

Marek Piotrowski

Błędne podstawy edukacji matematycznej i sposoby ich naprawiania : «żandarma» trzeba odwołać, chociaż jest w nas samych

Studia z Teorii Wychowania 7/3 (16), 95-122

2016

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej bazhum.muzhp.pl, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

Marek Piotrowski

Chrześcijańska Akademia Teologiczna w Warszawie

Błędne podstawy edukacji matematycznej i sposoby ich naprawienia

Żandarma trzeba odwołać, chociaż jest w nas samych

„Jeżeli odwołasz się do żandarmów i im zleczysz budowanie świata, choćby najdoskonalszego, ten świat w ogóle nie powstanie, gdyż nie mieści się w roli ani możliwościach żandarma ożywiać twoją religię”¹.

Wstęp

Umieszczony jako motto artykułu cytat Antoine’a De Saint-Exupéry informuje Czytelników, że publikacja jest kontynuacją wcześniejszych rozważań dotyczących wadliwego sposobu wprowadzania reform systemu edukacji za pomocą odgórnych dekretów ograniczających swobodę szkół i środowisk szkolnych, niszczących ich kapitał społeczny². Działań, których źródłem są *zabobony* i *przesady*, a nie wiedza pedagogiczna przywołana w cytacie jako religia.

W artykule odwołano się do dwóch zmian systemowych. Pierwszą z nich jest lokalna reforma edukacji *Gminie i Powiecie Laboratorium*³. W *Gminie Laboratorium* (w przedszkolach, szkołach podstawowych, a następnie w gimnazjach) lokalna reforma edukacji rozpoczęła się w połowie lat dziewięćdziesiątych XX w.⁴, a w ponadgimnazjalnych szkołach *Powiatu*

¹ A. De Saint-Exupéry A., *Twierdza*, MUZA, rozdział CXL, 2008.

² M. Piotrowski, *Od TQM do żandarma, czyli pod prąd*, VEGA, 2013.

³ M. Piotrowski, *Pomiar dydaktyczny i polityka projakościowa gminy w obszarze oświaty*, w: *Decentralizacja oświaty*, red. Herbst M., Centrum Interdyscyplinarne Modelowania Matematycznego i Komputerowego, Uniwersytet Warszawski, 2012, s. 154-188.

⁴ R. Dolata, B. Murawska, E. Putkiewicz, M. Żytko, *Monitorowanie osiągnięć szkolnych jako metoda doskonalenia edukacji. Zarys metody oraz przykłady zastosowań w edukacji początkowej*, Wydawnictwo Akademickie Żak, 1997.

Laboratorium 10 lat później. W artykule zaprezentowano wnioski z pomiarów kompetencji matematycznych prowadzonych przez ostatnie 7 lat w klasach IV szkół podstawowych (w *Gminie Laboratorium*) oraz w klasach I szkół ponad gimnazjalnych (w *Powiecie Laboratorium*). Łącznie w prezentowanych pomiarach uczestniczyło około 7 tys. uczniów i uczennic.

W artykule wykorzystano też informacje o *Akademii uczniowskiej*, w której w latach 2008-2014 uczestniczyło około 2 tys. gimnazjalnych nauczycieli przedmiotów matematyczno-przyrodniczych i około 40 tys. gimnazjalistów⁵. *Akademia* uznana była przez agendę parlamentu europejskiego KeyCoNet⁶ za wzorcowy przykład wprowadzania do systemu edukacji zaleceń dotyczących kształcenia umiejętności kluczowych.

Metafora *żandarma, zabobonów i przesądów* może zdziwić niektórych czytelników. Jednak wprowadzono ją celowo, podkreślając, że część nauczycieli i decydentów jest niezmiennie przekonana o nienaruszalności zcentralizowanych podstaw systemu edukacji, pomimo że prowadzą one często do złowrogich rezultatów. Za pomocą metafory łatwiej ukazać niedorzeczność z pozoru prawidłowej i spójnej argumentacji. W ostatnich kilku dekadach czyniono tak już wiele razy. Zarówno w polskiej⁷ jak i zagranicznej⁸ literaturze pedagogicznej, skutecznie demaskując zło działających systemów totalitarnych⁹ i losów ludzi starających się żyć w tych systemach godnie¹⁰. Również dziś, w prezentacji niskiej skuteczności edukacji matematycznej często korzystamy z metafory problemu *drwala*¹¹. Jak dawniej *Folwark Zwierzęcy*, tak obecnie zadanie egzaminacyjne o *drwalu* umożliwiają interpretację szkodliwych poczynań władzy. Metaforę tę można wykorzystać m.in. do

⁵ J. Wisniewski, *Students' Academy*, European Schoolnet, 2013.

⁶ KeyCoNet – agenda parlamentu europejskiego powołana w celu identyfikacji oraz popularyzacji dobrych wzorców związanych z wprowadzaniem kompetencji kluczowych w edukacji podstawowej oraz ponadpodstawowej (<http://keyconet.eun.org>).

⁷ M. Dudzikowa, *Esej o codzienności szkolnej z perspektywy metafory*. W: M. Czerepaniak-Walczak, M. Dudzikowa, *Wychowanie. Pojęcia – procesy – konteksty. Interdyscyplinarne ujęcie*. T. 5, s. 203-246. Gdańsk, GWP, 2010.

⁸ P. Lockhart: *A Mathematician's Lament*, [20160-06-05] www.maa.org/external_archive/devlin/LockhartsLament.pdf.

⁹ G. Orwell, *Folwark zwierzęcy* Warszawa: Niezależna Oficyna Wydawnicza 1979. Ze względu na dużą skuteczności w demaskowaniu komunizmu był na indeksie utworów zakazanych w PRL-u na równi z profesjonalnymi historycznymi i ekonomicznymi krytykami.

¹⁰ Los konia Boksera może skutecznie odzwierciedlać również umowy nauczycieli z Państwem, systematycznie łamane także po oku 1989 (w tym np. tzw. zmiany emerytalne).

¹¹ Redakcja, *Ewolucja szkolnej matematyki na przykładzie zadania tekstowego o zysku drwala*, w: *Nauczyciele i Matematyka*, nr 22, rok 1997.

skomentowania wniosków z badań *PISA 2012*, a w tym m.in. sformułowania: „Wyniki polskich uczniów w zakresie umiejętności matematycznych (mathematical literacy) dają im miejsce w grupie najlepszych krajów Unii Europejskiej, na równi z Holandią, Estonią i Finlandią”¹².

Artykuł składa się z 3 części. W pierwszej pt.: „Podsumowując ostatnie zmiany we wczesnoszkolnej edukacji matematycznej (i nie tylko)” zaprezentowano problemy wynikające z centralistycznego zarządzania edukacją, których tylko część można rozwiązać za pomocą reform lokalnych, czy działań wewnątrz szkoły. Między innymi wskazano na problemy występujące przy wprowadzaniu *matematyki do edukacji matematycznej*. W części drugiej „Podsumowując ostatnie zmiany w edukacji gimnazjalnej” za pomocą analizy wyników egzaminów gimnazjalnych z matematyki pokazano nieskuteczność jednolitego systemu kształcenia ogólnego do 16 roku życia oraz potrzebę i możliwości nauczania problemowego. Część trzecia to podsumowanie skierowane do nauczycieli oraz nauczycieli.

Podsumowując ostatnie zmiany we wczesnoszkolnej edukacji matematycznej (i nie tylko)

Przed wszystkim centralne zarządzanie

Artykuł rozpoczynam od podsumowania ostatnich działań *żandarma* na poziomie edukacji wczesnoszkolnej. We wrześniu 2015 r. *żandarm wysłał do szkoły 6-latkę* i przygotowywał im, zgodnie z koncepcją ograniczania treści matematycznych (zawartą w podstawach programowych 2008¹³ i 2012 r.¹⁴), bardzo uproszczony zakres nauczania matematyki¹⁵. Na jesieni 2016 r., po centralnie zmienionym wieku rozpoczęcia edukacji szkolnej, 7-latkę w klasie pierwszej otwierając *Nasz elementarz* przygotowany uprzednio dla 6-latków, „będą poznawać” liczbę jeden¹⁶. Czyli przekonają się, że matematyka polega

¹² Program Międzynarodowej Oceny Umiejętności Uczniów, OECD PISA, Wyniki Badań 2012 w Polsce, file:///C:/Users/ORE/Downloads/matematyka_PISA_A4.pdf, [12.05.2016].

¹³ Ministerstwo Edukacji Narodowej Rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół, Dz. U., nr 4, poz. 17, 2009.

¹⁴ Ministerstwo Edukacji Narodowej, Rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół, Dz.U. 2012.977, 2012.

¹⁵ M. Dąbrowski, *Edukacja matematyczna bez matematyki*, w (Anty)edukacja wczesnoszkolna, red. naukowa Klus-Stańska D. Impuls Kraków, s. 394, 2015.

¹⁶ M. Lorek, L. Wollman, *Nasz elementarz*, Ministerstwo Edukacji Narodowej 2014, s. 40.

na nudnym powtarzaniu tego, czego ucą się poza szkołą trzy, a może cztery lata wcześniej.

Pierwsze przywołane działanie *żandarma* (6 latki w klasie pierwszej) doprowadzało i doprowadza dziś do poważnych konfliktów w klasach IV, w których znaczna część 9-letnich dzieci nie jest gotowa do pracy z nauczycielami zmieniającymi się co lekcję. Dodatkowo, w dużych miastach nauka prowadzona jest na 2 i 3 zmianach, a poza nią dzieci są *koszarowanie* w wieloosobowych salach tzw. świetlicach¹⁷. Ekspertyzy pedagogów wsparte danymi statystycznymi *żandarm* uznawał za wrogą działalność polityczną¹⁸, by jednak po latach przyznać się, że w sposób przemyślany oszukiwał społeczeństwo z powodu tzw. *wyższych celów*. Wzorując się tym samym na *żandarmach* z czasów PRL dbających o „gospodarkę narodową – czyli tzw. dobro nas wszystkich”. Ale nie dzieci, ich rodziców oraz nauczycieli¹⁹.

Tu trzeba zauważyć, że koncepcja opracowywania przez MEN *Naszego elementarza* ma pozornie logiczne uzasadnienie. Powstała jako rządowa próba pokonania *dyktatu wydawnictw i współpracujących z MEN „specjalistów”* tworzących podstawę programową. W efekcie tego *dyktatu* rodzice uczniów klas I-III zmuszeni byli do kupowania drogich, mało przydatnych pakietów edukacyjnych, by, jak głosiła *podstawa programowa*, ich dzieci rozwijały kompetencje językowe²⁰.

