozofia Nauki
Rok XII, 2004, Nr 2(46)

Katarzyna Kuś

Oczekując nieoczekiwanego — próby rozwiązania Paradoksu Niespodziewanego Testu

— Czy rozwiązałaś już zagadkę? — zapytał Kapelusznik, zwracając się ku Alicji.
— Nie, poddaję się — odparła Alicja. — Jak brzmi odpowiedź?
— Nie mam o niej żadnego wyobrażenia — powiedział Kapelusznik.
— Ani ja — powiedział Marcowy Zając.
Alicja westchnęła ze zniechęceniem. — Myślę, że moglibyście lepiej spędzać czas, a nie marnotrawić go, stawiając zagadki, na które nie ma odpowiedzi.

Lewis Carroll, *Przygody Alicji w Krainie Czarów*

1. PARADOKS

Nauczyciel postanowił przeegzaminować swoich uczniów. Zapowiadając im test, powiedział, że:

[A] w jednym z dni przyszłego tygodnia (od poniedziałku do piątku) odbędzie się dokładnie jeden test

oraz, że:

[B] dzień, w którym odbędzie się test, będzie niespodziewany w tym sensie, że nie będzie można wydedukować z [A] i [B], kiedy się on odbędzie.

Uczniowie argumentują w ten sposób: przypuśćmy, że test ma odbyć się w piątek, ostatniego z możliwych dni. Będziemy wiedzieli o tym już w czwartek po lekcjach (ze względu na [A]) i test nie będzie dla nas niespodziewany (pogwałcenie [B]). Stąd musimy wykluczyć, że test może zostać przeprowadzony w piątek, więc ostatnim możliwym dniem, w którym może się odbyć, jest czwartek. Jeżeli jednak test ma się odbyć we czwartek, będziemy już o tym wiedzieli we środę po lekcjach na podstawie tego, że [A] i tego, że jeżeli test nie może się odbyć w piątek, to czwartek jest ostatnim z możliwych dni. Tak więc musimy wykluczyć możliwość przeprowadzenia testu również we czwartek, a ostatnim z możliwych dni, w którym nauczyciel może zrobić test, jest środa.

Każdy dzień tygodnia może być w ten sposób wyeliminowany i w konsekwencji nauczyciel nie może przeprowadzić niespodziewanego testu w zapowiedzianym przez siebie tygodniu.

W roku 1951 Scriven (Scriven 1951) zauważył, że gdyby jednak nauczyciel przeprowadził test na przykład we środę, byłby on zupełnie niespodziewany dla uczniów i tym sposobem zostałyby spełnione oba warunki ([A] i [B]) nałożone na test.

Paradoks powstaje, gdyż można dojść do sprzecznych wniosków:

1. [A] i [B] nie wykluczają się logicznie;
2. [A] i [B] wykluczają się.

2. WSTĘP

Choć zaproponowano niemal tyle rozwiązań, ile powstało prac na ten temat, od ponad pięćdziesięciu lat Paradoks Niespodziewanego Testu[1] nie został rozstrzygnięty w sposób satysfakcjonujący przynajmniej znaczną część badaczy.

Przedstawione w ciągu ponad pięćdziesięciu lat analizy i rozwiązania rozpatruję (nie roszcząc sobie pretensji ani do podziału wyczerpującego, ani do rozłącznego) w następujących grupach:

1. Paradoks powstaje przez samo wygłoszenie zapowiedzi;
2. Przesłanka [A] jest sprzeczna z przesłanką [B];
3. Istota paradoksu tkwi w samozwrotności przesłanki [B];
4. Uczniowie popełniają błąd eliminując piątek;
5. Paradoks wynika z ekwiwokacji;
6. Rozwiązanie wymaga użycia logiki nieklasycznej (modalnej lub wielowartościowej);
7. Paradoks można zanalizować w kontekście problemów mechaniki kwantowej;
8. Paradoks związany jest z „antynomiami czasu".

[1] Oprócz najczęściej pojawiającej się wersji — „Unexpected examination" (Shaw 1958) — używane są również nazwy: „Class A Blackout" (O'Connor 1948), „Prediction paradox" (Weiss 1952), „Condemned man" (Quine 1953), „Hand of Cards" (Lyon 1959), „Unexpected egg" (O'Beirne 1961).

3. PRÓBY ROZWIĄZANIA PARADOKSU

3.1. Paradoks powstaje przez samo wygłoszenie zapowiedzi

W roku 1948 na marginesie rozważań o paradoksach pragmatycznych po raz pierwszy został opisany Paradoks Niespodziewanego Testu. Analizowany był bez dostrzeżenia pełni swojej struktury antynomicznej, bez uwzględnienia faktu, że gdyby rzeczywiście nauczyciel zechciał przeprowadzić test któregoś dnia tygodnia, nie byłoby to do przewidzenia przez uczniów — jednocześnie zostałyby spełnione oba nałożone na niego warunki. Rozważania zawarte w tym rozdziale mają więc głównie historyczne znaczenie, nie będąc przyczynkiem do rozwiązania paradoksu. O'Connor (O'Connor 1948) twierdzi, że definicja niespodziewanego testu nie jest obarczona żadnym logicznym błędem w tym sensie, że zachodzi sprzeczność (wykluczanie się) między poszczególnymi warunkami testu. Definicja jest natomiast pragmatycznie samoobalająca się. Niespodziewany test jest w ten sposób zdefiniowany, że jego publiczna zapowiedź sprawia, że nie może się odbyć. W tym rozumieniu Paradoks Niespodziewanego Testu może być przyrównany do problemów, jakie pociąga za sobą wygłoszenie zdania: „Nie mówię teraz". Jego prawdziwość jest zależna jedynie od sposobu, w jaki się je wyrazi (zdanie to tylko pomyślane lub napisane jest całkowicie prawdziwe). Z poglądem tym zgadza się Cohen (Cohen 1950), zauważa jednak, że istnieją dwa rodzaje paradoksów pragmatycznych. Pierwsze oparte są na „egocentrycznym uszczegółowieniu",[2] jak w przypadku zdania „Nie mówię teraz", oraz na samozwrotności. Jedynym znanym przypadkiem pragmatycznej antynomii drugiego rodzaju opartej wyłącznie na samozwrotności jest Paradoks Niespodziewanego Testu.[3] Istnieją natomiast dwie możliwości uniknięcia paradoksu. Nauczyciel powinien nie wygłaszać głośno zapowiedzi lub zapowiedzieć, że test będzie niespodziewany, chyba że odbędzie się w piątek.

W związku z wyraźną różnicą między paradoksami pragmatycznymi a Paradoksem Niespodziewanego Testu, Alexander (Alexander 1950) proponuje oderwanie go od problemów pragmatyki, co zostaje poparte w kolejnym artykule przez O'Connora (O'Connor 1951).

---

[2] B. Russell, *Egocentric particulars* [w:] *The Inquiry into Meaning and Truth*, London 1951, George Allen and Unwin, s. 108-115.

[3] Późniejsi autorzy zajmujący się pragmatycznymi paradoksami znaleźli inne, nie mające egocentrycznego uszczegółowienia, ale różniące się w znaczny sposób od Paradoksu Niespodziewanego Testu np.: „Nikt nic nie mówi" lub „Nie istnieją zdania". (Ebersole, F.B., *The definition of 'pragmatic paradox'*, Mind, **62**, 1953, 80-85).

3.2. Przesłanka [A] jest sprzeczna z przesłanką [B]

Alexander (Alexander 1950)[4] twierdzi, że w definicji niespodziewanego testu istnieje sprzeczność, przy czym nie wyjaśnia, skąd się ona bierze. Stwierdza jedynie, że w rzeczywistości zapowiedź „W przyszłym tygodniu odbędzie się niespodziewany test" jest równoznaczna ze zdaniem: „Jeśli warunki niespodziewanego testu mogą być dotrzymane, to taki test odbędzie się". Takie postawienie sprawy nie sprawia większych problemów niż jakiekolwiek inne zdanie warunkowe w okresie nierzeczywistym.

