Henryk Olejarz

Mierniki asymetrii i skośności

Annales Universitatis Mariae Curie-Skłodowska. Sectio H, Oeconomia 25,
321-330

1991

ANNALES
UNIVERSITATIS MARIAE CURIE-SKLODOWSKA
LUBLIN — POLONIA
VOL. XXV, 26 SECTIO H 1991

Zakład Nauk Ekonomicznych
Filii UMCS w Rzeszowie

Henryk OLEJARZ

Mierniki asymetrii i skośności

The Measures of Asymmetry and Skewness

Mierniki asymetrii i skośności, które proponuje się w dalszej części pracy służą do badania tych dwóch cech rozkładów liczebności w szeregach statystycznych. Należy wyraźnie podkreślić, że terminów asymetria i skośność nie można używać zamiennie. Uzasadnienie dla wyraźnego rozróżnienia asymetrii i skośności można znaleźć w pracy S. Forlicza.[1]

W procesie formułowania mierników asymetrii i skośności będą uwzględnione następujące określenia:

Określenie 1:
Zmienna losowa ma rozkład skośny, jeżeli jej średnia i dominanta nie są sobie równe, tj. jeśli

$$m \neq D \tag{1}$$

Warunek (1) nie zachodzi, jeśli $m = D$, co oznacza, że w takim przypadku rozkład nie jest skośny. Nie oznacza to jednak, że jest symetryczny.[2]

Określenie 2:
Zmienna losowa X ma rozkład prawdopodobieństwa symetryczny, jeżeli istnieje taki punkt a, że dla każdej wartości x tej zmiennej spełniona jest równość:[3]

$$P(X < a - x) = P(X > a + x), \tag{2}$$

Określenia (1) i (2) są wiążące dla procesu budowy proponowanych niżej mierników, przy czym, rzecz jasna, zachowując istotę tych określeń, będzie się budować te mierniki, wykorzystując liczebności w szeregu statystycznym.

---

[1] S. Forlicz: *Asymetria a skośność*, „Przeg. Statyst.", 1986, 1.
[2] *Ibidem.*
[3] *Mała Encyklopedia Statystyki*, PWE, Warszawa 1976, s. 603.

Dla sformułowania mierników asymetrii i skośności w szeregach statystycznych należy sprecyzować wielkość a z równości (2). Niech tę wielkość reprezentują $a_1 = D$ i $a_2 = 0,5(x_{max} - x_{min})$. Przy czym dla sformułowania miernika skośności przyjmuje się, rzecz jasna, $a_1 = D$.

Do mierzenia asymetrii w pracach z zakresu statystyki poleca się najczęściej następujące mierniki:

$$W_1 = \frac{m - D}{\sigma} \tag{3}$$

$$W_2 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \tag{4}$$

$$W_3 = \frac{(Q_3 - M) - (M - Q_1)}{Q_3 - Q_1} \tag{5}$$

gdzie:

m — średnia zmiennej losowej,
D — dominanta,
μ_3 — moment centralny trzeciego rzędu,
σ — odchylenie standardowe,
M — mediana,
Q_1 i Q_3 — kwartyle pierwszy i trzeci.

Mierniki (3), (4) i (5) polecane są do mierzenia asymetrii[4]. Stefan Forlicz pokazuje w swojej pracy,[5] że mierniki (3) – (5) nie są dobrymi miernikami asymetrii.

Mierniki (3) – (5) nie są też dobrymi miernikami skośności. Jedynie miernik W_1 związany jest bezpośrednio z określeniem skośności, nie jest on jednak unormowany. J. Wywiał przedstawił procedurę normowania miernika W_2, nie oznacza to jednak, że jest to dobry miernik asymetrii, gdyż możliwe jest wystąpienie równości $W_2 = 0$ dla asymetrycznego rozkładu zmiennej losowej.[6] Miernik W_3 jest unormowany.

MIERNIKI ASYMETRII W SZEREGACH STATYSTYCZNYCH ROZDZIELCZYCH I SZCZEGÓŁOWYCH WAŻONYCH

Formułując mierniki asymetrii przyjmuje się na wstępie dwa założenia.

