

# Henryk Gurgul, Robert Syrek

---

## Modelowanie dynamiki zależności pomiędzy głównymi indeksami azjatyckimi

---

Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania 9, 30-41

---

2008

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej [bazhum.muzhp.pl](http://bazhum.muzhp.pl), gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

HENRYK GURGUL

ROBERT SYREK

## MODELOWANIE DYNAMIKI ZALEŻNOŚCI POMIĘDZY GŁÓWNYMI INDEKSAMI AZJATYCKIMI

### Wstęp

Prawidłowa odpowiedź na pytanie czy wiedza odnośnie zmiennych finansowych z pewnego rynku finansowego może być przydatna w prognozach krótkoterminowych innych zmiennych finansowych na tym samym lub innym rynku jest bardzo ważna nie tylko z punktu widzenia badaczy, ale przede wszystkim z punktu widzenia samych uczestników rynku (Gallant i in. [1992]). Możliwość prognozowania i jakość prognoz jednej zmiennej za pomocą innej zmiennej (zmiennych) zależy od stopnia zależności między nimi.

Zależność pomiędzy zmiennymi na rynkach akcji lub pomiędzy rynkami akcji może być mierzona za pomocą zmiennych takich jak stopy zwrotu, ich zmienność oraz wielkość obrotów poszczególnych spółek lub indeksów tych rynków. Najczęściej zależność jest mierzona za pomocą współczynnika korelacji liniowej Pearsona, a także współczynników korelacji rangowej Spearmana i Kendalla. Wymienione miary korelacji dwóch zmiennych są w przypadku rynków finansowych wysoce niedoskonałe. Współczynnik korelacji liniowej jest zdefiniowany tylko dla zmiennych o skończonych wariancjach. Fakt ten powoduje istotne problemy w przypadku rozkładów z ciężkimi ogonami. Ponadto niezależność dwóch zmiennych losowych implikuje nieskorelowanie, ale z braku korelacji nie wynika niezależność. Jedynie w przypadku wielowymiarowego rozkładu normalnego brak korelacji jest równoważny niezależności. Badacze słusznie podkreślają też, że korelacja liniowa nie jest miarą odporną. Obserwa-

cje nietypowe mogą bowiem znacznie zmieniać jej wartość. Ponadto korelacja nie wykazuje niezmienniczości względem transformacji nieliniowych.

Mimo małego skorelowania niektórych giełdowych rynków akcji kryzysy finansowe i załamania rynkowe mają tendencję do równoczesnego występowania na rynkach różnych krajów. Badacze podnoszą wielką rolę zmian zależności pomiędzy rynkami w czasie i struktury zależności, które mogą zmniejszyć lub zwiększyć korzyści inwestora (ryzyko) wynikające z dywersyfikacji w porównaniu do sytuacji z obowiązującym rozkładem normalnym. Powyższe uwagi teoretyczne dotyczące niedoskonałości korelacji jako miary zależności w pełni potwierdzają – jeszcze niepublikowane – badania empiryczne autorów tej pracy, wykonane na bazie danych z głównych giełd europejskich.

W dotychczasowych badaniach empirycznych koncentrowano się głównie na zależnościach równoczesnych (ang. *contemporaneous relationship*) na rynkach krajowych (prace Rogalskiego [1978], Smirlocka i Starksa [1988], a także praca przeglądowa Karpoffa [1987]). Oprócz zależności równoczesnych badano też zależności dynamiczne typu przyczynowego (ang. *causality*) z wykorzystaniem metodologii zaproponowanej przez Grangera (Granger [1969], Hiemstra i Jones [1994], Chordia i Swaminathan [2000]). Analizie dynamicznych zależności między największymi rynkami akcji (giełdy nowojorska, londyńska i tokijska) jest poświęcona m.in. praca Lee i Rui [2002]. Za pomocą metodologii Grangera autorzy doszli do wniosku, że zmienne finansowe giełdy nowojorskiej mają istotny wpływ na wartości zmiennych finansowych z giełdy londyńskiej i tokijskiej.

