

# Anetta Fortuna

---

## Wykorzystanie środków dydaktycznych do odkrywania pojęć matematycznych

---

Nauczyciel i Szkoła 3-4 (16-17), 247-255

---

2002

Artykuł został zdigitalizowany i opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej [bazhum.muzhp.pl](http://bazhum.muzhp.pl), gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

## Wykorzystanie środków dydaktycznych do odkrywania pojęć matematycznych

Niniejszy artykuł zawiera rozważania na temat wykorzystania środków dydaktycznych w kształtowaniu pojęć matematycznych.

Dużą rolę w kształtowaniu pojęć matematycznych u uczniów odgrywają atrakcyjne środki dydaktyczne, popularnie zwane pomocami dydaktycznymi, które wywołują w uczniach większą aktywność, zainteresowanie, pobudzają do myślenia i samodzielnego działania. Występuje ścisły związek między atrakcyjnymi pomocami a aktywnością uczniów.

Uczniowie bardzo lubią działać, manipulować operować konkretnymi przedmiotami więc do atrakcyjnych środków.

Nie wystarczają pomoce stosowane poza zasięgiem dłoni dziecka. Jeśli nauczyciel wykorzystuje sylwety, sam operując nimi na tablicy lub dopuszcza do nich jedno z uczniów, następuje tylko częściowe przyswojenie wiadomości. Jeśli natomiast uczniowie mają środki w dłoniach, mogą nimi poruszać, manipulować, operować, przyswajają materiał łatwiej, są zaangażowane, przeżywają lekcje.

W pracy nad kształtowaniem pojęć matematycznych należy oprócz sylwet wykorzystywać rozmaite przedmioty naturalne oraz przedmioty codziennego użytku, co dla nauczyciela stanowi znaczne ułatwienie w przygotowaniu zajęć. Jeśli mówimy np. o jesieni można oprócz sylwet wykorzystać owoce, orzechy, kasztany.

Ważne jest również to, aby oprócz zaplanowanych i specjalnie zorganizowanych zajęć matematycznych wykorzystywać różne sytuacje okolicznościowe sprzyjające przyswajaniu pojęć matematycznych.

Kształtowanie pojęć matematycznych może odbywać się nie tylko w klasie, ale i na wycieczce, na spacerze, w zabawach dowolnych, ruchowych, dydaktycznych.

Pomoce dydaktyczne stosowane przez nauczyciela muszą spełniać określone warunki: odpowiadać możliwościom percepcyjnym uczniów wynikających z ich rozwoju, muszą być bezpieczne, nieskomplikowane, odpowiedniej wielkości, wytrzymałe, odwołujące się do doświadczeń dzieci, kolorowe, zachęcające do działania.

Każdy nauczyciel powinien mieć świadomość, że im lepszy stopień opanowania przez uczniów umiejętności matematycznych, tym lepszy start szkolny, a co za tym idzie, większa motywacja do nauki w szkole. Kształcenie pojęć matematycznych jest elementem atrakcyjnej zabawy. Żadnej sytuacji nie wolno nauczycielowi zaniedbać, ponieważ każda z nich rozszerza lub utrwala pojęcia matematyczne.

W każdej z klas I-III jest odpowiednio liczna grupa dzieci o przyspieszonym rozwoju, a obok niej inna z różnymi niedoborami rozwojowymi. Warunkiem wyrównania dysharmonii rozwojowych u jednych i równocześnie nie zahamowanie tempa rozwoju bardziej zdolnych uczniów jest zróżnicowanie oddziaływań dydaktyczno-wychowawczych. Podstawą tego zróżnicowania jest właściwa interpretacja treści przedstawionych w programie nauczania, umożliwiająca dostosowanie ich do sposobu myślenia dzieci na danym etapie rozwojowym.

Naturalną konsekwencją tego będzie przygotowanie odpowiednich sytuacji dydaktycznych i właściwy dobór metod, środków dydaktycznych i form organizacyjnych, dzięki którym stworzone zostaną podstawy dla uogólnienia doświadczeń uczniów na każdym poziomie rozwoju.