Założenie 1:

Szereg rodzielczy zawiera k przedziałów o identycznej rozpiętości każdy i liczebnościach $n_i (i = 1, 2, \ldots, k)$.

Założenie 2:

[4] Zob. M. Krzysztofiak, A. Luszniewicz: *Statystyka*, PWE, Warszawa 1976, s. 141–144; M. Krzysztofiak, D. Urbanek: *Metody Statystyczne*. PWN, Warszawa 1975; s. 195–197; B. Szulc: *Statystyka dla ekonomistów*, t. 1, *Opis statystyczny*, PWE, Warszawa 1972, s. 240–249; K. Zając: *Zarys metod statystyczny*, PWE, Warszawa 1974, s. 225–227.

[5] Forlicz: *op. cit.*

[6] *Ibidem.*

Szereg szczegółowy ważony zawiera wartości zmiennej $x_1, x_2, \ldots, x_k$ i odpowiednio liczebności $n_i (i = 1, 2, \ldots, k)$, przy czym różnica $x_i - x_{i-1} = h$ dla $i = 2, 3, \ldots, k$, gdzie h — stała.

Niech najpierw mierniki asymetrii uwzględniają założenie, że osią symetrii jest prosta równoległa do osi rzędnych przechodząca przez punkt dominanty (czyli zakłada się, że $a_1 = D$).

Jeżeli istnieje jedna wartość zmiennej skokowej lub jeden przedział najliczniejszy, to miernik asymetrii (MAS_1) proponuje się określać następująco:

$$MAS_1 = \frac{N_1}{N - n_j} \tag{6}$$

gdzie: n_j — maksymalna liczebność w szeregu, N — suma liczebności całego szeregu.

Jeśli występują dwa przedziały lub dwie wartości najliczniejsze, to

$$MAS_1 = \frac{N_1'}{N - n_j - n_{j+1}} \tag{7}$$

gdzie: $n_j = n_{j+1}$ to dwie maksymalne liczebności dla dwóch kolejnych przedziałów lub dwóch kolejnych wartości zmiennej.

Wielkość N_1 obliczana jest dla szeregu z jednym maksimum liczebności według wzoru:

$$N_1 = \sum_{l=1}^{r} |n_{j+l} - n_{j-l}|, \tag{8}$$

gdzie: $r = max\{(j-1), (k-j)\}$.

Dla dwóch maksymalnych liczebności w szeregu ($n_j = n_{j+1}$) liczebność N_1' oblicza się według wzoru:

$$N_1' = \sum_{l=1}^{r} |n_{j+1+l} - n_{j-l}|, \tag{9}$$

gdzie: $r = max\{(j-1), (k-j-1)\}$.

Miernik podany wzorem (6) sformułowany został przez S. Forlicza[7] do mierzenia asymetrii w szeregach rozdzielczych z jednym przedziałem najliczniejszym, a dla szeregów z dwoma najliczniejszymi przedziałami autor ten zaproponował (w notacji przyjętej w niniejszej pracy):

$$MAS = \frac{N_1'}{N}. \tag{10}$$

Wydaje się, że rozwiązanie (7) jest lepsze niż rozwiązanie (10). Uzasadnienie tej gradacji wynika z „zachowania się” tych mierników w przykładzie 1 i w przykładzie 1'.

[7] *Ibidem.*

Przykład 1

x_i	$n_i(a)$	$n_i(b)$
0–2	3	3
2–4	5	5
4–6	80	30
6–8	80	30
8–10	16	16
10–12	11	11
12–14	3	3
14–16	2	2
	200	100

