

# Tadeusz Dudycz, Bogumiła Brycz

---

## Czy stopy zwrotu przedsiębiorstwa mają rozkład normalny?

---

Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania 9, 213-220

---

2008

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej [bazhum.muzhp.pl](http://bazhum.muzhp.pl), gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

TADEUSZ DUDYCZ

BOGUMIŁA BRYCZ

## CZY STOPY ZWROTU PRZEDSIĘBIORSTW MAJĄ ROZKŁAD NORMALNY?

### Wstęp

Założenie o normalności rozkładów: stóp zwrotu, sprzedaży, jak i zysków przedsiębiorstw jest dość powszechne w literaturze z zakresu zarządzania finansami przedsiębiorstw<sup>1</sup>. O założeniu tym, jak i korzyściach z tego płynących pisali również Tarczyński i Mojsiewicz<sup>2</sup>. Jednakże autorzy ci nazwali to mocnym założeniem, nie zawsze znajdującym potwierdzenie w praktyce. W opracowaniach naukowych wykres rozkładu normalnego jest wykorzystywany dla zobrazowania (od strony poglądowej) wielu zagadnień teoretycznych. Założenie o normalnym charakterze rozkładów jest również podstawą budowania modeli oceny ryzyka<sup>3</sup>. W związku z powyższym, autorzy postawili sobie za cel zbadać czy faktycznie uzyskiwane w przedsiębiorstwach stopy zwrotu mają charak-

---

<sup>1</sup> Zob. R. A. Brealey, S. C. Myers, *Podstawy finansów przedsiębiorstw*, PWN, Warszawa 1999, s. 255., Z. Bodie, R. C. Merton, *Finanse*, PWE, Warszawa 2003, s. 391; E. Eberlein, U. Keller, *Hyperbolic Distributions in Finance*, "Bernoulli" 1995, vol. 1, no. 3, s. 281-299; S. J. Kon, *Models of Stock Returns – A Comparison*, "The Journal of Finance" 1984, vol. 39, no. 1, s. 147-165; U. Wehrspohn, *Generalized Asset Value Credit Risk Models and Risk Minimality of the Classical Approach*, May 2003, <http://ssrn.com/abstract=404920>; S. Figlewski, *Estimation Error in the Assessment of Financial Risk Exposure*, June 29, 2003, EFA 2003 Annual Conference Paper No. 799, <http://ssrn.com/abstract=424363>.

<sup>2</sup> W. Tarczyński, M. Mojsiewicz, *Zarządzanie ryzykiem*, PWE, Warszawa 2001, s. 46.

<sup>3</sup> Takie założenie przyjmuje autor w pracy: T. Dudycz, *Zarządzanie wartością przedsiębiorstwa*, PWE, Warszawa 2005, jak również inni, np. T. Słoński w artykule pt. *Stacyjne metody ustalania optymalnej pojemności zadłużeniowej w przedsiębiorstwie*, wygłoszonym na konferencji: „Zarządzanie finansami – finansowanie małych i średnich przedsiębiorstw” zorganizowanej przez Zakład Inwestycji i Wyceny Przedsiębiorstw US, zob. <http://www.fmc.home.pl>.

ter normalny i w związku z tym, czy założenia przyjmowane w modelach wykorzystywanych w analizie ryzyka są słuszne. Na potrzeby realizacji celu postanowiono zweryfikować hipotezę zerową orzekającą, iż dystrybuanta rozkładu wybranych wskaźników rentowności jest dystrybuantą rozkładu normalnego:

$$H_0: F^*(x) = F(x)$$

gdzie:  $F^*(x)$  – dystrybuanta empiryczna (dystrybuanta rozkładu wskaźników rentowności),

$F(x)$  – dystrybuanta rozkładu normalnego.