Sprzeczności w zdaniach [A] i [B] dopatruje się również F. B. Fitch (Fitch 1964). Według niego też, przy odpowiednim sformułowaniu, istnieje analogia między paradoksem a Gödlowskim twierdzeniem o nierozstrzygalności pewnych twierdzeń arytmetyki. Wykazuje to poprzez arytmetyzację (w stylu Gödla) teorii, w której [A] i [B] są przesłankami. Postuluje sformułowanie paradoksu w języku arytmetyki, wykluczając wszelkie pojęcia epistemologiczne i pragmatyczne. Przy takim ujęciu zapowiedź niespodziewanego testu okazuje się sprzeczna (przesłanka [A] wyklucza się z przesłanką [B]).

J. A. Wright (Wright 1967), aby wykazać sprzeczność, proponuje uściślenie przesłanki [A], która jego zdaniem jest jednoznaczna ze stwierdzeniem, że istnieje taki zbiór skończony i niepusty dni, w których test może się odbyć, i wszystkie dni tygodnia są możliwe dla jego realizacji. Na podstawie przesłanki [B] można wyeliminować ostatni dzień, a więc zakłada się, że nie każdy dzień jest możliwy. Jest to sprzeczne z [A].

3.3. Istota paradoksu tkwi w samozwrotności przesłanki [B]

Shaw (Shaw 1958) stawia tezę, iż istota rozważanego paradoksu tkwi w samozwrotności warunku [B] (a więc gruncie rzeczy jest on z tej samej rodziny, co paradoks kłamcy). Twierdzi, że jeżeli sprecyzuje się, iż „nie będzie można wydedukować, kiedy odbędzie się test" to tyle, co „nie być w stanie go przewidzieć (pod warunkiem, że jego warunki będą dopełnione)" to, o ile warunki testu są poprawnie sformułowane, znaczenie to nie powinno prowadzić do sprzeczności. Biorąc pod uwagę tak uściślone warunki, powinniśmy otrzymać logiczną strukturę, w której [A] i [B] działają jako aksjomaty, a poprawnie wyciągnięte wnioski muszą być prawdziwe.

Aby wykazać samozwrotność paradoksu, Shaw rozważa przeformułowanie warunku [B] jako:

[B_1] dzień, w którym odbędzie się test, będzie niespodziewany w tym sensie, że nie będzie można wydedukować z [A], kiedy się on odbędzie.

---

[4] Artykuł również napisany przed odkryciem prawdziwej antynomiczności paradoksu.

Warunki [A] i [B_1] wykluczają ostatni dzień tygodnia jako możliwy (piątek gwałciłby [B_1]), ale każdego innego dnia tygodnia test mógłby się odbyć, nie łamiąc ani warunku [A], ani [B_1]. Przy takim sformułowaniu warunków testu nie otrzymujemy paradoksalnego rezultatu i w każdy dzień oprócz ostatniego test może się odbyć.

Przypuśćmy teraz, że dodajemy jeszcze jeden warunek:

[C] test odbędzie się takiego dnia tygodnia, że nie będzie możliwe dla uczniów wydedukowanie z warunków [A] i [B_1], kiedy test odbędzie się.

Warunki [A], [B_1] i [C] wykluczają zarówno dzień ostatni (piątek), jak i przedostatni (czwartek). Ponieważ, jeżeli test nie odbył się aż do dnia przedostatniego, to uczniowie mogą wydedukować z warunku [A], że odbędzie się jednego z dwóch pozostałych dni, a z warunku [B_1], że nie może odbyć się dnia ostatniego, a więc z warunków [A] i [B_1], że odbędzie się w czwartek. To rozumowanie gwałci [C], co jest jednoznaczne ze stwierdzeniem, że żaden z dwóch ostatnich dni tygodnia nie jest możliwym dniem testu. Jednakże przy tych warunkach jakikolwiek inny dzień byłby satysfakcjonujący. Jeżeli tydzień miałby jedynie dwa dni, to wtedy te trzy warunki — jako sprzeczne — prowadziłyby do absurdu. Można by utworzyć analogiczną koniunkcję warunków [A], [B_1], [C] ... [F], która dotyczyłaby całego tygodnia. Przy takim sformułowaniu problemu uczniowie każdego dnia przewidując test, korzystają z innego zbioru warunków (np. dla wyeliminowania czwartku są to warunki [A], [B_1] i [C], a dla eliminacji wtorku [A], [B_1], [C], [D] i [E]). Przy takim rozumowaniu żaden dzień nie mógłby spełniać nałożonych warunków, ale też i nie powstaje sytuacja paradoksalna.

Oryginalny paradoks powstaje jednak przez dodanie do warunku [A] warunku [B]. Jest więc jasne, że źródło paradoksu leży w samozwrotności warunku [B].

Argumentacja Shawa spotkała się z krytyką. Przede wszystkim zauważono (Lyon 1959), że sama samozwrotność nie może tłumaczyć, skąd bierze się paradoks.[5] Można bowiem utworzyć wiele poprawnych zdań samozwrotnych, których wartość logiczną można jednoznacznie stwierdzić. Na przykład zdanie: „To zdanie napisał Kot z Cheshire" jest nie tylko samozwrotne, lecz także ewidentnie fałszywe.

Najostrzej, starając się wykazać błąd logiczny w argumentacji, zaatakował Shawa Nerlich (Nerlich 1961). Udowadniał, że już samo jego rozumowanie pokazuje, że w gruncie rzeczy samozwrotna struktura paradoksu jest nieistotna. Korzystając z rozumowania Shawa, można uzyskać ten sam paradoks bez formułowania warunku samozwrotnego. Nie prawdą przy tym jest, że komplet warunków [A], [B_1], [C] do [F] nie prowadzi do paradoksu, a test nie może się po prostu odbyć tak, aby jego warunki nie zostały złamane. Nerlich wykazuje, że jeżeli test odbyłby się np. we środę, to ża-

---

[5] Krótkie przeglądy argumentacji Shawa i Lyona podaje Bennet (Bennet 1965). Według niego twierdzenie Shawa o naturze samozwrotnej jako źródle paradoksu w ogóle nie zostało uzasadnione. O argumentacji Benneta por. J. Bosch (Bosh 1972).

den z warunków [A], [B_1], [C] do [F] nie zostałby złamany, a jednocześnie nie byłoby żadnej możliwości wydedukowania, że test odbędzie się akurat tego dnia. Byłby więc niespodziewany. Mimo pozbycia się samozwrotności paradoks pozostaje.

Z drugiej strony Kaplan i Montague (Kaplan, Montague 1960) pokazali kilka sposobów sformalizowania rozważań Shawa. Część z nich prowadzi do sprzeczności w tym sensie, że zapowiedzi, iż test odbędzie się i będzie jednocześnie niespodziewany, nie mogą być jednocześnie prawdziwe, część zaś do paradoksu, w którym zarówno nauczyciel, jak i uczniowie mają rację. Najważniejszym wynikiem dokonanych operacji wydaje się podanie twierdzenia analogicznego do twierdzenia Tarskiego o niedefiniowalności prawdy[6] (dołączenie formuły spełnianej przez wszystkie zdania prawdziwe w teorii i tylko takie zdania, powoduje, że teoria nie jest niesprzeczna). Otóż dołączenie do niesprzecznej teorii następujących formuł zdaniowych, formalizujących pojęcie „K wie, że p" (K [„p"]):

1. K[„p"] $\rightarrow$ p,
2. K[„K[„p"] $\rightarrow$ p"],
3. („q" jest konsekwencją „p" $\wedge$ K[„p"]) $\rightarrow$ K[„q"],

powoduje, że teoria przestaje być niesprzeczna. Zgodnie z argumentacją autorów rozumowanie uczniów opiera się na wszystkich trzech powyższych aksjomatach.[7]