Innym podejściem stosowanym w badaniach empirycznych jest obliczanie korelacji warunkowej, szczególnie tzw. „rolling correlation” (współczynnik korelacji Pearsona obliczany w dynamicznym oknie). Wadą takiego podejścia jest to, że obserwacje, które biorą udział w estymacji mają równe wagi, pozostałe mają oczywiście wagę równą zero. Poza tym wykazano, że korelacje warunkowe przy warunkach dużych zmian cen lub wielkości obrotów są wyższe niż analogiczne wartości tych korelacji przy małych zmianach cen lub wielkości obrotów (tzw. „correlation breakdown”). Okazuje się, że nawet, gdy obowiązuje rozkład normalny dla wartości danego szeregu czasowego wielkości współczynnika korelacji warunkowej są wyższe w „burzliwych” fazach rozwoju rynku niż w fazach „spokojnych”. Aby uwzględnić możliwą w czasie zmienność korelacji warunkowej Engle rozwinął stosowny model nazywany w skrócie

DCC (ang. *dynamic conditional correlation*, zobacz Engle [2002]). Poza tym okazało się, że strukturę zależności między zmiennymi dobrze wyjaśniają tzw. kopule, szczególnie kopule dynamiczne.

Jak już wspomniano wyżej zależności pomiędzy giełdami europejskimi i giełdą nowojorską, a w kilku przypadkach także giełdą tokijską były już przedmiotem badań empirycznych (zob. Lee i Rui [2002]). Autorzy tej pracy nie natknęli się jednak na badania w tym zakresie dotyczące dynamicznie rozwijających się i należących do światowej czołówki pod względem kapitalizacji giełd azjatyckich. Celem artykułu jest zbadanie zależności dynamicznych pomiędzy indeksami dwóch największych giełd azjatyckich, tzn. tokijskiej i Hong-Kongu oraz porównanie wskazań zastosowanych metod oceny tych zależności za pomocą modelu DCC i kopul dynamicznych.

W kolejnej części pracy zostaną krótko przypomniane podstawy teoretyczne modelu DCC, pojęcie kopuli. W dalszej części scharakteryzowano dane i omówiono wyniki obliczeń. Pracę kończy krótkie podsumowanie. Wszystkie tabele i rysunki są opracowaniami własnymi.

### Model dynamicznej korelacji warunkowej (DCC)

Załóżmy, że dysponujemy  $k$ -wymiarowym wektorem reszt  $r_t$ , którego łączny rozkład jest normalny o wartości oczekiwanej równej zero oraz warunkowej macierzy wariancji i kowariancji  $H_t$ , czyli

$$r_t | \mathcal{F}_{t-1} \sim N(0, H_t). \quad (1)$$

Macierz  $H_t$  zapisujemy w postaci  $H_t = D_t R_t D_t$ , gdzie  $D_t$  jest  $k$ -wymiarową diagonalną macierzą warunkowych odchyłeń standardowych (czyli na  $i$ -tym miejscu diagonalni znajduje się  $\sqrt{h_{it}}$ ), natomiast  $R_t$  jest macierzą warunkowych korelacji (Bauwens i in. [2006], Bollerslev [1990], Embrechts i in. [2002], [2003], Osińska [2006]). Parametry modelu dynamicznej warunkowej korelacji (Engle [2002], Engle i Sheppard [2001]) szacowane są w dwóch etapach (metodą największej wiarygodności). W pierwszym szacujemy warunkowe wariancje wektora  $r_t = [r_{1,t}, r_{2,t}, \dots, r_{k,t}]$ . Model GARCH( $P_i, Q_i$ ) dla  $i$ -tej składowej tego wektora zdefiniowany jest następująco:

$$h_{it} = \omega_i + \sum_{p=1}^{P_i} \alpha_{ip} r_{it-p}^2 + \sum_{q=1}^{Q_i} \beta_{iq} h_{it-q}, \quad i=1, 2, \dots, k. \quad (2)$$

W drugim etapie szacujemy parametry modelu DCC(M,N), którego struktura jest opisana równaniami

$$Q_t = (1 - \sum_{m=1}^M \alpha_m - \sum_{n=1}^N \beta_n) \bar{Q} + \sum_{m=1}^M \alpha_m (\varepsilon_{t-m} \varepsilon_{t-m}^T) + \sum_{n=1}^N \beta_n Q_{t-n}, \quad (3)$$

$$R_t = Q_t^{*-1} Q_t Q_t^{*-1}, \quad (4)$$

gdzie  $\bar{Q}$  jest bezwarunkową macierzą wariancji i kowariancji zestandaryzowanych reszt otrzymaną w pierwszym kroku estymacji, natomiast  $Q_t^*$  jest diagonalną macierzą składającą się z pierwiastków kwadratowych elementów leżących na przekątnej macierzy  $Q_t$  (macierzy warunkowych wariancji i kowariancji zestandaryzowanych reszt). Za pomocą tego modelu możemy zarówno oszacować korelację jak i wyznaczyć jej prognozy.