Mówiąc o właściwym doborze metod, środków i form organizacyjnych mam na myśli stwarzanie takich warunków na lekcji, które umożliwiają jednym dzieciom odkryć na podstawie doświadczeń empirycznych na przykład pojęcie dodawania, natomiast innym wyjść poza działalność konkretną. Chcąc to osiągnąć nauczyciel musi znać zakres percepcji uczniów, z którymi pracuje w stosunku do realizowanych treści programowych.

Kształcenie matematyczne uczniów klas I-III można określić jako wielostronne przygotowanie w ich umysłach określonego zarysu podstawowych struktur oraz mających z nimi związek elementarnych pojęć tak, aby po podjęciu systematycznej nauki w klasach wyższych mogli zdobyte doświadczenie wykorzystać w dalszym procesie matematyzacji.

Nie chodzi tutaj wyłącznie o „wycuczenie” uczniów wiadomości, ani „wycwiczenie” sprawności określonych w programie nauczania. Celem zasadniczym matematyzacji doświadczeń uczniów klas I-III jest rozwijanie ich aktywnej postawy intelektualnej wobec sytuacji problemowych, rozwijanie języka, wyobraźni, inwencji i pomysłowości w rozwiązywaniu zadań. Jest bardzo istotne, by w trakcie tego procesu zostały stworzone odpowiednie warunki dla rozwijania zainteresowań matematycznych każdego ucznia, pozytywnej motywacji do uczenia się, samodzielności, umiejętności formułowania pytań, odwagi bronięcia własnego zdania.

Jednym z podstawowych warunków optymalizacji procesu kształcenia matematycznego uczniów klas I-III jest właśnie przestrzeganie przez nauczycieli zasady pogłębłości. Sposoby jej realizacji w praktyce szkolnej uzależnione są od właściwości rozwoju psychofizycznego uczniów, zasobu ich doświadczenia, zakresu obserwacji danych przedmiotów, zjawisk, wydarzeń lub procesów oraz możliwości

opisywania wyników obserwacji.

Cechą charakterystyczną uczniów w młodszym wieku szkolnym jest bowiem myślenie konkretno-obrazowe. W związku z tym ich czynności poznawcze nie mogą dotyczyć wyłącznie słów i zdań, lecz przede wszystkim konkretnych, odpowiednio dobranych przedmiotów. Słowa i zdania odgrywają w procesie kształcenia matematycznego istotną rolę, lecz tylko wtedy, gdy uczniowie w sposób spontaniczny opisują wykonywane przez siebie konkretne czynności na odpowiednio dobranych środkach dydaktycznych.

W dotychczasowej praktyce szkolnej punktem wyjścia procesu nauczania - uczenia się elementów arytmetyki były ćwiczenia na konkretnych materiałach poglądowych. W klasach I-III nauczyciel dysponował następującymi środkami dydaktycznymi:

- tablice liczbowe służące do ilustracji liczb pierwszej dziesiątki
- różnorodne „liczmany” wykorzystywane w procesie rozwiązywania zadań rachunkowych, jako materiał ilustracyjny
- liczydło klasowe, za pomocą którego demonstrowano dodawanie lub odejmowanie liczb w zakresie 100
- tabele ściennie ilustrujące dodawanie i mnożenie liczb w zakresie 100
- tarcza zegara
- waga z odważnikami

Oprócz przedstawionych tutaj pomocy naukowych nauczyciele klas I-III posługiwali się również materiałami własnej konstrukcji.

Ponadto każdy uczeń był zaopatrzony w liczydełko, zbiór patyczków, „Wyprawka do nauki arytmetyki”.

Do zbioru podstawowych współczesnych środków dydaktycznych w procesie nauczania początkowego matematyki możemy zaliczyć:

- materiał logiczny
- liczby w kolorach
- minikomputer
- klocki arytmetyczne do niedziesiątkowych układów liczenia
- geoplan

Współczesne środki dydaktyczne są przydatne nie tylko do pracy indywidualnej, lecz również i zespołowej.

Bowiem jakiegokolwiek pojęcia, a matematyczne w szczególności powinny być kształtowane w trakcie aktywnej działalności zespołowej uczniów ponad to pobudzają one uczniów do formułowania i rozwiązywania problemów matematycznych, badania i poszerzania zakresu pojęć. Kształcą takie cechy charakteru jak: samodzielność, pomysłowość, wytrwałość, ciekawość, zainteresowanie, chęć rozumie-

nia. Umożliwiają one również każdemu dziecku odnoszenie sukcesów.