Podobną analizę przedstawia Sainsbury (Sainsbury 1997), twierdząc wbrew m.in. Ayerowi (zob. 3.4.), że przyjęcie, iż uczniowie wiedzą, że odbędzie się niespodziewany test spełniający warunki [A] i [B], prowadzi do sprzeczności. Mimo że rozpatruje paradoks sformułowany bez samozwrotności, nie definiując ściśle, co znaczy, że test jest „niespodziewany", to jednak jego rozumowanie może być również poprawne przy oryginalnym ujęciu warunku [B]. Przy zredukowaniu możliwych dni testu do dwóch ([A_s] — odbędzie się dokładnie jeden test we czwartek lub piątek) wprowadza następujące formuły:

C — test odbędzie się we czwartek,
P — test odbędzie się w piątek,
K(.) — uczniowie wiedzą, że (.),
K_C (.) — uczniowie wiedzą we środę wieczorem, że (.),
K_P (.) — uczniowie wiedzą we czwartek wieczorem, że (.),

Za ich pomocą można dowieść sprzeczności w założeniu, że uczniowie wiedzą, że odbędzie się test:

1.	Załóżmy, że K([A_s] $\wedge$ [B])	
2.	Załóżmy, że nie C	
3.	K_P (nie C)	(2)
4.	jeżeli nie C to P	(z [A_s])

[6] Zob. A. Tarski, *Pojęcie prawdy w językach nauk dedukcyjnych*, Prace Towarzystwa Naukowego Warszawskiego Wydział III Nauk Matematyczno–Fizycznych, nr 34, Warszawa 1933, przedruk w: A. Tarski *Pisma logiczno–filozoficzne t. 1 Prawda*, Warszawa 1995, PWN, s. 133 nn.

[7] Krótki przegląd argumentacji D. Kaplana i R. Montague'a podaje J. Cargile (Cargille 1965).

5.	K_P (jeżeli nie C to P)	(z założenia 1)
6.	K_P (P)	(z 3 i 5)
7.	jeżeli K_P (P) to nie ($[A_s] \wedge [B]$)	(z definicji $[A_s] \wedge [B]$)
8.	jeżeli nie ($[A_s] \wedge [B]$) to nie K ($[A_s] \wedge [B]$)	(tylko prawdę można wiedzieć)
9.	jeżeli K_P (P) to nie K($[A_s] \wedge [B]$)	(z 7 i 8)
10.	C (ponieważ nie T)	(1, 6 i 9)
11.	K_C (C)	(z 10)
12.	jeżeli K_C(C) i C to nie ($[A_s] \wedge [B]$)	(z definicji $[A_s] \wedge [B]$)
13.	nie ($[A_s] \wedge [B]$)	(z 10, 11 i 12)
14.	jeżeli nie ($[A_s] \wedge [B]$) to nie K($[A_s] \wedge [B]$)	(tylko prawdę można wiedzieć)
15.	nie K($[A_s] \wedge [B]$)	(z 13 i 14)

sprzeczność z 1.

Po przeprowadzeniu tego rozumowania autor stwierdza, że być może nie ma nic paradoksalnego w otrzymanych wnioskach — jednak tylko dopóki nie przyjmie się założenia, że uczniowie wiedzą, iż niespodziewany test na pewno odbędzie się.

Margalit i Bar–Hillel (Margalit, Bar-Hillel 1983) rozróżniają dwa sposoby rozumienia paradoksu. Pierwszy dotyczy sytuacji, kiedy zapowiedzi [A] i [B] są „aksjomatami teorii" i z nich wyprowadzane są logiczne wnioski. Teoria ta jest wówczas sprzeczna i paradoks jest analogiczny do antynomii kłamcy (do podobnych wniosków dochodzi Windt (Windt 1973)). Z drugiej strony [A] i [B] mogą być potraktowane jako obietnice, których wypowiedzenie uniemożliwia spełnienie się, co jest nawiązaniem do paradoksów pragmatycznych O'Connora. Podobnie ujęli ten problem Kaplan i Montague (Kaplan, Montague 1960) stwierdzając, że nie jest możliwa wiedza o prawdziwości zdań dotyczących przyszłości, jeśli nie są one analityczne. Warunki [A] i [B] mogą być jedynie zdaniami syntetycznymi, a więc nie można zakładać ich bezwzględnej prawdziwości. Paradoks bierze się z potraktowania zdań syntetycznych o przyszłości, jakby były analityczne. To rozwiązanie prowadzi do rozwiązania Quine'a (Quine 1953) (por. 3.4).

Problem samozwrotności w Paradoksie Niespodziewanego Testu był inspiracją dla Gardnera (Gardner 1962) i Poppera (Popper 1962) do sformułowania nowego typu paradoksów samozwrotnych (analogicznych do paradoksu kłamcy[8] i Visiting Card Paradox[9]) opartych podobnie jak Paradoks Niespodziewanego Testu na przewidywaniu pewnych zdarzeń.

---

[8] Zob. (Quine 1962).

[9] Na stronie A kartki umieszczony jest napis „Zdanie na stronie B jest prawdziwe", a na stronie B umieszczone jest napis „Zdanie na stronie A jest fałszywe" por. (Gardner 1963).

3.4. Uczniowie popełniają błąd eliminując piątek

Pierwszą osobą, która próbowała rozwiązać paradoks wskazując błąd w argumentacji uczniów, był Quine (Quine 1953). Zauważył, że jeśli uczniowie konkludują, iż test nie może się w ogóle odbyć i to jest ten wniosek, który przyjmują, to tak naprawdę od początku musieli brać go pod uwagę. Uczniowie powinni więc rozważyć cztery możliwości:

p — test odbędzie się w czwartek lub wcześniej,

q — test nie odbędzie się do czwartku ani w czwartek i uczniowie będą w stanie przewidzieć w czwartek wieczorem, że odbędzie się w piątek (q łamie [B]),

r — test odbędzie się w piątek i będzie gwałcić [B],

s — test odbędzie się w piątek przy zachowaniu [A] i [B].

Tymczasem uczniowie stosując *modus tollendo ponens* doszli do wniosku, że p:

$$\{(p \vee q) \wedge \sim q\} \rightarrow p.$$

Podobny błąd uczniowie popełnili na każdym kolejnym etapie swojego rozumowania. Poprawne rozumowanie natomiast powinno wychodzić od p/s, a ponieważ te przesłanki nie kłócą się ani z [A], ani z [B], nie można żadnej z nich wykluczyć. Quine tłumaczy również, na jakich zasadach można uznać przesłankę s. Jeżeli do czwartku wieczorem test się nie odbył, to uczniowie stają przed alternatywą, że albo test odbędzie się w piątek i będzie przewidywalny (pogwałcenie [B]), albo test nie odbędzie się w danym tygodniu (pogwałcenie [A]). Ponieważ uczniowie nie są w stanie przewidzieć, który z warunków nie zostanie dotrzymany, test, nawet jeśli odbędzie się w piątek, będzie niespodziewany. Dokładnie na tym samym argumencie swoje rozwiązanie opierają Chapman i Butler (Chapman, Butler 1965).

Do podobnych wniosków dotyczących możliwości przeprowadzenia testu w piątek dochodzą O'Beirne (O'Beirne 1961a, 1961b), Sharpe (Sharpe 1965), Slater (Slater 1964) i Austin (Austin 1979). Ten ostatni argumentuje, że jeżeli uczniowie dochodzą we czwartek wieczorem jednocześnie do wniosku k, że test odbędzie się w piątek (zgodnie z [A], ale gwałcąc [B]) i wniosku ~k, że nie może odbyć się w piątek (zgodnie z [B], ale gwałcąc [A]) to, zgodnie z prawem Dunsa Szkota $\{(k \wedge \sim k) \rightarrow z\}$, uczniowie mogą wysnuć jakąkolwiek konkluzję. Jeżeli każdy wniosek może być w ten sposób uzasadniony, to nie ma żadnej gwarancji, że ostateczne wnioski będą prawdziwe.