### Kopule jako miary zależności

Kopula jest wielowymiarową dystrybuantą z jednostajnymi na przedziale [0,1] rozkładami brzegowymi. Ścisłą definicję kopuli można znaleźć np. w Nelsen [1999], Embrechts i in. [2002], Patton [2006]. Poniżej przedstawiono niezbędne definicje oraz podstawowe twierdzenia i własności. W kolejnej części omówimy kopule, których parametry nie zmieniają się w czasie. W następnej części pracy przedstawiono modyfikację wprowadzoną przez Pattona [2006], czyli warunkowe kopule dynamiczne.

#### *Kopule o stałych parametrach w czasie*

Podstawowym twierdzeniem w teorii kopul jest wynik Sklara:

**Twierdzenie 1.** Niech H będzie łączną dystrybuantą z rozkładami brzegowymi  $F_1$  i  $F_2$ . Wtedy istnieje kopula C taka, że dla wszystkich  $x_1$  i  $x_2$  w  $\bar{R}$

$$H(x_1, x_2) = C(F_1(x_1), F_2(x_2)). \quad (5)$$

Jeśli  $F_1$  i  $F_2$  są ciągle, to kopula C jest jedyna; w przeciwnym wypadku, C jest jednoznacznie wyznaczona na  $RanF_1 \times RanF_2$ . I na odwrót, jeśli C jest kopulą oraz  $F_1$  i  $F_2$  są dystrybuantami brzegowymi, to funkcja H zdefiniowana wyżej jest łączną dystrybuantą z brzegami  $F_1$  oraz  $F_2$ .

**Charakteryzacja 1.** Niech  $H$  będzie dystrybuantą o brzegach  $F_1$  i  $F_2$  oraz niech  $C$  będzie kopulą. Wtedy dla wszystkich  $(u_1, u_2)$  z  $[0,1]^2$  zachodzi

$$C(u_1, u_2) = H(F_1^{-1}(u_1), F_2^{-1}(u_2)) \quad (6)$$

W literaturze wymienia się trzy specjalne typy kopul. Kopulę  $\Pi(u_1, u_2) = u_1 u_2$  nazywa się kopulą niezależności. Funkcje  $W(u_1, u_2) = \max(u_1 + u_2 - 1, 0)$  i  $M(u_1, u_2) = \min(u_1, u_2)$  są nazywane ograniczeniami Fréchet-Hoeffdinga. Reprezentują one odpowiednio doskonałą ujemną i doskonałą dodatnią zależność. Zatem dla każdej kopuli  $C$  zachodzi podwójna nierówność określona następująco:

$$W(u_1, u_2) \leq C(u_1, u_2) \leq M(u_1, u_2). \quad (7)$$

Za pomocą kopul można modelować zależności w ogonach rozkładów. Zależności w prawym i lewym ogonie są mierzone za pomocą wskaźników podanych niżej.

**Definicja 1.** Jeśli istnieje dla dwuwymiarowej kopuli  $C$  granica

$$\lim_{u \uparrow 1} \frac{1 - 2u + C(u, u)}{1 - u} = \lambda_U \quad (8)$$

to  $C$  wykazuje zależność w górnym ogonie, gdy  $\lambda_U \in (0,1]$  i niezależność, gdy  $\lambda_U = 0$ . Jeśli dwuwymiarowa kopula  $C$  spełnia warunek

$$\lim_{u \downarrow 0} \frac{C(u, u)}{u} = \lambda_L \quad (9)$$

to dla  $\lambda_L \in (0,1]$  ma miejsce w dolnym ogonie zależność dwóch zmiennych losowych, zaś dla  $\lambda_L = 0$  zmienne losowe są niezależne w dolnym ogonie.