## Pojęcie działania arytmetycznego - dodawanie

Czynności składania i rozkładania klocków oraz wszystkie inne czynności manualno-praktyczne stanowią pierwszy etap kształtowania czynności umysłowych. W kształtowaniu pojęcia dodawania ważne jest, aby czynności konkretne miały zróżnicowany charakter. Na przykład - dosumowanie, dokładanie, dosypywanie, dolewanie, dochodzenie.

Na drodze pierwotnego abstrahowania uczniowie uogólniają te czynności, ponieważ wszystkie one wiodą do połączenia zbiorów. Stopniowo czynności manualno-praktyczne zostają zastąpione tylko wyobrażeniem tych czynności przy równoczesnym opisie słownym (czynności werbalne). Wreszcie przekształcają się one w czynności umysłowe wyrażone za pomocą symboli i znaków matematycznych.

Proste zadania tekstowe wprowadzamy równoległe z opracowaniem działań arytmetycznych. Pracę tę rozpoczynamy w klasie I od zapoznania uczniów z działaniami dodawania i odejmowania. Na lekcjach matematyki zapoznając uczniów z działaniami arytmetycznymi stosujemy różnorodne środki dydaktyczne, co przedstawiam na przykładzie:

Rankiem z domu do szkoły wyszło 3 chłopców. Po drodze dołączyły do nich 4 dziewczynki. Ilu uczniów przyszło razem do szkoły?

### I Czynności orientacyjne połączone z ruchowymi

1. Odczytanie i powtórzenie zadania.
2. Wyodrębnienie danych z zadania połączone z jednoczesnym inscenizowaniem.  
Na środek klasy wychodzi 3 chłopców, dochodzą do nich 4 dziewczynki.
3. Wyodrębnienie pytania.
4. Praktyczne łączenie się grup uczniów i przeliczanie całego zbioru.
5. Na stole leżą szablony postaci ludzkiej. Przypnij na tablicy tyle liczmanów ilu było chłopców. Obok tyle ile było dziewczynek.

### II Czynności umowne na rysunku:

1. Ustalenie sposobu oznaczenia dzieci (kreseczki) i grup (pętli).  
Ułóżcie na ławce tyle patyczków czerwonych, ilu było chłopców. Tyle zielonych, ile było dziewczynek.

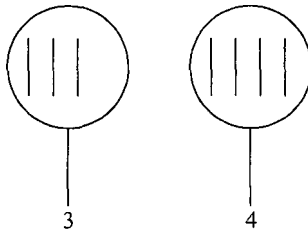
2. Rysowanie w zeszytach i na tablicy pętli i zaznaczenie w nich elementów.

Po wykonaniu tych czynności należy sprawdzić ich poprawność skłaniając dzieci do ponownego przeliczenia ułożonych patyczków.

W związku z tym należy postawić szereg pytań:

- Iloma patyczkami oznaczyłeś liczbę chłopców?
  - Ile patyczków ułożyłeś zamiast dziewczynek?
  - Powtarzanie pytania w zadaniu: Ilu uczniów przyszło razem do szkoły?
3. Oznaczenie złączenia zbiorów dużą pętlą.

Podpisujemy zbiory patyczków liczbami.



N - W jaki sposób możemy znaleźć odpowiedź na pytanie postawione w zadaniu?

U - Uczniowie proponują złączenie zbiorów dużą pętlą.

N - Jakim znakiem zapiszemy wykonaną przez nas czynność łączenia patyczków?

U - Znakiem dodawania (plus).

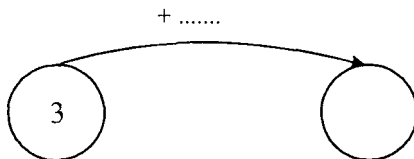
4. Nauczyciel rysuje graf bez oznaczeń liczbowych i mówi:

Ten rysunek nazywa się „grafem”.