Już w 2015 r. wady *Naszego elementarza* wykazał raport NIK (brak koncepcji podręcznika) oraz wyniki badań niezależnych środowisk (wskazując na całkowite niepowodzenie zawartej w nim edukacji matematycznej²¹). W odpowiedzi na niezadowolenie środowisk edukacyjnych MEN zapowiedziało, że podręcznik do matematyki do klasy II szkoły podstawowej

¹⁷ Murawska B., Piotrowski M., Putkiewicz E., *Gotowość szkół warszawy do realizacji przemian obniżenia wieku szkolnego*, Kwartalnik Pedagogiczny, 2009.

¹⁸ A. Pezda, *Obniżenie wieku szkolnego? Tak! Fanaberie pani Cichopek są groźne dla dzieci. Mogą zabrać im szansę na wcześniejszy rozwój*, 21.05.2013, http://wyborcza.pl/1,76842,13956069,Obnizenie_wieku_szkolnego__Tak__Fanaberie_pani_Cichopek.html.

¹⁹ B. Śliwerski, *Dlaczego lepiej być spawaczem niż byłym wiceministrem edukacji?*, Pedagog 15.05. 2016, <http://sliwerski-pedagog.blogspot.com/2016/05/dlaczego-lepiej-byc-s-pawaczem-niz-byym.html>

²⁰ M. Piotrowski, *Od TQM do żandarma czyli pod prąd*, VEGA, 2013.s. 68-69.

²¹ A. Grabek, *Elementarz w ogniu krytyki*, Rzeczpospolita, 03.03.2015 *Około 70 proc. nauczycieli zwraca uwagę na problemy z matematyką: w ich ocenie podręcznik zbyt słabo różnicuje poziom tych treści, na czym tracą uczniowie uzdolnieni matematycznie. Podobny procent respondentów wskazuje na małą ilość zadań rozwijających umiejętności rachunkowe. Na podstawie RAPORT Z BADANIA NAUCZYCIELI na temat podręcznika MEN*, SW Research 2015, http://swresearch.pl/pdf/BADANIE_PODRECZNIKA_MEN_SWResearch.pdf.

powstanie niezależnie od podręcznika do edukacji zintegrowanej, a jego autorką będzie doświadczona nauczycielka matematyki. Znana z cieszących się dobrą opinią pomocy dla nauczycieli do wczesnoszkolnej edukacji²². Oczywiście, powstający podręcznik do klasy II nie był, bo nie mógł być, kontynuacją *Naszego elementarza*. Tak, jakby dzieci podczas wakacji miały możliwość nadrobienia wiedzy ze straconego roku nauki w klasie 1.

Każde z powyższych działań: walka z monopolem wydawnictw i patologią podstawy programowej, rozpoczęcie szkolnej edukacji przez 6-latków, a następnie przez 7-latków, w końcu wydanie podręcznika do matematyki tworzonego przez matematyków, miało zarówno wielu zwolenników jak i przeciwników. Prawdziwy problem reformy edukacji wczesnoszkolnej ostatnich lat tkwi nie w wadach poszczególnych rozwiązań, ale w ich naturze – w ogólnym zarządzaniu mającym na celu rozwiązanie wybranego odosobnionego problemu, nie korzystając z rzetelnej wiedzy pedagogicznej (przywołanej w motcie w postaci *religii*). *Żandarm* nie dostrzega, że poszczególne problemy edukacyjne są ze sobą powiązane w często trudny do rozwikłania sposób i nie można ich rozpatrywać oddzielnie, a w żadnym wypadku bez dokładnej analizy na podstawie wiedzy pedagogicznej, psychologicznej, socjologicznej, przedmiotowej, prawnej, finansowej itd.

Reforma lokalna

By uzasadnić powyższą tezę warto zaprezentować sukcesy i niepowodzenia reform lokalnych, w tym tej realizowanej w *Gminie Laboratorium*. Na początek warto skomentować wyniki uzyskane przez szóstoklasistów w zewnętrznym sprawdzianie np. w 2015 r. Odwołanie się do wyników egzaminu zewnętrznego niesie za sobą wiele zagrożeń. Jak można pokazać w prosty sposób, rezultaty egzaminów są sumą wielu czynników makrospołecznych i nie można ich utożsamiać z efektywnością pracy szkoły czy nauczycieli na wybranym etapie edukacyjnym, w wybranej placówce²³. Tej wiedzy nie posiadał *żandarm* i na skutek sprzeciwu wobec ewaluacji prowadzonej przez niego na poziomie kraju, powiatu, gminy, szkoły lub oddziału zrezygnował ze Sprawdzianu po klasie VI. Przedstawione poniżej rezultaty (Tabela 1) pokazują jednak, że nie jest to dobre rozwiązanie, ponieważ rezygnując z pomiarów tracimy wiele ważnych informacji. Zwłaszcza wtedy, gdy pomiar

²² A. Ludwa, *Matematyka, Wesoły świat matematyki - ćwiczenia, klasa 1 (2, 3) szkoła podstawowa*,; Publicat, 2002.

²³ M. Piotrowski, *Od TQM do żandarma czyli pod prąd*, VEGA, 2013. Vega, s. 94-95.

podzielony jest na oddzielne części odpowiadające różnym kompetencjom, tak jak to miało miejsce w Sprawdzianie po klasie VI w latach w 2015-2016.

Tabela 1. Rezultaty uczniów z *Gminy Laboratorium* w Sprawdzianie po klasie VI z zakresu matematyki w porównaniu z rezultatami uzyskanymi przez uczniów z Gdańska i Gdyni²⁴.

Miasto	L. uczniów	Wynik	Skala centylowa
Gdańsk	3353	66%	58%
Gdynia	2147	69%	62%
<i>Gmina Lab.</i>	393	71%	65%

Abstrahując od niedoskonałości systemu egzaminacyjnego, na podstawie powyższej tabeli, można stwierdzić, że w 2015 r. rezultaty uczniów z *Gminy Laboratorium* są nieznacznie lepsze (a nie wyraźnie gorsze) od wyników ich kolegów z kilkakrotnie większych miast uniwersyteckich, gdzie uczniowie mają łatwiejszy dostęp do wiedzy i kultury a rodzice uczniów są lepiej wykształceni. Rezultaty uzyskane w *Gminie Laboratorium* nie są efektem centralnie rozstrzyganych pozornych problemów związanych z wiekiem rozpoczęcia edukacji szkolnej (w 6 czy 7 roku życia) ani z centralnie zarządzanym ograniczeniem poziomu kompetencji uczniowskich. Władze gminy wprowadzając 20 lat temu bon edukacyjny dla szkół i przedszkoli zadbały o miejsce w przedszkolach dla wszystkich dzieci. Tak więc w *Gminie Laboratorium* od 20 lat edukacja rozpoczyna się od 3 lub 4 roku życia, a nie od 5 czy 6.

W celu sformułowania i wdrożenia prawidłowych standardów nauczania matematyki wprowadzono i systematycznie kontynuowano monitoring kompetencji matematycznych. W ramach monitoringu wskazywano na zróżnicowanie umiejętności w zależności od charakteru problemów matematycznych oraz i potencjału rodzinnego uczniów. Wśród matematycznych problemów wyróżniono te, które rozwiązywane są najczęściej na podstawie przekazywanej w szkole wiedzy (G1) – behawiorystycznego nauczania dzieci przez nauczycieli²⁵. Problemów, których rozwiązanie wymaga zaradności matematycznej (G2), a więc konstruktywistycznego zdobywania umiejętności przez dzieci. Dodatkowo wskazywano również na umiejętności w rozwiązywaniu problemów trudniejszych i wymagających zaradności matematycznej

²⁴ Na podstawie *Wyniki sprawdzianu w 2015 roku w gminach województwa pomorskiego*, Okręgowa Komisja Egzaminacyjna, Gdańsk, 2015.

²⁵ M. Piotrowski, *Od TQM do żandarma czyli pod prąd*, VEGA, 2013, s. 80-87.

(G3) oraz takich, których rozwiązanie związane jest z pozaszkolną edukacją (G4).

W monitoringu kapitał rodzinny dziecka był określany przez wykształcenie jego rodziców za pomocą 5 kategorii. Informacja, którą otrzymują z monitoringu nauczyciele o poziomie kompetencji matematycznych jest znacznie większa od tej ze Sprawdzianu po klasie VI czy Ogólnopolskich Badań Umiejętności Trzecioklasistów (OBUT)²⁶. W monitoringu, w odróżnieniu od Sprawdzianu i OBUT, wykorzystywane są wyłącznie zadania otwarte (nie zamknięte) testujące przede wszystkim zaradność matematyczną, a więc umiejętność rozwiązywania nowych problemów matematycznych na podstawie posiadanej wiedzy i umiejętności (G2 i G3). Liczba tych problemów w monitoringu jest kilkukrotnie większa od zadań o podobnym zakresie w Sprawdzianie po klasie VI lub OBUT. Ważnym elementem monitoringu jest też dokładne sprawdzenie kompetencji matematycznych nabywanych w latach ubiegłych. Zatem monitoring prowadzony pod koniec klasy IV umożliwia ocenę skuteczności wczesnoszkolnej edukacji matematycznej. Z monitoringu nauczyciele uzyskują dokładną informację o zależności poziomu kompetencji matematycznych dzieci w funkcji ich kapitału rodzinnego oraz płci.

Jak można było oczekiwać, co potwierdzają wyniki zebrane na próbie prawie 4 tysięcy uczniów (7 roczników), na poziom kompetencji matematycznych decydujący wpływ ma kapitał rodzinny. Gdy uczniowie w monitoringu rozwiązywali problemy z zakresu G2 o przeciętnej trudności²⁷, to okazywało się, że dzieci rodziców nie posiadających wykształcenie średniego miały dwa lub trzy razy mniejszą skuteczność od tych, których rodzice ukończyli studia wyższe. To zróżnicowanie zwiększało się wraz ze wzrostem trudności zadań. Tu warto przypomnieć, że w dyskusjach wyników Sprawdzianu po klasie VI oraz OBUT rozważano o wiele mniejsze zróżnicowanie pomiędzy rezultatami uzyskanymi w szkołach znajdujących się w różnego typu miejscowościach.

