Ryszard Doman

Dynamika zależności między polskimi zwrotami giełdowymi a zmianami rentowności obligacji skarbowych

Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania 9, 200-212

2008

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej bazhum.muzhp.pl, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

MUZEUM HISTORII POLSKI

STUDIA I PRACE WYDZIAŁU NAUK EKONOMICZNYCH I ZARZĄDZANIA NR 9

RYSZARD DOMAN

DYNAMIKA ZALEŻNOŚCI MIĘDZY POLSKIMI ZWROTAMI GIEŁDOWYMI A ZMIANAMI RENTOWNOŚCI OBLIGACJI SKARBOWYCH[1]

Wprowadzenie

Zależność pomiędzy zwrotami z akcji i obligacji należy do podstawowych zagadnień w modelowaniu rynków finansowych, zarządzaniu portfelem czy analizie ryzyka. Powszechnie uważa się, że inwestowanie w akcje obarczone jest większym ryzykiem, niż inwestowanie w obligacje. Zgodnie z modelami wartości bieżącej, wzrost oczekiwanej długoterminowej rentowności obligacji powinien zwiększać atrakcyjność inwestowania w długoterminowe obligacje, a zatem ceny akcji powinny w takiej sytuacji spadać, by skłonić inwestorów do ich nabywania. Oznacza to zależność ujemną pomiędzy zwrotami z akcji, a zmianami rentowności obligacji długoterminowych. Jak wskazują Shiller i Beltratti (1992), przytoczona tutaj argumentacja może być słuszna przy pewnych dodatkowych założeniach o własnościach stochastycznych rozważanych procesów, ale nie jest prawdziwa ogólnie. Jednym z powodów jest to, iż strumień dywidend dyskontowanych w przypadku akcji różni się zdecydowanie od strumienia kuponów dyskontowanych w przypadku obligacji. Pierwszy z nich jest względnie stabilny w terminach realnych, a drugi w nominalnych. Jeśli zatem wystąpi znacząca inflacja, to te dwa strumienie mogą się zdecydowanie różnić. Innym powodem może być powiązanie zmian w długoterminowych stopach procentowych z informacją o przyszłym strumieniu dywidend wypłacanych na akcje. Sytuacja taka może pojawić się, na przykład, gdy podczas załamania

[1] Praca finansowana ze środków na naukę w latach 2007-2010 w ramach projektu NN 111 1256 33

rynku akcji ceny obligacji skarbowych zaczynają rosnąć w związku ze wzrostem popytu na nie. Zjawisko takie, określane często mianem ucieczki w kierunku jakości (ang. *flight to quality*), powoduje spadek zarówno cen akcji, jak i rentowności obligacji, a zatem wspomniana klasyczna zależność dodatnia między zwrotami z akcji i zmianami rentowności obligacji zmienia swój znak. Spośród innych czynników, które mogą mieć wpływ na kształtowanie się zależności pomiędzy zwrotami z akcji i zmianami rentowności obligacji, warto jeszcze wspomnieć o takich, jak oczekiwania co do przyszłej polityki pieniężnej, oddziaływania pomiędzy aktywnością gospodarczą, inflacją i polityką pieniężną, czynniki demograficzne czy przesunięcia w wynagrodzeniach czynników produkcji.

W niniejszym artykule badamy dynamikę warunkowych zależności między dziennymi zwrotami z polskiego rynku akcji a dziennymi zmianami rentowności długoterminowych obligacji. Spółki giełdowe reprezentowane są przez dwa indeksy – WIG20 i MWIG40, natomiast rentowność obligacji oceniana jest przez indeksy stopy dochodu polskich obligacji skarbowych pięcioletnich i dziesięcioletnich. Interesuje nas głównie tzw. zjawisko przenoszenia zmienności pomiędzy stopami procentowymi a rynkiem akcji, które dotychczas badane było w kontekście rozprzestrzeniania się kryzysów na międzynarodowym rynku finansowym (Rodriguez 2007). W związku z tym mamy zamiar zbadać, czy warunkowa ze względu na napływające informacje o zwrotach wspomniana zależność zmienia się w czasie, a szczególnie, jak zmienia się ta zależność w ogonach łącznych rozkładów warunkowych, czyli w sytuacji występowania zwrotów ekstremalnych. Z tego powodu i również dlatego, że stochastyczne własności dynamiki dziennych zwrotów z indeksów różnią się zdecydowanie od odpowiednich własności szeregów zmian rentowności, w naszych badaniach nie stosujemy używanego powszechnie do modelowania zależności warunkowych aparatu dynamicznej korelacji warunkowej (Engle 2002). Zastępujemy go bardziej adekwatnym w tej sytuacji modelem kopuli warunkowej (Patton, 2004, 2006), przy czym podobnie jak Rodriguez (2007) i Tsafack (2006) zakładamy, że dynamiczne przełączanie kopuli sterowane jest przez łańcuch Markowa.

