

# Wiesław Walentukiewicz

---

## Logika modalna: analizy dla potrzeb dydaktyki

---

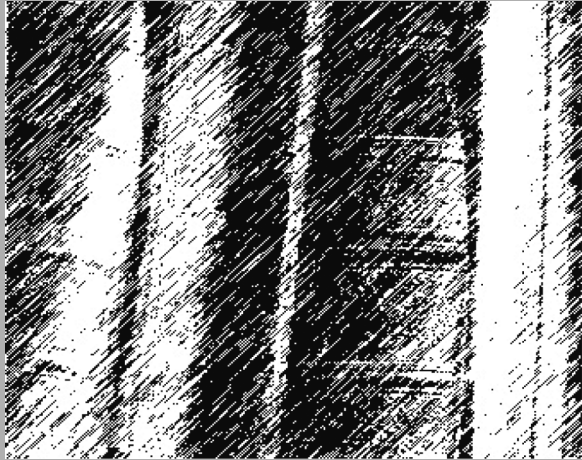
Chowanna Tom jubileuszowy, 39-46

---

2009

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej [bazhum.muzhp.pl](http://bazhum.muzhp.pl), gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.



WIESŁAW WALENTUKIEWICZ

## Logika modalna: analizy dla potrzeb dydaktyki

### **A modal logic: analyses for the purposes of didactics**

**Abstract:** This article takes a selective look at the importance of some concepts of modal logic to didactics. Classical logic, three-value logic and modal logic are chosen as the basis of considerations. The author mainly concentrates on modal interpretation of semantic terms: “necessity of referring”, “possible worlds” and “logical space”.

As may be expected it is suggested that modal concepts have an ethical meaning.

**Key words:** a classical, threevalue and modal logic, necessity and semantic interpretation of certain notions; possibility and possible worlds; the importance of modal logic in didactics; logical space; necessary meaning

Klasyczny rachunek zdaniowy opiera się na dwóch zasadach: zasadzie ekstensjonalności oraz zasadzie dwuwartościowości. Zgodnie z pierwszą zasadą wartość logiczna zdania złożonego jest wyznaczona na podstawie wartości logicznych zdań składowych. Natomiast druga zasada stwierdza, iż zdanie w sensie logicznym musi mieć jedną z dwóch wartości logicznych – prawdę lub fałsz. Zbudowanie przez Jana Łukasiewicza logiki trójwartościowej zachwiało zasadą ekstensjonalności i zasadą dwuwartościowości. Jego intuicje filozoficzne były następujące: możemy sformułować takie zdania, o których dzisiaj nie potrafimy powiedzieć, czy są prawdziwe czy fałszywe, choć zdania te mają ściśle określony sens. Możemy wyodrębnić zdania prawdziwe, fałszywe i te, które mogą być prawdziwe lub fałszywe, lecz ich wartość logiczna na razie nie jest znana. Zdaniem tym J. Łukasiewicz przyporządkował trzecią wartość logiczną –  $\frac{1}{2}$ . Jeśli z powyższych zdań wydzielimy zdania prawdziwe (lub fałszywe), to możemy podzielić je na zdania, które są zawsze prawdziwe (lub zawsze fałszywe), oraz na te, które mogą być prawdziwe (lub mogą być fałszywe). Zdanie „ $2 + 2 = 4$ ” zawsze jest prawdziwe (zdanie „ $2 + 2 = 5$ ” zawsze jest fałszywe), natomiast zdanie „Dzisiaj pada deszcz” może być prawdziwe (lub może być fałszywe) zależnie od tego, jaka jest pogoda. Jeśli uznamy, iż „bycie zawsze prawdziwym” stanowi pewną formę konieczności, a „możność bycia prawdziwym” jest pewną formą możliwości, wówczas dochodzimy do logiki modalnej, która odwołuje się do pojęć „konieczność” i „możliwość”.

W trójwartościowym rachunku zdań, w którym występują trójwartościowe funktory prawdziwościowe, można wprowadzić funktory modalne. Inaczej mówiąc, zbudowanie trójwartościowego rachunku zdań umożliwi badanie zdań modalnych, zdań o możliwości i konieczności. Logikę modalną otrzymujemy poprzez dodanie do stałych trójwartościowego rachunku zdaniowego dwóch funktorów zdaniotwórczych o argumentie zdaniowym zwanych modalnymi:

$M$ , który czytamy „jest możliwe, że ...”, np.  $Mp$  – „jest możliwe, że  $p$ ”;

$L$ , który czytamy „jest konieczne, że ...”, np.  $Lp$  – „jest konieczne, że  $p$ ”  
[w miejscu trzech kropek wstawiamy zdania, natomiast  $p$  jest zmienną przebiegającą zbiór zdań].