Przykład 1'

x_i	$n_i(a)$	$n_i(b)$
0–4	8	8
4–8	160	60
8–12	27	27
12–16	5	5
	200	100

Analiza wzorów (7) i (10) wykazuje, że wartość miernika MAS zależy, przy tych samych wartościach N_1', od sumy liczebności dwóch przedziałów najliczniejszych. Typ tej zależności pokazuje przykład 1, dla którego otrzymano: $MAS_1(a) = 0,6$, $MAS_1(b) = 0,6$, $MAS(a) = 0,12$, $MAS(b) = 0,24$. Wartości miernika MAS zależą od smukłości rozkładu. Poza tym miernik MAS nie może przyjmować skrajnej wartości 1, jeśli asymetria względem dominanty jest skrajna, a więc wtedy gdy dwie największe liczebności znajdują się bądź na początku obszaru zmienności, bądź na końcu. Dodatkowo należy zauważyć, że stabilność miernika MAS jest mniejsza niż miernika MAS_1, bowiem jeśli rozkład danej zmiennej ujmiemy w dwa różne szeregi rozdzielcze, pierwszy o krótkich przedziałach, a drugi o długich przedziałach i jeśli pierwszy będzie posiadał dwa najliczniejsze przedziały, a drugi jeden, to otrzymamy dwie różne oceny asymetrii przy pomocy mierników MAS_1 i MAS. To zagadnienie ilustrują wartości mierników MAS_1 i MAS, obliczonymi dla przykładu 1', utworzonego z przykładu 1 przez podwojenie długości przedziałów. Wartości mierników MAS_1 obliczone z wzoru (6) dla przykładu 1' są następujące: $MAS_1(a) = MAS_1(b) = 0,6$. Przy czym dla przykładu 1 otrzymano: $MAS_1(a) = MAS_1(b) = 0,6$, $MAS(a) = 0,12$, $MAS(b) = 0,24$. Można zatem w konsekwencji stwierdzić, że miernik MAS_1 jst stabilny.

Badając symetrię rozkładu, można ją określić względem punktu $a = 0,5(x_{max} - x_{min})$, czyli względem wartości położonej na środku obszaru zmienności danej zmiennej. Zatem przyjmując w dalszym ciągu założenia (1) i (2) poczynione na wstępie tego punktu można określić miernik asymetrii MAS_2.

Jeśli liczba k, czyli liczba przedziałów wartości lub wartości zmiennej jest parzysta, to

$$MAS_2 = \frac{N_2}{N}, \tag{11}$$

dla k nieparzystego jest

$$MAS_2 = \frac{N_2'}{N}, \tag{12}$$

gdzie:

$$N_2 = \sum_{l=1}^{r} |n_{r+l} - n_{r+1-l}|, \tag{13}$$

$$N_2' = \sum_{l=1}^{j-1} |n_{j+l} - n_{j-l}|, \tag{14}$$

przy czym:

N — liczebność całej zbiorowości,

n_j — liczebność środkowego przedziału lub środkowej wartości,

n_r i n_{r+1} — to dwie liczebności środkowych przedziałów wartości lub środkowych wartości,

$r = 0,5k$,

$j = 0,5(k+1)$.

Mierniki MAS_1 i MAS_2 przyjmują wartości z przedziału [0, 1]. W przypadku symetrii przyjmują wartość 0, a w przypadku skrajnej asymetrii wartość 1. Konstrukcja miernika MAS_2 w podstawowych założeniach jest podobna do miernika asymetrii przedstawionego przez J. Steczkowskiego.[8]

MIERNIKI SKOŚNOŚCI W SZEREGACH STATYSTYCZNYCH ROZDZIELCZYCH I SZCZEGÓŁOWYCH WAŻONYCH

Wiadomo, że symetryczny rozkład zmiennej losowej posiadającej dominantę nie jest skośny, natomiast rozkład zmiennej losowej nie skośny może być asymetryczny.[9]

Należy oczekiwać, że zastępując zwykłymi nawiasami operator bezwzględnej wartości we wzorach (8) i (9) otrzymuje się podstawę do sformułowania miernika skośności (MSK), przy spełnieniu sformułowanych w tej pracy założeń (1) i (2). Mianowicie:

$$MSK = \frac{N_3}{N - n_j}, \tag{15}$$

$$MSK = \frac{N_3'}{N - n_j - n_{j+1}}, \tag{16}$$

przy czym znaczenie symboli N, n_j, n_{j+1} jest takie, jak we wzorach (8) i (9).

