Michał Heller

Granice czasu, przestrzeni i prawdopodobieństwa

Filozofia Nauki 16/3/4, 7-17

2008

Filozofia Nauki
Rok XVI, 2008, Nr 3-4(63-64)

Michał Heller

Granice czasu, przestrzeni i prawdopodobieństwa

1. WPROWADZENIE

To, że nasze życie rozgrywa się w czasie i przestrzeni jest truizmem, ale rzadko zwracamy uwagę na fakt, że nasze życie jest utkane z prawdopodobieństw. Spójrzmy na dowolnie wybrany przeżyty dzień, choćby dzień wczorajszy. Ile w nim przypadków, wydarzeń, które stały się, choć nie musiały się stać? Większości z nich nawet nie zarejestrowaliśmy w naszej świadomości. Na przykład, ilu wczoraj ludzi mijaliśmy na ulicy? Ilu z nich nigdy więcej nie spotkamy? A ile ważnych wydarzeń w naszym życiu zawdzięczamy „zbiegowi okoliczności"? Areną naszego życia jest nie tylko czasoprzestrzeń, lecz w nie mniejszym stopniu także przestrzeń prawdopodobieństw.

Warto więc zapytać, jaki jest status ontologiczny czasu, przestrzeni i prawdopodobieństwa. Wiemy już dziś, że czas i przestrzeń nie są kategoriami *a priori*, lecz są głęboko uwikłane w strukturę Wszechświata. A jak jest z prawdopodobieństwem? Czy jest ono kategorią aprioryczną? Jeżeli zachodzi zdarzenie, o którym z góry wiadomo, że jest bardzo prawdopodobne, nie staramy się go „usprawiedliwić", ale zdarzenia mało prawdopodobne, które jednak się zdarzają, budzą w nas niepokój poznawczy. A więc przynajmniej *implicite* zakładamy, iż duże prawdopodobieństwo ma „moc wyjaśniającą". Ale czy to nie jest złudzenie, wynikające z naszego zanurzenia w makroskopowym świecie, podobnie jak złudzeniami okazało się traktowanie czasu i przestrzeni jako apriorycznych kategorii?

Jedyną drogą do znalezienia odpowiedzi na to pytanie jest możliwie głębokie wniknięcie w teorie współczesnej fizyki, zwłaszcza te, które starają się zrekonstruować najbardziej podstawowe warstwy struktury świata. Tzw. teorii ostatecznej dziś jeszcze nie mamy, ale współczesne metody jej poszukiwań także wiele mogą nam ujawnić. To jest właśnie celem niniejszego studium. Zajmiemy się w nim triadą:

czas, przestrzeń, prawdopodobieństwo. Te trzy pojęcia wydają się szczególnie silnie ze sobą powiązane. Można by do nich dołączyć jeszcze kilka innych, np. materia i przyczynowość, ale trzeba to odłożyć do innej okazji.

2. KU POJĘCIOWEJ REWOLUCJI

Od dawna podejrzewaliśmy, że czas i przestrzeń są ze sobą powiązane, ale dopiero teoria względności przekonała nas o tym ostatecznie. Czy jednak prawdopodobieństwo nie jest do tej pary pojęć dołączone nieco sztucznie? Szczególna teoria względności z prawdopodobieństwem nie ma nic wspólnego. Wprawdzie skończona prędkość światła narzuca pewne ograniczenia na rozprzestrzenianie się zależności przyczynowych, ale w teorii tej wszystko dzieje się deterministycznie. Ogólna teoria względności wzbogaca obraz, wprowadzając do akcji krzywiznę czasoprzestrzeni, co sprawia, że obszar kontrolowany przez warunki początkowe może nie obejmować całej czasoprzestrzeni, ale i tu pojęcie prawdopodobieństwa nie znajduje zastosowania.

Sytuacja zmienia się drastycznie w mechanice kwantowej. Wprawdzie czas zachowuje swój klasyczny charakter, po prostu płynie jednowymiarowo, ale gdy chcemy przy pomocy pomiaru zlokalizować cząstkę elementarną w przestrzeni, ocena prawdopodobieństw staje się obowiązującą strategią. Po wykonaniu pomiaru wiemy gdzie cząstka się znajdowała, ale pomiar urzeczywistnia to, co przedtem było tylko prawdopodobne — najczęściej, ale nie zawsze, to co było najbardziej prawdopodobne.