Hipoteza alternatywna wobec przyjętej hipotezy zerowej mówi, że dystrybuanta rozkładu poszczególnych wskaźników rentowności nie jest dystrybuantą rozkładu normalnego:

$$H_1: F^*(x) \neq F(x)$$

Cel pracy realizowany będzie na dwóch płaszczyznach. Pierwsza płaszczyzna to badanie, czy rozkłady stóp zwrotu uzyskiwanych przez pojedyncze przedsiębiorstwa na przestrzeni lat mają charakter normalny, natomiast druga to badanie normalności rozkładu stóp zwrotu uzyskiwanych w jednym roku przez populację przedsiębiorstw.

## Metodyka badań

### *Definicje stóp zwrotu objętych badaniem oraz charakterystyka próby badawczej*

Dla realizacji postawionego celu postanowiono zweryfikować hipotezę o normalności rozkładu takich podstawowych wskaźników rentowności, jak:

- rentowność kapitału własnego –  $ROE = \frac{EBT}{E}$
- rentowność kapitału zainwestowanego –  $ROIC = \frac{EBIT}{IC}$
- rentowność aktywów –  $ROA = \frac{EBIT}{A}$
- rentowność sprzedaży –  $ROS = \frac{EBIT}{S}$

gdzie:  $EBT$  – zysk przed opodatkowaniem,  $EBIT$  – zysk operacyjny,

$E$  – kapitał własny,  $IC$  – kapitał zainwestowany,  $A$  – aktywa,

$S$  – sprzedaż.

Niezbędne do obliczeń informacje pozyskano z bazy sprawozdań finansowych za lata 1995-2005 opracowanej przez Wywiadownię Gospodarczą Info-Credit. Dane te zostały poddane obróbce w celu usunięcia obserwacji uznanych za nietypowe, do których zaliczono te o wartościach wyższych od płotka zewnętrznego górnego i niższych od płotka zewnętrznego dolnego, obliczonych według formuły:

- płotek zewnętrzny górny = kwartył górny +  $3 \times IRQ$ ,
- płotek zewnętrzny dolny = kwartył górny +  $3 \times IRQ$ ,

gdzie:  $IRQ$  – odstęp międzykwartyłowy.

### ***Struktura badania***

Prowadzone badanie składało się z dwóch części i obejmowało:

- Badanie normalności rozkładu stóp zwrotu uzyskiwanych przez pojedyncze przedsiębiorstwa w okresie od 1995 do 2005 roku.
- Badanie normalności rozkładu stóp zwrotu uzyskiwanych dla populacji przedsiębiorstw w danym roku.

### ***Badanie normalności rozkładu stóp zwrotu uzyskiwanych przez pojedyncze przedsiębiorstwa***

W pierwszej kolejności badanie normalności rozkładu stóp zwrotu przeprowadzono w odniesieniu do pojedynczych przedsiębiorstw, dla których obliczone wskaźniki rentowności dotyczyły wszystkich badanych lat (od 1995 do 2005 roku). W rezultacie, szeregi poszczególnych wskaźników o długości 11 obserwacji pochodziły z następującej liczby przedsiębiorstw:

- wskaźnik  $ROE$  – 44 przedsiębiorstw,
- wskaźnik  $ROIC$  – 135 przedsiębiorstw,
- wskaźnik  $ROA$  – 150 przedsiębiorstw,
- wskaźnik  $ROS$  – 138 przedsiębiorstw.

Do zweryfikowania hipotezy zerowej zastosowano w tym przypadku nieparametryczny test zgodności Shapiro-Wilka, powszechnie uznawany za jeden z najlepszych testów normalności rozkładu, którego ogromną zaletą jest możliwość stosowania w przypadku małych prób (Shapiro i Wilk opracowali ten test

dla prób o liczebności  $3 \leq n \leq 50$ )<sup>4</sup>. W owym teście, sprawdzianem hipotezy zerowej jest statystyka  $W$  określona wzorem<sup>5</sup>:

$$W = \frac{\left[ \sum_i a_i(n) \cdot (x_{n-i+1} - x_i) \right]^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

gdzie:  $a_i(n)$  – stała zależna zarówno od  $i$ , jak też od liczebności próby  $n$   
 $x_{n-i+1} - x_i$  – tzw. *quasi-rozstępy* rzędu  $i$