Wzór (15) służy do mierzenia skośności, gdy istnieje jeden przedział najliczniejszy lub jedna wartość najliczniejsza, to jest gdy $n_j = max(n_i)$, dla $i = 1, 2, \ldots, k$ i w tym przypadku oblicza się

$$N_3 = \sum_{l=1}^{r} (n_{j+l} - n_{j-l}), \tag{17}$$

[8] J. Steczkowski: *Statystyczna procedura określania struktury zbiorowości.* „Zesz. Nauk." WSE w Krakowie, 1970, 21.

[9] Forlicz: *op. cit.*

gdzie: $r = max\{(j-1),(k-j)\}$.

Wzór (16) służy do obliczania miernika skośności w przypadku występowania dwóch kolejnych największych liczebności, to jest gdy $n_j = n_{j+1} = max(n_i)$, dla $i = 1, 2, \ldots, k$ i w tym przypadku oblicza się

$$N_3' = \sum_{l=1}^{r}(n_{j+l+1} - n_{j-l}), \tag{18}$$

gdzie: $r = max\{(j-1),(k-j-1)\}$.

Zaletą mierników skośności (15) i (16) jest ich unormowanie w przedziale [-1, 1]. Niestety nierówność $MSK < 0$ nie implikuje nierówności $m < D$ oraz nierówność $MSK > 0$ nie implikuje nierówności $m > D$, ani równość $MSK = 0$ nie implikuje równości $m = D$. Można stwierdzić jedynie, że w przypadku jednego maksimum liczebności wymienione trzy implikacje bardzo często pojawiają się, niestety nie zawsze. Jest to w głównej mierze konsekwencją małej stabilności średniej.[10]

Wydaje się, że miernik MSK jest równie „dobrym" („niedobrym") miernikiem skośności, jak mierniki W_1, W_2, W_3.

Możliwe jest określenie unormowanego miernika skośności zgodnego w swojej istocie z definicją skośności (określenie 1). Niech zatem szeregi statystyczne spełniają założenia (1) i (2), poczynione na wstępie punktu drugiego. Uwzględniając „mechanizm oddalający" wartość średnią od dominanty, proponuje się miernik skośności MSK_1.

Miernik MSK_1 dla szeregów statystycznych z jednym przedziałem najliczniejszym lub jedną wartością najliczniejszą określony jest następująco:

$$MSK_1 = \frac{\sum_{l=1}^{r} l\,h\,n_{j+l} - \sum_{l=1}^{r} l\,h\,n_{j-l}}{\sum_{l=1}^{r} l\,h\,n_{j+l} + \sum_{l=1}^{r} l\,h\,n_{j-l}}, \tag{19}$$

gdzie:

$n_j = max(n_1, n_2, \ldots, n_k)$, czyli n_j jest maksymalną liczebnością,

k — liczba wartości zmiennej (przedziałów) w szeregu statystycznym,

h — stała rozpiętość przedziałów lub stała wartość różnicy $x_i - x_{i-1}$ w szeregu szczegółowym ważonym,

$r = max\{(k-j),(j-1)\}$.

Jeśli $n_j = n_{j+1} = max(n_1, n_2, \ldots, n_k)$, to znaczy jeśli istnieją dwa najliczniejsze przedziały lub dwie najliczniejsze wartości w szeregach statystycznych, to miernik MSK_1 określony jest następująco:

$$MSK_1 = \frac{\sum_{l=1}^{r} l\,h\,n_{j+1+l} - \sum_{l=1}^{r} l\,h\,n_{j-l}}{\sum_{l=1}^{r} l\,h\,n_{j+1+l} + \sum_{l=1}^{r} l\,h\,n_{j-l}}, \tag{20}$$

gdzie: $r = max\{(k-j-1),(j-1)\}$, a pozostałe symbole mają znaczenie takie, jak we wzorze (19).

[10] F. Mostler, J.W. Tukey: *Data Analysis and Regression* (ed. rosyjska) „Finansy i Statistika", Moskwa 1982, s. 205.