Dlaczego w mechanice kwantowej przestrzeń wchodzi w grę z prawdopodobieństwami, a czas pozostaje klasyczny? Czy jest to trudność techniczna, czy podstawowa? Gdy Diracowi udało się w końcu zespolić szczególną teorię względności z mechaniką kwantową, narodziła się elektrodynamika kwantowa. Rozgrywa się ona na płaskiej czasoprzestrzeni Minkowskiego, ale uzupełnia ją o cały probabilistyczny aparat związany z kwantowaniem pola elektromagnetycznego. Punkty czasoprzestrzeni zachowują swoją indywidualność, ale uczestniczą w grze prawdopodobieństw, jakiej wymaga strategia kwantowych pomiarów. Dotychczas jednak nie udało się włączyć w tę grę zmiennej geometrii czasoprzestrzeni, czyli pola grawitacyjnego, które ze swej natury odkształca czasoprzestrzeń. Kwantowa probabilistyka i dynamika czasoprzestrzeni pozostają niezależnymi od siebie obszarami dociekań natury Wszechświata. Trudno jednak przypuścić, by w strukturze Wszechświata istniało „ontologiczne pęknięcie”, sankcjonujące całkowitą niezależność dwu teorii modelujących dwa tak podstawowe aspekty tego samego Wszechświata. Możemy jedynie zgodzić się z tym, że są to tylko dwie drogi stopniowego dochodzenia do jednej, fundamentalnej teorii kosmicznej struktury.

Istnieje powszechna zgoda fizyków, że tą fundamentalną teorią będzie kwantowa teoria grawitacji.[1] Nieograniczoność zasięgu siły grawitacyjnej gwarantuje, że to

[1] Powszechność tej zgody nie wyklucza istnienia pojedynczych głosów przeciwnych.

właśnie ona jest odpowiedzialna za kształtowanie struktury Wszechświata w jego największej skali. Jej związek z geometryczną strukturą czasoprzestrzeni, ustalony przez ogólną teorię względności, sugeruje, że musi ona odgrywać istotną rolę w wyłanianiu się czasu i przestrzeni (znanych nam z fizyki klasycznej) z poziomu podstawowego. A istnienie supergęstego stanu początkowego obecnego Wszechświata stwarza obszar, w którym natężenie pola grawitacyjnego jest porównywalne z natężeniem innych pól fizycznych, co pociąga za sobą konieczność skwantowania grawitacji.

Jak wiadomo, istnieje dziś kilka teorii (lub lepiej — kilka rodzin teorii) pretendujących do stania się — po odpowiednich przeobrażeniach — poszukiwaną teorią kwantowej grawitacji. Może nawet lepiej niż o teoriach mówić o różnych metodach zmierzania do celu — metodach, jakie te teorie wypracowują. A trzeba dodać, że teorie te mogą się poszczycić niemałymi osiągnięciami w wypracowywaniu niekiedy bardzo wyrafinowanych narzędzi matematycznych, które stanowią osiągnięcie samo w sobie. Wymieńmy przynajmniej najważniejsze z tego rodzaju teorii: teoria superstrun wraz z jej najnowszym wcieleniem — M-teorią, teoria pętli kwantowych, teorie oparte na geometrii nieprzemiennej i grupach kwantowych, tzw. topologiczna teoria kwantowej grawitacji. Wyniki przynajmniej niektórych z tych teorii wydają się zbieżne. Niewykluczone, że okażą się one czymś w rodzaju różnych przybliżeń tej samej struktury.[2]