Podstawową klasę kopul stanowią tzw. kopule eliptyczne, do których należą kopula Gaussa oraz  $t$ -kopula. W praktyce modelowania zależności często przydatne są tzw. kopule Archimiedesa uwzględniające ewentualny brak symetrii zależności w ogonach. Osobną klasę stanowi kopula Placketta. Kopule Archimiedesa bazują na pojęciu funkcji pseudoodwrotnej  $\varphi^{[-1]}$  (pojęcie to jest wyjaśnione np. w Nelsen [1999]).

**Twierdzenie 2.** Niech  $\varphi^{[-1]}$  będzie funkcją pseudoodwrotną do  $\varphi$ . Niech  $C: [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$  będzie funkcją daną przez

$$C(u_1, u_2) = \varphi^{[-1]}(\varphi(u_1) + \varphi(u_2)). \quad (10)$$

$C$  jest kopulą wtedy i tylko wtedy, gdy  $\varphi$  jest wypukłą.

Funkcja  $\varphi$  jest nazywana generatorem kopuli.

W artykule wykorzystane zostaną kopule Archimedesesa takie jak kopula Claytona, Gumbela oraz zszymertryzowana kopula Joe-Claytona (SJC) (patrz Patton [2006]). Więcej szczegółów dotyczących kopul wykorzystanych w obliczeniach (definicje, zakres parametrów, współczynniki zależności w ogonach) można znaleźć w pracach Nelsena [1999] oraz Pattona [2006].

**Warunkowe kopule dynamiczne**

Ze względu na łatwość interpretacji wyników przedstawimy dwie dynamiczne kopule, które zostaną wykorzystane w artykule. Kopula Gaussa jest opisana następującym równaniem:

$$C(u, v | \rho) = \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(\frac{(-r^2 - 2rs + s^2)}{2(1-\rho^2)}\right) dr ds \quad (11)$$

Dynamika parametru  $\rho$ , który charakteryzuje zależność będzie opisywana przez równanie

$$\rho_t = \bar{\Lambda} \left( \omega_\rho + \beta_\rho \rho_{t-1} + \alpha_\rho \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \Phi^{-1}(u_{t-j}) \Phi^{-1}(v_{t-j}) \right), \quad (12)$$

gdzie  $\bar{\Lambda} = \tanh(x/2)$ . Zszymertryzowana kopula Joe-Claytona jest mieszanką kopul Joe-Claytona  $C_{JC}$ . Opisuje ją równanie:

$$C_{SJC}(u, v | \tau^U, \tau^L) = 0,5(C_{JC}(u, v | \tau^U, \tau^L) + C_{JC}(1-u, 1-v | \tau^U, \tau^L)) + u + v - 1 \quad (13)$$

Parametry kopuli  $\tau^U, \tau^L$  są jednocześnie współczynnikami zależności w ogonach. Ich dynamikę opisują następujące równania:

$$\tau_t^U = \Lambda \left( \omega_U + \beta_U \tau_{t-1}^U + \alpha_U \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k |u_{t-j} - v_{t-j}| \right), \quad (14)$$

$$\tau_t^L = \Lambda \left( \omega_L + \beta_L \tau_{t-1}^L + \alpha_L \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k |u_{t-j} - v_{t-j}| \right) \quad (15)$$

gdzie  $\Lambda$  jest transformacją logistyczną.

**Charakterystyka danych**

W pracy rozważono szeregi logarytmicznych stóp zwrotu indeksów NIKKEI225 oraz HANG SENG (wyrażone w procentach). Okresem notowań jest okres od 2002-01-04 do 2007-11-15 (zawiera 1340 obserwacji). Tabela 1 przedstawia statystyki opisowe. wymienionych szeregów czasowych.

Bezwarunkowy współczynnik korelacji Pearsona (obliczony na podstawie całej próby) wynosi 0,5487. Współczynnik korelacji Kendalla wynosi 0,3671 (oba obliczone współczynniki są statystycznie istotne).

Dla każdego z szeregów przeprowadzono testy na stacjonarność (rozszerzony test Dickey'a-Fullera oraz test Philllipsa – Perrona). Szeregi stóp zwrotu są zintegrowane  $I(0)$ .