Funktor możliwości można tak zdefiniować:

$$Mp = \sim p \rightarrow p,$$

a funktor konieczności:

$$Lp = \sim(\sim p \rightarrow p).$$

Konieczność i możliwość są wzajemnie definiowalne:

$$Mp = \sim L\sim p,$$

$$Lp = \sim M\sim p.$$

Logika modalna bada pod względem poprawności te typy rozumowań, które opierają się na pojęciach „konieczność” i „możliwość”. Jest to najczęstsze i najwęższe pojmowanie logiki modalnej. Logika ta bada modalność aletyczną (dotyczy konieczności prawdziwości zdania). Niektórzy logikę modalną pojmują szerzej, zaliczając do niej modalność epistemiczną (dotyczy wiedzy koniecznej)

oraz modalność deontyczną (dotyczy obowiązku w kontekście konieczności). W niniejszym opracowaniu przyjęte zostało to obszerniejsze znaczenie. Powyższa charakterystyka dotyczy modalności *de dicto* – chodzi o modalność całych zdań. Jest też modalność *de re* – wówczas chodzi o modalność czasowników.

## Konieczność

Najczęściej mówi się o konieczności: logicznej (składniowej), analitycznej oraz metafizycznej (zob. też C r a i g, ed., 1998, Vol. 6, s. 421). Nie jest to podział wyczerpujący.

Pewne wyrażenia języka są koniecznie prawdziwe dzięki formie logicznej, niezależnie od treści słów. W tym przypadku chodzi głównie o tezy klasycznego rachunku zdaniowego (prawdy logiczne), np. modus tollens  $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \rightarrow \sim p$ .

Niektóre wyrażenia są koniecznie prawdziwe dzięki znaczeniom tworzących je słów. W tym przypadku chodzi głównie o definicje (prawdy analityczne), np. *kwadrat jest to prostokąt równoboczny*.

O tym, że pewne wyrażenia są koniecznie prawdziwe, decyduje z kolei to, że opisują one naturę, istotę rzeczy (prawdy esencjalne), np. *woda składa się z dwóch atomów wodoru i atomu tlenu*.

Przytoczone przykłady prawd koniecznych są dla niektórych kontrowersyjne. Z jednej strony koniecznościom esencjalnym można zarzucić to, iż samo podanie cech istotnych nie charakteryzuje w pełni danego rodzaju naturalnego. Woda musi być w stanie ciekłym. Płynność – cecha przygodna jest także ważna, szczególnie w codziennej identyfikacji. Z drugiej strony są zdania, które nie posiadają metafizycznej konieczności i mimo to nie są kontrowersyjne, np. „Warszawa była stolicą Polski w 2000 roku”.

Na potrzeby dydaktyki szczególnie istotne są konieczności semantyczne. Jednym z podstawowych pojęć semantycznych jest „oznacza”. W kontekście logiki modalnej będzie tu mowa o oznaczaniu koniecznym. Termin, który w ten sposób oznacza, nazywa się stałym desygnatorem (lub terminem sztywnym czy też ścisłym wyrażeniem oznaczającym). Zgodnie z poglądem H. P u t n a m a (1998, s. 119) można mówić o stałym desygnatorze, tzn. o terminie, który „oznacza [...] to samo indywiduum w każdym możliwym świecie, w którym ów desygnator coś oznacza”.

Współcześnie uznaje się, iż są trzy sposoby takiego oznaczania: na podstawie cech istotnych, dzięki aktowi chrztu i łańcuchowi przyczynowemu oraz w oparciu o dysjunkcję cech. Najczęściej podawanymi przykładami terminów sztywnych są nazwy niektórych rodzajów naturalnych – chodzi o pierwszy sposób oznaczania, oraz imiona własne – chodzi o drugi i trzeci sposób oznaczania.

W pierwszym przypadku (pierwsze stanowisko) mówimy, iż nazwa oznacza w sposób konieczny, jeśli odnosi się do swoich odniesień ze względu na cechy, które jej odniesienia posiadają w każdym możliwym świecie (K r i p k e, 1988, s. 116).

