

Lange, Bogdan

Statystyka kwantów jako podstawa dla interpretacji teoriopoznawczej mechaniki kwantowej

Kwartalnik Historii Nauki i Techniki 37/2, 123-132

1992

Artykuł umieszczony jest w kolekcji cyfrowej Bazhum, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych tworzonej przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego.

Artykuł został zdigitalizowany i opracowany do udostępnienia w internecie ze środków specjalnych MNiSW dzięki Wydziałowi Historycznemu Uniwersytetu Warszawskiego.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.



Bogdan Lange
(Gdańsk)

Statystyka kwantów jako podstawa dla interpretacji teoriopoznawczej mechaniki kwantowej

Podjęta przez W.Natansona próba uzasadnienia procedury zastosowanej przez M.Plancka do zagadnienia promieniowania ciała czarnego zakończyła się sukcesem.

W.Natanson jako pierwszy wskazał na konieczność przyjęcia założenia o nierozróżnialności kwantów energii i rezygnacji z dotychczasowych założeń filozoficznych. Należy tu zaznaczyć, że podobną podstawę dla swojej procedury przyjął znacznie później S.N.Bose.

W artykule przeprowadzono analizę porównawczą prac W.Natansona i S.N.Bosego oraz podano propozycję interpretacji wyników osiągniętych przez tych autorów.

Celem artykułu jest weryfikacja przekonania wyrażonego przez wielu uczonych, m.in. przez L.Infelda, M.Jammera, H.Kangro, A.Hermannia i F.Hunda, iż W.Natanson był blisko sformułowania statystyki Bosego. Chodzi tu przede wszystkim o uzasadnienie uwagi wyrażonej przez F.Hunda, iż sposób obliczania rozkładów nierozróżnialnych cząstek, który wyjaśnił W.Natanson w 1911 r., jest tym co w następnych latach nazywano statystyką Bosego.

Wykazano tu, że ujęcie problematyki związanej z teorią Plancka zaproponowane przez W.Natansona stanowi punkt wyjścia dla późniejszych koncepcji przedstawiających statystyczny charakter fizyki kwantowej. Warto przypomnieć, że obecnie wszyscy autorzy prac dotyczących interpretacji statystycznego charakteru fizyki kwantowej przytaczają (jako jeden z punktów wyjścia) „statystykę Bosego”. Uwaga ta dotyczy także prac N.Bohra, W.Heisenberga i A.Einsteina.

*

Władysław Natanson, był w latach 1910-1911 kontynuatorem dzieła rozpoczętego przez M. Plancka w 1900 r. L. Infeld tak określił rolę i znaczenie działalności W. Natansona: „W pierwszych latach naszego wieku był jedynym fizykiem teoretycznym w Polsce. Historia fizyki teoretycznej w Polsce zaczyna się od profesora Natansona. Jest on jej chlubnym początkiem”¹. Jednakże dokładniejszą informację zawiera uwaga wyrażona przez T. Piecha, iż od W. Natansona zaczyna się historia fizyki teoretycznej w Polsce, którą na przełomie XIX i XX w. najpierw sam, później ze Smoluchowskim, reprezentował godnie na terenie międzynarodowym². Działania które W. Natanson podjął — zabiegi o pogłębienie zrozumienia i uzasadnienia procedury zastosowanej przez M. Plancka do zagadnienia promieniowania ciała czarnego — przyniosły pozytywne rezultaty. Jako pierwszy wskazał bowiem w 1911 r. na uświadomienie sobie przez fizyków konieczności przyjęcia założenia o nierozróżnialności kwantów energii, co było podstawą procedury zastosowanej przez S. N. Bosego w 1924 r.