Z powyższego, z konieczności dość pobieżnego, przeglądu problematyki wynika, że w drogę do ostatecznej teorii głęboko uwikłane są pojęcia przestrzeni, czasu i prawdopodobieństwa. Pojęcie jest uwikłane w jakiś proces, jeżeli wraz z tym procesem ulega przemianom. Częściowe wyniki, już osiągnięte na drodze do ostatecznej teorii, zdają się wskazywać, że jeżeli pojęcia czasu, przestrzeni i prawdopodobieństwa znajdą się w tej teorii, to ukażą tam oblicze odmienne od tego, do którego przyzwyczailiśmy się w makroskopowym świecie. Stworzenie teorii ostatecznej na pewno będzie się łączyło z daleko idącą rewolucją pojęciową. Trudno sobie wyobrazić, by tego rodzaju pojęciowa rewolucja nie wywarła znacznego wpływu na różne dziedziny filozofii. Celem tego eseju jest przygotowanie się na spodziewane przemiany. Oczywiście, nie sposób ich dokładnie przewidzieć; wszystkie rewolucje mają to do siebie, że są zaskakujące. Znajdujemy się już jednak na takim etapie drogi, że jesteśmy w stanie przynajmniej oswoić się z możliwością zaskoczeń. Oswojenie to będzie tym skuteczniejsze, im mniej w dalszych rozważaniach będziemy zagłębiać się w treści współczesnych teorii, skupiając się raczej na metodach, którymi się one posługują. W metodach bowiem znajdują się zalążki przyszłych osiągnięć. By nie pozostać na poziomie ogólnikowym, będę musiał oczywiście sięgnąć do przykładów (lub przynajmniej mieć na myśli konkretne przykłady) i jest rzeczą zrozumiałą, że

[2] W ten sposób powtórzyłaby się historia powstania mechaniki kwantowej, kiedy to różne wczesne modele okazały się przybliżeniami tej samej teorii, stworzonej potem przez Schrödingera, Heisenberga i Diraca.

będą to przykłady zaczerpnięte z tego, co znam najlepiej, a więc z mojej własnej pracy badawczej. Będę je jednak traktować wyłącznie jako przykłady, tzn. jako wskaźniki ogólniejszych prawidłowości, a nie jako wyniki same w sobie.

3. ALGEBRAIZACJA

Gdy z bliska przygląda się rozwojowi metod matematycznych współczesnej fizyki, uderza ich algebraizacja. Dokonuje się ona w narzędziowym aparacie obydwu wielkich teorii fizycznych, które mają się stać — być może po odpowiednich przeobrażeniach — przybliżeniami poszukiwanej teorii ostatecznej.

Już od dość dawna wiadomo, że geometrię różniczkową można uprawiać na dwa sposoby: albo, tradycyjnie, posługując się współrzędnymi na danej przestrzeni, albo, bardziej współcześnie, pracując z rodziną funkcji gładkich na tej przestrzeni. Przy czym istotną okolicznością jest to, że rodzina ta posiada pewne własności, które kwalifikują ją jako *algebrę* (mówi się więc o algebrze funkcji gładkich na danej przestrzeni). Oba sposoby są w zasadzie równoważne, ale sposób tradycyjny jest bardziej skuteczny w rachunkach, natomiast sposób algebraiczny lepiej uwydatnia globalne własności przestrzeni i jest bardziej podatny na uogólnienia. Pierwsze algebraiczne przedstawienie ogólnej teorii względności zawdzięczamy Robertowi Gerochowi.[3] Potem nastąpiły inne prace.

Każdy wie, że przestrzeń składa się z punktów. Punkty identyfikuje się przez podanie ich współrzędnych, ale współrzędne nie są „wewnętrzną" cechą danego punktu, lecz zależą od wyboru układu współrzędnych i jeżeli układ współrzędnych zostanie wybrany niewłaściwie, może to prowadzić do rozmaitych, niekiedy trudnych do rozwikłania, patologii. W podejściu algebraicznym punkt identyfikuje się przez wyodrębnienie wszystkich funkcji gładkich, które zerują się w danym punkcie. I znowu, funkcje takie mają pewne własności, dzięki którym zasługują na miano maksymalnych ideałów danej algebry. Maksymalne ideały można więc traktować zamiennie z punktami. Jest to piękny przykład algebraizacji pojęć geometrycznych. Proces algebraizacji geometrii rozpoczął już Kartezjusz, tworząc geometrię analityczną. W nowoczesnym ujęciu język algebraiczny ma tę wyższość nad tradycyjnym językiem geometrii, że jest niezależny od wyboru układu współrzędnych. Daje więc lepszy wgląd w „naturę rzeczy".