Przed przystąpieniem do szacowania modeli wektorowej autoregresji, dokonano wyboru opóźnienia na podstawie testu ilorazu wiarygodności oraz kryterium informacyjnego Schwarza-Bayesa.

Tabela 1. Statystyki opisowe stóp zwrotu indeksów

	NIKKEI	HANG SENG
średnia	0,0397	0,0131
odchyl.stand.	1,1141	1,2829
kurtoza	1,9799	1,0965
skośność	-0,0277	-0,2169
minimum	-5,1383	-5,5695
pierwszy kwartyl	-0,5164	-0,6923
mediana	0,0533	0,0323
trzeci kwartyl	0,6277	0,7862
maksimum	5,7587	5,7352

Źródło: opracowanie własne.

## Wyniki badań empirycznych

### *Wyniki obliczeń dla modelu DCC*

Wybrano rzędy opóźnień, które gwarantowały brak statystycznej istotności autokorelacji reszt (w procesie testowania wykorzystano test Ljungu-Boxa). Do reszt modelu VAR zastosowano test Engle'a do wykrywania heteroskedastyczności w szeregach czasowych. Test ten potwierdził, że reszty modelu cechuje niestalość wariancji w czasie. Do modelowania zmienności wariancji reszt zastosowano modele GARCH(1,1) (do estymacji i testowania wszystkich modeli wykorzystano program MATLAB z toolboxem UCSD GARCH autorstwa Kevina Shepparda):

$$h_{it} = \omega_i + \alpha_i r_{it-1}^2 + \beta_i h_{it-1} \quad (16)$$

( $i=1$  – model dla NIKKEI225,  $i=2$  – model dla HANG SENG).

Wyniki estymacji przedstawia tabela 2.

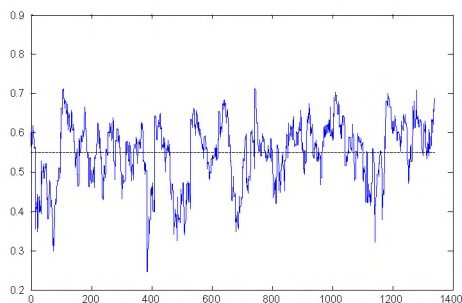


Tabela 2. Wyniki estymacji jednowymiarowych modeli GARCH(1,1)

parametr	$\omega_1$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\omega_2$	$\alpha_2$	$\beta_2$
wartość	0,0268 (0,0117)	0,0837 (0,0183)	0,9025 (0,0183)	0,0118 (0,0069)	0,0509 (0,0100)	0,9411 (0,0121)

Źródło: opracowanie własne.

Ponowne zastosowanie testu Engle'a do zestandaryzowanych reszt i testu Ljung-Boxa (do kwadratów zestandaryzowanych reszt) potwierdziło przypuszczenie, że szeregi podlegają procesom GARCH(1,1). Przed przystąpieniem do modelowania dynamiki w warunkowych korelacjach za pomocą modelu DCC przeprowadzono test (Engle, Sheppard, [2001]) na stałość korelacji.



Rys. 1. Wykres dynamiki korelacji z modelu DCC (pozioma, przerywana linia oznacza bezwarunkową korelację)

Źródło: opracowanie własne.

Punktem wyjścia do przeprowadzenia testu jest oszacowanie modelu CCC (ang. *constant conditional correlation*) Bollersleva (w praktyce oznacza to, że macierz  $R_t$  w równaniu  $H_t = D_t R_t D_t$  jest stałą w czasie macierzą korelacji  $R$ ). Test odrzuca hipotezę zerową o stałości korelacji. Oszacowano więc model DCC(1,1):

$$Q_t = (1 - a - b)\bar{Q} + a(\epsilon_{t-1}\epsilon_{t-1}^T) + bQ_{t-1} \quad (17)$$

### Wyniki badania zależności za pomocą kopul

Wyniki estymacji pięciu „najlepiej” dopasowanych kopul z parametrami niezmiennymi w czasie przedstawia tabela 3. Widać, że  $\tau_L \geq \tau_U$ . W procesie estymacji kopul dynamicznych wykorzystano różne poziomy opóźnień  $k$  (od 1 do 15). Opierając się na kryterium informacyjnym BIC otrzymano dwie najlepiej dopasowane kopule: kopulę SJC ( $k=8$ ) oraz kopulę Gaussa ( $k=13$ ).