W wielu późniejszych artykułach (m.in.: (Medlin 1964, Edman 1974, Champlin 1976) zarzucano Quine'owi zmianę paradoksu poprzez zastąpienie pierwotnego znaczenia słowa „niespodziewany" w sensie: „taki, którego nie będzie można wydedukować z [A] i [B]", na „taki, że uczniowie nie będą w stanie wydedukować, który warunek zostanie złamany".

Wśród krytyków rozwiązania Quine'a znalazł się również Ayer (Ayer 1973). Po pierwsze pokazuje on, że rozumowanie to nie usuwa paradoksu. Formułuje on rozwiązanie Quine'a jako przekształcenie przesłanki [B] w:

[b] dzień, w którym odbędzie się test, jeśli w ogóle się odbędzie, będzie niespodziewany w tym sensie, że nie będzie można wydedukować z [A] i [b], kiedy się odbędzie.

Paradoksalność takiego sformułowania polega na tym, że test taki nie może się odbyć. W piątek rano uczniowie są postawieni w sytuacji, gdy test może się nie odbyć w ogóle (test, zgodnie z sugestią Quine'a, nie odbywa się w ogóle), albo, jeżeli ma się odbyć, nie będzie niespodzianką, bo jest to ostatnia możliwość. Czyli to rozumowanie wyklucza piątek. Pozostałe dni można wykluczyć na tej samej zasadzie, co w oryginalnym sformułowaniu paradoksu.[10]

Po drugie Ayer starał się uzyskać takie przeformułowanie paradoksu, aby wykluczyć możliwość, że test nie odbędzie się w ogóle. Proponuje przyjąć dodatkowy warunek, który zakładałby, że test odbędzie się na pewno. Przedstawia go w obrazowy sposób, umieszczając w klasie stos pięciu kart, wśród których znajduje się as pik i uczniowie wiedzą o tym. Przed rozpoczęciem się tygodnia, w którym ma odbyć się test, nauczyciel w dowolnej kolejności układa karty tak, aby test był niespodziewany. Uczniowie codziennie będą odkrywali górną kartę, a w dniu, w którym wyciągną asa pik, odbędzie się test. Przy takim sformułowaniu uczniowie dochodzą do wniosku, że test nie może się odbyć w danym tygodniu, mimo że ani przez chwilę nie zakładali w swoim rozumowaniu takiej możliwości. Uczniowie mając pewność, że as pik znajduje się wśród kart, pełnoprawnie stosują na każdym etapie rozumowanie $\{(p \vee q) \wedge \sim q\} \rightarrow p$ i nie ma w tym przypadku sformułowanych przez Quine'a możliwości r i s.[11]

Inne rozwiązanie, kładące również nacisk na błąd w eliminowaniu piątku, proponuje Janaway (Janaway 1989). Piątek jest dniem możliwym do zaakceptowania jako dzień testu na tej zasadzie, iż uczniowie przyjmując konieczność przeprowadzenia testu w danym tygodniu, jednocześnie nie mogą racjonalnie przyjmować, że będzie on niespodziewany. To rozumowanie wydaje się analogiczne do rozumowania Fitcha (Fitch 1964) (por. wyżej 3.1). Janaway argumentuje, że rozwiązanie Quine'a jest niejednorodne, bo zakłada się w nim prawdziwość wypowiedzi, że test wystąpi w dniach od poniedziałku do czwartku, natomiast w piątek poddaje się jej prawdziwość w wątpliwość (inaczej mówiąc kwestionuje się bezwzględną prawdziwość warunku [A] przy nie negowaniu [B]). Janaway proponuje poddanie w wątpliwość bezwzględnej prawdziwości warunku [B]; piątek spełniałby wtedy warunek [A], a nie spełniałby [B]. Takie rozwiązanie obejmuje też sytuację, gdy test z pewnością się odbędzie (por. przeformułowanie paradoksu Ayera w paragrafie 3.3). Podkreśla, że warunek [B] musi być oczywiście fałszywy, gdyż nie będzie spełniony, gdy test odbędzie się w piątek. Wydaje się, że ten argument nie jest poprawny, gdyż nauczyciel nie

[10] Trudno wyczytać tę argumentację z dwuzdaniowej wypowiedzi Ayera. Interpretację jego poglądów przytaczam za Ch. Janaway'em (Janaway 1989).

[11] Dokładnie te same argumenty przytacza Ch. Janaway (Janaway 1989), zamieniając tydzień na sześć pudełek, w jednym z których umieszczono monetę i A. Lyon (Lyon 1959) rozważając sytuację dwóch graczy w karty.

zapowiadał, że test będzie niespodziewany kiedykolwiek by się odbył, ale że będzie niespodziewany, gdy się rzeczywiście odbędzie.

3.5. Paradoks wynika z ekwiwokacji

Wielu autorów starało się dotrzeć do istoty paradoksu, wskazując na możliwość pozbycia się sprzeczności poprzez wykazanie, że pewne wyrażenia są używane w innym znaczeniu przez nauczyciela zapowiadającego test, a w innym przez uczniów. Usunięcie błędu ekwiwokacji lub uściślenie terminów miało doprowadzić do rozwiązania paradoksu. Udowadniano, że problem używania w jednym kontekście tego samego wyrażenia, za każdym razem w innym znaczeniu, dotyczy któregoś z trzech słów: „lub" (porównaj par. 3.6 poniżej), „wiedzieć" albo „niespodziewany". Tak naprawdę jednak pozbycie się wieloznaczności lub nieostrości pojęć w większości przypadków było jedynie punktem wyjścia do dalszych rozważań i poszukiwania istoty problemu.

Przede wszystkim próbę analizy rozwiązania Quine'a (por. paragraf poprzedni) w kontekście dwuznaczności słowa „wiedzieć" przeprowadza Shaw (Shaw 1958). Uczniowie w swojej argumentacji używają słowa „będziemy wiedzieć" w sensie „będziemy w stanie wydedukować z podanych warunków, o ile nie zostaną one złamane" (por. paragraf 3.2). Jeżeli natomiast przyjmie się „mgliste zdroworozsądkowe" znaczenia słowa „wiedzieć" (Shaw niestety nie precyzuje, jakie znaczenie jest „zdroworozsądkowe"), to unikając paradoksu, dochodzimy do sytuacji, gdy w piątek może się odbyć niespodziewany test.

Lyon (Lyon 1959) podkreśla, że rozumowanie uczniów zawiera błąd ekwiwokacji dotyczący terminu „niespodziewany". Nauczyciel, zapowiadając niespodziewany test, może twierdzić, że nie będzie możliwe wydedukowanie z samej zapowiedzi, kiedy odbędzie się test, chyba że odbędzie się w piątek. Jeżeli przez "niespodziewany" rozumie jednak taki test, że nie będzie można przewidzieć w czwartek wieczorem, że odbędzie się w piątek, to po prostu się myli. Należy więc przyjąć, że „niespodziewany" rozumie w pierwszym z podanych znaczeń. Uczniowie natomiast rozumieją niespodziewaność testu w ten sposób, że nie będzie możliwe wydedukowanie z samej zapowiedzi, kiedy odbędzie się test bez względu na to, czy odbędzie się w piątek, czy wcześniej. W swoim rozumowaniu uczniowie przeoczyli „chyba, że...", które pozwala nauczycielowi zrobić test również ostatniego dnia, nawet jeśli uczniowie będą w czwartek wieczorem wiedzieli, że odbędzie się on w piątek. Paradoks powstaje więc przez pomieszanie dwóch różnych znaczeń słowa „niespodziewany".

Melzer i Good (Melzer, Good 1965) stawiają dość ryzykowną tezę, że koniunkcja [A] i [B] nie może być prawdziwa, a uczniowie mieli pełne prawo wysnuć wniosek, że test w ogóle się nie odbędzie. Ich argumenty również odnoszą się do nieporozumienia wynikającego z różnego rozumienia słowa „niespodziewany". Uczniowie rozumieją „niespodziewany" jako wyrażenie pociągające za sobą prawdopodobieństwo odbycia się testu w danym dniu. Z drugiej strony nauczyciel nadaje słowu „niespodziewany" interpretację nieprobabilistyczną, według której test będzie niespodziewany, jeśli wydarzy się w dniu, w którym można wydedukować, że się nie wydarzy (test będzie niespodziewany, jeśli wydarzy się w jednym z wykluczonych dni). Ponieważ argumentacja uczniów pozwala wykluczyć wszystkie dni tygodnia, to według nauczycielskiego rozumienia słowa „niespodziewany", *de facto*, każdy z nich jest możliwy jako dzień testu.