Do mechaniki kwantowej metody algebraiczne wtargnęły znacznie wcześniej i bardziej radykalnie niż do geometrii czasoprzestrzeni. W standardowym ujęciu tej fizycznej teorii stany układu kwantowego są modelowane przez elementy przestrzeni Hilberta, natomiast własności obserwowalne (obserwable) przez operatory (hermitowskie) działające na tej przestrzeni. Okazuje się, że sytuację tę można do pewnego stopnia odwrócić i nieco uogólnić. Dowodzi się, że (ograniczone) operatory na przestrzeni Hilberta posiadają strukturę algebry, z pewnymi dodatkowymi właściwościa-

[3] R. Geroch, „Einstein Algebras", Comm. Math. Phys. 26, 1972, 271-275.

mi, dzięki którym nazywa się ją C^*-algebrą (czytaj: „algebrą C z gwiazdką"); łączy ona w sobie własności algebraiczne z pewnymi własnościami ciągłości. Jeżeli przyjmiemy, że (hermitowskie) elementy C^*-algebry odpowiadają obserwablom, to konsekwentnie trzeba przyjąć, że stany układu kwantowego są modelowane przez funkcjonały na tej algebrze. Tego rodzaju algebraiczne ujęcie mechaniki kwantowej jest nieco ogólniejsze od ujęcia tradycyjnego, dzięki czemu nadaje się do opisu pól kwantowych z nieskończoną liczbą stopni swobody, gdzie metoda tradycyjna zawodzi.

Wśród C^*-algebr istnieje pewna szczególnie ważna klasa algebr, zwanych algebrami von Neumanna. O ile C^*-algebry można uznać za algebraiczny odpowiednik pojęcia przestrzeni z ciągłością, o tyle algebry von Neumanna (z jednością) odpowiadają pojęciu przestrzeni z miarą. Jak wiadomo, w matematyce prawdopodobieństwo (w sensie Kołmogorowa) definiuje się jako przestrzeń miary „unormowaną do jedności", tzn. taką przestrzeń, dla której suma miar wszystkich mierzalnych podzbiorów tej przestrzeni równa się jedności. Okazuje się, że analogiczny warunek można sformułować dla algebr von Neumanna. „Unormowaniu do jedności" odpowiada wyróżnienie pewnego stanu na algebrze von Neumanna. Przypomnijmy, że stanem na algebrze (z jednością) nazywamy funkcjonał na tej algebrze, który jest dodatni i który na jednostkowym elemencie algebry przyjmuje wartość jeden. Są to własności analogiczne do własności zwykłej miary prawdopodobieństwa. Stąd też algebraicznym odpowiednikiem przestrzeni prawdopodobieństwa jest para (M, φ), gdzie M jest przestrzenią von Neumanna, a φ wyróżnionym stanem na niej.[4]

Mechanika kwantowa jest z natury teorią probabilistyczną. Pojęcie kwantowego prawdopodobieństwa, i jego stosunek do pojęcia klasycznego, było przedmiotem wielu dyskusji. Dziś wiadomo — głównie dzięki ujęciu algebraicznemu — że kwantowa teoria prawdopodobieństwa jest uogólnieniem klasycznej teorii prawdopodobieństwa (Kołmogorowa). Właśnie algebry von Neumanna (z odpowiednimi stanami) kodują w sobie probabilistyczne własności mechaniki kwantowej, które stwarzają tyle trudności interpretacyjnych.[5]

4. PROBLEMY Z CZASEM I PRZESTRZENIĄ

Dzięki ujęciu algebraicznemu własności probabilistyczne elegancko wpisały się w strukturę mechaniki kwantowej. A co z przestrzenią i czasem? C^*-algebry i algebry von Neumanna (które także są C^*-algebrami) nie mają bezpośredniego związku z przestrzenią i czasem. Są to algebry operatorów, działających na przestrzeniach Hilberta. Przestrzenie Hilberta mogą mieć różne reprezentacje i tylko tzw. reprezentacja położeniowa odnosi się bezpośrednio do trójwymiarowej przestrzeni. Obser-

[4] Zwykle przyjmuje się, że jest to stan wierny i normalny.