Miernik skośności MSK_1 można obliczyć także w przypadku uchylenia założeń (1) i (2), dotyczących cech szeregów statystycznych. Niech zatem przedziały szeregu rozdzielczego będą różnej długości, wówczas w przypadku jednego przedziału pretendującego do zawierania dominanty, miernik MSK_1 określony jest następująco:

$$MSK_1 = \frac{\sum_{l=1}^{r}(x(g)_{j+l} - x(g)_j)n_{j+l} - \sum_{l+1}^{r}(x(d)_j - x(d)_{j-l})n_{j-l}}{\sum_{l=1}^{r}(x(g)_{j+l} - x(g)_j)n_{j+l} + \sum_{l=1}^{r}(x(d)_j - x(d)_{j-l})n_{j-l}} \tag{21}$$

gdzie:

$x(g)$ — górny kres przedziału,
$x(d)$ — dolny kres przedziału,
n_j — liczebność przedziału dominanty,
$r = max\{(k-j),(j-1)\}$.

Opisując znaczenie symboli we wzorze (21) użyto określenia liczebność przedziału dominanty dla symbolu n_j. Uczyniono tak dlatego, że dominanta w przypadku różnych długości przedziałów w szeregu rozdzielczym położona jest nie zawsze w przedziale najliczniejszym. Jest ona położona w takich przypadkach w przedziale j, w którym

$$\frac{n_j}{h_j} = max\left\{\frac{n_i}{h_i}\right\} \qquad (i = 1, 2, \ldots, k), \tag{22}$$

gdzie n_i, to liczebności przedziałów, a h_i, to rozpiętości przedziałów.

Dominanta jest położona zawsze w tym przedziale, w którym na jednostkę długości przedziału „przypada najwięcej liczebności". Zatem w tym przedziale wartości zmiennej pojawiają się najczęściej (najgęściej).

Może zdarzyć się, że w szeregu rozdzielczym o różnych długościach przedziałów dwa przedziały pretendują do zawierania dominanty, występuje to, jeśli

$$\frac{n_j}{h_j} = \frac{n_{j+1}}{h_{j+1}} = max\left\{\frac{n_i}{h_i}\right\} \qquad (i = 1, 2, \ldots, k). \tag{23}$$

Zatem jeśli zaistnieje przypadek (23), to miernik MSK_1 dany jest wzorem:

$$MSK_1 = \frac{\sum_{l=1}^{r}(x(g)_{j+1+l} - x(g)_{j+1})n_{j+1+l} - \sum_{l=1}^{r}(x(d)_j - x(d)_{j-l})n_{j-l}}{\sum_{l=1}^{r}(x(g)_{j+1+l} - x(g)_{j+1})n_{j+1+l} + \sum_{l=1}^{r}(x(d)_j - x(d)_{j-l})n_{j-l}}, \tag{24}$$

gdzie symbole $x(g)$ i $x(d)$ zachowują znaczenie z wzoru (21), $r = max\{(k-j-1), (j-1)\}$.

Jeżeli w szeregu szczegółowym ważonym różnica $x_i - x_{i-1} \neq h$ ($i = 2, 3, \ldots, k$; h — stała), to MSK_1, przy jednej liczebności maksymalnej (n_j), oblicza się ze wzoru:

$$MSK_1 = \frac{\sum_{l=1}^{r}(x_{j+l} - x_j)n_{j+l} - \sum_{l=1}^{r}(x_j - x_{j-l})n_{j-l}}{\sum_{l=1}^{r}(x_{j+l} - x_j)n_{j+l} + \sum_{l=1}^{r}(x_j - x_{j-l})n_{j-l}}, \tag{25}$$

gdzie:

x — wartości zmiennej skokowej odpowiednio indeksowane,

n — liczebności odpowiednio indeksowane,

$r = max\{(k-j),(j-1)\}$.

Przy dwóch liczebnościach ($n_j = n_{j+1}$) maksymalnych, wzór na miernik MSK_1 w szeregu szczegółowym przyjmuje następującą postać:

$$MSK_1 = \frac{\sum_{l=1}^{r}(x_{j+1+l} - x_{j+1})n_{j+1+l} - \sum_{l=1}^{r}(x_j - x_{j-l})n_{j-l}}{\sum_{l=1}^{r}(r_{j+1+l} - x_{j+1})n_{j+1+l} + \sum_{l=1}^{r}(x_j - x_{j-l})n_{j-l}}, \tag{26}$$

gdzie: $r = max\{(j-1),(k-j-1)\}$, pozostałe symbole mają znaczenie takie, jak we wzorze (25).