Kopule i związane z nimi miary zależności

Chociaż współczynnik korelacji liniowej jest cały czas szeroko stosowany w finansach, to należy zdawać sobie sprawę z tego, iż jest on odpowiednim

narzędziem do mierzenia zależności między zwrotami instrumentów finansowych jedynie w przypadku, gdy łączny rozkład tych zwrotów jest eliptyczny (np. wielowymiarowy normalny lub *t* Studenta). W sytuacjach, w których dane empiryczne ewidentnie przeczą przyjęciu takiego założenia, do badania zależności powinno się stosować kopule i miary dające się określić za ich pomocą. Pojęcie kopuli zostało wprowadzone przez Sklara (1959). Mówiąc zwięźle, dwuwymiarowa kopula jest funkcją $C:[0,1]\times[01]\rightarrow[0,1]$ z kwadratu jednostkowego do jednostkowego odcinka, która jest dystrybuantą zmiennej dwuwymiarowej mającej jako rozkłady brzegowe rozkłady jednostajne na odcinku $[0,1]$.

Przypuśćmy, że *X* jest dwuwymiarowym wektorem losowym z dystrybuantą rozkładu łącznego *H* i dystrybuantami rozkładów brzegowych *F* i *G*. Wówczas, jak wykazał Sklar, dystrybuanta *H* może być przedstawiona w postaci

$$\mathrm{H(x,y)=C(F(x),G(y))}, \tag{1}$$

przy czym funkcja *C* jest wyznaczona jednoznacznie przez *F* i *G*, gdy funkcje te są ciągle. W ogólnym przypadku, funkcję *C* spełniającą warunek (1) można określić za pomocą wzoru

$$\mathrm{C(u,v)=H(F^{\leftarrow}(u),G^{\leftarrow}(v))}, \tag{2}$$

gdzie $\mathrm{F^{\leftarrow}(u)=\inf\{x:F(x)\geq u\}}$ dla $u,v\in[0,1]$. Z (2) wynika, że funkcja *C* jest kopulą. Nazywa się ją kopulą wektora *X* lub dystrybuanty *H*. Ponieważ rozkłady brzegowe i struktura zależności w (1) są rozdzielone, więc jest uprawnione traktowanie kopuli *C* jako struktury zależności wektora *X*.

Najprostsza kopula, odpowiadająca niezależności rozkładów brzegowych jest zdefiniowana wzorem $C^{\Pi}(u,v)=uv$. Innymi ważnymi przykładami kopuli są $C^{+}(u,v)=\min(u,v)$ oraz $C^{-}(u,v)=\max(u+v-1,0)$. Pierwszy odpowiada komonotoniczności lub dokładnej zależności (jedna zmienna może być przekształcona w drugą za pomocą funkcji rosnącej), a drugi kontramonotoniczności (jedna zmienna może być przekształcona w drugą za pomocą funkcji malejącej). W części empirycznej tego artykułu będą występowały również kopule Gaussa (C_{ρ}^{G}) oraz Joe'go i Claytona (C_{γ}^{J-C})zdefiniowane następująco:

$$\mathrm{C_{\rho}^{G}(u,v)=\Phi_{\rho}\left(\Phi^{-1}(u),\Phi^{-1}(v)\right)}, \tag{3}$$

$$\mathrm{C_{\kappa,\gamma}^{J-C}(u,v)=1-\left(1-([1-(1-u)^{\kappa}]^{-\gamma}+[1-(1-v)^{\kappa}]^{-\gamma}-1)^{-1/\gamma}\right)^{1/\kappa}}. \tag{4}$$

We wzorze (3), Φ_{ρ} oznacza dystrybuantę standardowego dwuwymiarowego rozkładu normalnego ze współczynnikiem korelacji ρ, a Φ jest dystrybu-

antą jednowymiarowego standardowego rozkładu normalnego. O parametrach kopuli Joe'go i Claytona zakłada się, że $\kappa \geq 1$, $\gamma \in [-1,\infty) \setminus \{0\}$. Dla $\kappa = 1$, kopula Joe'go i Claytona staje się kopulą Claytona (C_γ^C). W przypadku granicznym, $\gamma = 0$, kopula Claytona przechodzi w kopulę niezależną C^Π (Nelsen 2006).