[5] Warto podkreślić, że są to tylko trudności interpretacyjne. Fakt, że istnieje ścisła struktura matematyczna kodująca te własności, gwarantuje, że z logicznego punktu widzenia wszystko jest w porządku.

wable, reprezentowane przez hermitowskie elementy odpowiednich C^*-algebr podlegają dynamice, a dynamika zależy od czasu, ale i tu sytuacja różni się od tej, jaką znamy z mechaniki klasycznej. Dynamikę kwantową można bowiem opisać albo w ten sposób, że operatory zmieniają się w czasie, a stany kwantowe nie zależą od czasu (obraz Schrödingera), albo w ten sposób, że operatory są niezmienne, a ewoluują stany (obraz Heisenberga).[6]

Wygląda więc na to, że klasyczny czas i klasyczną przestrzeń trudniej jest wydobyć ze struktury mechaniki kwantowej niż jej własności probabilistyczne. Sądzę, że tu właśnie leży główne źródło interpretacyjnych trudności mechaniki kwantowej. Wszystkie pomiary wielkości fizycznych, na których opiera się mechanika kwantowa, są wykonywane w określonym miejscu i w określonej chwili czasu i z tej naszej makroskopowej zależności od czasu i przestrzeni nie potrafimy się wyzwolić, natomiast w strukturze mechaniki kwantowej zależności czasoprzestrzenne są dalekie od przejrzystości. Może nawet mocniej: niewykluczone, że w świecie kwantów czasu i przestrzeni w ogóle nie ma lub przynajmniej nie ma w takim sensie, do jakiego jesteśmy przyzwyczajeni. Mówiąc obrazowo, niewykluczone, że cząstki elementarne nie żyją w przestrzeni i czasie, a jedynie my, niejako siłą, narzucamy im nasze czasoprzestrzenne kategorie. Za takim wnioskiem przemawiałyby różne tzw. nielokalne zjawiska w mechanice kwantowej (doświadczenia typu EPR, doświadczenia z opóźnionym czasem, teleportacja…).

5. OD METOD PRZEMIENNYCH DO NIEPRZEMIENNYCH

Moje dotychczasowe rozważania dotyczyły roli czasu, przestrzeni i prawdopodobieństwa w dobrze już dziś ustalonych teoriach fizycznych. A jakie są nasze przewidywania pod tym względem, dotyczące poszukiwanej teorii fundamentalnej? Filozofa ostatecznie interesuje przecież nie tyle stan naszej obecnej wiedzy, ile raczej to, jaki jest świat, a mamy powody sądzić, że teoria fundamentalna (biorąc pod uwagę wszystkie metodologiczne uwarunkowania naukowych teorii) powie nam coś ważnego o strukturze świata, będzie więc miała pewien walor ontologiczny. Nasze obecne poszukiwania teorii fundamentalnej, choć ciągle jeszcze dalekie od ostatecznego sukcesu, są jednak na tyle zaawansowane, że warto na ten temat się zastanawiać. Zgodnie jednak z założeniem moich rozważań, zwrócę uwagę nie tyle na poszczególne modele lub koncepcje, ile raczej na zagadnienia kryjące się w metodach, które — jak sądzimy — prowadzą do celu.

Historia fizyki wskazuje, że wielkie teorie są uogólnieniami teorii poprzednich. Znaczy to, że teoria następna wyjaśnia wszystkie efekty empiryczne wyjaśniane przez poprzednią teorię i że jej matematyczna struktura w przypadku granicznym (różnie zresztą rozumianym) prowadzi do matematycznej struktury teorii poprzed-

---

[6] Możliwa jest także sytuacja pośrednia, kiedy zmienność jest częściowo w operatorach, a częściowo w stanach (obraz Tomanagi).

