

# Magdalena Milczewska

---

## Edukacja matematyczna w wybranych programach wychowania przedszkolnego

---

Problemy Wczesnej Edukacji/Issues in Early Education 10/1(24), 108-115

---

2014

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej [bazhum.muzhp.pl](http://bazhum.muzhp.pl), gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

**Magdalena Milczewska**

Uniwersytet Warszawski  
mmilczewska@gmail.com

## **Edukacja matematyczna w wybranych programach wychowania przedszkolnego**

*„Matematyka nie jest obiektywną całością struktur i twierdzeń, może nawet kolejno ponumerowanych, ale środkiem i stylem ludzkiej działalności, pewnym sposobem bycia. Matematyka to nie tylko efekt końcowy myślenia i badania, lecz również sam proces myślenia i badania.”*

H. Broekman

### **Summary**

#### **Mathematical education in selected preschool programmes**

In this article preschool education programmes are analyzed which in 2009 were awarded by the Polish Ministry of National Education. The central points of this analysis are the issues of mathematics teaching. The analysis should answer the question of how the goals and specific content of mathematics education are presented in selected programmes. In the first part the language has been analysed in which different parts of the programmes were written. The authors, through their use of language, show us the role of the child and the teacher in the process of upbringing and educating. Significant is also the essential side of the used terminology. Finally, the internal consistency of each of the documents is taken into account. This study shows that the programmes use mostly the language skills that reveal the leading role of the teacher in upbringing and educating. The child frequently becomes the recipient of contents and is assessed on the amount of knowledge assimilated. Factual and linguistic errors appear in these programmes which the Ministry of Education thought could be the basis of pre-school teaching.

**Słowa kluczowe:** edukacja matematyczna, edukacja przedszkolna, program edukacji przedszkolnej

**Keywords:** mathematical education, pre-school education, pre-school education programme

W rozwoju dziecka w wieku przedszkolnym zachodzą procesy, których prawidłowy przebieg umożliwi mu efektywne funkcjonowanie w środowisku edukacyjnym. Dziecko w okresie przedszkolnym cechuje naturalna ciekawość, zaangażowanie, chęć poznawania i eksperymentowania. W tym czasie gromadzi ono wiele doświadczeń, spostrzeżeń, z których tworzy swoją własną wiedzę o świecie (Smykowski 2005). Niezwykle ważna jest przy tym rola środowiska społecznego. Silny związek pomiędzy rodzicami a dzieckiem zaczyna w tym wieku ustępować miejsca związkom z innymi ludźmi. Jest to możliwe dzięki dojrzewaniu emocjonalnemu, fizycznemu i społecznemu dziecka, które w coraz mniejszym stopniu jest skoncentrowane na sobie i zaczyna dostrzegać innych ludzi oraz ich potrzeby.

Biorąc pod uwagę powyższe ustalenia, warto zastanowić się nad współczesnym podejściem do możliwości rozwijania intuicji i pojęć matematycznych w przedszkolu. Prof. E. Gruszczyk-Kolczyńska od lat zwraca uwagę na istotność problemu rozwijania myślenia matematycznego u dzieci w wieku przedszkolnym i wczesnoszkolnym (Gruszczyk-Kolczyńska 1997; Gruszczyk-Kolczyńska, Zielińska 2007). Brak jednoznacznego rozumienia źródeł ograniczeń edukacji matematycznej sprawia, że zarówno teoretycy, jak i praktycy borykają się z trudnościami związanymi z dydaktycznymi aspektami rozwijania myślenia matematycznego.

### **Edukacja matematyczna w przedszkolu**

W jaki sposób nauczyciel w przedszkolu powinien organizować proces nauczania-uczenia się, aby tworzona w jego trakcie wiedza była wiedzą praktyczną, nadającą się do wykorzystania także w codziennych sytuacjach? D. Klus-Stańska i A. Kalinowska (2004: 29) uważają, że „aby wiedza matematyczna ucznia oznaczała matematyczne myślenie i rozumienie, a nie zbiór bezrefleksyjnie kolekcjonowanych ciągów czynności, uczeń musi rozpoczynać od twórczych strategii osobistych zanim pozna formalne procedury działania.” To stwierdzenie odnosi się także do edukacji matematycznej dzieci w wieku przedszkolnym. Na tym etapie najważniejsze są osobiste doświadczenia dziecka. Stanowią one budulec, z którego dziecko tworzy pojęcia i który wykorzystuje do doskonalenia swoich umiejętności. Należy zatem bazować na naturalnej ciekawości i zainteresowaniu dziecka sytuacjami matematycznymi. Twórczość matematyczna nie musi być dodatkiem do wychowania i edukacji. Może być ich początkiem. Wtedy matematyka będzie także nauką zdobywania wiedzy, czyli umiejętności uczenia się.