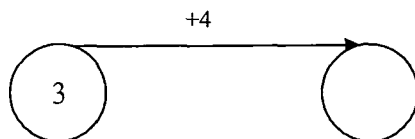
### III Czynności werbalne i symboliczne

1. Konfrontacja grafu z treścią zadania

- Ilu było chłopców? Zaznaczamy tę liczbę w pierwszym kółku na grafie.



- Ile było dziewczynek? Tę liczbę zaznaczymy w kółku nad strzałką. Uczniowie obliczają wynik.



2. Zapis formuły matematycznej i jej interpretacja.

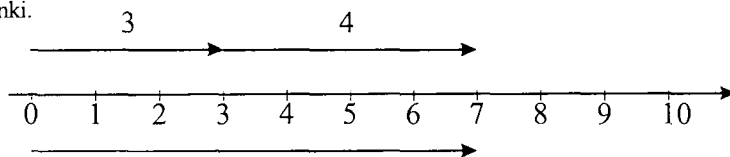
$$3 + 4 = 7$$

- Co oznacza liczba 3?
- Co oznacza liczba 4?
- Dlaczego wstawiliśmy znak plus między tymi liczbami?

3. Redagowanie odpowiedzi na pytanie.

4. Sprawdzenie rozwiązania.

Zadanie to można rozwiązać stosując także inne środki dydaktyczne jak: oś liczbowa, gdzie zaznaczamy najpierw trzech chłopców, a potem dochodzące 4 dziewczynki.



Strzałka pod osią oznacza nam ile dzieci przyszło do szkoły.

W związku z tym można zadać pytanie: Co trzeba zrobić, aby było razem 7 uczniów?

Z przedstawionego planu wynika iż uczniowie najpierw przedstawili operację dodawania za pomocą ruchowych czynności dochodzenia, potem zilustrowali ją graficznie w postaci złączenia dwóch zbiorów pętlą, wreszcie zapisali symbolicznie w postaci formuły dodawania. Wszystkie te czynności były wspierane mową głośną, wykorzystywaną do wyjaśnienia sensu wykonywanych działań.

Rysunki i schematy pełnią funkcję planów rozwiązań zadań, więc ułatwiają dzieciom sporządzanie właściwych formuł matematycznych. Nie należy jednak zatrzymywać analiz zadań na tym poziomie, gdyż stosowane tutaj formy czynności

są jeszcze niezapełnione zinterioryzowane.

W dalszym okresie nauki należy je stopniowo zastępować czynnościami werbalnymi, treścią których są już tylko opisy działań wykonywanych nad działaniami. Na tym etapie uczniowie będą tylko nazywać czynności, które zamierzają wykonać, wyjaśnić sposoby ich realizacji, zapisywać całościowe plany ich rozwiązań, komentować wykonywane czynności i uzyskiwane z ich pomocą rezultaty, formułować reguły działań. Pożądane jest przy tym aby wszystkie te czynności redagowane były najpierw w mowie głośnej, gdyż to stwarza możliwość ich kontroli oraz korygowanie, jeśli zachodzi tego potrzeba. Kiedy uczniowie osiągają pełną sprawność w werbalnym przeprowadzaniu analiz, możemy im pozwalać na coraz bardziej skrótowe redagowanie wypowiedzi i zachęcać do wypowiadania ich szepcąc, a potem w mowie cichej.

## Tworzenie się pojęcia prostokąta

P.van Hiele wyróżnił kilka poziomów myślenia. Wstępnie scharakteryzuj te, które mają związek z nauczaniem geometrii w szkole podstawowej tj.: wzrokowy, opisowy i logiczny.

Na poziomie wzrokowym uczniowie rozpoznają figury według kształtów i traktują je całościowo (bez wydzielenia ich poszczególnych cech) i różnicowane są one na podstawie wyglądu zewnętrznego ich modeli.

Dziecko na tym poziomie myślenia potrafi wskazać przedmiot o kształcie prostokąta, powie: to jest prostokąt, lecz nie potrafi uzasadnić dlaczego tak sądzi.

Przykłady ćwiczeń, które sprzyjają kształtowaniu pojęcia prostokąta na tym poziomie.