WNIOSKI

Proponowany miernik asymetrii MAS_1, mierzący asymetrię względem dominanty wykazuje własności dobrego miernika:

a) jest unormowany w przedziale [0, 1],

b) jest stabilny przy zmienającej się smukłości rozkładu,

c) jest stabilny przy podziale obszaru zmienności na różnej długości przedziały (por. wyniki w tablicy 1 dotyczące przykładów 1a, 1b, 1'a, 1'b).

Miernik MAS_2 mierzy asymetrię względem wartości a_2, leżącej na środku obszaru zmienności zmiennej. W związku z tym niektóre jego własności różnią się od własności miernika MAS_1. Mianowicie miernik MAS_2:

a) jest unormowany w przedziale [0, 1],

b) jego wartości zależą od smukłości rozkładu (z wyjątkiem przypadku, gdy dominanta „leży" na środku obszaru zmienności, czyli gdy $D = a_2$),

c) jest stabilny przy zmiennym podziale obszaru zmienności na przedziały.

Miernik asymetrii MAS_2 w warunkach skrajnej skośności może tylko nieznacznie .różnić się od zera (por. wyniki w tab. 1 dotyczące przykładu 2c). Natomiast wartości miernika MAS_1 są mocniej związane z bezwzględną wartością mierników skośności.

Do mierzenia skośności najbardziej przydatny jest miernik MSK_1, określony dla różnych wariantów szeregów statystycznych wzorami: (19), (20), (21), (24), (25), (26). Do zalet tego miernika można zaliczyć:

a) unormowanie obszaru zmienności do przedziału [-1, 1],

b) wszechstronność, gdyż może być stosowany w szeregach rozdzielczych i szczegółowych ważonych, nadto rozdzielcze niekoniecznie muszą mieć przedziały tej samej długości, a szczegółowe ważone szeregi niekoniecznie muszą mieć stałe różnice między kolejnymi wartościami zmiennej ($x_i - x_{i-1}$),

c) stabilność względem podziału obszaru zmienności zmiennej na różnej długości przedziały w szeregu rozdzielczym,

d) zbieżność jego istoty z różnicą $m - D$, określającą skośność.

Miernik skośności MSK jest, podobnie jak miernik MSK_1, unormowany i stabilny, ale jest on znacznie słabiej związany z różnicą $m - D$, dlatego może być zawodny (por. wartości tego miernika w tablicy 1 dla przykładów 2a i 4b).

Istnieją podstawy do twierdzenia, że mierniki asymetrii MAS_1 i MAS_2 oraz miernik skośności MSK_1 dobrze oceniają badane własności szeregów rozdzielczych i szczegółowych ważonych. Można zatem te mierniki wykorzystywać do efektywnego badania asymetrii i skośności. Należy jednak dodać, że w przypadku rozdzielczych szeregów statystycznych oceny asymetrii i skośności zawsze są przybliżone, ponieważ szeregi rozdzielcze w mniejszym lub większym stopniu zacierają (deformują) szczegółowy rozkład liczebności. Jednak zawsze dokładność oceny skośności przy pomocy miernika MSK_1 jest wyższa niż przy zastosowaniu mierników: W_1, W_2, W_3.

PRZYKŁADY ROZKŁADÓW LICZEBNOŚCI W SZEREGACH SZCZEGÓŁOWYCH WAŻONYCH I W SZEREGACH ROZDZIELCZYCH

Zamieszczone w niniejszym punkcie przykłady służą do ilustracji wcześniej wymienionych własności mierników asymetrii i skośności.

Końcowe obliczenia dotyczące wszystkich przykładów zamieszczono w tab. 1.