L. Infeld zauważył, że „Naukowo był blisko, bardzo blisko wielkich odkryć, np. sformułowania statystyki Bosego”³. „Władysław Natanson — pisze H. Kangro — był pierwszym, który wskazał na przyczynę z powodu której statystyka Plancka musi różnić się od statystyki klasycznej”⁴. Z kolei, zdaniem A. Hermanna, to właśnie W. Natanson (obok M. Plancka, A. Einsteina, H. A. Lorentza i P. Ehrenfesta) należał do tych pierwszych, którzy stworzyli podstawy dla głębszego zrozumienia istoty statystyki kwantowej⁵. Wreszcie T. Piech pisze, że dowodem wielkiej wszechstronności i elastyczności umysłu Natansona był fakt, że przyjmował powstanie każdej nowej teorii z entuzjazmem. Tak było z teorią Plancka, którą propaguje w monografii pt. „Zasady teorii promieniowania” (1912 r.), jak również z teorią kwantową, której studiom poświęca się z zapałem już pod koniec swojego życia. Wynikiem tych studiów są „Pierwsze zasady me-

1 L. Infeld, *Moje wspomnienia o Władysławie Natansonie*, „Postępy Fizyki”, z. 2, 1958, s. 136.

2 T. Piech, *Fizyka*, [w:] *Zarys dziejów nauk przyrodniczych w Polsce*, praca zbiorowa, Warszawa 1983, s. 238.

3 L. Infeld, dz. cyt., s. 136.

4 H. Kangro, *Early History of Planck's Radiation Law*, London 1976, s. 219.

5 A. Hermann, *The Genesis of Quantum Theory (1899-1913)*, Cambridge, Massachusetts 1971, s. 20.

chaniki undulacyjnej” (1930 r.)⁶. „Natanson w ogóle interesował się każdą nową teorią i od razu włączał się czynnie w jej rozwój. Tak było z powstałą na początku XX w. teorią kwantów Plancka, a później mechaniką falową, które wzbogacił szeregiem cennych przyczynków”⁷. Jednakże, według takich wybitnych znawców historii fizyki kwantowej jak np. M.Jammer⁸, H.Kangro⁹, F.Hund¹⁰, czy A.Hermann¹¹, wkład W.Natansona do statystyki kwantowej nie został dokładnie zbadany i doceniony przez historyków fizyki. Również K.Szyborski zwrócił uwagę na fakt, iż dzieło W.Natansona nie doczekało się jeszcze należytego historycznego opracowania¹². Przykładem, który potwierdza tę opinię może być artykuł J.Weysenhoffa (poświęcony omówieniu działalności naukowej W.Natansona), w którym nie wspomina on o wkładzie tego uczonego do statystyki kwantowej¹³. Również A.Teske, w informacji o działalności W.Natansona, pomija jego wkład do statystyki kwantowej¹⁴. W dalszej działalności naukowej Natansona problemy dotyczące interpretacji podstaw fizyki kwantowej nie odgrywały już pierwszoplanowej roli, a nawet ograniczyły się do incydentalnych wystąpień na konferencjach i zjazdach, w których prezentował się nadal jako czołowy polski fizyk.

6 T.Piech, *Zarys historii fizyki w Polsce*, Kraków 1948, s. 23.

7 T.Piech, *Fizyka*, dz. cyt., s. 238.

8 M.Jammer, *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*, New York 1966, s. 51.

9 H.Kangro, dz. cyt., s. 214-215.

10 F.Hund, *The History of Quantum Theory*, London 1974, s. 145.

11 A.Hermann, dz. cyt., s. 140-141.

12 K.Szyborski, *Relacje teorii i eksperymentu w genezie fizyki kwantowej*, Warszawa 1980, s. 66: Tenże, *Dzieje polskich badań w dziedzinie fizyki w latach 1860-1918*, [w:] „Studia i materiały z dziejów nauki polskiej”, seria C, z. 22, 1978, s. 58.

13 J.Weysenhoff, *Działalność naukowa profesora W.Natansona*, „Postępy Fizyki”, z. 2, 1958, s. 119-124.

14 A.Teske, *Natanson Władysław*, [w:] *Dictionary of Scientific Biography*, editor Ch.C.Gillispie, New York 1970, vol IX, s. 616-617.

*

W kilkanaście lat po ukazaniu się pracy W.Natansona¹⁵ w 1924 r. wydrukowano w czasopiśmie „Zeitschrift für Physik” niemieckojęzyczną wersję artykułu hinduskiego fizyka S.N.Bosego (tłumaczoną i recenzowaną przez A.Einsteina)¹⁶. W artykule tym poddał on analizie podstawy statystycznej procedury Plancka i zastosował ją do kwantów świetlnych.