Tabela 3. Wyniki estymacji kopul

kopula	$\alpha$		$\tau_I$	$\tau_{II}$	BIC
t-Studenta	0,5483	11,3370	0,0815	0,0815	-482,737
SJC	0,2898	0,3939	0,3939	0,2898	-478,617
Normal	0,5455		0	0	-473,26
Obrócony Gumbel	1,5381		0,4307	0	-466,861
Plackett	5,4920		0	0	-442,206

Źródło: opracowanie własne.

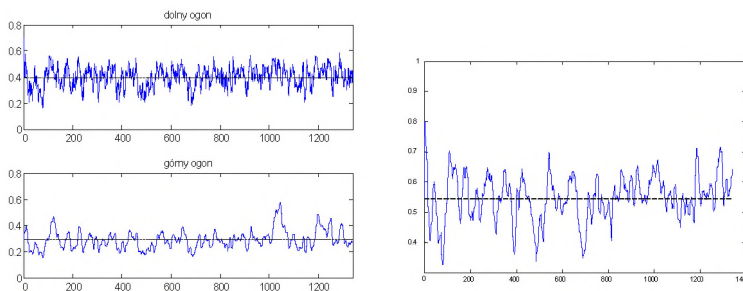
Tabela 4 przedstawia parametry oszacowanych kopul.

Tabela 4. Estymatory parametrów wyznaczonych kopul

Kopula Gaussa						
Parametr	$\omega_\rho$		$\alpha_\rho$		$\beta_\rho$	
Wartość	-0,027		0,173		2,150	
BIC	-494,4					
Kopula SJC						
Parametr	$\omega_{II}$	$\alpha_{II}$	$\beta_{II}$	$\omega_I$	$\alpha_I$	$\beta_I$
Wartość	-1,901	-1,003	4,13	1,623	-6,258	-1,753
BIC	-495,2					

Źródło: opracowanie własne.

Rys. 2 przedstawia wykresy zmian parametrów kopul warunkowych (SJC oraz Gaussa, odpowiednio). Jak wynika z prawej części rys. 2 zależności dynamiczne podlegają istotnym zmianom przy czym są one większe w dolnym ogonie niż w prawym. Wynika stąd, że prawdopodobieństwo wystąpienia równoczesnego załamania na obu rynkach jest większe niż prawdopodobieństwo równoczesnej hossy.



Rys. 2. Dynamika parametrów  $\tau^U$ ,  $\tau^L$  (wykres lewy) oraz parametru  $\rho$  (wykres prawy), przerywane linie w środku oznaczają wielkość korelacji statycznych

## Podsumowanie

Przeprowadzone badania wykazały wysoką przydatność nowoczesnych narzędzi (modelu DCC i kopul dynamicznych) do badania zależności pomiędzy indeksami giełdowymi, a pośrednio zależności pomiędzy dwoma największymi azjatyckimi rynkami akcji. Z badań wynika, że warunkowa korelacja dynamiczna będąca miarą zależności jest istotna, ale podlega znacznym fluktuacjom w czasie. Wyniki badań zależności uzyskane za pomocą DCC i kopul dynamicznych są zbliżone jakościowo. Mimo braku korelacji w pełnym zakresie zmienności dwóch szeregów finansowych, może istnieć zależność wartości najmniejszych (czyli w lewym ogonie) i/lub zależność wartości największych (czyli zależność w prawym ogonie).

Stwierdzenie zależności w ogonach lub wykazanie ich braku jest ważne z punktu widzenia inwestora. Silna zależność w lewym ogonie wskazuje na to, że w okresie bessy spadki są na obu rynkach równocześnie i dywersyfikacja portfela na tych dwóch rynkach jest nieskuteczna czyli nie uchroni inwestora przed stratą ani też nie zmniejszy jej rozmiarów. Z obliczeń za pomocą kopul wynika większa zależność obu indeksów w lewym niż w prawym ogonie. Oznacza to między innymi, że w wypadku spadku indeksu na jednej z rozważanych giełd prawdopodobieństwo spadku na drugiej z nich jest większe niż prawdopodobieństwo wzrostu gdyby miały miejsce wzrosty na pierwszej z giełd.