1. Dla każdej pary uczniów przygotowuję woreczek z modelami, klockami, pudełkami, kartonikami, patyczkami. Następnie proponuję dzieciom „Grę w dobieranie kształtów”. Jeden uczeń, z zamkniętymi oczami, wybiera z woreczka przedmiot. Jego kolega, także nie patrząc rozpoznaje dotykiem jego kształt i wybiera z woreczka inne przedmioty tego samego kształtu. Następnie uczniowie zamieniają się rolami. Po tym następuje ocena, kto popełnił mniej błędów, ten wygrywa.
2. Proponuję dzieciom narysowanie ściany w klasie wraz z tablicą szkolną. Należy także na rysunku umieścić godło i inne obrazki zawieszane na ścianie. Każdy z przedmiotów uczniowie przedstawiają innym kolorem. Po wykonaniu pracy dzieci opowiadają, jak wyglądają te przedmioty.

Na poziomie opisowym następuje analiza poznawanych figur, w rezultacie której uczeń odkrywa ich własności. Już nie kształt decyduje, czy mamy do czynienia



z badanym obiektem, ale jego własności. Figury opisuje się poprzez ich własności odkrywane w toku różnorodnych doświadczeń. Temu poziomowi towarzyszy „nowy” język. W wypowiedziach dzieci pojawiają się nazwy własności figur, nazwy części, symbole słowne. Np. uczeń mówi: prostokąt ma cztery boki, cztery wierzchołki, nazywa się on ABCD.

Przykłady ćwiczeń, które sprzyjają kształtowaniu prostokąta na poziomie: opisowym.

1. Uczniowie dysponują patyczkami równej długości. Zbuduj kilka prostokątnych ramek używając patyczków. Ćwiczenie wykonaj na kratkowej kartce. Sprawdź, czy potrafisz to zrobić z trzech, czterech, sześciu, siedmiu patyczków. Powiedz dłużej nie zawsze potrafiłeś to zrobić.
2. Przedstaw na rysunku kwadrat. Połącz każde jego wierzchołki posługując się linijką. Wypełnij ten model, a następnie przetnij wzdłuż narysowanych linii. Porównaj otrzymane części przez nakładanie. Ułóż z nich różne modele prostokątów.

Na poziomie logicznym (teoretycznym) następuje logiczne porządkowanie własności figur i samych figur. Tak więc uczeń dostrzega, że pewne własności są ważniejsze; wystarczy je znać, aby inne z nich otrzymać. Nie trzeba mówić, że czworokąt ma cztery kąty, cztery boki, cztery wierzchołki, ale wystarczy powiedzieć, że ma cztery boki, a dwie pozostałe własności stąd wynikają. Na tym poziomie mniej istotne stają się właściwości, ważniejsze zaś związki między nimi. Dziecko odkrywa relacje między bokami, kątami i punktami w figurach. Np. każdy uczeń stwierdzając, że „każdy kwadrat jest prostokątem” orzeka o związku między zbiorem kwadratów a zbiorem prostokątów. Język odpowiadający temu poziomowi ma charakter abstrakcyjny i dopiero na tym poziomie myślenia może zrozumieć rolę definicji, sens twierdzenia i jego sprawdzenia dedukcyjnego.

Przykłady ćwiczeń, które sprzyjają kształtowaniu prostokąta na poziomie teoretycznym:

1. Skonstruuj prostokąt mając dane: jego przekątną oraz kąt jaki tworzą przekątne tego prostokąta.
2. Zbadaj, który z prostokątów o danym obwodzie ma największe pole.

## Zakończenie

Podana skrótowo charakterystyka poziomów myślenia akcentuje ich hierarchiczne uporządkowanie, to znaczy przejście z danego poziomu na wyższy jest możliwe wtedy, gdy ukształtuje się to, co dla poziomu niższego jest istotne, gdy wytworzy się język poziomowi odpowiadający.

### Bibliografia:

1. M. Cackowska - Rozwiązywanie zadań tekstowych w klasach I- III, Warszawa 1993, WSiP.
2. H. Moroz - Współczesne środki dydaktyczne w nauczaniu początkowym matematyki, Warszawa 1986, WSiP.
3. U.G. Trelińscy - Nauczanie początków geometrii, Kielce 1993.