Metody kształtowania pojęć matematycznych, które wymagają od dziecka udzielenia jednej odpowiedzi na postawione pytanie nie powinny być podstawą pracy z dziećmi w wieku przedszkolnym. Obserwacja praktyki edukacyjnej pokazuje jednak, że takie metody są wykorzystywane przez nauczycieli przedszkola.

Nauczyciele często mylą wiedzę proceduralną z wiedzą deklaratywną. Przekładając bowiem w najprostszy sposób tę, wywodzącą się z psychologii poznawczej (Nęcka, Orzechowski, Szymura 2006), koncepcję na język praktyki, kojarzą wiedzę deklaratywną tylko z określonymi wiadomościami. „Wiedza, że” pojawia się zatem wtedy, gdy dziecko coś mówi. Wiedza proceduralna, czyli „wiedza, jak” pojawia się, gdy dziecko coś robi. Takie rozumowanie nie ma nic wspólnego z wyjaśnieniami dokonywanymi przez psychologię. Ponadto, niesie ze sobą niebezpieczeństwo zaniedbywania rozwoju wiedzy proceduralnej, która jest wynikiem myślenia i wytwarzania własnych argumentów. Dla zrozumienia różnic pomiędzy tymi dwoma rodzajami wiedzy istotny jest fakt, na który zwraca uwagę G. Ryle (za: Kalinowska 2010). Zdaniem przywołanego autora, wiedza deklaratywna, wyrażająca się w działaniu, musi być poprzedzona teorią, natomiast wiedza proceduralna może służyć wytworzeniu teorii, ale nie jest wynikiem jej zastosowania. Jest to zatem jedna z największych pułapek, jaką dostrzegam we współczesnej edukacji matematycznej, także tej prowadzonej w przedszkolu.

Z koncepcją wiedzy deklaratywnej i proceduralnej związane są rozważania D. Klus-Stańskiej i A. Kalinowskiej (2004) dotyczące myślenia matematycznego i matematycznej bezmyślności. Myślenie matematyczne definiowane jest przez autorki jako „zespół podejmowanych samodzielnie czynności umysłowych polegających na: rozwiązywaniu zadań i innych problemów matematycznych (...) i poszukiwaniu tych problemów (...)”

(Klus-Stańska, Kalinowska 2004: 19). Na pierwszy plan wysuwane są zatem nie same umiejętności, a czynności umysłowe, które muszą zostać uruchomione, aby doszło do takiego myślenia. Bezmyślność matematyczna przejawiać się będzie natomiast w niezdolności do wyjścia poza mechaniczne techniki obliczeniowe. Jeśli zatem dzieci będą skupiać się jedynie na naśladowaniu czynności nauczyciela, a nie własnej drodze dojścia do rozwiązania danego problemu, jeśli zadania będą odizolowane od rzeczywistości, wtedy rozwijać się będzie bezmyślność matematyczna.

Przyczyny takiego stanu rzeczy można szukać między innymi w zakorzenionych w umysłach nauczycieli schematach utrudniających zmianę podejścia do nauczania matematyki. Przywiązanie do transmisyjnego modelu nauczania, w którym nauczyciela postrzega się jako osobę, która wie i która musi wytłumaczyć, wskazać drogę rozwiązania zadania, prowadzi do upowszechniania się zjawiska „bezmyślności matematycznej”.

### **Edukacja matematyczna w programach wychowania przedszkolnego**

„Nauczyciel może zaproponować program wychowania przedszkolnego (...) opracowany samodzielnie lub we współpracy z innymi nauczycielami. Nauczyciel może również zaproponować program opracowany przez innego autora (autorów) lub program opracowany przez innego autora (autorów) wraz z dokonanymi zmianami.”<sup>1</sup> To zatem od nauczyciela wychowania przedszkolnego zależy dobór konkretnych metod, strategii i narzędzi. Można więc przyjąć, że nauczyciele, którzy wybierają programy wychowania przedszkolnego z propozycji dostępnych na rynku, „opracowanych przez innego autora” i nie modyfikują ich, nie chcą lub nie potrafią przygotować własnego programu. Traktują zatem wybrany program jako wyznacznik celów szczegółowych oraz sposobów ich osiągnięcia. Warto zatem przeanalizować, co w zakresie edukacji matematycznej proponują różne programy wychowania przedszkolnego.