Na uwagę zasługuje również bardzo duże zróżnicowanie wyników związane z kapitałem rodzinnym przy rozwiązywaniu problemów sprawdzających umiejętności nabywane w nauczaniu początkowym. Tylko problemy proste, należące do grupy G1, rozwiązywane były poprawnie przez

²⁶ OBUT w 2014 zawierał 7 pytań zamkniętych i 7 otwartych, sprawdzian K3 w 2016 (będący kontynuacją OBUT) zawierał 6 pytań zamkniętych i 10 otwartych, sprawdzian po klasie VI 11 pytań zamkniętych i 3 otwarte. Natomiast przeciętny arkusz monitoringu zawiera około 25 pytań otwartych.

²⁷ Średniej łatwości około 50%.

zdecydowaną większość uczniów i uczennic. Zależność rezultatów uzyskanych przez uczniów danej szkoły czy klasy w znacznej mierze zależna była od średniego potencjału rodzinnego dzieci z tej szkoły i klasy. Chociaż sama metoda wyznaczenia średniego potencjału rodzinnego klasy budzić może wątpliwości. Zwłaszcza, że były również oddziały, w których wyników nie można było zinterpretować za pomocą *średniego wykształcenia* rodziców. Różnicowanie skuteczności rozwiązywania problemów matematycznych przez dziewczęta i chłopców okazało się znacznie mniejsze. Zatem dłuższa edukacja przedszkolna oraz ciągle dostarczanie nauczycielom informacji zwrotnej związanej z zaradnością matematyczną prowadzą do lepszego rezultatu uzyskanego nie przez jedną klasę lub szkołę, lecz całą *Gminę Laboratorium* objętą reformą lokalną.

Nierozwiązalny konflikt oceniania wewnątrzszkolnego

Barierą, której nie można było pokonać nawet w *Gminie Laboratorium* okazało się ocenianie wewnątrzszkolne. W tym przypadku przewaga *zabobonów i przesądów żandarma* tkwiących w nas nad *religią* (wiedzą pedagogiczną) dominuje dzięki przekonaniu o słuszności centralistycznego decydowania o wszystkim, co dzieje się w szkole, co podkreśla również w odniesieniu do szkoły podstawowej prof. Bogusław Śliwerski²⁸. Paradoks w ocenianiu ma swoje podłoże w ogólnym określaniu standardów, jakie mają osiągać uczniowie, które to standardy za aprobatą rodziców oraz wielu pedagogów, nauczyciele wprowadzają do oceniania wewnątrzszkolnego.

Trwającą kilka lat debatę dotyczącą ocenia kształtującego zakończyła jak zwykle decyzja MEN²⁹, na podstawie której nauczyciele szkół podstawowych mogą wprowadzać ocenę opisową. Jednak w formułowaniu do niej wytycznych nie zwrócono uwagi na uwarunkowania środowiskowe ucznia lub uczennicy (np. SES). Co ciekawe, według MEN postawa ucznia, jego zaangażowanie, powinny być brane pod uwagę przy ocenianiu osiągnięć z wychowania fizycznego oraz przedmiotów artystycznych, ale nie z matematyki. W efekcie, w wewnątrzszkolnym ocenianiu istotny jest nadal osiągany rezultat – poziom kompetencji, który w matematycznej edukacji wczesnoszkolnej zależy przede wszystkim od czynników środowiskowych.

²⁸ B. Śliwerski, *O dezintegrujących aspektach polityki oświatowej wobec wczesnej edukacji*, [w] *(Anty)edukacja wczesnoszkolna*, red. naukowa D. Klus-Stańska, Impuls, Kraków 2015.

²⁹ Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej *W sprawie szczegółowych warunków i sposobu oceniania, klasyfikowania i promowania uczniów i słuchaczy w szkołach publicznych*, 10.06. 2015 r.

A nie postęp, który w większym stopniu może zależeć od ucznia lub uczennicy oraz ich współpracy z nauczycielem i kolegami oraz koleżankami w klasie. By zrozumieć skalę wpływu, jaki ma kapitał rodzinny na oceny w szkole warto porównać efekt związany ze wzrostem poziomu kompetencji uczniów wywołanym skuteczną reformą lokalną oraz zróżnicowaniem kompetencji uczniowskich będących efektem kapitału rodzinnego.

Analizując przedstawione powyżej rezultaty uczniów z Trójmiasta oraz *Gminy Laboratorium* za pomocą skali centylowej można stwierdzić, że *przeciętny (średni) uczeń* z tych miejscowości uzyskał wynik lepszy od 63% uczniów w Polsce (gorszy od 37%). Środowisko, w jakim dorastał i uczył się, bądź na skutek kapitału rodzinnego, bądź skutecznej lokalnej reformy edukacji, zapewniło mu tę przewagę, której miarą było uzyskanie 10% lepszego wyniku podczas egzaminu (od tego, jaki uzyskał *przeciętny uczeń* w Polsce).

Gdy określamy poziom kompetencji matematycznych w *Gminie laboratorium* dla dzieci o najniższym kapitale rodzinnym (żadne z rodziców nie ma wykształcenia średniego) okazuje się, że dzieci uzyskują rezultaty o około 30% gorsze od poziomu średniego i o około 60% gorsze od poziomu osiągnięć kolegów i koleżanek z najwyższym kapitałem rodzinnym (gdy oboje rodzice mają ukończone studia wyższe). Zatem różnica pomiędzy średnim wynikiem uzyskanym w *Gminie Laboratorium* a średnim dla kraju jest znacznie mniejsza od różnic, jakie są rezultatem różnicowania kapitału rodzinnego. Już więc na początku edukacji dziecko o niskim SES w polskiej szkole, oceniane za osiągnięte rezultaty z zakresu matematyki (a nie za czynione postępy), ma znacznie trudniejszy start. Podobnie jak w wielu innych krajach, w których uczniowie są defaworyzowani z powodu rasy lub przynależności do wykluczanej mniejszości narodowej czy etnicznej.

By pokonać tę dyskryminację trzeba nie tylko ujawnić problemy z nią związane w postaci zaleceń (nie rozporządzeń), ale również wzbogacić warsztat pedagogiczny i psychologiczny dziesiątek tysięcy nauczycieli. Dotychczas nauczyciele, tak jak i MEN, uznają za sprawiedliwy system oceniania, w którym średnia ocena końcowo roczna z matematyki 11-letnich dzieci rodziców nie posiadających wykształcenia średniego wynosi ok. 2,5, a średnia ocen dzieci rodziców posiadających wykształcenie wyższe wynosi 4,5³⁰.

³⁰ Powyższy związek występował również dla innych *Gmin Laboratorium*, gdzie prowadzono badania.

W kierunku innego nauczania matematyki

Analizując edukację matematyczną dzieci, nie trudno zauważyć, że ograniczanie treści nauczania wprowadzane w podstawie programowej jest niebezpieczne przede wszystkim dla uczniów pochodzących ze środowisk defaworyzowanych. W miejsce ograniczania należy proponować nauczanie oparte na działaniu w grupach (parach) również w postaci projektów. O takim nauczaniu pisze już od dawna m.in. A. Kalinowska, w sposób wyraźny podsumowując swoje oczekiwania wobec szkoły w publikacji o znamienym tytule: *Pozwólmy uczniom działać – mity i fakty o rozwijaniu myślenia matematycznego*³¹.

Poniższa tabela przedstawia kilka z wielu możliwych zamian nakazów wprowadzonych przez *żandarma* do podstawy programowej, które to nakazy można w prosty sposób zamienić propozycjami efektywniejszego kształcenia. Istota zmiany widoczna jest już w pierwszym wierszu tabeli. Zamiast ograniczenia umiejętności uczniów do porównania różnicowego (jak to nakazuje podstawa programowa) można kształcić umiejętności tworzenia zadań oraz opisu problemów matematycznych.

W efekcie usunięcia z podstawy programowej porównania ilorazowego 10-letnie dzieci podczas lekcji uczą się, że cena 6 zł jest większa od ceny 2 zł o 4 zł. Ale to, że cena 6 zł jest 3 razy większa od ceny 2 zł jest już ich wiedzą pozaszkolną. Powstaje niebezpieczna schizofrenia wiedzy szkolnej i rzeczywistej.

Kształcenie umiejętności tworzenia zadań uczy ich rozwiązywania. Dzieci mogą tworzyć zadania równie często jak je rozwiązywać. Przecież równie często powinny zapisywać swoje wypowiedzi jak czytać cudze teksty. Dodatkowo, jak pokazują wyniki monitoringu, rezultaty pomiaru umiejętności tworzenia ciekawych zadań w znacznie mniejszym stopniu zależne są od kapitału rodzinnego.

Tabela 2. Wybrane propozycje zmian w podstawie programowej wspomagające wprowadzenie nauczania poprzez działanie dla wczesnoszkolnej edukacji matematycznej.

Ograniczenia podstawy programowej 2012	Proponowana zmiana
Uczeń: rozwiązuje zadania tekstowe wymagające wykonania jednego działania (w tym zadania na porównywanie różnicowe, ale bez porównywania ilorazowego).	Uczeń: tworzy i rozwiązuje zadania opisujące realne lub modelowe sytuacje. Wprowadza porównania różnicowe oraz ilorazowe, gdy okazują się wygodniejsze w opisie problemu.

³¹ A. Kalinowska A., *Pozwólmy dzieciom działać – mity i fakty o rozwijaniu myślenia matematycznego*, Warszawa CKE, 2010.