Wyznaczanie wartości *quasi-rozstępów* jest uzależnione od tego, czy liczebność próby jest liczbą parzystą, czy nieparzystą. I tak:

$$x_{n-i+1} - x_i = \begin{cases} i = 1, \dots, \frac{n}{2} & \text{dla } n \text{ parzystego,} \\ i = 1, \dots, \frac{n-1}{2} & \text{dla } n \text{ nieparzystego} \end{cases}$$

W pakiecie *STATISTICA PL* podawana jest wartość obliczonej statystyki  $W$  oraz wartość  $p$ . Wartość  $p$  jest prawdopodobieństwem uzyskania takiej wartości sprawdzianu, jaką otrzymano (lub wartości skrajniejszej) przy założeniu, że hipoteza zerowa jest prawdziwa. A zatem, przy danym poziomie istotności  $\alpha$  hipotezę zerową można odrzucić wtedy, gdy wartość  $p \leq \alpha$ . W przeciwnym razie brak jest podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, co oznacza, że nie ma statystycznego dowodu, iż empiryczny rozkład zmiennej nie ma rozkładu normalnego.

### ***Badanie normalności rozkładu stóp zwrotu uzyskiwanych dla populacji przedsiębiorstw w danym roku***

W drugim etapie badania poddano wskaźniki rentowności obliczone dla wszystkich przedsiębiorstw w danym roku (począwszy od 1995 do 2005 roku). W rezultacie dysponowano zbiorami odpowiadającymi liczbie przedsiębiorstw dla poszczególnych wskaźników i poszczególnych lat, jak w tabeli 1.

Ze względu na dużą próbę (nawet powyżej 5000) do zweryfikowania hipotezy o normalności rozkładów zastosowano w tym przypadku test Kolmogorowa – Smirnowa z poprawką Lillieforsa, który opiera się na badaniu maksymalnej różnicy pomiędzy dystrybuantą empiryczną (z próby) a dystrybuantą roz-

<sup>4</sup> M. Sobczyk, *Statystyka*, PWN, Warszawa 2004, s. 201.

<sup>5</sup> M. Maliński, *Weryfikacja hipotez statystycznych wspomaganą komputerowo*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2004, s. 235-236.

kładu normalnego. Sprawdzianem hipotezy zerowej w teście Kolmogorowa – Smirnowa jest statystyka  $D_n$  wyrażona wzorem<sup>6</sup>:

$$D_n = \max_{1 \leq i \leq n} |F(x_i) - F_n(x_i)|$$

gdzie:  $F_n(x_i)$  – wartość dystrybuanty empirycznej,  $x_i$  – uporządkowane w kolejności rosnącej wyniki próby;  $F(x_i)$  – wartość dystrybuanty rozkładu normalnego.

Podobnie jak wcześniej, jeżeli wartość prawdopodobieństwa testowego  $p$  jest mniejsza od przyjętego poziomu istotności, to hipotezę, że badany rozkład jest zgodny z normalnym należy odrzucić.

Tabela 1. Wielkość próby badawczej

Lata	Wskaźnik	Liczba przedsiębiorstw	Lata	Wskaźnik	Liczba przedsiębiorstw
1995	ROE	986	2001	ROE	6 118
	ROA	1 436		ROA	8 751
	ROIC	1 412		ROIC	8 539
	ROS	1 410		ROS	8 338
1996	ROE	2 115	2002	ROE	6 118
	ROA	2 861		ROA	8 751
	ROIC	2 837		ROIC	8 539
	ROS	2 805		ROS	8 295
1997	ROE	2 343	2003	ROE	5 890
	ROA	3 214		ROA	8 690
	ROIC	3 175		ROIC	8 488
	ROS	3 087		ROS	7 611
1998	ROE	3 233	2004	ROE	6 785
	ROA	4 366		ROA	9 772
	ROIC	4 313		ROIC	9 648
	ROS	4 136		ROS	9 340
1999	ROE	4 760	2005	ROE	1 433
	ROA	6 673		ROA	2 125
	ROIC	6 550		ROIC	2 112
	ROS	6 299		ROS	2 044
2000	ROE	5 536			
	ROA	7 933			
	ROIC	7 740			
	ROS	7 557			

Źródło: Opracowanie własne.