Do analizy wybrano sześć programów, które w roku 2009 zostały nagrodzone lub wyróżnione przez MEN w konkursie na najlepsze programy wychowania przedszkolnego. Są to następujące pozycje:

- „Dobry start przedszkolaka” M. Rościszewskiej-Woźniak.
- „Zanim będę uczniem” E. Tokarskiej i J. Kopały.
- „Ku dziecku” B. Bilewicz-Kuźni i T. Parczewskiej.
- „Od przedszkolaka do pierwszaka” I. Brody.
- „Nasze przedszkole” M. Kwaśniewskiej i W. Żaby-Żabińskiej.
- „Odkryjmy Montessori jeszcze raz ...” R. Czekalskiej, A. Gaj, B. Lauby, J. Matczak, A. Piecusiak, J. Sosnowskiej.

Analiza miała odpowiedzieć na pytanie, jak prezentowane są cele i treści z zakresu edukacji matematycznej w wybranych programach wychowania przedszkolnego, a zwłaszcza:

- Jakie cele szczegółowe w zakresie edukacji matematycznej zostały sformułowane w analizowanych programach wychowania przedszkolnego?

<sup>1</sup> Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 21 czerwca 2012 r. w sprawie dopuszczania do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczania do użytku szkolnego podręczników.

- Jakie treści z zakresu edukacji matematycznej zostały wyeksponowane i uszczegółowione w analizowanych programach wychowania przedszkolnego?
- Jakie sposoby osiągania celów z zakresu edukacji matematycznej zostały zaproponowane w analizowanych programach wychowania przedszkolnego?
- W jaki sposób diagnozuje się w analizowanych programach gotowość dziecka do podjęcia nauki w szkole w zakresie edukacji matematycznej?

Przeprowadzona analiza ujawniła różne sposoby rozumienia, a co za tym idzie, formułowania celów kształcenia i wychowania. W programach uwzględniono cele główne (niekiedy są to cele główne zawarte w podstawie programowej, innym razem cele główne programu) lub/i cele szczegółowe. Formułowano je w dwojaki sposób – z punktu widzenia dziecka lub z punktu widzenia nauczyciela. W pierwszym przypadku dziecko sytuowane było:

- w roli biernego odbiorcy, który zdobywa (kolekcjonuje) określone umiejętności (charakterystyczne sformułowania stosowane w programach: nabywanie, rozumienie, nazywanie, posługiwanie się, dostrzeganie itp.),
- lub w roli konstruktora swojej wiedzy, gdzie w znacznym stopniu zwrócono uwagę na drogę, jaką pokonuje dziecko, a nie tylko efekt (charakterystyczne sformułowania stosowane w programie: badanie, tworzenie, wykorzystywanie w zabawach ..., wykorzystywanie zmysłów w poznawaniu ...).

Natomiast cele, które zostały sformułowane z punktu widzenia nauczyciela:

- albo eksponowały dyrektywność nauczyciela (charakterystyczne sformułowania stosowane w programie: kształcenie umiejętności, uświadamianie dzieciom, dążenie do ...),
- albo ukazywały nauczyciela w roli osoby wspierającej dziecko (charakterystyczne sformułowania stosowane w programie: tworzenie warunków do..., rozwijanie zdolności, rozwijanie myślenia ...).

Warto ponadto dodać, że w niektórych programach pojawiają się zarówno cele formułowane z punktu widzenia nauczyciela, jak i z punktu widzenia dziecka. Takie podejście prowadzi do braku spójności i konsekwencji w programie. Tylko w jednym z nich („Dobry start przedszkolaka”) dokonano wyraźnego podziału na cele sformułowane w odniesieniu do dzieci oraz zadania zapisane w formie celów dla nauczyciela.

W analizowanych programach w znacznym stopniu cele ukazują tylko efekt końcowy, określoną bardzo konkretnie umiejętność, nie koncentrują się na procesie. Eksponują wiodącą rolę nauczyciela, a dziecko stawiają w roli odbiorcy, co w odniesieniu do edukacji matematycznej może uniemożliwiać wychowankom korzystanie w pełni z sytuacji edukacyjnych aranżowanych przez nauczyciela lub tych pojawiających się „przy okazji”.