Funkcja gęstości stowarzyszona z kopulą C jest określona wzorem

$$c(u,v) = \frac{\partial^2 C(u,v)}{\partial u \partial v}. \tag{5}$$

W przypadku ciągłego wektora losowego, gęstość c jego kopuli jest związana z funkcją gęstości h rozkładu łącznego za pomocą reprezentacji

$$h(x,y) = c(F(x),G(y))f(x)g(y), \tag{6}$$

gdzie F i G są dystrybuantami rozkładów brzegowych, a f i g – odpowiednimi gęstościami.

Jeśli rozpatruje się nieeliptyczne rozkłady wielowymiarowe, to zamiast współczynnika korelacji liniowej bezpiecznej jest stosować miary zależności dające się opisać w terminach kopuli. Najbardziej znanymi wśród nich są współczynnik tau Kendalla oraz współczynnik korelacji Spearmana (Embrechts i in. 2002). Ponieważ w artykule tym mowa jest o dynamice współczynnika tau Kendalla, przedstawiamy stosowne definicje. If (X,Y) jest wektorem losowym a $(\tilde{X},\tilde{Y})$ jest jego niezależną kopią, to współczynnik tau Kendalla wektora (X,Y) jest zdefiniowany jako

$$\tau(X,Y) = P\{(X-\tilde{X})(Y-\tilde{Y}) > 0\} - P\{(X-\tilde{X})(Y-\tilde{Y}) < 0\}. \tag{7}$$

Można podać intuicyjne określenie współczynnika tau Kendalla posługując się pojęciami par zgodnych i niezgodnych. Dwie różne pary liczb (x_1, y_1) and (x_2, y_2) nazywa się zgodnymi, jeśli $(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0$ lub niezgodnymi, jeśli $(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) < 0$. Współczynnik tau Kendalla jest więc równy różnicy prawdopodobieństwa zgodności i prawdopodobieństwa niezgodności. Za pomocą kopuli wektora (X,Y), współczynnik tau Kendalla może być opisany jako

$$\tau(X,Y) = 4\iint_{[0,1]^2} C(u,v)dC(u,v) - 1. \tag{8}$$

Dla kopuli Gaussa, C_ρ^G, współczynnik Kendalla jest równy $\frac{2}{\pi}\arcsin(\rho)$, dla kopuli Claytona C_γ^C wyraża się wzorem $\gamma/(\gamma+2)$. Bezpośrednia postać

współczynnika Kendalla dla kopuli Joe'go i Claytona $C_{\kappa,\gamma}^{J\text{-}C}$ nie jest nam znana. Wyprowadziliśmy jednak wzór

$$\tau(\kappa,\gamma) = 1 + \frac{2}{\kappa\gamma} - \frac{4}{\kappa\gamma}\int_0^1 x^{1-\kappa}(1-(1-x^{\kappa})^{\gamma+1})dx, \tag{9}$$

za pomocą którego można obliczać ten współczynnik numerycznie.

Bardzo ważnym pojęciem związanym z kopulą, istotnym w badaniu zależności zwrotów ekstremalnych, jest zależność w ogonach. Jeśli X i Y są zmiennymi z dystrybuantami F i G, to współczynnik zależności w górnym ogonie jest zdefiniowany jako

$$\lambda_U = \lim_{q\to 1^-} P(Y > G^{-1}(q) \mid X > F^{-1}(q)), \tag{10}$$

przy założeniu, że granica $\lambda_U \in [0,1]$, istnieje. Analogiczne określony jest współczynnik zależności w dolnym ogonie

$$\lambda_L = \lim_{q\to 0^+} P(Y \le G^{-1}(q) \mid X \le F^{-1}(q)), \tag{11}$$

przy założeniu, że $\lambda_L \in [0,1]$ istnieje. Jeśli $\lambda_U \in (0,1]$ ($\lambda_L \in (0,1]$), to o zmiennych X i Y mówi się, że wykazują zależność w górnym (dolnym) ogonie. Zależność w górnym (dolnym) ogonie mierzy prawdopodobieństwo zaobserwowania dużej (małej) wartości zmiennej Y przy danej dużej (małej) wartości zmiennej X. Współczynniki zależności w ogonach można opisać w terminach kopuli:

$$\lambda_L = \lim_{q\to 0^+} \frac{C(q,q)}{q}, \tag{12}$$

$$\lambda_U = \lim_{q\to 0^+} \frac{\hat{C}(q,q)}{q}, \tag{13}$$

gdzie $\hat{C}(u,v) = u + v - 1 + C(1-u, 1-v)$. Dla kopuli Gaussa, zachodzi $\lambda_U = \lambda_L = 0$ (Embrechts i in. 2002), co oznacza asymptotyczną niezależność w ogonach. Dla kopuli Joe'go i Claytona, $\lambda_U = 2 - 2^{1/\kappa}$ oraz $\lambda_L = 2^{-1/\gamma}$ dla $\gamma > 0$ (Patton 2006), a zatem zależności w dolnym i górnym ogonie są nietrywialne i mogą się różnic od siebie.

Kopule warunkowe z przełączaniem typu Markowa

Pojęcie kopuli warunkowej, wprowadzone przez Pattona (2004, 2006), pozwala na stosowanie kopuli do modelowania rozkładu łącznego wektora $r_t = (r_{1,t}, r_{2,t})'$, warunkowego ze względu na zbiór informacji Ω_{t-1} dostępnych do

momentu $t-1$. Rozważany w artykule ogólny model kopuli warunkowej ma postać

$$r_{1,t} \mid \Omega_{t-1} \sim F_t(\cdot),\ r_{2,t} \mid \Omega_{t-1} \sim G_t(\cdot), \tag{14}$$

$$r_t \mid \Omega_{t-1} \sim C_t(F_t(\cdot), G_t(\cdot) \mid \Omega_{t-1}), \tag{15}$$

gdzie Ω_t jest zbiorem informacji do momentu t, na temat obu szeregów zwrotów, a C_t jest kopulą warunkową łączącą brzegowe rozkłady warunkowe. Ponadto zakładamy, że

$$r_t = \mu_t + y_t,\ \mu_t = E(r_t \mid \Omega_{t-1}), \tag{16}$$

$$y_{i,t} = \sigma_{i,t}\varepsilon_{i,t},\ \sigma_{i,t}^2 = \mathrm{var}(r_{i,t} \mid \Omega_{t-1}), \tag{17}$$

$$\varepsilon_{i,t} \sim \mathrm{IID\ Skew_t}(0,1,\xi_i,\eta_i), \tag{18}$$

$$\mu_{i,t} = \phi_{i,0} + \phi_{i,1} r_{i,t-1} + \ldots + \phi_{i,n} r_{i,t-n}, \tag{19}$$

$$\sigma_{i,t}^2 = \omega_i + \alpha_i y_{i,t-1}^2 + \beta_i \sigma_{i,t-1}^2 \ \text{lub}\ \log\sigma_{i,t}^2 = \omega + \alpha_i \mid \varepsilon_{i,t-1} \mid + \beta_i \log\sigma_{i,t-1}^2, \tag{20}$$

gdzie $Skew_t(0,1,\xi,\eta)$ oznacza standaryzowany skośny rozkład t Studenta z $\eta > 2$ stopniami swobody i współczynnikiem asymetrii $\xi > 0$.

W modelu kopuli z przełączaniem typu Markowa (MSC, Markov Switching Copula)), który stosujemy, łączny rozkład warunkowy ma postać $r_t \mid \Omega_{t-1} \sim C_{S_t}(F_t(\cdot), G_t(\cdot) \mid \Omega_{t-1})$, gdzie S_t jest jednorodnym łańcuchem Markowa z przestrzenią stanów $\{1,2\}$. Parametrami modelu MSC są parametry jednowymiarowych modeli (E)GARCH i parametry ich rozkładów błędu, parametry kopuli C_1 and C_2 oraz prawdopodobieństwa przejścia

$$p_{11} = P(S_t = 1 \mid S_{t-1} = 1),\ p_{22} = P(S_t = 2 \mid S_{t-1} = 2). \tag{21}$$