„Woda” może być terminem sztywnym, ponieważ oznacza w oparciu o cechy, które musi posiadać każda substancja w każdym możliwym świecie, jeśli tylko jest wodą (chodzi o posiadanie dwóch atomów wodoru i jednego atomu tlenu). Terminy te odnoszą się do swoich odniesień za pomocą opisów podających te właśnie cechy.

Drugi przypadek (drugie stanowisko) omówimy na podstawie imion własnych. S. Kripke (1988) np. uznaje, iż imiona własne nie zawsze prawidłowo odnoszą się do swoich odniesień za pomocą opisów. Natomiast odnoszą się prawidłowo na mocy aktu chrztu i łańcucha komunikacyjnego, który dociera do aktu chrztu lub innego aktu nadania imienia własnego. Kiedy nadamy imię własne określonej osobie, to odniesienie imienia jest przekazywane od osoby do osoby, od jednego użytkownika języka do innego. Imiona własne nie potrzebują znaczenia, aby ustalić swoje odniesienie. Odniesienie imion własnych jest zatem niezależne od tego, co kto sądzi lub myśli o danym obiekcie.

Czym charakteryzuje się taki akt chrztu? Dzięki aktom chrztu imiona własne są ścisłymi wyrażeniami oznaczającymi czy też stałymi desygnatorami, czyli oznaczają ten sam przedmiot w każdym możliwym świecie (Kripke, 1988, s. 51). Akt chrztu zapewnia stałe połączenie imienia z jego odniesieniem. Choć z imionami własnymi można wiązać pewne opisy (Kripke, 1988, s. 135), to jednak nie gwarantują one imionom własnym statusu stałego desygnatora. Nie zastępują bowiem imion własnych w każdym możliwym świecie. Takim ścisłym wyrażeniem jest nazwa „Arystoteles”, gdyż Arystoteles nie może nie być Arystotelesem, choć Arystoteles mógłby nie być np. uczniem Platona czy też nauczycielem Aleksandra Wielkiego, mógłby też nie nazywać się Arystoteles (zob. Kripke, 1988, np. s. 51, 64–65).

To, co mówi S. Kripke, wydaje się sugerować, że sam akt chrztu ustanawia związek bezpośredni oraz konieczny między imieniem własnym a osobą, której to imię nadano. Jego zdaniem żaden opis nie może być znaczeniem imienia własnego, mogłoby bowiem okazać się, że nie jest on prawdziwy o danym obiekcie.

Pośrednie stanowisko do dwóch poprzednich głosi J.K. Searle (1987), który uznaje, że choć pojedynczy opis może okazać się fałszywy o danym obiekcie (taki opis nie jest analitycznie prawdziwy o nim), to jednak dysjunkcja opisów, ustalonych przez naukowców lub powszechnie akceptowanych w danym społeczeństwie („opisowe tło”; Searle, 1987, s. 214) jest analitycznie prawdziwa o nim: „Koniecznym warunkiem, by jakiś przedmiot był Arystotelesem jest spełnienie przynajmniej jednego z tych opisów” (Searle, 1987, s. 212).

Imiona własne nie mają definicji słownych, w których wymienia się konieczne cechy, definicyjne cechy przedmiotu (w tym Searle zgadza się z drugim stanowiskiem), lecz nazwy własne są luźno powiązane z jakimś zbiorem cech, które to cechy tworzą znaczenie nazwy własnej (w tym Searle zgadza się z pierwszym stanowiskiem; Searle, 1987, s. 213).

## Możliwość

W celu omówienia pojęcia „możliwość” posłużymy się koncepcją „światów możliwych”. Można dowodzić, że to nasze wyobrażenia czy też wierzenia są czynnikiem sugerującym istnienie światów możliwych (Craig, ed., 1998, Vol. 7, s. 570). Świat na wiele sposobów mógłby być inny od tego, który istnieje. Modalna wiedza powstaje wokół wyobrażeń czy też wierzeń, że coś mogłoby być inne niż jest. Jeśli możemy pomyśleć, że np. Einstein mógłby być wybitnym muzykiem, czyli że możliwy jest taki świat, w którym Einstein byłby wspaniałym muzykiem. W tej sytuacji możemy myśleć o Einsteinie jako o osobie, która może istnieć w innym możliwym świecie i być wspaniałym muzykiem, choć takim nie był w naszym świecie.