Kiefer i Ellison (Kiefer, Ellison 1965) w swoich propozycjach idą jeszcze dalej. Zauważają, że paradoks powstaje nie tylko na skutek dwuznaczności wyrażenia „niespodziewany", lecz także „wnioskować". W tym rozumowaniu „wnioskować$_1$", to tyle, co używać przesłanek: niewystąpienia testu do momentu dedukcji oraz [A] i [B] (w tym kontekście będzie też umieszczona „niespodzianość$_1$" testu), natomiast „wnioskować$_2$" oznacza jedynie używanie przesłanki niewystąpienia testu aż do terminu dedukcji (analogicznie towarzyszy mu „niespodzianość$_2$" testu). Jeżeli nauczyciel używa w swojej zapowiedzi „wnioskować$_1$" i „niespodzianość$_1$", to nie ma dnia, w którym test mógłby się odbyć i zaskoczyć uczniów. Zapowiedź nauczyciela jest absurdalna, a ponieważ ze sprzeczności można wywnioskować cokolwiek, uczniowie mogą wywnioskować zarówno, że test odbędzie się, jak i że się nie odbędzie. Jeżeli natomiast nauczyciel używa „wnioskować$_2$" i „niespodzianość$_2$", to nie można wtedy wykluczyć sytuacji, w której test w ogóle się nie odbędzie i *de facto* każdy dzień spełnia nałożone na test warunki.

3.6. Rozwiązanie z zastosowaniem logiki nieklasycznej (modalnej i wielowartościowej)

Ponieważ nie ma zgodności nawet co do tego, do jakiego rodzaju antynomii należy Paradoks Niespodziewanego Testu, oprócz rozwiązań semantycznych pojawiło się wiele pomysłów na wyjaśnienie problemu w aspekcie logiki nieklasycznej.

Pierwszymi tego typu propozycjami, choć nie odwołującymi się explicite do logiki nieklasycznej, były tezy artykułu Weissa (Weiss 1952). Co prawda w swojej pracy twierdzi on, że paradoks powstaje na skutek błędu ekwiwokacji, jednak ponieważ dotyczy ona różnego rozumienia znaczenia funktora „lub" w zdaniach mówiących o przyszłości, zasadnym wydaje się omówienie tej propozycji w tym miejscu. Idea Weissa polega na rozróżnieniu „lub" dystrybutywnego i „lub" kolektywnego. Różnica między nimi ujawnia się jedynie w zdaniach dotyczących przyszłości w ten sposób, że zdanie „prawdą jest, że *a* lub *b*" („lub" kolektywne) nie jest warunkiem wystarczającym do tego, aby twierdzić, że „prawdą jest *a* lub prawdą jest *b*" („lub" dystrybutywne). Weiss w swoim rozumowaniu powołuje się na stwierdzenia Arystotelesa (18 b i dalej) zawarte w słynnej księdze IX „Hermeneutyki".[12] Zarówno Arystoteles,

[12] W tej księdze Arystoteles rozważając sądy o przyszłości pisze: „Wszystko musi być, albo nie być i będzie albo nie będzie, ale nie zawsze można odróżnić i stwierdzić, który z tych członów jest

jak i Weiss zostali bardzo ironicznie potraktowani przez Quine'a[13], jednak rozwiązanie to może wzbudzać zainteresowanie jako pierwszy pomysł takiego potraktowania paradoksu, w którym zwraca się uwagę na trudności logiczne związane z aspektem czasowym zagadnienia (problem być może kluczowy, por. 3.8).

Jednym z bardziej kontrowersyjnych, a zarazem interesujących pomysłów, jest pomysł Melzera (Melzer 1964) umieszczenia paradoksu poza logiką dwuwartościową poprzez odrzucenie zasady wyłączonego środka.[14] Twierdzi on, iż rozumowanie uczniów we środę wieczorem, że ponieważ w piątek na podstawie [A] i [B] test nie może się odbyć, to test odbędzie się we czwartek (i kolejne kroki wykluczające pozostałe dni), oparte jest na logice dwuwartościowej. Jednak takie rozumowanie staje się nieprawdziwe, jeśli przyjmiemy trzecią możliwość dla rozpatrywania sytuacji uczniów w czwartek wieczorem. Wtedy sytuacja wygląda następująco:

a — test będzie w piątek,

b — testu nie będzie w piątek,

c — nie ma skończonej procedury (w sensie takim, jak w matematyce intuicjonistycznej), która pozwoliłaby na stwierdzenie, czy w piątek test odbędzie się, czy nie.

Autor wskazuje, że jedyną poprawną możliwością jest *c*. Jeżeli nie weźmiemy jej pod uwagę, musimy przyznać, że w oświadczeniu nauczyciela występuje sprzeczność i skłamał mówiąc [A] (wtedy poprawna jest możliwość *b*) albo [B] (wtedy poprawna jest odpowiedź *a*).[15] Natomiast niezależnie od tego, czy nauczyciel skłamał i w którym miejscu, trzecia możliwość jest zawsze prawdziwa. Jeśli nauczyciel naprawdę przeprowadzi test ostatniego dnia, to przy przyjęciu możliwości *c*, test okaże się jednak niespodziewany. Jeżeli natomiast test w ogóle się nie odbędzie, to oznacza jedynie, że nauczyciel skłamał, co możliwość *c* bierze pod uwagę.

---

konieczny. Twierdzę na przykład, że jutro odbędzie się bitwa morska, albo się nie odbędzie, ale nie jest konieczne, ażeby jutro odbyła się bitwa morska, ani też nie jest konieczne, ażeby się jutro nie odbyła, chociaż jest konieczne, ażeby się bądź odbyła bądź nie odbyła" (19 a). Chociaż wydaje się, że zamiana funktora „konieczne jest, że..." na „prawdą jest, że...", którą robi Weiss, nie może być w pełni uzasadniona, to ten fragment *Hermeneutyki* często interpretowany jest w duchu logiki trójwartościowej. Tak na przykład we wstępie do *Hermeneutyki* K. Leśniak stwierdza, że w punkcie tym: „Arystoteles był już blisko logiki trójwartościowej" (wstęp do *Kategorii* i *Hermeneutyki* Arystotelesa, Warszawa 1975, PWN, s. XIX), a J. Łukasiewicz: „Zdania te dotyczą przypadkowych zdarzeń przyszłych i jako takie nie są dziś jeszcze ani prawidłowe, ani fałszywe" (*O determinizmie*, cyt. za J. Woleńskim *Filozoficzna szkoła lwowsko-warszawska*", Warszawa 1985, PWN, s. 119).

[13] „This notion has even brought Professor Weiss to the desperate extremity of entertaining Aristotle's fantasy (...)" (Quine 1953).

[14] Argumenty Melzera, iż odrzucenie zasady wyłączonego środka jest czymś naturalnym, są raczej wątpliwe. Przywołuje on pojęcia nieostre (łysy, niełysy) lub twierdzenie Gödla, które dotyczy dowodliwości/niedowodliwości, a nie prawdziwości/nieprawdziwości. W końcu powołuje się na matematykę intuicjonistyczną. Trudno jednak uznać, że jest to przykład „z życia wzięty".

[15] Na tym etapie w swoich rozważaniach zatrzymał się Quine, nie wychodząc jednak poza logikę dwuwartościową, co zmusiło go do przyjęcia poprzednio omówionych wniosków.