Prawdopodobieństwa warunkowe $P(S_t = j \mid \Omega_{t-1})$, $j = 1, 2$, są obliczane za pomocą filtru Hamiltona:

$$P(S_t = j \mid \Omega_{t-1}) = \textstyle\sum_{i=1}^{2} p_{ij} P(S_{t-1} = i \mid \Omega_{t-1}), \tag{22}$$

$$P(S_t = j \mid \Omega_t) = \frac{c_j(u_t \mid S_t = j, \Omega_{t-1}) P(S_t = j \mid \Omega_{t-1})}{\sum_{i=1}^{2} c_i(u_t \mid S_t = i, \Omega_{t-1}) P(S_t = i \mid \Omega_{t-1})}, \tag{23}$$

gdzie $p_{12} = P(S_t = 2 \mid S_{t-1} = 1) = 1 - p_{11}$, $p_{21} = P(S_t = 1 \mid S_{t-1} = 2) = 1 - p_{22}$, $u_t = (u_{1,t}, u_{2,t})'$, $u_{1,t} = F_t(r_{1,t})$, $u_{2,t} = G_t(r_{2,t})$, a $c_j(\cdot \mid S_t = j, \Omega_{t-1})$ jest gęstością kopuli warunkowej łączącej warunkowe rozkłady brzegowe w reżimie j. Maksymalizowana logarytmiczna funkcja wiarygodności jest postaci

$$L = \textstyle\sum_{t=1}^{T} \ln\left(\sum_{j=1}^{2} c_j(u_t \mid S_t = j, \Omega_{t-1}; \theta) P(S_t = j \mid \Omega_{t-1}; \theta)\right) + \tag{21}$$
$$+ \textstyle\sum_{t=1}^{T} \ln\left(f_t(r_{1,t} \mid \Omega_{t-1}; \theta_1)\right) + \sum_{t=1}^{T} \ln\left(g_t(r_{2,t} \mid \Omega_{t-1}; \theta_2)\right),$$

gdzie f_t i g_t są gęstościami odpowiadającymi dystrybuantom F_t i G_t, dopasowanymi za pomocą jednowymiarowych modeli (E)GARCH.

Opis danych

Dane empiryczne badane w tej pracy składają się dziennych zwrotów z dwóch indeksów giełdowych, WIG20 i MWIG40, oraz dwóch szeregów przedstawiających dzienne zmiany rentowności polskich obligacji skarbowych – pięcioletnich i dziesięcioletnich. Szeregi zawierające dzienne stopy rentowności, oznaczone symbolami APBY5 i APBY10, pochodzą z serwisu Stooq. Badania obejmują okres od 26.11.2004 do 23.11.2007 (750 dziennych obserwacji). Zarówno zwroty giełdowe, jak i zmiany rentowności obliczane są według wzoru

$$r_t = 100(\ln(P_t) - \ln(P_{t-1})),$$

gdzie P_t oznacza kwotowanie na zamknięcie w dniu t. Podstawowe statystyki opisowe szeregów zwrotów (zmian) przedstawione są w tabeli 1. Zwroty z indeksów wykazują ujemną skośność szczególnie wysoką co do wartości bezwzględnej w przypadku indeksu MWIG40, zmiany rentowności charakteryzują się natomiast skośnością dodatnią.

Tabela 1. Podstawowe statystyki opisowe badanych szeregów zwrotów/zmian

Szereg zwrotów/zmian		WIG20	MWIG40	APBY5	APBY10
Średnia		0,0894	0,1156	-0,0164	-0,0114
Odchylenie standardowe		1,3874	1,1303	0,8807	0,9394
Minimum		-5,7306	-7,5604	-3,9221	-3,8133
Maksimum		4,7553	4,9064	4,4171	4,6804
Skośność		-0,3145	-1,0879	0,2270	0,1185
Kurtoza		4,2419	9,0560	6,1567	5,5759
Współczynnik korelacji	APBY5	-0,2420	-0.1717		
	APBY10	-0.2476	-0,1827		

Źródło: opracowanie własne.

Współczynniki korelacji liniowej między zwrotami indeksów a zmianami rentowności mają wartości ujemne, co jest zgodne z sytuacją najpowszechniej obserwowaną. W szeregach zwrotów MWIG4, APBY5 i APBY10 stwierdzono występowanie autokorelacji, a test Engle'a wykluczył warunkową homoskedastyczność wszystkich czterech szeregów. Do zwrotów z indeksów giełdowych udało się dopasować standardowe modele GARCH(1,1) z rozkładem t Studenta,

natomiast w przypadku zmian rentowności konieczne okazało się zastosowanie modeli EGARCH(1,1) i rozkładów t Studenta z bardzo niskimi liczbami stopni swobody.