niej. W poszukiwaniu teorii fundamentalnej posługujemy się tego rodzaju strategią. Przejście graniczne do starej teorii (gdy wiadomo, o jaki typ przejścia chodzi) jest zabiegiem jednoznacznym, podczas gdy zabieg odwrotny, poszukiwanie matematycznej struktury ogólniejszej od danej, na ogół jest daleki od jednoznaczności[7]. W braku wyraźnych sugestii ze strony empirii musimy kierować się wyczuciem ekonomii i elegancji matematycznej. Najtrudniejsze problemy tkwią zwykle w technicznych szczegółach, ale w matematyce często jest tak, że — mimo tych technicznych trudności — główne kierunki uogólnień są dość wyraźnie widoczne. Istnieje pewna logika rozwoju struktur, która niemal dyktuje następny krok. Choć niekiedy trzeba włożyć niemało wysiłku, by tę logikę odróżnić od własnych, często zawodnych, intuicji.

Od dawna wiadomo, że za dziwne (w porównaniu z mechaniką klasyczną) własności mechaniki kwantowej odpowiedzialne są nieprzemienności algebr operatorowych z nią związanych. Na przykład słynne relacje nieoznaczoności Heisenberga są prostą konsekwencją nieprzemienności odpowiednich par operatorów (np. operatorów położenia i pędu). Wiadomo dziś także, że różne własności tzw. stanów splątanych wynikają z nieprzemienności odpowiednich algebr (lub podalgebr) von Neumanna, a jeżeli przetłumaczyć nierówności Bella na język algebraiczny, to wyraźnie widać, że ich łamanie zależy od tego, czy któraś z podalgebr von Neumanna jest nieprzemienna.[8]

Algebry nieprzemienne są naturalnym uogólnieniem algebr przemiennych; co więcej, nieprzemienność może być silniejsza lub słabsza.[9] Algebry nieprzemienne pojawiają się w różnych programach poszukiwania teorii fundamentalnej, a wręcz dominują scenę w programach tzw. geometrii nieprzemiennej i grup kwantowych. Można zatem zasadnie przypuszczać, że przyszła teoria fundamentalna będzie nosić na sobie cechy wymuszone przez stosowanie w niej metod nieprzemiennych. W dalszym ciągu omówię dwie takie cechy: nielokalność i charakter probabilistyczny.

6. GRANICE CZASU I PRZESTRZENI

Już ogólna teoria względności nauczyła nas, że czasoprzestrzeni nie można traktować jako sztywnej sceny, na której rozgrywają się fizyczne procesy. Geometria czasoprzestrzeni stanowi aspekt pola grawitacyjnego, które jest jednym z pól fizycz-

---

[7] Niekiedy mówi się o deformacji danej struktury do struktury ogólniejszej. Teoria deformacji struktur jest interesującym działem współczesnej matematyki.

[8] Por. np. M. Rédei, S. J. Sammers, „Quantum Probability Theory", Studies in History and Philosophy of Modern Physics, 38, 2007, 319-417, rozdz. 7.

[9] Zbiór elementów algebry nieprzemiennej, które mnożą się ze wszystkimi elementami algebry w sposób przemienny, nazywa się centrum tej algebry. Im mniejsze centrum, tym silniejsza nieprzemienność. Jeżeli centrum pokrywa się z całą algebrą, mamy algebrę przemienną; jeżeli dana algebra ma centrum zerowe, jest maksymalnie nieprzemienna.

nych i nie widać powodu, by było traktowane inaczej niż inne pola. Jeżeli tak, to w zunifikowanej teorii winno pojawiać tak jak inne pola. Dlatego jednym z najczęstszych postulatów poszukiwaczy teorii ostatecznej jest żądanie, by teoria ta była wolna od „czasoprzestrzennego podłoża" czy w ogóle od jakiegokolwiek „podłoża" (*background free*). Podłoże takie winno się wyłaniać, na zasadzie „wewnętrznych mechanizmów teorii", wraz z procesem wyłaniania się znanej fizyki z fizyki poziomu fundamentalnego.