<p>Rozpoznaje i nazywa koła, kwadraty, prostokąty i trójkąty (również nietypowe, położone w różny sposób oraz w sytuacji, gdy figury zachodzą na siebie); Rysuje odcinki o podanej długości; oblicza obwody trójkątów, kwadratów i prostokątów (w centymetrach); Rysuje drugą połowę figury symetrycznej; rysuje figury w powiększeniu i pomniejszeniu; kontynuuje regularność w prostych motywach (np. szlaczki, rozety).</p>	<p>Wykonuje modele figur i obiektów przestrzennych. Rysuje płaskie figury, wykorzystując cyrkiel i inne przyrządy. Projektuje, rysuje oraz koloruje mandale. Tworzy plany. Wykonuje pomiary obwodu, pola powierzchni i objętości rzeczywistych obiektów oraz modeli wykonanych przez siebie.</p>
<p>Odczytuje temperaturę (bez konieczności posługiwania się liczbami ujemnymi, np. 5 stopni mrozu, 3 stopnie poniżej zera);</p>	<p>Poznaje liczby ujemne za pomocą dyskusji o temperaturach niższych od zera. Utożsamia skalę termometru z osią liczbową.</p>

W nauczaniu początkowym, ze względu na rozwój dzieci (znajdujących się w piagetowskim *stadium operacji konkretnych*), dziecięce poszukiwania matematyczne dotyczą przede wszystkim obiektów rzeczywistych, eksperymentów i obserwacji dążących do wyjaśnienia pojęć i zjawisk. Zatem pomimo błędnie sformułowanej podstawy programowej nauczyciele, rodzice i nauczyciele nauczycieli (akademy) powinni przyjąć, że podstawowym sposobem nauczania jest nauczanie poprzez działanie. Ale czy my, akademicy, tak tego uczymy? Czy ucząc według *dawnych sprawdzonych metod* możemy oczekiwać, że nasi studenci będą nauczycielami uczącymi poprzez działanie?

Podsumowując wydarzenia związane z edukacją wczesnoszkolną trudno nie wspomnieć o wdrożeniu przez wydawcę – MEN społecznej oceny podręczników przed ich drukiem. W przypadku *Naszego elementarza*, który powstawał bez rzetelnie sformułowanej i ewaluowanej koncepcji³² społeczna kontrola była w stanie *wymusić* niewiele zmian. Jednak kilka miesięcy później, gdy przygotowywano podręcznik do klasy II³³, świadomość społecznej kontroli (nie tylko nauczycieli nauczania początkowego, ale przede wszystkim matematyki) pozwoliła na wprowadzenie standardów nauczania zgodnych z wymogami tej dyscypliny, a nie nauki liczenia. By zobrazować tę zmianę przytoczono poniżej fragmenty poradnika dla nauczycieli do podręcznika z matematyki dla klas II³⁴.

³² NIK Departament nauki, oświaty i dziedzictwa narodowego, *Dostępność podręczników szkolnych*, s. 7, 9, <https://www.nik.gov.pl/plik/id,9880,vp,12171.pdf>, [2016-06-06]

³³ A. Ludwa, M. Lorek, *Podręcznik do szkoły podstawowej 2 klasa, Nasza szkoła, Matematyka*, MEN, 2015.

³⁴ W. Jenderko, B. Wałęcka, *Edukacja matematyczna. Poradnik dla nauczycieli klasy drugiej szkoły podstawowej*. MEN 2015.

„Na początku każdego działu podręcznika znajdują się żartobliwe ilustracje wprowadzające do zagadnień matematycznych ... Polecenia zapisane na ilustracjach

są różnorodne, np.:

Zaproponujcie jak najwięcej pytań dotyczących ilustracji.

Zadajcie sobie w parach pytania dotyczące figur na ilustracji.

Zaproponujcie zadania do ilustracji.

Ułóżcie jak najwięcej działań do ilustracji”.

„Przystanek zadank. To propozycja, która zachęca do wykorzystania wiedzy i umiejętności w nowych, również niestandardowych sytuacjach.

„Zachęcamy uczniów do wyjścia z ławek i podjęcia aktywności na korytarzu, na dywanie oraz w plenerze, np. na szkolnym boisku”.

Dodatkowo, na skutek społecznej dyskusji w podręczniku i poradniku pojawiały się problemy matematyczne nie posiadające rozwiązań, posiadające wiele rozwiązań oraz takie, które polegały na tworzeniu przez uczniów nowych zadań i współpracy przy ich rozwiązywaniu (to był zapewne efekt dyskusji rezultatów monitoringu w *Gminie laboratorium*).

Obok zalet podręcznik do matematyki dla klasy II posiada również wiele wad. Podstawowe mankamenty są konsekwencją bardzo szybkiego tempa jego tworzenia oraz braku czasu na wstępne wdrażanie. W rezultacie wydawnictwa nie miały możliwości opracowania ciekawych pomocy np. w postaci ćwiczeń, a nauczyciele nie mieli czasu na wybór odpowiedniego wsparcia dla swoich klas. Do końca nie jasne były sposoby finansowania innych materiałów poza podręcznikami, za których produkcję zapłacili podatnicy. Jak zwykle rozwiązano część problemu pozostawiając wiele trudnych do pokonania przeszkód nauczycielom, rodzicom, dyrektorom, przedstawicielom JST itd.

Jednak prawdziwą skalę trudności jakie należy pokonać zmieniając sposób nauczania matematyki w edukacji wczesnoszkolnej uzmysłowiła konieczność nie tyle napisania poradnika dla nauczycieli do powstających podręczników, ale opublikowania w Internecie odpowiedzi do zadań dedykowanych uczniom klasy II. A zatem pomocy dla nauczycieli uczących dzieci w wieku 7-8 lat³⁵. Podobnie, przygotowywane są odpowiedzi do zadań dla nauczycieli uczniów klas III. A jak będzie po nowej reformie? Czy nauczyciele nauczania wczesnoszkolnego będą uczyć matematyki aż od klasy IV?

³⁵ Ośrodek Rozwoju Edukacji, *Materiały pomocnicze dla nauczycieli do podręcznika „Nasza szkoła. Klasa 2”, Odpowiedzi do wybranych zadań. Matematyka. Klasa 2. Część 3 oraz część 4.* <http://www.ore.edu.pl/2015-05-20-12-27-01/6141-poradniki>, [2016-07-29].

Zatem, tak jak w problemie związanym z ocenianiem za postęp, w reformie zmierzającej do *wprowadzenia większej ilości matematyki do edukacji matematycznej* natrafiono na bardzo poważny problem. Tym razem jego rozwiązanie wiąże się z koniecznością zdobycia kompetencji matematycznych przez kilkudziesięcioletnią grupę nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej. Ale tu warto znowu zapytać, czy my akademicy uczymy naszych studentów edukacji wczesnoszkolnej i przedszkolnej matematyki? Czy robimy to w sposób skuteczny i ciekawy?

Podsumowując ostatnie zmiany w edukacji gimnazjalnej

Przed wszystkim centralne zarządzanie

Również w gimnazjalnej edukacji matematycznej podstawą niepowodzeń były działania *żandarma* podejmowane na podstawie *zabobonów* i *przesądów*. Trudno dziś wymienić chociaż najważniejsze błędy podstawy programowej z 2008 czy 2012 r. oraz Egzaminów Gimnazjalnych. Jest ich za dużo. Część jest konsekwencją błędnie przyjętych założeń, a nie tylko rozwiązań szczegółowych. Jednak trzy z nich wydają się być decydujące.

Pierwszy błąd związany jest z określeniem zakresu kompetencji matematycznych. Nadal respektowane jest założenie z 1999 r., że wszyscy uczniowie mają dążyć do uzyskania tego samego poziomu i zakresu kompetencji (założenie jednolitego systemu kształcenia ogólnego do 16 roku życia).

Drugi błąd związany jest z metodą uczenia się i polega na skreśleniu z podstawy takich pojęć jak *hipoteza*, *nauczanie problemowe* itd.

Trzeci mankament charakterystyczny dla *żandarma* polega na ścisłym nadzorze realizacji podstawy programowej oraz przyjmowanych przez nauczycieli programów nauczania.

By zilustrować ilościowo efekty takiej polityki warto rozpocząć od spojrzenia na działania MEN z punktu widzenia *Gminy laboratorium*.

Patrząc z Gminy laboratorium

Podobnie jak wcześniej, rozpoczynam od przedstawienia rezultatów uzyskanych w egzaminie gimnazjalnym z matematyki uczniów z *Gminy Laboratorium* w porównaniu z wynikami młodzieży z dwóch akademickich miast Gdańska i Gdyni. Następnie przedstawię ich analizę na podstawie wyników monitoringu prowadzonego w szkołach ponadgimnazjalnych. Zebrane w monitoringu dane (w trakcie ostatnich 7 lat) w grupie prawie 4 tys. uczniów i uczennic pozwalają na dokładniejszą interpretację wyników egzaminu gimnazjalnego w całej populacji gimnazjalistów i poziomu ich kompetencji matematycznych.

Tabela 3. Wyniki uczniów uzyskane w Egzaminie Gimnazjalnym z *Gminy Laboratorium* w porównaniu z rezultatami uczniów z Gdańska i Gdyni³⁶.

Miasto	I. uczniów	Średni wynik	Skala centylowa
Gdańsk	3521	53,0 %	64 %
Gdynia	2084	55,9 %	68 %
Kwidzyn	415	56,5 %	69 %

W przedstawionej powyżej tabeli nie trudno dostrzec, że na poziomie gimnazjalnym rezultaty lokalnej reformy są podobne do tych po szkole podstawowej. Tym razem przeciętny uczeń z gimnazjów w *Gminie laboratorium* uzyskał wynik lepszy aż od prawie 70% populacji kolegów i koleżanek w Polsce (gorszy zaledwie od 30% krajowej populacji). A więc lokalna reforma zapewniająca mu przedszkole od 3-4 roku życia i następnie zreformowaną edukację matematyczną dała wyraźne efekty. W tej sytuacji nie można mówić, że jest to sukces konkretnego etapu edukacyjnego i wyznaczać jego efektywność za pomocą np. EWD³⁷, gdyż wynik zależy od całego lokalnego systemu edukacji.

Nierozwiązane konflikty w edukacji matematycznej w gimnazjach

Od 2012 r. egzaminy gimnazjalne z przyrody i matematyki są wydzielone, można więc ich rezultaty analizować w prostszy i bardziej wiarygodny sposób. Pewną trudność stanowi oszacowanie efektu zgadywania zawiązanego wynik uzyskany przez uczniów i uczennice, określony przez procent prawidłowych odpowiedzi y w stosunku do umiejętności określonych przez procent problemów, które młodzież potrafiła rozwiązać p (bez zgadywania)³⁸.

W poniższej analizie egzaminu gimnazjalnego z 2014 r. wyróżniono 4 grupy uczniów.

Pierwsza z nich (M I) to ci gimnazjaliści, którzy *nie zdali*³⁹ egzaminu, których wiedza określona jest przez wielkość $p \leq 30\%$ ($y \leq 43\%$). Tak, jak

³⁶ Na podstawie *Wyniki sprawdzianu w 2016 roku w gminach województwa pomorskiego*, Okręgowa Komisja Egzaminacyjna, Gdańsk, 2016.