Przykład 2

x_i	$n_i(a)$	$n_i(b)$	$n_i(c)$
0	4	4	10
1	12	12	9
2	18	12	8
3	11	8	7
4	5	4	6

Przykład 3

x_i	$n_i(a)$	$n_i(b)$
0	4	10
1	10	7
2	10	3
3	9	0
4	6	0
5	1	0

Przykład 4

x_i	$n_i(a)$	$n_i(b)$	$n_i(c)$
0–2	7	0	2
2–4	8	7	8
4–6	10	8	10
6–8	10	10	0
8–10	9	8	0
10–12	5	0	0
12–14	1	7	0

Wyniki obliczeń zawarte w tab. 1 pozwalają dostrzec, że polecany w literaturze przedmiotu jako podstawowy miernik skośności W_1 jest zawodny. Rozkład liczebności w przykładach 3b, 4c, 5b, 6b jest skrajnie skośny. Miernik W_1 w każdym z tych przypadków nie daje podstawy do takiej oceny.

Przykład 5

x_i	$n_i(a)$	$n_i(b)$
0	2	3
1	6	7
3	7	0
7	5	0

Przykład 6

x_i	$n_i(a)$	$n_i(b)$
0–2	6	16
2–4	10	10
4–8	12	9
8–12	12	8
12–16	10	7

Wartości miernika W_1 zawarte w pierwszych czterech wierszach pokazują jego zależność od wyboru długości przedziału w szeregu rozdzielczym.

Tab. 1. Zestawienie wyników obliczeń mierników asymetrii i skośności dla przykładów szeregów statystycznych, w nawiasach podano numery wzorów zastosowanych do obliczeń

A comparison of the results of calculating the measurements of asymetry and skewness for the examples of statistical rows, the figures in parentheses stand for the numbers of expressions used for calculations

Numer przykł.	Średnia arytm.	Dominanta	Odchyl. stand.	MAS_1	MAS_2	W_1	MSK	MSK_1
1a	6,56	6,133	2,172	0,6 (7)	0,68 (11)	0,196	0,6 (16)	0,667 (20)
1b	7,12	6,447	2,794	0,6 (7)	0,36 (11)	0,241	0,6 (16)	0,667 (20)
1'a	6,58	6,133	2,016	0,6 (6)	0,68 (11)	0,222	0,6 (15)	0,664 (19)
1'b	7,16	6,447	2,730	0,6 (6)	0,36 (11)	0,261	0,6 (15)	0,664 (19)
2a	2,02	2	1,068	0,062 (6)	0,062 (12)	0,018	0 (15)	0,032 (19)
2b	1,9	?	1,136	0,5 (7)	0,143 (12)	?	0,5 (16)	0,6 (20)
2c	1,75	0	1,392	1 (6)	0,187 (12)	1,257	1 (15)	1 (19)
3a	2,15	?	1,295	0,6 (7)	0,2 (11)	?	0,6 (16)	0,867 (20)
3b	0,65	0	0,726	1 (6)	1 (11)	0,895	1 (15)	1 (19)
4a	6	5,818	3,231	0,133 (7)	0,25 (12)	0,056	0 (16)	0 (20)
4b	7,35	7	3,252	0,467 (6)	0,167 (12)	0,108	0 (15)	0,137 (19)
4c	3,8	4,333	1,327	1 (6)	1 (11)	-0,402	-1 (15)	-1 (19)
5a	3,1	3	2,468	– –	– –	0,04	– –	0,05 (25)
5b	0,7	1	0,458	– –	– –	-0,655	– –	-1 (25)
6a	7,36	3	4,246	– –	– –	1,027	– –	0,913 (21)
6b	5,56	1,454	4,596	– –	– –	0,893	– –	1 (21)

Źródło: Obliczenia własne.

SUMMARY

The article adopts clearly distinguished notions of asymmetry and skewness. These are: A random variable has a skew distribution of probability if its average and dominant are not equal.

A random variable X has a symmetric distribution of probability if there is such a point 'a' that for each value x of this variable the equality is fulfilled:

$$P(X < a - x) = P(X > a + x)$$

The definitions of skewness and symmetry of the distributions of a random variable are binding for the process of formulating the measures of skewness and asymmetry for the distributive sequences and specifically weighed which are presented in the article. The solutions are described which determine the measures of skewness concerning statistical distributive sequences with constant and changeable length of the intervals and the solutions for the specifically weighed sequences, when the differences between the consecutive values of the variable $(x_1 - x_{i-1})$ are constant or changeable.

The measures of asymmetry presented in the article are standardized in the interval [0,1], and the measures of skewness are standardized in the interval [-1,1].