S.N.Bose sądzi, że dotychczasowe wywody wzoru na promieniowanie nie są logicznie zadowalające¹⁷. W związku z tym stosuje on statystykę do kwantów świetlnych (fotonów) rozmieszczonych w komórkach przestrzeni fazowej o wielkości h^3 . Konkretna liczba komórek obsadzona została przez ustaloną liczbę kwantów określonego rodzaju (częstotliwości).

S.N.Bose wprowadza system w którym N_s oznacza liczbę kwantów świetlnych należących do przedziału $d\nu^s$ (posiadających częstotliwość z przedziału $d\nu^s$). Stawia on pytanie na ile różnych sposobów można zmieścić N_s kwantów (należących do $d\nu^s$ i potraktowanych jako nierozróżnialne) w A^s rozróżnialnych komórkach. Postawione w ten sposób zagadnienie sprowadza on do wyznaczenia liczby różnych rozkładów (Verteilungen) N_s nierozróżnialnych kwantów w A^s rozróżnialnych komórkach.

Chcąc określić tę liczbę Bose przyjmuje (podobnie jak W.Natanson), że p_0^s komórek ma energię $0 \cdot h\nu^s$ (czyli są wolne), p_1^s komórek ma energię $1 \cdot h\nu^s$ (jeden kwant), p_2^s komórek ma energię $2 \cdot h\nu^s$ (dwa kwanty), analogiczna sytuacja zachodzi dla pozostałych komórek, a zatem p_r^s komórek ma energię $r \cdot h\nu^s$ (r kwantów).

W ten sposób zostaje zdefiniowana liczba kwantów N_s jako suma iloczynów liczb obsadzeń kwantami przez ilość odpowiadających im komórek:

$$N_s = 0 \cdot p_0^s + 1 \cdot p_1^s + 2 \cdot p_2^s + \dots, \quad (1)$$

15 L.Natanson, *Über die statistische Theorie der Strahlung*, „Physikalische Zeitschrift”, z. 12, 1911, s. 659-666.

Szerzej o tej pracy zob. B.Lange: *Znaczenie nierozróżnialności kwantów energii przy wyprowadzaniu formuły Plancka*, „Kwartalnik Historii Nauki i Techniki” 1, 1992, s. 1-12.

16 S.N.Bose, *Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese*, „Zeitschrift für Physik”, 26, 1924, s. 178.

17 Tamże, s. 178.

czyli ogólnie:

$$N_s = \sum_r r p_r^s \quad \text{gdzie} \quad r = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

Natomiast całkowita liczba komórek w badanym systemie wynosi:

$$A^s = \sum_r p_r^s \quad (3)$$

Z drugiej zaś strony, biorąc pod uwagę wyrażenie na całkowitą energię systemu:

$$E = \sum_s N_s h\nu^s \quad (4)$$

Podstawiając wyrażenie (2) na N_s do wzoru (4) otrzymuje on, że całkowita energia systemu wynosi:

$$E = \sum_s \left[\sum_r r p_r^s \right] h\nu^s \quad (5)$$

Jednakże, w odróżnieniu od założeń W. Natanson, który przyjął, że liczba obsadzeń zmienia się od $i = 0$ do ustalonej wartości maksymalnej $i = p$ (ponadto operował on jednym przedziałem częstości) procedura Bosego dopuszcza dowolną liczbę obsadzeń, czyli r zmienia się od $r = 0$ do $r = \infty$, oraz dowolną liczbę przedziałów częstości (s zawiera się w przedziale od $s = 0$ do $s = \infty$).

Dla tak zdefiniowanego systemu Bose określa „liczbę możliwych rozkładów” (Die Zahl der möglichen Verteilungen) przy spełnionych warunkach (2) i (3):

$$U_s = \frac{A^s!}{p_0^s! p_1^s! p_2^s! \dots} \quad (6)$$

czyli inaczej:

$$U_s = \prod_{r=0}^{r=\infty} \frac{A^s!}{p_r^s!} \quad (7)$$

Rozkład fotonów określa Bose pojęciem „Verteilung”. Pojęcie to wymaga bliższego omówienia. Pojęcie „Verteilung” oznacza czynność rozbijania czegoś na części (bądź wynik tej czynności, czyli rozkład lub rozdział) bez wskazania miejsca ich lokalizacji lub bez określenia, o które części chodzi. Natomiast pojęcie „Anordnung” oznacza układ powstający z rozkładu „Verteilung”. Tak więc „Anordnung” należy rozumieć jako rozkład uporządkowany. S.N.Bose nie czyni tego rozgraniczenia, ale kontekst, w którym wprowadza pojęcie „Verteilung” pozwala sądzić, iż rozumiał je jako układ (rozkład uporządkowany) powstający z rozkładu nierozróżnialnych kwantów świetlnych w rozróżnialnych komorach (odbieralnikach), czyli w znaczeniu „Anordnung”. Dlatego też Bose powinien użyć raczej (dla U_s) określenia: „Die Zahl der möglichen Anordnungen”, ponieważ jednak chodzi tu o jedną i tą samą sytuację fizyczną: „Verteilungen — Anordnungen”, o tyle usprawiedliwione jest użycie określenia: „Die Zahl der möglichen Verteilungen”.

Tak więc zdefiniowana przez Bosego wielkość U_s oznacza (podobnie jak wprowadzona przez Natansona wielkość U) liczbę możliwych układów odpowiadających wprowadzonemu rozkładowi przy spełnionych warunkach (2) i (3). W dalszej rekonstrukcji poglądów Bosego posługiwać się będziemy pojęciem „Verteilung” w znaczeniu Natansona „Anordnung”, ponieważ w tym sensie występuje ono w jego wywodach matematycznych.

Pamiętać jednak trzeba, że z odmiennego znaczenia tych terminów (w odniesieniu do rozpatrywanej sytuacji fizycznej) Natanson zdawał sobie sprawę znacznie wcześniej. W analizie Natansona pojęcia „Verteilung” i „Anordnung” nie pokrywają się semantycznie (znaczeniowo). Ponadto należy zaznaczyć, że brak w pracy Bosego tego rozgraniczenia uniemożliwia mu głębsze uzasadnienie teoretyczne wybranej metody obliczeń i

w tym aspekcie jest cofnięciem się do sytuacji poprzedzającej ukazanie się pracy Natansona.

Natomiast prawdopodobieństwo (Wahrscheinlichkeit) wystąpienia dowolnego układu rozkładów podanych we wzorze (6) określa on w następujący sposób:

$$W = \prod_s \frac{A^s!}{p_0^s! p_1^s! p_2^s! \dots} \quad (8)$$

Mozemy je również zapisać w postaci:

$$W = \prod_s \prod_r \frac{A^s!}{p_r^s!} \quad (9)$$

co prowadzi do formuły Plancka¹⁸.

Wprowadzone przez S.N. Bosego wyrażenie (7) na liczbę układów otrzymywanych w badanym systemie (Die Zahl der möglichen Verteilungen), przy ustalonych warunkach (2) i (3) jest analogiczne do wprowadzonego przez W. Natansona wyrażenia określającego liczbę kolokacji (Anzahl der Anordnungen): $U(N_i)$, ponieważ w obu przypadkach podobnie zdefiniowano system i rodzaj rozkładu (nierozróżnialne kwanty i rozróżnialne komórki). Różnica między tymi wyrażeniami występuje jedynie co do zakresu sumowania, o czym była mowa powyżej. Należy tu zaznaczyć, że obie formuły prowadzą do wzoru Plancka.

Zwraca na to uwagę F. Hund: „[...] przeliczanie, jakie wyjaśnił Natanson, odpowiada temu, jakie Bose w późniejszym czasie zastosował do kwantów świetlnych (fotonów), a które nosi obecnie nazwę statystyki Bosego”¹⁹.

Porównamy obecnie założenia wprowadzone przez W. Natansona z założeniami przyjętymi przez S.N. Bosego.

W obu przypadkach system składa się z odróżnialnych odbieralników energii (u Natansona — „naczyń”, a u Bosego — „komórek”) oraz

¹⁸ Tamże, s. 180.