Binkley [6] spróbował sformalizować poszczególne etapy paradoksu w terminach logiki modalnej. Zaproponował wprowadzenie specjalnego operatora J_i, który w każdej chwili czasu i jest funktorem zdaniotwórczym od jednego argumentu zdaniowego tworzącym ze zdania p zdanie: „uczniowie w chwili i uważają, że p". Użycie operatora J_i formalizuje się za pomocą sześciu aksjomatów. Cztery pierwsze dotyczą zależności między przekonaniami uczniów w tej samej danej chwili czasowej (dniu):

R1. Jeśli a jest twierdzeniem, to J_i(a) jest twierdzeniem.

A1. $J_i(\mathrm{p}) \rightarrow \sim J_i(\sim\mathrm{p})$.

A2. $\{J_i(\mathrm{p} \rightarrow \mathrm{q}) \wedge J_i(\mathrm{p})\} \rightarrow J_i(\mathrm{q})$.

A3. $J_i(\mathrm{p}) \rightarrow J_i(J_i(\mathrm{p}))$.

Następny aksjomat dotyczy niezapominania przez uczniów faktu, że test dotychczas nie odbył się:

A4. $\sim e_i \rightarrow J_k(\sim e_i)$.

Tu e_i oznacza „test odbył się w chwili (dniu) i", a k jest dniem późniejszym niż i. Ostatni aksjomat, dotyczący zależności między przekonaniami w różnych chwilach czasu, Binkley wybiera (spośród kolejno rozważanych propozycji) w postaci:

A5. $J_i(\mathrm{p}) \rightarrow J_i(J_k(\mathrm{p}))$.

Binkleyowi wystarcza założenie najprostszej sytuacji, gdy nauczyciel ma tylko dwa dni na przeprowadzenie niespodziewanego testu. Warunki podane przez nauczyciela zapisują się w tym przypadku następująco:

1. $\sim e_1 \rightarrow e_2$
2. $e_2 \rightarrow \sim e_1$
3. $e_1 \rightarrow \sim J_1(e_1)$
4. $e_2 \rightarrow \sim J_2(e_2)$

Zdania (1) i (2) oznaczają, że któregoś z dwu dni odbędzie się dokładnie jeden test, a (3) i (4), że będzie on niespodziewany. Jest jasne, że wszystkie one mogą być jednocześnie prawdziwe, Binkley wykazuje jednak, że założenie:

$$J_1(\sim e_1 \rightarrow e_2) \wedge J_1(e_2 \rightarrow \sim e_1) \wedge J_1(e_1 \rightarrow \sim J_1(e_1)) \wedge J_1(e_2 \rightarrow \sim J_2(e_2)),$$

oznaczające, że uczniowie uważają za prawdziwe wszystkie zapowiedzi nauczyciela, prowadzi do sprzeczności. Znaczy to, według autora, że Paradoks Niespodziewanego Testu należy do tej samej rodziny co Paradoks Moore'a.[16] Podobne rozumowanie przeprowadzili McLelland i Chihara 1975, Pluta 1981, Olin 1983, Chihara 1985, Wischik b.d.w. Konkluzją wszystkich tych koncepcji jest wykazanie różnicy między niesprzecznością warunków [A] i [B], a zgodnością wiedzy lub uzasadnionej wiary uczniów w ich niesprzeczność.

Wychodząc od rozumowania Melzera (Melzer 1964), kładąc jednak nacisk nie na nieklasyczne aspekty logiki, lecz na brak skończonej procedury, która pozwoliłaby na ustalenie, co zdarzy się w piątek (por. punkt c powyżej), Holtzman (Holtzman 1987) przeformułowuje paradoks w sposób pozwalający na powiązanie go z zagadnieniami

[16] „p, ale nie wierzę, że p".

rozstrzygalności i obliczalności.[17] Niech n_{min} będzie minimalną liczbą dni n, pozwalającą na spełnienie następujących warunków:

[A^I] — test odbędzie się w ciągu następnych n dni,

[B] — test będzie niespodziewany.[18]

Holtzman pokazuje, że n_{min} nie może być efektywnie wyznaczone (co oznacza, że n_{min} nie jest obliczalne, a zdanie „n_{min} jest minimalną liczbą spełniającą [A^I] i [B]" jest nierozstrzygalne). Z definicji n_{min} wynika, że dla $n < n_{min}$ (w szczególności dla $n = n_{min} - 1$) [A^I] i [B] nie mogą być jednocześnie spełnione. Gdyby istniała metoda wyznaczenia n_{min}, to uczniowie (a przynajmniej inteligentniejsi spośród nich) skonfrontowani z groźbą testu w ciągu następnych n_{min} dni, musieliby wywnioskować, iż test odbędzie się pierwszego z owych dni, gdyż w przeciwnym przypadku pozostały okres będzie zbyt krótki, aby spełnić jednocześnie [A^I] i [B]. Tak więc termin testu nie może być niespodziewany. Oczywiście, mogłoby się zdarzyć, że n_{min} w ogóle nie istnieje. Jednak cały paradoks polega na tym, że można przeprowadzić niespodziewany test, jak wskazuje doświadczenie wielu pokoleń uczniów i studentów (por. Scriven (Scriven 1951)).[19]

3.7. Paradoks można zanalizować w kontekście problemów mechaniki kwantowej

Choć rozważania analizujące analogie między Paradoksem Niespodziewanego Testu a mechaniką kwantową nie prowadzą bezpośrednio do rozwiązania rozważanego problemu, to są ciekawe ze względu na nową perspektywę.

Loeser (Loeser 1984) zauważa, że w mechanice kwantowej sytuacja, w której należy rozróżniać pomiędzy „lub" kolektywnym i „lub" dystrybutywnym jest całkowicie naturalna. W mechanice kwantowej bowiem, jeżeli a i b są dwoma możliwymi stanami układu, to ich kombinacja też może być stanem układu. Konsekwencje tego twierdzenia są często ilustrowane przez eksperyment myślowy przeprowadzany na kocie Schrödingera. Potrzeba do niego, oprócz kota i szczelnej skrzynki, ampułki wyzwalającej gaz cyjanowodorowy pod wpływem promieniowania rozpadającego się atomu. Trucizna wyzwalana jest do zamkniętej szczelnej komory, w której znajduje się kot. Rozpad atomu jest zjawiskiem czysto kwantowym i wedle mechaniki kwantowej, przed dokonaniem pomiaru, znajduje się on w stanie będącym superpozycją stanu atomu rozszczepionego i nierozszczepionego. Ponieważ stan kota jest bezpośrednio zależny od stanu atomu, kot też musi być w stanie będącym superpozycją stanu kota martwego i żywego. To, czy kot jest martwy, czy żywy, staje się rzeczywisto-

---

[17] Zob. np.: A. Grzegorczyk, *Zarys logiki matematycznej*, Warszawa 1973, PWN, s. 337 i nn.

[18] Holtzman dodaje jeszcze jeden warunek dotyczący nieuchronności testu (co uniemożliwia rozwiązanie paradoksu, w ten sposób, w jaki zrobił to Quine), który dla samego problemu nierozstrzygalności nie ma znaczenia.

[19] *N.b.* jasne jest, że $n_{min} > 1$.

ścią dopiero w chwili dokonania pomiaru (w tym przypadku otwarcia skrzynki i zajrzenia do niej). W tym sensie, choć prawdą jest, że kot jest albo żywy, albo martwy przed otwarciem skrzynki, to nie jest prawdą, że „prawdą jest, że kot jest żywy, albo prawdą jest, że kot jest martwy". Łatwo dostrzec tu analogie z koncepcją Weissa (por. 3.5.). Wydaje się, że to sformułowanie zyskałoby na precyzji przez odwołanie się do oryginalnej koncepcji Birkhoffa i von Neumanna,[20] którzy upatrywali różnicy między logiką obowiązującą w mechanice kwantowej a logiką klasyczną w tym, iż w pierwszej koniunkcja nie jest rozdzielna względem alternatywy — zdanie $p \wedge (q \vee r)$ nie jest równoważne zdaniu $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$. W kontekście Paradoksu Niespodziewanego Testu znaczy to, że zdanie: „test będzie niespodziewany i odbędzie się albo w poniedziałek, albo we wtorek, albo we środę, albo w czwartek, albo w piątek" nie jest równoznaczne ze zdaniem "test będzie niespodziewany i odbędzie się w poniedziałek lub test będzie niespodziewany i odbędzie się we wtorek, lub ..., lub będzie niespodziewany i odbędzie się w piątek".