W każdym z analizowanych programów przedstawiono także treści kształcenia. Zastosowano przy tym dwa sposoby ich grupowania. W programach „Ku Dziecku”, „Od przedszkolaka do pierwszaka”, „Zanim będę uczniem” dokonano podziału na 15 obszarów edukacyjnych, podobnie jak w podstawie programowej wychowania przedszkolnego<sup>2</sup>. Treści matematyczne umieszczono między innymi w 4 i 13 obszarze (lub tylko w obszarze 13). Autorzy programów „Dobry start przedszkolaka”, „Odkryjmy Montessori jeszcze

<sup>2</sup> Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 grudnia 2008 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół. Załącznik nr 1.

raz” i „Nasze przedszkole” utworzyli nowe (w porównaniu z podstawą programową) obszary/ zakresy związane z edukacją matematyczną. Nazywali je „Edukacją matematyczną” lub „Naszą edukacją matematyczną”.

Zarówno pierwszy, jak i drugi sposób podziału treści może nieść ze sobą pewne zagrożenia. Warto zwrócić uwagę na to, że wydzielenie edukacji matematycznej jako odrębnego obszaru/ zakresu edukacji może prowadzić do sztucznego odseparowania treści matematycznych od innych treści edukacyjnych (np. w programie „Nasze przedszkole” *rozwijanie myślenia* jest oddzielone od *edukacji matematycznej*). Efektem takiego podejścia może być także zbytnie skupianie się na konkretnych umiejętnościach matematycznych dziecka, a nie na tworzeniu warunków do eksplorowania świata, poznawania jego właściwości, doświadczania, budowania jego obrazu. O tendencji do nadmiernej koncentracji na rozwijaniu konkretnych umiejętności dziecka może świadczyć następujący zapis dokonany w programie „Odkryjmy Montessori jeszcze raz...”: „wykonuje podczas dodawania i odejmowania na konkretach następujące czynności: (...)”.

Należy także zwrócić uwagę na język stosowany w zapisie treści edukacyjnych. Zapisywane są one zazwyczaj w odniesieniu do dziecka, jako konkretne umiejętności, które dają się jednoznacznie sprawdzić, na przykład „posługiwanie się liczebnikami głównymi”, „nazywanie i wskazywanie części ciała występujących podwójnie, parami”, „poruszanie się pod dyktando nauczyciela” itp. W programie „Nasze przedszkole” i „Ku dziecku” treści zapisywane są w formie opisu czynności czy działań, na przykład „dostrzeganie rytmicznej organizacji czasu”, „zabawy polegające na doskonaleniu umiejętności przeliczania: typu dodać, odjąć (...)”, „wielozmysłowe i czynnościowe poznawanie figur płaskich i brył” itp. W jednym z programów („Dobry start przedszkolaka”) treści zapisywane są w postaci hasła, na przykład „położenie przedmiotów w przestrzeni”, „kierunki prawo – lewo”, „przemienność pór dnia i nocy – rytmy w naturze” itp.

Zapisywanie treści w postaci konkretnych umiejętności może prowadzić do większej koncentracji na ocenie efektu końcowego, a w mniejszym stopniu na dbałości o proces dochodzenia do celu. Ponadto, takie podejście nie sprzyja rozwijaniu refleksyjności i twórczego podejścia nauczyciela między innymi do rozwijania myślenia matematycznego.

Niejednolita forma zapisu treści wprowadza zamęt terminologiczny, może wywołać u nauczycieli trudności w zakresie ich porządkowania. Programy powinny być pisane z należytą uwagą, rozmysłem i spójnym planem porządkującym całość koncepcji. Z pewnością nie pomaga nauczycielom brak konsekwencji w sposobie podziału celów i treści w obrębie jednego programu. Brak konsekwencji w tym zakresie może utrudnić użytkownikom programu zrozumienie jego struktury (np. w programie „Ku dziecku”). Żaden z analizowanych programów nie zawiera autorskiego pomysłu na wspieranie rozwoju dziecięcego myślenia matematycznego, które zbyt często mylone jest z nauką konkretnych matematycznych umiejętności.