Wyniki estymacji

Modele kopuli z przełączaniem typu Markowa (MSC) estymowane były dwustopniową metodą największej wiarygodności. W związku z tym, że interesowała nas nie tylko zmienność zależności warunkowych w czasie, ale również własności specyficzne jej struktury, estymowaliśmy modele MSC dla par, których szereg zmian rentowności został pomnożony przez minus jeden. Podyktowane zostało to zaobserwowaną ujemną zależnością pomiędzy szeregami zwrotów z indeksów a szeregami zmian rentowności oraz dążeniem do zastosowania kopuli mogącej wychwycić niezerową zależność w ogonach. Modele były estymowane dla kopuli należących do różnych rodzin parametrycznych. Biorąc pod uwagę wskazania kryteriów informacyjnych oraz wyniki przeprowadzonych testów ilorazu wiarygodności, przyjęliśmy założenie, iż struktura zależności w jednym z reżimów, oznaczonym jako reżim 1, określona jest przez kopulę Gaussa C_{ρ}^{G}. Zależność w drugim reżimie opisywana była przez kopulę Joe'go i Claytona, przy czym w przypadku par (WIG20, APBY5) i (MWIG40, APBY5) została ona, zgodnie ze wskazaniami testu ilorazu wiarygodności, zredukowana do kopuli Claytona C_{γ}^{C}, a w przypadku pary (MWIG40, APBY10) – do kopuli C^{Π} odpowiadającej niezależności. Oszacowania parametrów dopasowanych modeli przedstawione są w tabeli 2. Tabela 3 zawiera, wyliczone za pomocą wzorów podanych w paragrafie 1, oszacowania współczynników tau Kendalla i współczynników zależności w ogonach dla estymowanych kopuli oraz prawdopodobieństwo reżimu 1, wyliczone jako $P(S_t = 1) = (1 - p_{22})/(2 - p_{11} - p_{22})$, a także oczekiwany czas trwania reżimu i: $d(i) = 1/(1 - p_{ii})$.

Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że reżim 1, w którym zależność opisywana jest przez kopulę Gaussa, jest we wszystkich przypadkach bardzo stabilny i oczekiwany czas jego trwania jest o wiele dłuższy niż czas trwania reżimu 2.

Poza przypadkiem (MWIG40, APBY10), zależność mierzona współczynnikiem tau Kendalla jest w reżimie 2 silniejsza (w sensie wartości bezwzględnej, gdyż oryginalne szeregi zwrotów cechuje zależność ujemna) niż w reżimie

1. Istotność oszacowań współczynników zależności w ogonach, poza przypadkiem (MWIG40, APBY10), oznacza, że siła zależności między zwrotami z indeksów giełdowych a zmianami rentowności obligacji jest o wiele większa w okresie bessy na giełdzie i wzrostu rentowności obligacji, niż w okresie hossy i spadku stóp dochodu. Dynamikę zależności warunkowych pomiędzy zwrotami z badanych indeksów giełdowych i zmianami rentowności obligacji skarbowych pokazujemy w sposób syntetyczny, na wykresach, jedynie dla pary (WIG20, APBY10).

Tabela 2. Oszacowania parametrów modeli MSC (w nawiasach podane są błędy standardowe)

	□	p_{11}	p_{22}	Reżim 2	κ ρ	γ
WIG20 -APBY5	0,2298 (0,0372)	0,9987 (0,0014)	0,9963 (0,0061)	C_{γ}^{C}		0,7699 (0,2028)
WIG20 -APBY10	0,2318 (0,0374)	0,9983 (0,0024)	0,9917 (0,0186)	$C_{\kappa,\gamma}^{J-C}$	1,2174 (0,1801)	0,6631 (0,1976)
MWIG40 -APBY5	0,1679 (0,0395)	0,9972 (0,0044)	0,9342 (0,0805)	C_{γ}^{C}		1,3127 (0,6567)
MWIG40 -APBY10	0,2327 (0,0493)	0,9954 (0,0071)	0,9747 (0,0307)	C^{Π}		

Źródło: opracowanie własne.