¹⁹ F. Hund, dz. cyt., s. 30.

nieodróżnialnych jednostek energii (u Natansona — „energii”, a u Bosego — „kwantów świetlnych”). W podobny sposób określony został rodzaj rozkładu, wyznaczony przez cztery warunki:

1. Liczba rozróżnialnych komórek (odbieralników energii) wynosi:

(Natanson)

$$N = \sum_{i=0}^{i=p} N_i \quad (10)$$

(Bose)

$$A^s = \sum_{r=0}^{r=\infty} p_r^s \quad (11)$$

gdzie i , r , p , są to liczby obsadzeń, p_r^s , N_i , — liczby odbieralników zawierających kwanty. Przypominamy, że u Natansona nie występuje wskaźnik s , gdyż posługuje się on jednym przedziałem energii.

2. Liczba kwantów zawartych w rozróżnialnych komórkach (odbiornikach energii) wynosi:

(Natanson)

$$n = \sum_{i=0}^{i=p} i \cdot N_i \quad (12)$$

(Bose)

$$N_s = \sum_{r=0}^{r=\infty} r p_r^s \quad (13)$$

gdzie n , N_s oznaczają liczbę kwantów.

3. Energia całkowita systemu kwantów wynosi:

(Natanson)

$$E = \left[\sum_{i=0}^{i=p} i \cdot N_i \right] h\nu \quad (14)$$

(Bose)

$$E = \left[\sum_{r=0}^{r=\infty} r p_r^s \right] h\nu^s \quad (15)$$

4. Liczba rodzajów układów uzyskiwanych dla rozróżnialnych komórek i nierozróżnialnych kwantów jest równa:

(Natanson)

$$U(N_i) = \prod_{i=0}^{i=p} \frac{N!}{N_i!} \quad (16)$$

(Bose)

$$U_s = \prod_{r=0}^{r=\infty} \frac{A^s!}{p_r^s!} \quad (17)$$

Przeprowadzona przeze mnie analiza i porównanie wykazują, że procedury zastosowane przez W. Natansona i S. N. Bosego są identyczne. Dlatego też rację ma F. Hund stwierdzając: „Statystyka Bosego kwantów świetlnych stanowiła wcześniej stosowaną przez Plancka statystykę kwantów energii i prowadziła do wzoru Plancka na promieniowanie. Natomiast sposób obliczania rozkładów nierozróżnialnych cząstek, który wyjaśnił

Natanson już w 1911 r., w następnych latach nazwano statystyką Bosego (rozważania Natansona zostały całkowicie zapomniane po roku 1924)²⁰.

Należy zaznaczyć, że A.Einstein zgadzał się całkowicie z wynikami ogłoszonymi przez Bosego i podkreślił ich znaczenie stwierdzając: „Boses Ableitung der Planckschen Formel bedeutet nach meiner Meinung einen wichtigen Fortschritt”²¹. Nie poinformował jednak zarazem, iż do rezultatów zbliżonych z ujęciem Bosego doszedł Natanson kilkanaście lat wcześniej.

Jak wiadomo, A.Einstein brał udział w I Kongresie Solvayowskim w 1911 r. i odegrał (wraz z M.Planckiem, H.A.Lorentzem, J.Jeanssem i P.Langevinem) pierwszoplanową rolę w dyskusji nad zagadnieniem promieniowania²². Można przypuszczać, że Einstein dokładnie zapoznał się z artykułem M.Plancka i zetknął się z wyrażoną tam uwagą o pracy W.Natansona.

Wydaje się, że przyczyną pominięcia analizy W.Natansona przez Einsteina był fakt, iż problematyka związana z uzasadnieniem procedury Plancka nie budziła już w latach dwudziestych tych wątpliwości, jakie wcześniej próbowali wyjaśnić M.Planck, P.Ehrenfest, W.Natanson, a także sam Einstein oraz wielu innych fizyków.

Czy Bose zetknął się z nazwiskiem Natansona i czy znał jego analizę metody obliczeń Plancka — trudno dziś ustalić.

20 Tamże, s. 145.

21 A.Einstein, *Anmerkung des Übersetzers*, „Zeitschrift für Physik”, 26, 1924, s. 181.

22 A.Einstein, *Wypowiedź [w:] Die Theorie der Strahlung und der Quanten Verhandlungen auf einer von E.Solvay einberufenen Zusammenkunft (30 October bis 3 November 1911)*, Halle 1914, s. 95-108.