<sup>6</sup> C. Domański, K. Pruska, *Nieklasyczne metody statystyczne*, PWE, Warszawa 2000, s. 173-174.

## Omówienie wyników badań

### *Badanie normalności rozkładu stóp zwrotu uzyskiwanych przez pojedyncze przedsiębiorstwa w okresie od 1995 do 2005 roku*

Ze względu na ograniczenie rozmiarów publikacji w niniejszym artykule nie podaje się uzyskanych wartości statystyki  $W$ . W załączniku 1 przedstawiono natomiast końcowe wyniki przeprowadzonego testu, podając liczbę przedsiębiorstw, dla których uzyskane wartości prawdopodobieństwa  $p$  nie przekraczają przyjętego poziomu istotności  $\alpha = 0,05$ , co świadczy o braku zgodności z rozkładem normalnym. Otrzymane wyniki wskazują, że:

Empiryczne rozkłady rentowności  $ROE$  dla 14 przedsiębiorstw (co stanowi 32% badanej populacji) nie są zgodne z rozkładem normalnym. Badając asymetrię tych rozkładów okazuje się, że w wielu przypadkach jest ona ujemna, natomiast kurtoza jest dodatnia i w większości przypadków bardzo silna (znaczną spiczastość rozkładów). W pozostałych 30 przypadkach nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej.

Empiryczne rozkłady rentowności  $ROA$  dla 18 przedsiębiorstw (co stanowi 12% badanej populacji) nie są zgodne z rozkładem normalnym. W pozostałych 132 przypadkach nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej.

Empiryczne rozkłady rentowności  $ROIC$  dla 25 przedsiębiorstw (co stanowi 18,5% badanej populacji) nie są zgodne z rozkładem normalnym. W pozostałych 115 przypadkach nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej.

Empiryczne rozkłady rentowności  $ROS$  dla 18 przedsiębiorstw (co stanowi 13% badanej populacji) nie są zgodne z rozkładem normalnym. W pozostałych 120 przypadkach nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej.

### *Badanie normalności rozkładu stóp zwrotu uzyskiwanych dla populacji przedsiębiorstw w danym roku.*

Uzyskane w poszczególnych latach wartości statystyki  $D$  wraz z wartością prawdopodobieństwa  $p$  dla analizowanych wskaźników rentowności  $ROE$ ,  $ROA$ ,  $ROIC$  i  $ROS$  zamieszczono w załączniku 2. Dodatkowo w załączniku tym zamieszczono parametry, które mogą służyć pomocniczo do oceny rozkładów, takie jak: średnia, odchylenie standardowe, skośność i kurtoza. Natomiast na rysunkach znajdujących się w załączniku 3 zamieszczono tzw. normalne wykresy prawdopodobieństwa dla tych wskaźników, na których zaobserwowane war-

tości próby (uporządkowane w sposób rosnący, czyli przedstawiające wartości statystyk pozycyjnych) wykreślane są w funkcji wartości oczekiwanych odpowiednich statystyk pozycyjnych dla standardowego rozkładu normalnego. Na wykresie tym umieszczana jest również prosta dopasowana do tych punktów metodą najmniejszych kwadratów i jeżeli próba pochodzi z rozkładu normalnego, to wszystkie punkty powinny układać się wokół tej prostej. Otrzymane wyniki wskazują, że we wszystkich latach należy odrzucić hipotezę zerową mówiącą, że rozkłady wyróżnionych wskaźników rentowności są zgodne z rozkładem normalnym. Rozkłady wszystkich tych wskaźników rentowności we wszystkich latach charakteryzują się kurtozą wyższą od zera świadczącą o ich spiczastości oraz w większości przypadków skośnością prawostronną.