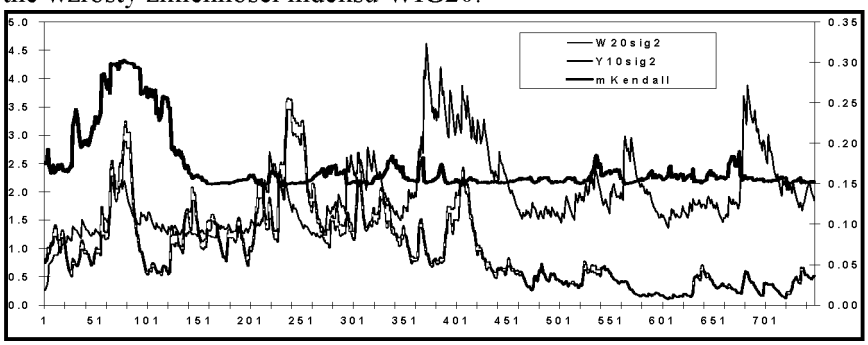
Tabela 3. Oszacowania współczynników tau Kendalla i współczynników zależności w ogonach dla estymowanych kopuli, prawdopodobieństwa reżimu 1 oraz oczekiwane czasy trwania reżimów 1 i 2 (w nawiasach podane są błędy standardowe)

	τ_1	τ_2	$P(S_t = 1)$	λ_U	λ_L	d(1)	d(2)
WIG20 -APBY5	0,1476	0,2779	0,7478	0	0,4064 (0,0964)	790,9	266,7
WIG20 -APBY10	0,1489	0,3092	0,8278	0,2329 (0,1489)	0,3516 (0,1095)	577,6	120,1
MWIG40 -APBY5	0,1074	0,3963	0,9592	0	0,5898 (0,1558)	356,7	15,2
MWIG40 -APBY10	0,1528	0	0,8450	0	0	215,9	39,6

Źródło: opracowanie własne.

Rys. 1 przedstawia oszacowania dynamiki oczekiwanej wartości współczynnika tau Kendalla oraz wariancje waunkowe, a na rys. 2 pokazane są oczekiwane wartości współczynników zależności w ogonach dla pary (WIG20,

APBY10). Jak widać, wyraźny wzrost zależności między badanymi szeregami zwrotów nastąpił w pierwszej połowie 2005 roku. W okresie tym można zaobserwować również wyraźny wzrost zmienności indeksu WIG20 i rentowności obligacji, a także olbrzymi wzrost zależności w ogonach, szczególnie w ogonie dolnym. Sytuacja podobna do opisanej została również stwierdzona w przypadku pary (WIG20, APBY5) a także, jakkolwiek w znacznie mniejszej skali, w przypadku par (MWIG40, APBY10) i (MWIG40, APBY5). Możliwe wyjaśnienie zaobserwowanej sytuacji jest następujące: Przez ponad 7 miesięcy (26.08.2004 – 31.03.2005) Rada Polityki Pieniężnej nie zmieniała stóp procentowych. Spowodowało to wzrost zmienności rentowności obligacji, który przeniósł się na rynek akcji. Wykresy na rys. 1 pokazują, że kolejny zauważalny wzrost zmienności rentowności obligacji w badanym okresie miał miejsce w połowie listopada 2005 (Rada Polityki Pieniężnej nie zmieniała stóp w okresie 1.09.2005 –1.02.2006), tym razem jednak nie spowodował on wzrostu zależności. Podobnie, do wzrostu zależności nie przyczyniły się następujące później istotne wzrosty zmienności indeksu WIG20.



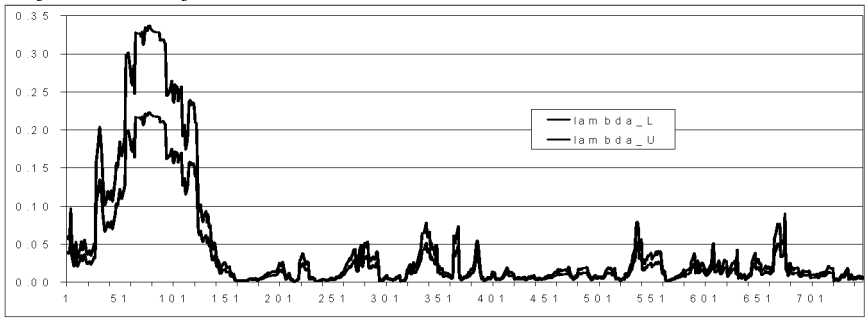
Rys. 1. (WIG20, APBY10): wariancje warunkowe i warunkowy współczynnika tau Kendalla pomnożony przez (-1)

Źródło: opracowanie własne.