Holtzman (Holtzman 1988) próbuje porównać Paradoks Niespodziewanego Testu do problemu pomiaru w mechanice kwantowej. W odróżnieniu od mechaniki klasycznej, w której teoretycznie możliwe jest przeprowadzenie pomiaru, który nie zmieniałby stanu układu mierzonego, sytuacja taka jest niemożliwa w mechanice kwantowej. Znaczy to, że w mechanice kwantowej nie można pominąć oddziaływania między układem mierzonym a przyrządem pomiarowym. Przeprowadzenie przez uczniów ich rozumowania, w którym wykluczają wszystkie dni tygodnia jako niespełniające postawionych warunków, zmienia ich stan w ten sposób, że, *de facto*, test w każdym dniu byłby dla nich niespodziewany. Nieuwzględnienie faktu, że przeprowadzenie przez uczniów rozumowania zmienia ich stan, jest analogiczne do błędu, który zostałby popełniony w mechanice kwantowej przy pominięciu wpływu pomiaru na stan układu.

3.8. Paradoks związany jest z „antynomiami czasu"

Propozycja uchwycenia istoty paradoksu w świetle problemów związanych z uporządkowaniem czasowym występującym w jego konstrukcji pojawiła się dosyć wcześnie,[21] jednak wyraźne sformułowanie tej koncepcji znalazło się dopiero w pracy (Schoenberg 1966). W jej interpretacji całe rozumowanie uczniów jest błędne. Oczywistą rzeczą jest, że uczniowie dochodzą do swojej konkluzji jedynie przez założenie, że jeśli będą nieprzeegzaminowani do czwartkowego wieczoru (i kolejno do środowego, wtorkowego itd.), będą w stanie zgromadzić wiedzę o nieprzeegazaminowaniu do danej chwili. Przy czym cała ich argumentacja nie miałaby sensu, gdyby

---

[20] G. Birkhoff, J. von Neumann, *The logic of quantum mechanics*, „Annals of mathematics", 37, 1936, s. 823-843. Por. M. Jammer, *The philosophy of quantum mechanics*, New York 1974, Wiley, s. 347 nn.

[21] Jej zarysy można dostrzec już w artykule G. C. Nerlicha (Nerlich 1961).

nie założenie, że jak dotychczas test się jeszcze nie odbył. Rozważanie któregokolwiek dnia musi zawierać całą wiedzę, którą uczniowie zgromadzili dzień wcześniej, a więc [A], [B] i dotychczasowe nieprzeegzaminowanie. Kolejne etapy rozumowania są prawidłowe jedynie w odpowiednich dla nich chwilach czasowych. Nie mogą one dowodzić poprawności wnioskowania przeprowadzonego na samym początku tygodnia, a przyjęte założenie odwraca porządek czasowy, „przeskakując" cały tydzień. Jeżeli pierwszym dniem rozważanym przez uczniów jest piątek, to wnioskowanie opiera się na hipotetycznym założeniu, że uczniowie przeżyli całą resztę wyznaczonego na test tygodnia bez testu i zapowiedź nauczyciela nie została spełniona. Rozumowanie opiera się na założeniu, że do czwartkowego wieczora test się nie odbył, ale według autorki artykułu, nie zostają z niego wyciągnięte właściwe konsekwencje. W czwartek wieczorem wiadomo już, że test nie odbył się w ustalonym terminie i że nie może się już w odbyć bez złamania warunków. Konkluzje uczniów, w każdym kroku, oparte są więc na fałszywym lub przynajmniej nieuprawomocnionym przekonaniu, że test nie odbył się w wyznaczonym terminie. To błędne założenie doprowadza do fałszywych wniosków.

Fraser (Fraser 1966) zwraca uwagę na „antynomię czasu" — fundamentalną różnicę między argumentami teoretycznymi za możliwością przeprowadzenia testu w danym dniu tygodnia a urzeczywistnieniem się testu. Abstrakcyjne rozumowanie logiczne przeprowadzone przez uczniów wprowadza równouprawnienie porządku czasu rzeczywistego i „odwróconego", co w gruncie rzeczy jest równoznaczne z pominięciem w ogóle aspektu czasowości. Przy próbach teoretycznych rozwiązania problemu ostatnia możliwość w rzeczywistym tygodniu rozważana jest jako pierwsza, jako druga — możliwość przedostatnia itd. Z drugiej strony w czasie rzeczywistym po poniedziałku następuje wtorek, a nie odwrotnie. Paradoks powstaje więc przez pomieszanie argumentów wymagających porządku czasowego z lekceważącymi czas (uczniowie w swojej argumentacji nie biorą pod uwagę czasu realnego). Autor jednak nie wyjaśnia ani skąd biorą się różnice między porządkiem czasu rzeczywistego, a czasem wykorzystywanym w analizie logicznej, ani dlaczego nie można ich traktować równoważnie.

Na różnicę między możliwością przewidywania zanim rozpocznie się ciąg zdarzeń a takąż możliwością w czasie, kiedy zdarzenia te już biegną, zwraca uwagę Ayer (Ayer 1973). Twierdzi, że rzeczywiście test nie może się odbyć w piątek i być niespodziewany, ale pewności co do dnia testu, którą osiąga się w czwartek wieczorem, nie można przełożyć na resztę dni tygodnia.

Rozumowania oparte na problemach związanych z pojęciem czasu krytykuje Sorensen (Sorensen 1982). Proponuje takie przeformułowanie paradoksu, aby uniknąć rozpatrywania jakichkolwiek sekwencji czasowych: dla jednego spośród pięciu uczniów A, B, C, D lub E zostanie przeprowadzony test, a uczeń ten nie będzie mógł się domyśleć, że to właśnie on będzie tym nieszczęśliwcem, zanim nie powie mu tego nauczyciel. Uczniowie zostają ustawieni w szeregu w ten sposób, że za A stoi B, za B stoi C itd. Każdy uczeń widzi plecy wszystkich tych, którzy stoją przed nim, ale nie widzi swoich, ani tych za nim. Nauczyciel przypina na plecach uczniów po jednej gwieździe, czterem srebrną, jednemu złotą. Uczeń ze złotą gwiazdą będzie pisał test, ale nie będzie w stanie widząc plecy innych uczniów stojących przed nim w szeregu, określić koloru swojej gwiazdy. Wiadomo teraz, że uczeń E nie może mieć złotej gwiazdy, bo widząc przed sobą A, B, C i D ze srebrnymi, mógłby wywnioskować kolor swojej. Również D, wiedząc, że E nie może mieć gwiazdy złotej i widząc A, B i C ze srebrnymi, wiedziałby jaką on sam ma. Dalsza eliminacja przebiega analogicznie. Tak sformułowany paradoks według autora pociąga za sobą wszystkie konsekwencje wersji oryginalnej, unikając uwikłania w sekwencje czasowe.

4. PODSUMOWANIE

Z moich obserwacji wynika, iż im później prace powstawały, tym bardziej wymyślne są propozycje w nich zawarte. Od początku lat osiemdziesiątych, prawie bez wyjątków, badacze paradoksu opowiadają się za rozwiązaniami opartymi na logice modalnej (co często równoznaczne jest z rozważaniami epistemologicznymi, w których ważną rolę odgrywają funktory „uczniowie wiedzą, że...” lub „uczniowie wierzą, że...” — por. 3.5).