³⁷ W tej sytuacji mamy do czynienia z oceną systemu edukacji, a nie różnicą pomiędzy wynikami uzyskanymi w dwóch kolejnych egzaminach, czyli wskaźnika EWD mającego sens egzaminacyjnej wartości dodanej.

³⁸ Gdy poziom wiedzy ucznia określony jest przez p , to wynik egzaminu y wyznaczyć można jako sumę trzech składowych (tzw. aproksymacja liniowa): $20p$ - punktów za zadania zamknięte, $[20(1-p)]/4$ - punktów za zadania zamknięte, których rozwiązanie uczeń zgadł i $8p$ - punktów za zadania otwarte: $= 23p-5$ $p=(y-5)/23$

³⁹ Warunek $p < 30\%$ od 1999 r. uznawany jest w większości wewnątrzszkolnych systemów oceniania (również w materiałach szkoleniowych MEN) jako równoważny nie

można było się spodziewać, po pierwszych analizach egzaminu gimnazjalnego z 2012 r.⁴⁰ (za pomocą innej metody oddzielenia efektu zgadywania) do pierwszej grupy w kraju należy około 50% gimnazjalistów. Dla nich egzamin był za trudny, zapewne tak, jak cała edukacja gimnazjalna.

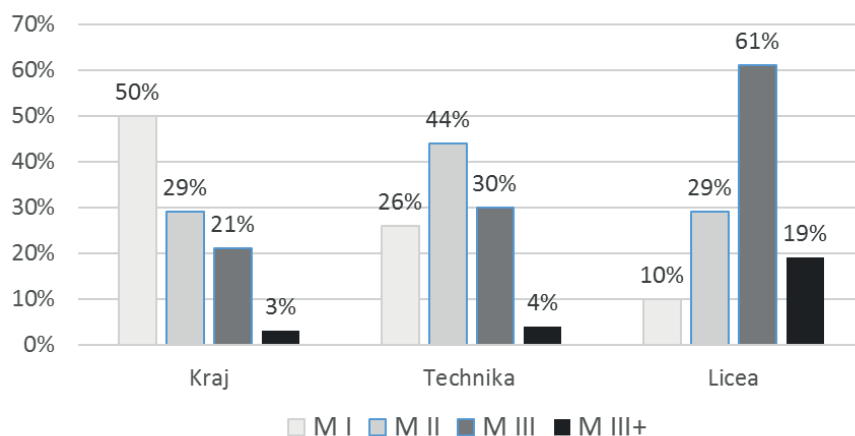
Młodzież należąca do drugiej grupy (M II) posiada umiejętności rozwiązywania problemów matematycznych na tyle duże, by *zdać* egzamin gimnazjalny (a część z zdaje ten egzamin *dość dobrze*) zatem, $30\% < p \leq 60\%$ ($43\% < y \leq 67\%$). Na tym *średnim* poziomie powinno się znaleźć najwięcej uczniów, jednak jest ich tylko 29%.

Trzecią grupę (M III) stanowi młodzież, która zdała egzamin dobrze $p > 60\%$

($y > 67\%$). W 2014 r. stanowiła ona 21% populacji, a więc egzamin nie był za trudny dla wszystkich uczniów.

W tej ostatniej grupie wydzielono podgrupę młodzieży (M III+) o bardzo dużym poziomie kompetencji matematycznych (przynajmniej tych, które badał egzamin gimnazjalny), $p \geq 87\%$ ($y \geq 90\%$). Ta młodzież stanowi 3% populacji.

Rezultaty wyników egzaminu gimnazjalnego z matematyki w 2014 r. przedstawiono poniżej na wykresie wraz z wynikami uczniów uczących się w liceach i technikach *Powiatu Laboratorium*.



Wykres 1.1. Rozkład rezultatów egzaminu gimnazjalnego w całym kraju oraz wyników uzyskanych przez uczniów ze szkół z *Powiatu Laboratorium*.

promowaniu do następnej klasy, uzyskaniu oceny niedostatecznej, itd.

⁴⁰ Piotrowski M., *Od TQM do żandarma czyli pod prąd*, VEGA, 2013, s. 40-49.

Analizując powyższy wykres trudno aprobować jednolity system edukacji matematycznej w gimnazjach dla wszystkich uczniów. Wyniki uzyskane w całym kraju świadczą o wyraźnym zróżnicowaniu kompetencji oraz o tym, że egzamin był dla większości młodzieży za trudny. Dla absolwentów gimnazjów w *Gminie laboratorium*, którzy trafili do techników egzamin z matematyki odpowiadał poziomowi ich kompetencji, a dla uczniów liceów był stanowczo za prosty⁴¹. Drugim problemem, który nie został rozwiązany w edukacji matematycznej (poza ocenianiem, o którym wspomniano w poprzednim rozdziale) jest oderwanie edukacji matematycznej od problemów, jakie napotyka młodzież w nauce innych przedmiotów lub obserwując rozwój techniki i nauki poza szkołą, czy wręcz w życiu codziennym.

Gdy do egzaminu gimnazjalnego w 2015 r. wprowadzono zadanie polegające na wykorzystaniu pojęcia *prędkości* i prostego schematu kolejki linowej to okazało się, że tylko jedna czwarta młodzieży wskazała jedną z 4 prawidłowych odpowiedzi. Zatem uwzględniając efekt zgadywania, liczba uczniów potrafiących rozwiązać ten problem była znikoma. Podobnie w monitoringu w *Gminie Laboratorium* młodzież (poza grupą M III+) nie potrafiła rozwiązać zadań, w których pojawiały się schematy przebytej drogi w czasie lub pojęcie *prędkości* wypływającej wody z kranu. Trudny okazał się problem określenia prędkości, z jaką poruszy się człowiek siedzący na równiku w ruchu obrotowym Ziemi wokół własnej osi. Na lekcjach matematyki Ziemia *się nie obraca*. Podobnie, niemożliwe było określenie ilości soli i wody potrzebnych, by powstały 2 kg 3% roztwór solanki oraz wykonanie prostych obliczeń związanych z rozmiarami modelu atomu czy wieży Eiffla. Nic więc dziwnego, że w 2014 r. w kończącym edukację matematyczną egzaminie maturalnym wystarczyło inaczej sformułować pytania, by zadania okazały się za trudne⁴².

W kierunku innego nauczania matematyki (i nie tylko) w gimnazjum

Programem, który miał pomóc w przewyżczeniu wad edukacji matematycznej zaprezentowanych powyżej była *Akademia uczniowska (Au)*

⁴¹ O tym, czy egzamin był za łatwy, czy odpowiedni lub za trudny świadczyć może współczynnik asymetrii policzony dla rozkładu wyników. Rozkład wyników egzaminu w kraju ma wartość współczynnika asymetrii $S=1,9$, a *Powiecie Laboratorium* wśród uczniów techników $S=0,04$ i liceów $S=-0,44$.

⁴² CKE, *Sprawozdanie z egzaminu maturalnego 2014*, s. 17, „zmiana w treści zadania, nawet niewielka, zwłaszcza w przypadku zadania wymagającego dobrania modelu matematycznego do prostej sytuacji, potrafi spowodować znaczne obniżenie wskaźnika łatwości zadania”.

⁴³ oparta na nauczaniu problemowym. To, że nauczanie problemowe jest skuteczne w edukacji matematycznej pokazuje wiele reform, m.in. ta przeprowadzona w Singapurze⁴⁴. Część z rozwiązań wykorzystanych w *Akademii uczniowskiej* opierała się na kształceniu u uczniów umiejętności prowadzenia badań naukowych i wykorzystywana była zarówno w nauczaniu matematyki jak i przedmiotów przyrodniczych. W programie *Akademii uczniowskiej* połączono 4 elementy:

- nauczanie wyprzedzające⁴⁵,
- uczniowskie badania naukowe (nawiązując do *brunerowskiej* koncepcji *nauczania odkrywającego*⁴⁶),
- wzajemne nauczanie,
- zasady indukcyjnego poznania naukowego.

W przypadku matematyki podstawę teoretyczną stanowiły m.in. wypowiedzi o indukcyjnej –

doświadczalnej naturze zdobywania wiedzy m.in. I. Lakatośa⁴⁷ oraz o potrzebie zmiany sposobu nauczania⁴⁸ P. Lockharta i H. Dambecka⁴⁹. Nauczanie problemowe matematyki, chociaż skuteczne jest wyraźnie trudniejsze, zatem warto było zaczerpnąć pomysły z opracowań z innych krajów i systemów edukacyjnych.

W ramach *Akademii uczniowskiej* w jednym półroczu, w ciągu zaledwie 12 – 14 godzin zajęć, grupy około 15 uczniów (tworzące tzw. *Szkolne Koło Naukowe – SKN*) przygotowywały dla swoich kolegów i koleżanek *doświadczenia* lub realizowały własne projekty edukacyjne. Na potrzeby *Akademii doświadczeniem* nazywano: eksperymenty, obserwacje, tworzenie gier edukacyjnych, rozwiązywanie problemów czy prowadzenie prac badawczych. A więc to, co łączyło się z nauką poprzez doświadczanie.

⁴³ J. Wisniewski, *Students' Academy*, European Schoolnet, 2013.

⁴⁴ Wong Khoon Yoong, Lee Peng Yee, Berinderjeet Kaur, Foong Pui Yee, Ng Swee Fong, *Mathematics Education The Singapore Journey*, Series on Mathematics Education Vol. 2, World Scientific 2009, s. 30.

⁴⁵ St. Dylak (red.), *Strategia kształcenia wyprzedzającego*, OFEK, Poznań 2013.

⁴⁶ J.S. Bruner, *W poszukiwaniu teorii nauczania*, PIW, 1974 s. 32 i następne.

⁴⁷ I. Lakatos, *Dowody i refutacje. Logika odkrycia matematycznego*, Tikkun, Warszawa 2005.

⁴⁸ P. Lockhart, *A Mathematician's Lament*, [15.06.2015] http://www.maa.org/external_archive/devlin/LockhartsLament.pdf.

⁴⁹ H. Dambeck, *Im więcej dziur, tym mniej sera. Matematyka zdumiewająco prosta* Wydawnictwo Naukowe PWN, 2012.