Podsumowanie i wnioski

Znajomość dynamiki zależności pomiędzy zwrotami z akcji a zmianami rentowności obligacji jest podstawą alokacji aktywów pomiędzy akcje i obligacje. Badania empiryczne wskazujące na różnice właściwości stochastycznych szeregów zwrotów giełdowych oraz szeregów zmian rentowności długoterminowych obligacji skarbowych sugerują zasadność modelowania struktury zależności warunkowych między tymi szeregami za pomocą aparatu bardziej ela-

stycznego niż wielowymiarowe modele GARCH. W takiej sytuacji alternatywnym rozwiązaniem może być zastosowanie modelu ze zmieniającą się w czasie kopulą warunkową.



Rys. 2. (WIG20,–APBY10) – dynamika warunkowych współczynników zależności w ogonach
Źródło: opracowanie własne.

W artykule przedstawiono wyniki badań dotyczących zależności warunkowych między zwrotami polskich indeksów giełdowych a zmianami rentowności polskich długoterminowych obligacji skarbowych, w których do modelowania struktury zależności zastosowano kopule z mechanizmem przełączania reżimów sterowanym przez łańcuch Markowa. Wyniki wskazują, że w badanym okresie mogło mieć miejsce zjawisko przeniesienia wzrostu zmienności z rynku polskich długoterminowych obligacji skarbowych na polski rynek akcji największych spółek. Świadomość możliwości zajścia takiego zjawiska może mieć duże znaczenie dla inwestorów, którzy w związku z tym powinni uważnie obserwować dynamikę rentowności polskich długoterminowych obligacji skarbowych przy konstruowaniu strategii alokacji środków finansowych.

Literatura

1. Engle R.F., *Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate* GARCH *Models*, Journal of Business and Economic Statistics, 20, 2002, 339–350.
2. Embrechts P., McNeil, A. Straumann, D., *Correlation and Dependence in Risk Management: Properties and Pitfalls*, in: Risk Management: Value at Risk and Beyond, Cambridge University Press, Cambridge 2002, 176–223.
3. Nelsen R.B., *An Introduction to Copulas*, Springer Science+Business Media, Inc., New York 2006.

4. Patton A.J., *On the Out-of-Sample Importance of Skewness and Asymmetric Dependence for Asset Allocation*, Journal of Financial Econometrics, 2, 2004, 130–168.
5. Patton A.J., *Modelling Asymmetric Exchange Rate Dependence*, International Economic Review, 47, 2006, 527–556.
6. Rodriguez J.C., *Measuring financial contagion: A copula approach,* Journal of Empirical Finance, 14, 2007, 401–423.
7. Shiller R.J., Beltratti A.E., *Stock Prices and Bond Yields: Can Their Comovements Be Explained in Terms of Present Value Models*?, Journal of Monetary Economics, 30, 1992, 22-46.
8. Sklar A., *Fonctions de repartition à n dimensions et leurs marges*, Publicatons de Institut Statistique de Universite de Paris, 8, 1959, 229–231.
9. Tsafack G., *Dependence Structure and Extreme Comovements in International Equity and Bond Markets*, Working Paper available at SSRN, 2006.

STRESZCZENIE

Wiedza na temat dynamiki zależności pomiędzy zwrotami z akcji i obligacji może mieć duże znaczenie praktyczne w wielu dziedzinach finansów. Przykładowo, alokacja aktywów pomiędzy akcje i obligacje należy do najważniejszych decyzji, jakie muszą podejmować zarządzający portfelami.

W artykule, stosując modele kopuli z przełączaniem typu Markowa, badamy dynamikę warunkowych zależności między zwrotami z polskich indeksów giełdowych a zmianami rentowności polskich obligacji skarbowych w aspekcie zjawiska przenoszenia zmienności.

THE DYNAMICS OF DEPENDENCY BETWEEN POLISH STOCK RETURNS AND THE CHANGES OF TREASURY BONDS YIELDS

SUMMARY

Understanding the dynamics of dependence between returns on stocks and bonds can have great practical implications in several areas of finance. For instance, asset allocation between stocks and bonds belongs to the most important decisions that portfolio managers and individual investors must make.

In this paper, we use Markov-switching copula models to investigate the dynamics of conditional dependency between returns on Polish stock indices and the changes of Polish treasury bonds yields, focusing on the contagion phenomenon.

Translated by R. Doman

Dr hab. Prof. UAM Ryszard Doman
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu
rydoman@amu.edu.pl