Pojawia się tu stary problem Parmenidesa. Najekonomiczniej byłoby na początku nie przyjmować nic. Ale dosłownie z niczego (bez przyjmowania jakichkolwiek praw fizyki) nawet najbardziej egzotyczne teorie fizyczne nie są w stanie wyprodukować niczego. Te „nawet najbardziej egzotyczne teorie" już są „czymś", co na początku należy przyjąć. Trzeba więc uciec się do jakiegoś „archaicznego elementu" (*arche*), możliwie najprostszego, z którego dałoby się wyprowadzić, kolejnymi przejściami fazowymi, całe bogactwo świata. Jeszcze w latach siedemdziesiątych zeszłego stulecia John Archibald Wheeler tego rodzaju *arche* nazwał pregeometrią i w jednym ze swoich pomysłów propagował myśl, że *arche* jest po prostu elementarnym rachunkiem zdań lub zbiorem elementarnych bitów informacji. Idee te nie wyszły poza obszar dość mglistych pomysłów. Znacznie bardziej matematycznie opracowana jest myśl, że rolę pregeometrii odgrywa geometria nieprzemienna. Myśl ta jest uwikłana w kilka programów poszukiwania teorii fundamentalnej, ale została także skonkretyzowana w kilku roboczych modelach. Przyjrzyjmy się jej nieco bliżej.

Poziom fundamentalny byłby więc modelowany przez jakąś algebrę nieprzemienną. Załóżmy, że byłaby to algebra von Neumanna.[10] Algebry takie w zasadzie nie mają ideałów maksymalnych, czyli nie składają się z punktów.[11] Jak pisze A. Lesniewski, „pojęcie punktu w nieprzemiennej przestrzeni jest często sprzeczne samo w sobie".[12] Co więcej, w tego rodzaju „przestrzeniach" sens mają tylko pojęcia globalne. Na przykład, pojęcie wektora jako pojęcie lokalne jest w nich pozbawione sensu, natomiast mogą w nich istnieć uogólnione odpowiedniki pól wektorowych. Nasza wyobraźnia ma wyraźne kłopoty z radzeniem sobie z tego rodzaju przestrzeniami, ale struktury matematyczne nie znają takich ograniczeń.

Dotychczas była to czysta matematyka. Jej zastosowanie do (roboczej ciągle) teorii fundamentalnej prowadzi do natychmiastowych wniosków. Jeżeli poziom fundamentalny jest istotnie modelowany przez jakąś odpowiednio nieprzemienną algebrę, to nie mogą w nim istnieć czas i przestrzeń (w ich zwykłym znaczeniu). Prze-

[10] Ale rozważa się także inne algebry, np. algebry Hopfa.

[11] Nawet jeżeli, w raczej wyjątkowych przypadkach, ideały maksymalne istnieją, nie odpowiadają one punktom w zwykłym znaczeniu, np. punkty mogą mieć wewnętrzną strukturę, por.: T. Masson, *Géométrie non commutative et applications à la théorie des champs*, preprint ESI 296, 1996, s. 95.

[12] A. Lesniewski, „Noncommutative Geometry", Notices of American Mathematical Society, 44, 1997, 800-805.

strzeń składa się bowiem z punktów, a czas z punktowych chwil, musiałyby więc odpowiadać im maksymalne ideały danej algebry, a ich po prostu nie ma.

Nie znaczy to jednak, że na poziomie fundamentalnym nic się nie dzieje (bo nie ma czasu). W przestrzeniach nieprzemiennych można określić dynamikę (w uogólnionym sensie), wykorzystując odpowiednie strategie algebraiczne.[13]

Oczywiście czas i przestrzeń muszą wyłaniać się w odpowiednim przejściu granicznym, tak by na niższych poziomach energetycznych otrzymać znaną fizykę. Istnieje kilka takich sposobów. Na przykład, w pewnych przypadkach odpowiednie uśrednienie elementów danej algebry nieprzemiennej prowadzi do przemiennych algebr z dobrze określonymi maksymalnymi ideałami.