Dokładny opis programu *Au* znajduje się w materiałach przygotowanych przez jej twórców w postaci dwóch kursów internetowych. Autorami byli akademicy oraz nauczycieli wprowadzający innowacje edukacyjne. Zespół pełnił rolę warstwy pośredniczącej (działając pomiędzy MEN a nauczycielami). Kursy miały charakter coachingu, by wspomagać nauczycieli realizujących inne niż dotychczas cele za pomocą nowych metod.

Kurs „Eksperymenty i wzajemne nauczanie” trwał jeden rok. Wspomagał pracę nauczycieli z co najmniej z dwoma *Szkolnymi Kołami Naukowymi* - uczniów wykonujących doświadczenia oraz projekty wzajemnego nauczania⁵⁰.

Kurs „Projekty Akademii uczniowskiej”, trwający jeden semestr, zawierał wskazówki do realizacji gimnazjalnych projektów edukacyjnych⁵¹.

Coaching oraz warstwa pośrednicząca to zalecane w raporcie McKinsey&Company dwa niezbędne elementy skutecznych systemowych reform edukacji⁵².

Zajęcia oparte na doświadczeniach opisywano za pomocą 8 elementów tak, by większość nauczycieli mogła odnaleźć w nich schemat swoich prac magisterskich i indukcyjnego zdobywania wiedzy. W doświadczeniach część uczniów przygotowywała zajęcia. Poniżej ich zadania określono za pomocą litery N jak nauczyciel, gdyż pełnili jego funkcję. Ich koledzy i koleżanki wykonywali doświadczenia. Ich zadania określono za pomocą litery U jak uczeń:

(N) Sformułowanie pytania badawczego – problemowego.

(N) Określenie kanonu pojęć i zjawisk.

(U) Sformułowanie hipotezy - odpowiedzi na pytania badawcze.

(N) Przygotowanie doświadczeń (doświadczenia miały wspomagać odnalezienie odpowiedzi na pytanie badawcze).

(U) Wykonanie doświadczenia.

(N) Sformułowanie wymagań *BHP* i zastrzeżeń wynikających z praw autorskich.

(U) Wykonywanie notatek z przebiegu doświadczenia i sformułowanie wniosków.

(N) Przygotowanie pytań podsumowujących.

(U) Odpowiedzi na pytania podsumowujące.

⁵⁰ M. Piotrowski, J. Kielech, M. Dobrzyńskai, rysunki D. Sterna, *Eksperymenty i wzajemne nauczanie. Matematyka*, Centrum Edukacji Obywatelskiej, Warszawa 2012.

⁵¹ M. Piotrowski, J. Kielech, M. Dobrzyńskai, rysunki D. Sterna, *Projekty Edukacyjne Akademii uczniowskiej. Matematyka*, Centrum Edukacji Obywatelskiej, Warszawa 2012.

⁵² M. Mourshed M., C. Chijioke, M. Barber, *Jak najlepiej doskonalone systemy szkolne na świecie stają się jeszcze lepsze*, Raport McKinsey & Company, CEO, 2012, s. 36.

(N) Określenie wymagań do *pracy domowej* np. w postaci propozycji dalszych doświadczeń.

Ciągła praca młodzieży z jednakową formą dokumentacji zawierającej: pytanie badawcze, kanon pojęć i zjawisk, hipotezy, doświadczenie weryfikujące hipotezy itd. umożliwiało zrozumienie uniwersalności poznania naukowego. Postawą dokumentacji uczniowskiej były tzw. karty zawierające powyższe 8 elementów (adaptowane później również do nauczania wczesnoszkolnego)⁵³. Jak podkreślają eksperci z KeyCoNet⁵⁴ ewaluujący program *Au* w *odwróconych*, doświadczalnych zajęciach realizowano podstawowe wyzwania kształcenia *Kompetencji kluczowych*⁵⁵.

Planując zajęcia matematyki, których ideą było formułowanie pytania badawczego i poszukiwanie nań odpowiedzi, uczniowie kształtowali: „zdolności i chęci wykorzystywania istniejącego zasobu wiedzy i metodologii do wyjaśniania świata przyrody w celu formułowania pytań i wyciągania wniosków opartych na dowodach”⁵⁶. W zakresie matematyki mogli również zdobywać „świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź”, ale przede wszystkim poznawali matematykę kształcącą postawę „opierającą się na szacunku dla prawdy i chęci szukania przyczyn i oceniania ich zasadności”⁵⁷.

Ad I – Sformułowanie pytania badawczego – problemowego. Analizując prace uczniów można stwierdzić, że w *Au* wielokrotnie przekraczano *przesady żandarma* ograniczającego naukę szkolną do zakresu podstawy programowej. Na przykład poznając problemy związane z pływaniem – tonięciem (prawem Archimidesa) uczniowie odnajdywali problemy matematyczne jak i etyczne (wzorzec postawy Archimidesa służącego społeczeństwu i nauce)⁵⁸. Zajęcia SKN wspomagały więc również kompetencje określone przez: „zdolność do efektywnego zaangażowania, wraz z innymi ludźmi,

⁵³ M. Piotrowski, K. Piotrowska, E. Pluta., *Karta pracy do przedszkolnych i szkolnych badań naukowych*, w: *Przedszkole edukacyjny sukces dziecka czy zmarnowane szanse?*, red. A. Nowak-Lojewska i A. Olczak, Uniwersytet Zielonogórski 2015.

⁵⁴ KeyCoNet, instytucja zajmująca się uwarunkowaniami i przykładami skutecznej edukacji (przez całe życie) łącząca ponad 1000 organizacji w z 27 krajów europejskich, skoncentrowana na wdrażaniu kompetencji kluczowych w edukacji szkolnej, <http://keyconet.eun.org/>, [10-05-2016]

⁵⁵ J. Wisniewski, *Students' Academy*, European Schoolnet, 2013.

⁵⁶ *Kompetencje przyrodnicze i matematyczne* w: Parlament Europejski, *Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia*, 2006.

⁵⁷ *Kompetencje matematyczne, tamże*.

⁵⁸ *Mała encyklopedia kultury antycznej A-Z*, PWN Warszawa 1983, s.70.

w działania publiczne, wykazywania solidarności i zainteresowania rozwiązywaniem problemów stojących przed lokalnymi i szerszymi społecznościami⁵⁹. W tworzeniu zrębów doświadczeń, uczestniczyli nauczyciele, wspomagając pracę uczniów poprzez udostępnianie literatury i wyposażenia pracowni oraz udzielając konsultacji zgodnie z koncepcją *guided discovery learning* – sterowanie odkrywaniem⁶⁰.

Ad II – Kanon pojęć i zjawisk. By nie zakłócać procesu poznania uczniowie wprowadzali tylko pojęcia potrzebne do opisu ich zajęć i to w taki sposób, by były zrozumiałe dla wszystkich kolegów i koleżanek. Rezygnowano ze ścisłych, trudnych do interpretacji definicji. Zgodnie z koncepcją konstruktywistyczną uczniowie sami (w sposób niejednoznaczny) tworzyli swoją wiedzę poprzez połączenie: pytania badawczego z kanonem określeń, hipotezami, opisem doświadczenia, wnioskami itd. Celem zajęć było tworzenie *pseudo pojęć* Wygotskiego⁶¹ lub *map pojęć*. Dokładne, ścisłe definicje uczniowie mogli poznać później np. realizując tzw. *pracę domową*. Tym samym podczas zajęć nastąpić mógł „akt uchwycenia sensu, znaczenia lub struktury problemu bez wyraźnego zastosowania aparatury analitycznej danej dziedziny wiedzy”⁶². Na przykład sens trzech, pojęć: *procent, procent składany, punkt procentowy* uczniowie poznawali za pomocą trzech różnych problemów, których rozwiązanie było łatwiejsze po wprowadzeniu tych pojęć. Rozważania mógł wspierać eksperyment w arkuszu kalkulacyjnym, również w postaci opisu procesów trwających dziesiątki czy setki lat.

Ad III – uczniowskie hipotezy. Jak wspomniano powyżej *żandarm*, ograniczając naukę do odtwarzania, nie wprowadził pojęcia „hipoteza” do gimnazjalnej podstawy programowej. Jednak zajęcia miały odzwierciedlać metodę indukcyjnego poznania naukowego, więc uczniowie, często po raz pierwszy w szkolnej edukacji formułowali hipotezy i hipotezy do nich przeciwne. Uzmysłowanie uczniom hipotetycznego charakteru wiedzy było przełomem w ich dotychczasowej szkolnej edukacji. Sami dziwili się, że podczas zajęć z jednej strony mogą dyskutować o zależnościach (później nazwanych twierdzeniem Pitagorasa) dla wszystkich trójkątów - nie tylko prostokątnych i *czymś podobnym i tajemniczym* - zwanym twierdzeniem Fermata. A z drugiej strony, mogli również mówić o niebezpieczeństwach

⁵⁹ *Kompetencje społeczne i obywatelskie* w: Parlament Europejski, *Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie – Europejskie ramy odniesienia*, 2006.

⁶⁰ V. Alevin, E. Stahl, S. Schworm, F. Fischer, R. Wallace. *Help Seeking and Help Design in Interactive Learning Environments*. Review of Educational Research, 73(7), 277-320, 2003.

⁶¹ L. S. Wygotski, *Myślenie i Mowa*, PWN, Warszawa, 1989.

⁶² J.S. Bruner, *W poszukiwaniu teorii nauczania*, PIW, Warszawa, s. 137, 1974.

pseudowiedzy, mediów, działań polityków tak, by „nabyć pewną odporność na współczesne techniki manipulacji medialnej, coraz bardziej wyrafinowane narzędzia, jakimi posługują się wszelkiego rodzaju pijarowcy, marketingowcy, lanserzy, trendsetterzy, ludzie zawodowo kształtujący opinię publiczną na zamówienie polityków bądź firm”⁶³.

Ad IV – Opis doświadczenia. Jedną z podstaw *Akademii uczniowskiej* były doświadczenia współautorów program⁶⁴ *Filozofia z fizyką* realizowanego na podstawie podręcznika do filozofii P. Olsena⁶⁵ oraz przyrody (powstałych z inicjatywy fizyka K. Fouldsa⁶⁶). Korzystając z doświadczeń tego programu do opisu trudnych pojęć: zmiennych zależnych, niezależnych i kontrolnych⁶⁷ posłużono się esejem oraz przedstawiono młodzieży schematu badań naukowych, w którym gimnazjaliści uświadamiali sobie⁶⁸, że:

U podstaw prac badawczych może znajdować się zarówno wiedza, jak i przypadek.