W poddawanych analizie programach znajdują się odniesienia do sposobów osiągnięcia zawartych w nich celów. Jako atut można by potraktować różne podejścia do tego zagadnienia prezentowane w programach. Każdy nauczyciel bowiem powinien znaleźć taki sposób, który odpowiada zarówno jemu, jak i jego wychowankom. Jakie mamy zatem możliwości? Niektórzy autorzy koncentrują się na przedstawieniu procedury działania, na przykład na prześledzeniu struktury programu, omówieniu sposobów diagnozowania, planowania, doboru form i metody pracy oraz ewaluacji („Od przedszkolaka do pierwsza-

ka”). Inni autorzy, dokonując opisu sposobów osiągania celów, akcentują rolę organizacji przestrzeni („Ku dziecku”, „Poznajmy Montessori jeszcze raz ...”, „Nasze przedszkole”), zaś dobór konkretnych metod i form pracy traktują jako sposób realizacji treści („Ku dziecku”). Zdarza się także, że jako sposób realizacji celów wymienia się kilka form i metod pracy („Zanim będę uczniem”) lub jedną, dominującą, metodę, na przykład metodę projektów („Dobry start przedszkolaka”). W programie „Ku dziecku” na uwagę zasługuje ośrodek naukowo-eksperymentalny i matematyczny wyposażony w różne przedmioty i przyrządy wspomagające rozwijanie myślenia matematycznego.

Niestety, w zapisie sposobów osiągania celów na ogół obecny jest schematyzm. Tworzenie wykazu metod lub ogólne opisywanie sposobów osiągania celów nie wyjaśnia, w jaki sposób planować i aranżować sytuacje edukacyjne sprzyjające realizacji założonych przez program celów. Warto zwrócić także uwagę na to, że sposoby osiągania celów oraz wskazówki metodyczne nie powinny znajdować się przed celami programu („Od przedszkolaka do pierwszaka”).

Należy przy tym zaznaczyć, że program będzie skuteczny tylko wówczas, gdy stanie się motorem indywidualnego rozwoju dziecka. Powinien zatem zakładać dużą autonomię nauczyciela i być jedynie podstawą do planowania i aranżowania sytuacji edukacyjnych wychodzących naprzeciw potrzebom i możliwościom dzieci.

W programach powinien się znaleźć także opis metod oceny gotowości szkolnej dziecka, czyli dokonywania tzw. diagnozy przedszkolnej. W analizowanych dokumentach wyjaśniono, czym jest diagnoza przedszkolna i jakie warunki należy spełnić, aby była prawdziwa, jakie narzędzia należy zastosować itp. Jednak w żadnym programie nie ma spójności pomiędzy zaproponowanym w ramach celów i treści podziałem na obszary a obszarami wydzielonymi w diagnozie.

Dla lepszego ukazania różnego podejścia do diagnozowania znajomości pojęć i umiejętności matematycznych w analizowanych programach warto posłużyć się przykładami. W arkuszu obserwacji w programie „Dobry Start Przedszkolaka” zapisane są ogólne sformułowania takie jak: „nie ma problemu z opanowaniem materiału”, „poprawia własne błędy”, „potrafi skończyć pracę nawet jeśli napotka trudności”, „jest zainteresowane otoczeniem”, „czerpie przyjemność z eksperymentowania”. W programie „Ku dziecku” brzmią one następująco: „chętnie przelicza różne przedmioty”, „pyta, w jaki sposób działają różne urządzenia techniczne”, „interesuje się grami stolikowymi”. Zdecydowanie większą szczegółowością odznaczają się programy „Od przedszkolaka do pierwszaka”, w którym znajdują się następujące zapisy: „rozumie podstawowe pojęcia abstrakcyjne np. kształt, kierunek”, „tworzy zbiory przedmiotów”, „z pomocą nauczyciela ustala wynik dodawania i odejmowania licząc przedmioty w sytuacjach zabawowych”, „wskazuje na palcach liczbę policzonych przedmiotów” oraz „Odkryjmy Montessori jeszcze raz...”: „zna znaki matematyczne +, -, =, >, <”, „potrafi je zastosować”, „pisze cyfry: prawidłowo, w odbiciu lustrzanym”.