### Podsumowanie

Z przeprowadzonych badań wynika, że założenie, iż rozkłady stóp zwrotu uzyskiwanych przez pojedyncze przedsiębiorstwa na przestrzeni lat mają charakter normalny znajduje potwierdzenie w praktyce gospodarczej. W związku z tym, budowanie modeli oceny ryzyka bazujących na rozkładzie normalnym jest merytorycznie uzasadnione. Natomiast założenie o normalności rozkładów stóp zwrotu dla populacji przedsiębiorstw w danym roku nie znajduje potwierdzenia w praktyce, co powinno mieć swoje implikacje w modelach optymalizacji ryzyka przy budowie portfeli inwestycyjnych.

### Literatura:

1. Bodie Z., Merton R. C., *Finanse*, PWE, Warszawa 2003.
2. Brealey R., Myers S., *Podstawy finansów przedsiębiorstw*, PWN, Warszawa 1999.
3. Domański C., Pruska K., *Nieklasyczne metody statystyczne*, PWE, Warszawa 2000.
4. Dudycz T., *Zarządzanie wartością przedsiębiorstwa*, PWE, Warszawa 2005.
5. Eberlein E., Keller U., *Hyperbolic Distributions in Finance*, "Bernoulli" 1995, vol. 1, no. 3.
6. Figlewski S., *Estimation Error in the Assessment of Financial Risk Exposure*, June 29, 2003, EFA 2003 Annual Conference Paper No. 799, <http://ssrn.com/abstract=424363>.
7. Gajdka J., Walińska E., *Zarządzanie finansowe. Teoria i praktyka*, FRRWP, Warszawa 1998.
8. Kon S. J., *Models of Stock Returns – A Comparison*, "The Journal of Finance" 1984, vol. 39, no. 1.



9. Maliński M., *Weryfikacja hipotez statystycznych wspomagana komputerowo*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2004.
10. Słoński T., Statyczne metody ustalania optymalnej pojemności zadłużeniowej w przedsiębiorstwie, <http://www.fmc.home.pl>.
11. Sobczyk M., *Statystyka*, PWN, Warszawa 2004.
12. Tarczyński W., M. Mojsiewicz, *Zarządzanie ryzykiem*, PWE, Warszawa 2001
13. Wehrspohn U., *Generalized Asset Value Credit Risk Models and Risk Minimality of the Classical Approach*, May 2003, <http://ssrn.com/abstract=404920>.

### STRESZCZENIE

W artykule weryfikowano tezę, że rozkłady stóp zwrotu mają charakter normalny. Wyniki przeprowadzonych badań wskazują, iż rozkłady stóp zwrotu uzyskiwanych przez pojedyncze przedsiębiorstwa na przestrzeni lat mają w większości przypadków charakter normalny, natomiast rozkłady stóp zwrot dla populacji przedsiębiorstw w danym roku nie są normalne.

### DO RATES OF RETURN HAVE NORMAL DISTRIBUTION?

#### SUMMARY

In the article the authors verify the thesis that the distributions of the rates of return are normal. The results of the research indicate that the rates of return achieved by the individual firms over years are in most cases normal, while the rates of return for the population of the firms in given year are not normal.

*Translated by T. Dudycz*

*Dr hab. inż. prof. PWr. Tadeusz Dudycz*  
Politechnika Wroclawska  
[tadeusz.dudycz@pwr.wroc.pl](mailto:tadeusz.dudycz@pwr.wroc.pl)

*Dr Bogumila Brycz*  
Politechnika Wroclawska  
[bbrycz@o2.pl](mailto:bbrycz@o2.pl)