Doświadczenie pozwala na weryfikowanie dotychczasowej wiedzy.

Jeśli wyniki doświadczeń są zgodne z dotychczasową wiedzą, to nie mogą być źródłem nowej wiedzy (trudno na ich podstawie uczyć się).

Jeśli wyniki doświadczeń nie są zgodne z dotychczasową wiedzą (i powstaje efekt ŁAŁ/Eureka⁶⁹), to doświadczenie może przyczynić się do powstania nowych idei – formułowania nowej wiedzy (również tej uczniowskiej).

Aktualna wiedza, w tym również ta matematyczna (np. niemożność określenia sumy nieskończonej liczby liczb ()) obowiązuje do chwili, gdy wyniki doświadczenia (np. wykonanego w Excelu) przestają być z nią zgodne i muszą powstać nowe idee. W matematyce możliwe jest upewnienie się, czy

⁶³ K. Popowicz, *Wpływ TOK na osobowość przyszłego studenta w: Zatrzymać najlepszych*, Warszawskie Centrum Innowacji Edukacyjno-Społecznych i Szkoleń, 2009.

⁶⁴ K. Ślusarska i M. Piotrowski, *Filozofia z Fizyką*, program autorski dla gimnazjum. STO Warszawa 2007.

⁶⁵ P. Olsen, *Przewodnik po „Świecie Zofii”*, WSiP 1997.

⁶⁶ K. Foulds, *Fizyka*, oraz S. Gater, V. Wood- Robinson, *Biologia* oraz E. Wiliford., *Chemia. Podręcznik dla gimnazjum*, Prószyński i S-ka, 2002.

⁶⁷ K. Ross, L. Lakin, J. McKenzie, *Teaching Secondary Science Constructing Meaning and Developing Understanding*, 3rd Edition Routledge, 2009.

⁶⁸ *Jak działa nauka*, <https://sites.google.com/site/ursusedukacja/aktualnosci-1/au>

⁶⁹ W programie *Fizyka z filozofią*, zgodnie z tradycją helleńską zaskoczenie wywołane odkryciem nazwano efektem *Eureki*. W anglosaskim programie *science* zaskoczenia towarzyszące odkryciu nazwano efektem *WOW*. Duże znaczenie efektu *WOW* (również odroczonego w czasie) w edukacji gimnazjalnej *science* wielokrotnie podkreślają nauczyciele wprowadzający program *Science* do brytyjskich szkół m.in. cytowani K. Roos i inni.

twierdzenie jest prawdziwe za pomocą dowodu dedukcyjnego, ale w naukach przyrodniczych takiej pewności nigdy nie mamy.

Ad VI – Notatka uczniowska. Samodzielne wykonywanie doświadczeń oraz formułowanie wniosków miało być zgodne z zaleceniem kształcenia kompetencji kluczowych: „Umiejętności obejmujących zdolność do wykorzystywania i posługiwania się narzędziami i urządzeniami technicznymi oraz danymi naukowymi do osiągnięcia celu bądź podjęcia decyzji lub wyciągnięcia wniosku na podstawie dowodów”⁷⁰.

W pierwszych latach *Au*, 2008 – 2011, poważną przeszkodą okazały się małe umiejętności uczniów i nauczycieli w zakresie TiK. Istnieje poważna obawa, że wydawane przez kilkanaście lat środki na szkolenie nauczycieli i dostarczanie sprzętu komputerowego do szkół miało znacznie mniejszy wpływ na rozwój umiejętności informatycznych niż to zakładano. Zgodnie z koncepcją pragmatyzmu sytuacja uległa zmianie dopiero z nadejściem ery smartfonów i tanich aparatów umożliwiających nagrywanie krótkich filmów. Zatem z chwilą, gdy można było wykorzystywać kompetencje TiK do wykonania konkretnych zadań edukacyjnych. Sporządzanie *notatek* uzmysłowiło uczniom znaczenie: „posiadania umiejętności wykorzystywania narzędzi do tworzenia, prezentowania i rozumienia złożonych informacji, a także zdolność docierania do usług oferowanych w Internecie, wyszukiwania ich i korzystania z nich”⁷¹.

Ad VII – Pytania podsumowujące odwołujące się do trzech składowych kompetencji (wiedzy, umiejętności i postaw). Pomysł ten zaczerpnięto z praktyk opisanych przez grupę teoretyków i praktyków oceniania kształtującego⁷². Dzięki pytaniom podsumowującym młodzież mogła uzmysłwić sobie, czego się dowiedziała, co umie zrobić oraz jakie może mieć dalsze plany badawcze, co jej sprawia satysfakcję. A jednocześnie, co czyni jej naukę interesującą i skuteczną. Gimnazjaliści mogli zrozumieć, że: „Pozytywna postawa obejmuje motywację i wiarę we własne możliwości w uczeniu się i osiągnięciu sukcesów”⁷³. Wprowadzenie pytań podsumowujących jeszcze raz wykazało, że ocenianie kształtujące ma sens podczas nauczania problemowego.

⁷⁰ Kompetencje techniczne, Parlament Europejski, *Kompetencje kluczowe*

⁷¹ *Kompetencje informatyczne*, Parlament Europejski, *Kompetencje kluczowe ...*

⁷² P. Black, C. Harrison, C. Lee, B. Marshall, D. Wiliam, *Jak oceniać aby uczyć?*, Civitas, 2006.

⁷³ *Kompetencje uczenia się*, Parlament Europejski, *Kompetencje kluczowe ...*, jw.

Wykorzystywanie go w tradycyjnym nauczaniu, według dyktatu *żandarma*, nawet przy dużym nakładzie pracy może prowadzić do absurdów⁷⁴.

Ad VIII – praca domowa (propozycje na kilku poziomach). Podstawową formą *pracy domowej* było własne odtworzenie poznanego procesu (poziom podstawowy) lub określenie i sprawdzenie propozycji dalszych doświadczeń (poziom rozszerzony). Uczniowie sami decydowali o poziomie realizacji *pracy domowej*.

Podsumowanie – konieczność porzucenie *żandarma* chociaż jest on w nas samych

Mija już prawie ćwierć wieku od pomiarów *Alfabetyzmu funkcjonalnego*⁷⁵ i programów, których celem było zmniejszenie w edukacji udziału uczniów na najniższych poziomach *alfabetyzmu*. Jak można pokazać na przykładzie reform innych systemów edukacyjnych, w tych historycznych już przedsięwzięciach, sprawdzić mogły się działania *żandarma* polegające na scentralizowanym formułowaniu programów i jednolitych pomiarach sprawdzających efekty nauczania⁷⁶. Tym bardziej, że ujawnione braki kompetencji były na tyle duże, że zmobilizowały wielu nauczycieli do kształcenia umiejętności tzw. *czytania ze zrozumieniem*.

W ten odgórny sposób nie można jednak zrealizować wyzwania, które dziś wydaje się być idealistycznym: by edukacja matematyczna kształciła postawę „opierającą się na szacunku dla prawdy i chęci szukania przyczyn i oceniania ich zasadności⁷⁷”. Ponieważ nie umiemy uczyć matematyki (tak, jak i wielu innych rzeczy) m.in. dlatego, że nie przeciwstawiamy się *żandarmowi*, to nic innego nam nie pozostaje, jak nadal tkwić w *stuleciu dziecka*. Konsekwentnie bronić jego praw, zmieniając cel edukacji w tym również wychowania. Taka postawa pedagogów widoczna jest w wielu publikacjach i wystąpieniach, np. M. Czerepaniak-Walczak stwierdza, że: (edukacja) „jest środkiem służącym rozumieniu własnej sytuacji i nabywaniu kompetencji do osiągnięcia praw i wolności. Podstawą takiej relacji są uznawane wartości emancypacyjne, takie jak: podmiotowość, autonomia, wolność, sprawiedliwość i równość, racjonalność krytyczna oraz szczerłość i innowacyjność”. Dodatkowo, zakres praw i wolności wydaje się być nieograniczony, co podkreśla

⁷⁴ Jakubowska M., Pokropek A., *Ewaluacja oceniania kształtującego*, Polsko-Amerykańska Fundacja Wolności, Warszawa 2008.

⁷⁵ I. BIAŁECKI, *Alfabetyzm funkcjonalny*, Res Publica 6, 1996, s. 68–76.

⁷⁶ M. Mourshed M., C. Chijioke, M. Barber, *Jak najlepiej doskonalone systemy szkolne na świecie stają się jeszcze lepsze*, Raport McKinsey & Company, CEO, 2012, s. 36 -43.

⁷⁷ *Kompetencje matematyczne w: Parlament Europejski, Kompetencje kluczowe ...*

m.in. E. Bilińska-Suchanek stwierdzając, że „uznanie prawa ucznia do oporu, prawa do wyrażania własnego zdania, to uznanie jego podmiotowości w procesie wychowania, co w związku z tym oznacza inne widzenie roli i funkcji nauczyciela”⁷⁸.

Autorki i Autorzy podobnych do powyższych wypowiedzi starają się nie pamiętać o tym, że efektywna edukacja może opierać się na relacji mistrz – uczeń, i że to, co jest w nas cenne nie przychodzi łatwo. Przeciwnie, jest często efektem *trudnej do zniesienia atmosfery pracy* oraz wielu wyrzeczeń. Skuteczna edukacja to intensywny wysiłek ucznia i jednoznacznie określone, trudne lub bardzo trudne do spełnienia, wymagania, a nie tylko *przyjazna atmosfera*. W tych wypowiedziach wyraźnym przejawem jednostronnego przedstawienia problemów związanych z edukacją jest brak refleksji nad *obowiązkami* ucznia, a tym bardziej naszymi - akademików.

Analizując program Matury Międzynarodowej trudno nie zauważyć, że od 3 roku życia zmierza on do egzaminu, który poza elementami realizowanymi przez rok (czy 2 lata) obejmuje 6 przedmiotów, w tym 3 na poziomie rozszerzonym. Że zawiera sztukę i przedmioty uznawane u nas za humanistyczne oraz ścisłe, obowiązujące wszystkich uczniów i uczennice. A z naszych studiów zniknęły kolokwia i pojawiły się atrapy w postaci egzaminów modułowych.