Jeden z podstawowych problemów dotyczących światów możliwych związany jest z odpowiedzią na pytanie: Czym są te światy? Jedni łączą sumę światów możliwych z przestrzenią logiczną, inni nadają elementom świata możliwego realność i konkretność, a jeszcze inni utożsamiają te światy z konstrukcją naszego umysłu, która przejawia się w literaturze. Nie jest to podział ani rozłączny, ani wyczerpujący, ale ma za zadanie uzmysłowienie, z czym możemy kojarzyć światy możliwe.

Jeśli chodzi o łączenie wszystkich światów możliwych z przestrzenią logiczną, to omówimy ten problem w odniesieniu do koncepcji Wittgensteina, przedstawionej w *Tractatus logico-philosophicus*. Jego zdaniem przestrzeń logiczną wypełniają wszystkie możliwe połączenia przedmiotów prostych, w tym połączenia wykluczające się, np. *A jest zielone* i jednocześnie *A jest niebieskie* (pomiągam problem dotyczący przedmiotów prostych). Wittgenstein uznaje ponadto, iż każda realizacja połączeń pomiędzy przedmiotami prostymi musi spełnić pewien wymóg logiczny – w świecie nie jest możliwe jednoczesne występowanie połączeń wykluczających się (teza 6.751). Jeśli więc na przestrzeń logiczną nałożymy taki warunek – obiekty nie mogą posiadać odmiennych cech w tym samym czasie, to przestrzeń logiczna zostanie podzielona na zbiory możliwych światów, złożonych z absolutnie prostych i niezmiennych przedmiotów. Światy możliwe wówczas różniłyby się tym, że byłyby innymi związkami między tymi samymi prostymi przedmiotami.

Koncepcji tej można byłoby postawić następujący zarzut: pewne proste przedmioty mogą nie występować w jakimś świecie możliwym, choć mogą pojawić się w innych światach. Wówczas byłyby takie światy możliwe, w których nie pojawiałyby się możliwe połączenia nie dlatego, że istniałoby w nim wykluczające się połączenie, lecz dlatego, że pewien przedmiot prosty nie występowałby w nim.

Według drugiego rozumienia światów możliwych można pojmować je jako tak samo realne, jak nasz świat rzeczywisty (skrajny realizm). Nie ma jakościowej różnicy między obiektami w świecie aktualnym a obiektami w świecie możliwym. Ujęcie to ma tę wadę, że dopuszcza istnienie jednorozców czy też

duchów, a to sprzeciwia się naszemu potocznemu mniemaniu – realnie istnieją tylko te przedmioty, które istnieją w aktualnym świecie. Natomiast trudno jest zaakceptować tezę skrajnych realistów, że istnieją, choć nieaktualnie, nie w naszym świecie jednorożce czy też duchy. Światy możliwe to nie tylko takie połączenia między przedmiotami istniejącymi w naszym świecie, które spełniają wymóg niewystępowania połączeń wykluczających się oraz mogą nie pojawiać się w świecie aktualnym, lecz światy możliwe mogą składać się z przedmiotów nieistniejących w świecie aktualnym.

Jeszcze szersze jest trzecie stanowisko, które głosi, iż między przedmiotami mogą występować połączenia wykluczające się. Często w powieściach zdarza się, że przedmioty mają jednocześnie odmienne cechy, np. Sherlock Holmes ma raz bliźnię na lewym policzku, raz na prawym. Jeśli będziemy utożsamiać światy możliwe z powieściami (zob. C r a i g, ed., 1998, Vol. 7, s. 571–572), to musimy uznać, iż w światach możliwych przedmioty mogą posiadać cechy wykluczające się.

Omówione tu przykłady rozumienia światów możliwych oddają nasze różne rozumienie możliwości: możliwe są jedynie połączenia pomiędzy przedmiotami istniejącymi w świecie aktualnym, które spełniają wymóg logiczny – nie mogą jednocześnie pojawić się połączenia wykluczające się; albo możliwe są połączenia między przedmiotami, które nie muszą istnieć w świecie aktualnym, przy czym połączenia te muszą także spełnić wymóg logiczny; albo w końcu możliwe są połączenia przedmiotów, które nie spełniają wymogu logicznego. Dla dwóch ostatnich przypadków nie można postawić zarzutu niezrozumienia – nasz język jest takim narzędziem, za pomocą którego możemy mówić o rzeczach nieistniejących i nikogo to specjalnie nie dziwi. Dla zrozumienia zdania nie jest wymagane, aby istniało odniesienie w świecie aktualnym dla każdej jego części składowej. Kiedy mówimy, że „Pewien uczony szuka śladów jednorożca”, mimo iż jednorożce nie istnieją (tak się powszechnie utrzymuje), każdy z nas rozumie to zdanie. Podobnie każdy z nas czyta ze zrozumieniem powieść Sir Arthura Conan Doyle'a, mimo że pojawiają się tam wykluczające się opisy obiektów.