Niepokoić może przy tym brak spójności pomiędzy zakładanymi umiejętnościami a proponowanymi przez autorów zakresami obserwacji/ diagnozy. Dzieje się tak np. w programie „Ku dziecku” w zakresie wiadomości i umiejętności dziecka, w którym autorki zakładają, że: „dziecko sprawnie wykonuje działania na zbiorach”, „umie czytać i tworzyć zapis za pomocą grafu”, „zna pojęcia związane z wagą czasem, objętością”, „rozpoznaje i nazywa bryły”. Natomiast w programie „Nasze przedszkole” autorki nie wyjaśniają,

dlaczego popełnienie 1-2 błędów przez dziecko w danym zadaniu powoduje obniżenie punktacji.

W programach pojawiają się także błędy merytoryczne. Przykładem może być stosowanie w programie „Zanim będę uczniem” dwóch różnych narzędzi w I i II badaniu podczas przeprowadzania diagnozy przedszkolnej oraz zapis zawarty w oczekiwanych umiejętnościach dziecka w programie „Odkryjmy Montessori jeszcze raz...”: „Układa cyfry od 1 do 10 i przyporządkowuje konkretną ilość kółek, układając je w pary”.

Czemu ma zatem służyć diagnoza gotowości szkolnej? Ma ona dostarczyć informacji na temat opanowania przez dziecko podstawy programowej, a ponadto, i to jest najważniejsze, ma wskazywać obszary, w których dziecko potrzebuje wsparcia na kolejnych etapach edukacyjnych, ukazywać mocne i słabe strony rozwoju wychowanka. Należy pamiętać, że nauczyciel na podstawie obserwacji pedagogicznej oraz pierwszej diagnozy opracowuje indywidualny program wspierania rozwoju dziecka, który jest realizowany do końca roku szkolnego. Zatem narzędzia do obserwacji i diagnozy powinny być skonstruowane w ten sposób, aby dzięki ich zastosowaniu można było ukazać progres lub regres w rozwoju dziecka dokonujący się w dłuższej perspektywie czasowej.

## Podsumowanie

Czy zatem programy, które uzyskały pozytywną opinię MEN mogą stanowić metodyczne i merytoryczne wsparcie dla nauczycieli? Analiza kilku dostępnych na rynku programów nie wydaje się uzasadniać takiego sposobu myślenia. Bałagan terminologiczny, brak spójności pomiędzy poszczególnymi częściami programów nie sprzyjają wspieraniu rozwijania myślenia matematycznego dzieci, a ponadto wzmacniają schematyzm oraz tendencję do przenoszenia metodyki szkolnej w przestrzeń wychowania przedszkolnego.

Pozostaje mieć nadzieję, że nauczyciele będą coraz częściej modyfikować gotowe programy lub opracowywać własne programy wychowania przedszkolnego, dostosowując je do potrzeb i możliwości dzieci oraz do warunków, w jakich funkcjonuje placówka.

Znaczącą rolę w tej kwestii powinny odegrać uczelnie wyższe kształcące nauczycieli. Priorytetem musi stać się zatem przygotowanie przyszłych wychowawców do refleksyjnego analizowania i tworzenia programów wychowania przedszkolnego z odwołaniem się do wiedzy psychologicznej, pedagogicznej i metodycznej.

## Literatura

- Gruszczyk-Kolczyńska E. (1997), *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki*. Warszawa, WSiP.
- Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E. (2007), *Dziecięca matematyka. Książka dla rodziców i nauczycieli*, Warszawa, WSiP.
- Kalinowska A. (2010), *Matematyczne zadania problemowe w klasach początkowych – między wiedzą osobistą a jej formalizacją*. Kraków, Impuls.
- Klus-Stańska D. (2000), *Konstruowanie wiedzy w szkole*. Olsztyn, Wydawnictwo Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego.
- Klus-Stańska D., Kalinowska A. (2004), *Rozwijanie myślenia matematycznego młodszych uczniów*. Warszawa, Wydawnictwo Akademickie Żak.



Nęcka E., Orzechowski J., Szymura B. (2006), *Psychologia poznawcza*. Warszawa, PWN.

Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 grudnia 2008 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół. Załącznik nr 1.

Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 21 czerwca 2012 r. w sprawie dopuszczania do użytku w sprawie dopuszczania do użytku w szkole programów wychowania przedszkolnego i programów nauczania oraz dopuszczania do użytku szkolnego podręczników.

Smykowski B. (2005), *Wiek przedszkolny. Jak rozpoznać potencjał dziecka?* W: A. I. Brzezińska (red.), *Portrety psychologiczne człowieka*. Gdańsk, Gdańskie Wydawnictwo Psychologiczne.