C. Wright i Sudbury (Wright, Sudbury 1977) zaproponowali zestaw warunków, które powinno spełniać idealne rozwiązanie paradoksu:

1. powinno dawać taką interpretację zapowiedzi nauczyciela, aby możliwe było przeprowadzenie niespodziewanego testu zgodnie z jego warunkami,
2. powinno dopuszczać, że nauczyciel może wypełnić warunki testu, nawet po wygłoszeniu zapowiedzi,
3. powinno uwzględniać intuicyjnie rozumiane znaczenie wypowiedzi,
4. powinno oddawać sprawiedliwość mającemu pozory poprawności, intuicyjnemu rozumowaniu uczniów,
5. powinno zakładać, że uczniowie mogą być poinformowani (rozumieją zapowiedź i nie zapominają jej) o niespodziewanym teście oraz
6. powinno tłumaczyć, jaką rolę odgrywa akt zapowiedzi uczniom niespodziewanego testu.

Autorzy smutno konkludują, że wśród dotychczasowych rozwiązań żadne nie spełnia wyżej wymienionych warunków.

BIBLIOGRAFIA

Alexander, P., (1950), *Pragmatic paradoxes*, „Mind”, 59, s. 536-538.
Austin, A. K., (1969), *On the unexpected examination*, „Mind”, 78, s. 137.
Austin, A. K., (1979), *The unexpected examination*, "Analysis", 39, s. 63-64.
Ayer, A. J., (1973), *On a supposed antinomy*, „Mind”, 82 , s. 125-126.
Bennet, J., (1965), *Reviews*, „Journal of Symbolic Logic”, 30, s. 101-102.

Binkley, R., (1968), *The surprise examination in modal logic*, „Journal of Philosophy", 65 (5), s. 127-136.

Bosch, J., (1972), *The examination paradox and formal prediction*, „Logique et Analyse", 15, s. 505-525.

Cargile, J., (1965), *Reviews*, „Journal of Symbolic Logic", 30, s. 102-103.

Cargile, J., (1967), *The surprise test paradox*, „Journal of Philosophy", 64 (18), s. 550-563.

Champlin, T. S., (1976), *Quine's judge*, „Philosophical Studies", 29, s. 349-352.

Chapman, J. M., Butler, R. J., (1965), *On Quine's 'so - called paradox'*, „Mind", 74, s. 424-425.

Chichara, Ch. S., Olin, (1985), *Quine, and the surprise examination*, „Philosophical Studies", 47, s. 191-199.

Cohen, L. J., (1950), *Mr. O'Connor's 'Pragmatic Paradoxes'*, „Mind", 59, s. 85 – 87.

Edman, M., (1974), *The prediction paradox*, „Theoria", 40, s. 166-175.

Fitch, F. B., (1964), *A goedelized formulation of the prediction paradox*, „American Philosophical Quarterly", 1 (2), s. 161-164.

Fraser, J. T., (1966), *Note relating to a paradox of the temporal order*, [w:] J.T. Fraser, *The voices of Time*, New York, Brazilier, s. 324-326.

Gardner, M., (1962), *A New Prediction Paradox*, „British Journal of Philosophy of Science", 13, s. 51.

Gardner, M., (1963), *A new paradox, and variation on it, about a man condemned to be hanged*, „Scientific American", 208, s. 144-154.

Hall, N., (1999), *How to Set a Surprise Examination*, „Mind", 108, s. 647-703.

Halpern, J. Y., Yoram, M., (1986), *Taken by surprise: the paradox of the surprised test revisited*, „Journal of Philosophical Logic", 15, s. 281-304.

Holtzman, J. M., (1987), *An undecidable aspect of the unexpected hanging problem*, „Philosophia", 17 (2), s. 195-199.

Holtzman, J. M., (1988), *A note on the Shroedinger's Cat and the Unexpected Hanging paradox*, „British Journal of Philosophy of Science", 39, s. 397-401.

Janaway, Ch., (1989), *Knowing about Surprises: A Supposed Antinomy Revisited*, „Mind", 98, s. 391-409.

Kaplan, D. I., Montague, R., (1960), *A paradox regained*, „Notre Dame Journal of Formal Logic", 1, s. 79-90.

Kiefer, J., Ellison, J., (1965), *The prediction paradox again*, „Mind", 74, s. 426-427.

Kirkham, R., (1986), *The two paradoxes of the unexpected hanging*, „Philosophcal Studies", 49, s. 19-26.

Loeser, J. G., (1984), *Three perspectives on Schroedinger's cat*, „American Journal of Physics", 52 (12), s. 1089-1093.

Lyon, A., (1959), *The prediction paradox*, „Mind", 68, , s. 510-517.

Margalit, A., Bar-Hillel, M., (1983), *Expecting the unexpected*, „Philosophia", 13, s. 263-289.

McLelland, A. J., Chihara, Ch. S., (1975), *The surprise examination paradox*, „Journal of Philosophical Logic", 4, s. 71-89.

Medlin, B., (1964), *The unexpected examination*, „American Philosophical Quarterly", 1(1), s. 66-72.

Melzer, B., (1964), *The third possibility*, „Mind", 73, s. 430-433.

Melzer, B., Good, I. J., (1965), *Two forms of the prediction paradox*, „British Journal of Philosophy of Science", 16, s. 50-51.

Nerlich, G. C., (1961), *Unexpected examinations and unprovable statements*, „Mind," 70, s. 503-513.

O'Beirne, T. H., (1961a), *Can the unexpected never happen?*, „New Scientist", 236, s. 464-465.

O'Beirne, T. H. i in., (1961b), *Can the unexpected never happen?*, „New Scientist", 238, s. 597-598.

O'Connor, D. J., (1948), *Pragmatic paradoxes*, „Mind", 57, s. 358-359.

O'Connor, D. J., (1951), *Pragmatic paradoxes and fugitive propositions*, „Mind", 60, s. 536-538.
Olin, D., (1983), *The prediction paradox resolved*, „Philosophical Studies", 44, s. 225-233.
Olin, D., (1986), *The prediction paradox: resolving recalcitrant variations*, „Australasian Journal of Philosophy", 64 (2), s. 181-189.
Pluta, A., (1981), *Dwa paradoksy*, „Studia Filozoficzne", 1 (182), , s. 73-77.
Popper, K. R., (1962), *A Comment on the New Prediction Paradox*, „British Journal of Philosophy of Science", 13, s. 51.
Quine, W. V., (1953), *On a so - called paradox*, „Mind", 62, s. 65-67.
Quine, W. V., (1962), *Paradox*, „Scientific American", 206, s. 84-96.
Sainsbury, R. M., (1997), *The Unexpected Examination* [w:] *Paradoxes*, Cambridge, Cambridge University Press, s. 91-98
Schoenberg, J., (1966), *A note on the logical fallacy in the paradox of the unexpected examination*, „Mind", 75, s. 125-127.
Scriven, M., (1951), *Paradoxical announcements*, „Mind", 60, s. 403-407.
Sharpe, R. A., (1965), *The unexpected examination*, „Mind", 74, s. 255.
Shaw, R., (1958), *The paradox of the unexpected examination*, „Mind", 67, s. 382-384.
Slater, B. H., (1974), *The examiner examined*, „Analysis", 35, s. 49-50.
Sorensen, R. A., (1982), *Recalcitrant variations of the prediction paradox*, „Australasian Journal of Philosophy", 69 (4), s. 355-363.
Sorensen, R. A., (1984), *Conditional blindspots and the knowledge squeeze: A solution to the prediction paradox*, „Australisian Journal of Philosophy", 62 (2), s. 126-135.
Weiss, P., (1952), *The prediction paradox*, „Mind", 61, s. 265-269.
Windt, P. Y., (1973), *The liar in the prediction paradox*, „American Philosophical Quarterly", 10 (1), s. 65-68.
Wischik, L., *The paradox of the Surprise Examination*, http://www.cl.cam.ac.uk//~ljw1004 /philosophy/surprise-exam.html.
Wright, J. A., (1967), *The surprise exam: prediction on last day uncertain*, „Mind", 76, s. 115-117.
Wright, C., Sudbury, A., (1977), *The paradox of the unexpected examination*, „Australasian Journal of Philosophy", 55(1), s. 41-58.