### Jakie są z tych rozważań wnioski dla dydaktyki?

Przedstawimy niektóre tylko wnioski. Po pierwsze (aspekt psychologiczny i językowy), cechą umysłu ludzkiego jest myślenie modalne, a terminy modalne, takie jak „konieczność” i „możliwość” funkcjonują w języku potocznym. Aby móc w pełni te pojęcia zrozumieć, należy je omówić w ramach logiki modalnej. Logika bowiem powinna uczyć sprawnego myślenia i działania. Skoro nikt nie kwestionuje potrzeby nauczania logiki, w tym logiki formalnej, na studiach uniwersyteckich, jako istotnego elementu w rozwoju intelektualnym młodych ludzi, to nikt nie będzie też kwestionować potrzeby uczenia logiki modalnej. Współczesne badania logiczne uzmysłowiły nam wagę pojęć modalnych we właściwym zrozumieniu funkcjonowania języka i umysłu ludzkiego. Wyniki tych

badania powinny być przedstawione studentom, aby zrozumieli rolę pojęć modalnych, a potem w praktyce dydaktycznej je wykorzystywali. W ramach logiki modalnej nadaje się nową interpretację pewnym terminom semantycznym, takim jak „oznaczanie” i „prawdziwość zdania” (zdanie jest koniecznie prawdziwe, jeśli jest prawdziwe w każdym możliwym świecie). Zrozumienie tych terminów w kontekście modalnym pozwala lepiej i skuteczniej posługiwać się nimi podczas wyrażania myśli.

Po drugie (aspekt teoriopoznawczy), logika modalna pozwala odróżniać zdania prawdziwe w każdym kontekście od zdań prawdziwych jedynie w pewnym kontekście. Ma to zalety dydaktyczne. Pozwala młodym ludziom odkrywać różnice między zdaniami matematyki a zdaniami teorii przyrodniczych. Są to dwa różne sposoby uprawiania nauki.

Po trzecie (aspekt etyczny), w ramach logiki modalnej twierdzi się, że istnieją pewne terminy, które mają stałe odniesienie – to samo odniesienie w każdym możliwym świecie. Jest to ważny element w procesie dydaktycznym. Trudno przeceniać rolę, jaką odgrywają pojęcia o stałym znaczeniu. Wiara w istnienie absolutnego dobra, piękna czy też prawdy kieruje i kierowała badaniami wielu uczonych. Przedstawiciele nauk przyrodniczych poszukiwali i poszukują podstawowych praw przyrody czy podstawowych składników świata. O tym, jak ważne w życiu codziennym czy też w procesie dydaktyki są stałe zasady moralne, nikt nie trzeba przekonywać.

Po czwarte (aspekt socjologiczny), logika modalna zwraca uwagę na istnienie innych światów możliwych. Takimi innymi światami są inne kultury, inne zwyczaje i zachowania. Skoro istnieją te inne światy, należy je szanować. Kształtowanie u młodych ludzi tolerancji jest czymś niezmiernie ważnym.

## Podsumowanie

Celem tegoż opracowania było przekonanie pedagogów o ważności niektórych pojęć logiki modalnej w procesie dydaktycznym. Jeśli uwagi te pomogą pedagogom w ich pracy, to wyznaczony cel zostanie osiągnięty. Chodziło nie tyle o zwrócenie uwagi na specyficzne pojęcia logiki modalnej, ile na to, że pewne terminy można inaczej rozumieć na jej gruncie. W tekście przede wszystkim skupiliśmy się na modalnej interpretacji terminów semantycznych.

## Bibliografia

- Craig E., ed., 1998: *Routledge Encyclopedia of Philosophy*. Vol. 6, 7. London–New York.  
Kripke S., 1988: *Nazywanie i konieczność*. Warszawa.



- Mill J.S., 1962: *System logiki dedukcyjnej i indukcyjnej*. T. 1–2. Tłum. Cz. Znamierowski. Warszawa.
- Putnam H., 1998: *Wiele twarzy realizmu i inne eseje*. Warszawa.
- Searle J.K., 1987: *Czynności mowy*. Warszawa.
- Wittgenstein L., 1970: *Tractatus logico-philosophicus*. Tłum. B. Wolniewicz. Warszawa.