Tak często propagowana wolność w zakresie edukacji kończy się tym, że na rynku pracy egzystują całe rzesze sfrustrowanych socjologów, psychologów, politologów i w końcu pedagogów, przekonanych do własnych praw do edukacji w specjalnościach, w których od dawna panuje bezrobocie. Osoby te nie chciały i nie chcą podjąć nauki w obszarach, w których wymagane jest większe zaangażowanie i szereg wyrzeczeń np. jak w edukacji matematycznej.

Unikanie obowiązku uczenia się zdominowało również uczelnie. Oczekujemy, by nauczyciele budowali kapitał społeczny i na przykład uczestniczyli w koleżeńskich hospicjach, ale czy my podejmujemy tego rodzaju działania, chociażby ze swoimi doktorantami i magistrami? Kto z nas wykładowców się na to zgodzi? Kto da przykład?

Oczekujemy wyższego poziomu matematyki, ale czy nasi absolwenci poznają matematykę podczas studiów, chociażby na poziomie dobrego Egzaminu Gimnazjalnego (M III lub/i MIII+). Bez takich doświadczeń trudno będzie im zrozumieć nie tylko problemy uczniów w nauce

⁷⁸ E. Bilińska-Suchanek, *Nauczyciel i opór (wobec) systemu edukacji*, Toruń 2013, Wyd. Adam Marszałek, s. 9.

matematyki, ale również procesy nieliniowe i fraktale, a więc elementy przydatne do interpretacji rzeczywistego rozwoju dziecka. Bez tej wiedzy tajemnicą będą również dla nich podstawy statystyki, w tym macierze krzyżowe i zrozumienie tego, co można nazwać *siłą* korelacji, by móc interpretować badania swoje oraz innych.

Od przyszłego roku dzieci od drugiej klasy szkoły podstawowej mają poznawać programowanie obiektowe opracowane przez specjalistów z MIT⁷⁹, ale czy my i nasi studenci uczyliśmy się programować, wykorzystywać komputery do tworzenia muzyki, filmów i obiektów trójwymiarowych?

Czy nasi studenci poza studiami pedagogicznymi zyskują uprawnienia by nauczyć np. matematyki i/lub historii? Czy my im to ułatwiamy na naszych uczelniach? Jeśli liczymy na to, że do szkół wejdzie *nowe wychowanie*, to mogą ten proces przeprowadzić dobrzy nauczyciele, ale czy w uczących ich akademikach jest determinacja J. Dewey'a, lub M. Curie-Skłodowskiej, którzy zmieniając edukację też musieli walczyć z *żandarmami*?

Bibliografia

- Aleven, V., Stahl, E., Schworm, S., Fischer, F., Wallace, R. *Help Seeking and Help Design in Interactive Learning Environments. Review of Educational Research*, 73(7), 277-320, 2003.
- Białycki I., *Alfabetyzm funkcjonalny*, Res Publica 6, 1996.
- Bilińska-Suchanek E., *Nauczyciel i opór (wobec) systemu edukacji*, Toruń Wyd. Adam Marszałek, 2013.
- Black P., Harrison C., Lee, B. Marshall C., Wiliam D., *Jak oceniać aby uczyć?*, Civitas, 2006.
- Bruner J.S., *W poszukiwaniu teorii nauczania*, PIW, W-wa, 1974.
- Czerepaniak-Walczak M., *Pedagogika emancypacyjna. Rozwój świadomości krytycznej człowieka*, Gdańsk GWP 2006.
- Dambeck H., *Im więcej dziur tym mniej sera*, tłumacz. D. Serwotka, PWN, 2012.
- Dąbrowski M., *Edukacja matematyczna bez matematyki*, [w] *(Anty)edukacja wczesnoszkolna*, red. naukowa Klus-Stańska D. Impuls Kraków, 2015.
- De Saint-Exupéry A., *Twierdza*, MUZA, 2009.
- Dolata R., Murawska B., Putkiewicz E., Żytko M., *Monitorowanie osiągnięć szkolnych jako metoda doskonalenia edukacji. Zarys metody oraz przykłady zastosowań w edukacji początkowej*, Wydawnictwo Akademickie Żak, 1997.

⁷⁹ Scratch to projekt grupy Lifelong Kindergarten z MIT Media Lab, <https://llk.media.mit.edu/> [7-04-2012]

- Dudzikowa M. *Esej o codzienności szkolnej z perspektywy metafory*, w M. Cze-
repaniak-Walczak, M. Dudzikowa (red.), *Wychowanie. Pojęcia – pro-
cesy – konteksty. Interdyscyplinarne ujęcie*. Gdańsk GWP, 2010.
- Dylak S. (red.), *Strategia kształcenia wyprzedzającego*, OFEK, Poznań 2013,
[dostęp: 15.06.2015], [https://edustore.eu/download/Strategia_Kształ-
cenia_Wyprzedzajacego.pdf](https://edustore.eu/download/Strategia_Kształcenia_Wyprzedzajacego.pdf)
- Foulds K. *Fizyka*. & Gater S., Wood- Robinson V., *Biologia*, & Earl Wiliford.,
Chemia. Podręcznik dla gimnazjum, Prószyński i S-ka, 2002.
- International Baccalaureate Organization, *General regulations Diploma Pro-
gramme 2011*, [http://www.ibo.org/globalassets/publications/become-
an-ib-school/dp-general-regulation-2014.pdf](http://www.ibo.org/globalassets/publications/become-an-ib-school/dp-general-regulation-2014.pdf).
- Jakubowska M., Pokropek A., *Ewaluacja oceniania kształtującego*, Polsko-
-Amerykańska Fundacja Wolności, Warszawa 2008.
- Jenderko W., Wałęcka B., *Edukacja matematyczna. Poradnik dla nauczycieli
klasy drugiej szkoły podstawowej*, Ministerstwo Edukacji Narodowej
2015.
- Kalinowska A., *Pozwólmy dzieciom działać. Mity i fakty o rozwijaniu myślenia
matematycznego*, Centralna Komisja Egzaminacyjna 2010.
- Lakatos I., *Dowody i refutacje. Logika odkrycia matematycznego*, Tikkun
Warszawa 2005.
- Lakoff G., Johnsona M., *Metafory w naszym życiu*, tłumacz: Krzeszowski
T., Aletheia, 2011.
- Lockhart P., *A Mathematician's Lament*, Bellevue Literary Press, 2009.
- Lorek M., Wollman L., *Nasz elementarz*, Ministerstwo Edukacji Narodowej
2014.
- Ludwa A., *Matematyka, Wesoly świat matematyki - ćwiczenia, klasa 1 (2, 3)
szkoła podstawowa*, Publicat, 2002.
- Mourshed M., Chijioko C., Barber M., *Jak najlepiej doskonalone systemy
szkolne na świecie stają się jeszcze lepsze*, Raport McKinsey & Com-
pany, CEO, 2012.
- Murawska B., Piotrowski M., Putkiewicz E., *Gotowość szkół warszawy do
realizacji przemian obniżenia wieku szkolnego*, Kwartalnik Pedago-
giczny, 2009.
- Olsen P, *Przewodnik po „Świecie Zofii”*, WSiP 1997.
- Parlament Europejski, *Kompetencje kluczowe w uczeniu się przez całe życie
– Europejskie ramy odniesienia*, 2006.
- Piotrowski M., Kielech J., Dobrzyńska M., rysunki Sterna D., *Ekspertyzy
i wzajemne nauczanie. Matematyka*, Centrum Edukacji Obywatelskiej,
Warszawa 2012.

- Piotrowski M., Kielech J., Dobrzyńska M., rysunki Sterna D., *Projekty Edukacyjne Akademii uczniowskiej. Matematyka*, Centrum Edukacji Obywatelskiej, Warszawa 2012
- Piotrowski M., *Pomiar dydaktyczny i polityka pro jakościowa gminy w obszarze oświaty*, w: *Decentralizacja oświaty*, red. Herbst M., Centrum Interdyscyplinarne Modelowania Matematycznego i Komputerowego, Uniwersytet Warszawski, 2012, s. 154-188.
- Piotrowski M., *Od TQM do żandarma czyli pod prąd*, VEGA, 2013.
- Piotrowski M., Piotrowska K., Pluta E., *Karta pracy do przedszkolnych i szkolnych badań naukowych*, w: *Przedszkole edukacyjny sukces dziecka czy zmarnowane szanse?*, red. A. Nowak-Łojewska i A. Olczak, Uniwersytet Zielonogórski 2015.
- Popowicz K., *Wpływ TOK na osobowość przyszłego studenta w: Zatrzymać najlepszych*, Warszawskie Centrum Innowacji Edukacyjno-Społecznych i Szkoleń, 2009.
- Ross K., Lakin L., McKechnie J., *Teaching Secondary Science Constructing Meaning and Developing Understanding*, 3rd Edition Routledge 2009.
- Wong Khoo Yoong, Lee Peng Yee, Berinderjeet Kaur, Foong Pui Yee, Ng Swee Fong, *Mathematics Education The Singapore Journey*, Mathematics Education Vol. 2, World Scientific 2009.
- Śliwerski B., *O dezintegrujących aspektach polityki oświatowej wobec wczesnej edukacji w D. Klus-Stańska (Anty)edukacja wczesnoszkolna* red. naukowa, Impuls, Kraków 2015.
- Wisniewski J., *Students' Academy*, European Schoolnet, 2013.
- Wong Khoo Yoong, Lee Peng Yee, Berinderjeet Kaur, Foong Pui Yee, Ng Swee Fong, *Mathematics Education The Singapore Journey*, Series on Mathematics Education Vol. 2, World Scientific 2009.
- Wygotski Lew S., *Myslenie i Mowa*, PWN, Warszawa, 1989.

**Faulty basics of mathematical education and ways of repairing them.
A gendarme has to be removed, although he is inside us**

In the article the author again points to the failures and conflicts occurring in the education system by using a metaphor of a gendarme (depicting the top down, counterproductive strategies of the central institutions).

This time the focus is on mathematical education. Problems appearing in primary and lower secondary school have been systematically pointed out and solutions have been provided. In case of primary schools the author

suggests, among others, changing learning objectives, and for lower high schools – using the discovery teaching method, already proven in practice. The discussion refers to the results of a local education system reform which has been carrying out for 20 years in the so-called Local Commune Laboratory.