## Literatura

1. Bauwens L., Laurent S., Rombouts J.V.K., *Multivariate GARCH models: A survey*. Journal of Applied Econometrics, 2006, vol. 21, s. 79-109.
2. Bollerslev T., *Modeling the Coherence in Short-run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Approach*. Review of Economics and Statistics, 1990, vol. 72, s. 498-505.
3. Chordia T., Swaminathan B., *Trading volume and cross-autocorrelations in stock returns*, Journal of Finance, 2000, Vol. 55, s. 913-935.
4. Engle R. F., *Dynamic Conditional Correlation – A Simple Class of Multivariate GARCH Models*. Journal of Business and Economic Statistics, 2002, vol. 20(3).
5. Engle R.F., Sheppard K., *Theoretical and Empirical Properties of Dynamic Conditional Correlation Multivariate GARCH*. Working Paper, 8554, NBER, 2001.

6. Embrechts P., Lindskog F., Mcneil A.J., *Modelling Dependence with Copulas and Applications to Risk Management*, [w] Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance. S.T Rachev, 2003, s. 329-384.
7. Embrechts P., Mcneil A. J., Straumann D., *Correlation and dependency in risk management: properties and pitfalls*, [w] Risk Management: Value at Risk and Beyond, M.A.H. Dempster, 2002.
8. Gallant R., Rossi P., Tauchen G., *Stock prices and volume*, Review of Financial Studies, 1992, vol. 5, s. 199-242.
9. Granger C.W.J., *Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods*, Econometrica, 1969, vol. 37, s. 424-438.
10. Hiemstra C., Jones J., *Testing for linear and nonlinear Granger causality in the stock price - volume relation*, Journal of Finance, 1994, vol. 49, s. 1639-1664.
11. Karpoff J., *The relation between price changes and trading volume: A survey*, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1987, vol. 22, s. 109-126.
12. Lee B. S., Rui O., *The dynamic relationship between stock returns and trading volume: Domestic and cross-country evidence*, Journal of Banking and Finance, 2002, vol. 26, s. 51-78
13. Nelsen R., *An Introduction to Copulas*, Springer-Verlag, New York 1999.
14. Osińska M., *Ekonometria finansowa*. PWE, Warszawa 2006.
15. Patton A., *Modelling asymmetric exchange rate dependence*. International Economic Review 47, 2006, str. 527-556.
16. Rogalski R., *The dependence of prices and volume*, Review of Econometrics and Statistics, 1978, vol. 36, s. 268-274.
17. Smirlock M., Starks L., *An empirical analysis of the stock price-volume relationship*, Journal of Banking and Finance, 1988, vol. 12, s. 31-41.

### STRESZCZENIE

Celem artykułu jest zbadanie zależności, głównie dynamicznych, pomiędzy dwoma największymi indeksami azjatyckimi NIKKEI225 i HANG SENG oraz porównanie wyników zastosowania modelu korelacji dynamicznej (DCC) i kopuł, w tym warunkowych kopuł dynamicznych. Okazało się, że obie metody dały podobne wyniki. Kopule dynamiczne wskazują na znaczne fluktuacje zależności obu indeksów w czasie, szczególnie w ogonach. Daje się jednak zaobserwować większa zależność w lewym niż w prawym ogonie.

## MODELLING OF THE DYNAMIC DEPENDENCE BETWEEN THE MAIN ASIAN INDEXES

### SUMMARY

In this paper, dependencies, especially dynamic, between two most important Asian indexes NIKKEI225 and HANG SENG are presented. There are compared results of applications of dynamic correlation model (DCC) and results based on copulas, and conditional dynamic copulas as well. The applied methods supplied similar results. Our findings indicate that the dependence between both indexes exhibits considerable time fluctuations, especially in tails. The dependence in lower tail is more pronounced than that in upper tail.

*Translated by H. Gurgul*

*Prof. zw. dr hab.inż. Henryk Gurgul*  
Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie  
h.gurgul@neostrada.pl

*Mgr Robert Syrek*  
Wyższa Szkoła Ekonomii i Informatyki w Krakowie  
rsyrek@wsei.edu.pl