7. GRANICE PRAWDOPODOBIEŃSTWA

Należy się więc poważnie liczyć z tym, że pojęcie czasu i przestrzeni (w ich zwykłym rozumieniu) nie pojawiają się na poziomie fundamentalnym. A co z pojęciem prawdopodobieństwa? Sytuacja pod tym względem wygląda zupełnie inaczej. Jak pamiętamy, nieprzemiennym odpowiednikiem przestrzeni probabilistycznej jest para (M, φ), gdzie M jest przestrzenią von Neumanna, a φ stanem na niej, przy czym stan φ jest odpowiednikiem miary probabilistycznej. W przypadku przemiennym (czyli w zwyczajnym rachunku prawdopodobieństwa) istnieje w zasadzie jedna, matematycznie interesująca miara (miara Lebesgue'a), podczas gdy w przypadku nieprzemiennym istnieje wiele nierównoważnych miar (wiele „matematycznie interesujących" stanów na algebrze von Neumanna), a co za tym idzie, wiele różnych „rachunków prawdopodobieństwa".

Fakt ten ma doniosłą konsekwencję filozoficzną. Jesteśmy bowiem skłonni absolutyzować (zwykły) rachunek prawdopodobieństwa. Jeżeli zachodzą zdarzenia o względnie dużym prawdopodobieństwie, np. jeżeli przy wielokrotnym rzuceniu kostką każdy wynik otrzymujemy mniej więcej 1/6 razy, uważamy, że wszystko jest w porządku i nie pytamy o rację uzyskiwania takich wyników. Jeżeli natomiast zachodzi zdarzenie o małym prawdopodobieństwie, na przykład jeżeli dziesięć razy z rzędu w rzucaniu kostką wypada szóstka, pytamy o przyczynę takiego stanu rzeczy. Podejrzewamy na przykład, że kostka została sfałszowana. W naszym przekonaniu duże prawdopodobieństwo uzasadnia się samo przez się, natomiast małe prawdopodobieństwo wymaga jakiegoś uzasadnienia „z zewnątrz". Istniał nawet pomysł, że gdyby udało się wykazać, że prawa przyrody są wynikiem statystycznych uśrednień czysto chaotycznych zjawisk zachodzących na poziomie fundamentalnym, byłoby to ostateczne wyjaśnienie Wszechświata. Pomysł ten zakłada, że rachunek prawdopodobieństwa jest odzwierciedleniem jakiejś ostatecznej, samowyjaśniającej się ontologii. Powyżej zarysowane główne idee nieprzemiennej probabilistyki przeczą temu założeniu. W reżimie nieprzemiennym jest wiele (nierównoważnych) miar probabili-

[13] Np. twierdzenie Tomity–Takesakiego.

stycznych i żadna z nich nie wydaje się wyróżniona. Rachunek prawdopodobieństwa nie ma statusu żadnej uprzywilejowanej ontologii. Jest elementem logicznej gry toczącej się w sieci matematycznych struktur.

Interesującym przykładem tego rodzaju oddziaływania nieprzemiennej miary probabilistycznej z innymi elementami sieci struktur matematycznych jest fakt, występujący w niektórych modelach unifikujących, ścisłej zależności dynamiki od miary probabilistycznej. Zmiana miary powoduje zmianę dynamiki[14]. Zjawisko to nie występuje w reżimie przemiennym (czyli w zwykłej fizyce), gdzie istnieje jedna miara probabilistyczna i jeden rodzaj dynamiki. W tego rodzaju nieprzemiennych modelach każda dynamika jest probabilistyczna (w uogólnionym sensie) i każda miara probabilistyczna ma charakter dynamiczny.

I tu kolejne pytanie filozoficzne. Może jednak poziom fundamentalny jest zdominowany przez prawidłowości probabilistyczne, ale nie w sensie jakiegoś jednego wyróżnionego rachunku prawdopodobieństwa, lecz w sensie — wielu różnych miar probabilistycznych jako elementów całościowej matematycznej struktury? A więc i tu napotykamy granicę — tym razem granicę klasycznego prawdopodobieństwa.

8. DOŚWIADCZENIE GRANIC

Powyższe rozważania należy brać *cum grano salis*. Teorii ostatecznej jeszcze nie mamy i wszystko może okazać się inaczej, niż przewidujemy. Ale nawet gdyby tak się w istocie kiedyś stało, nasza droga do ostatecznej teorii uczy nas ważnej lekcji filozoficznej. To, że nasze myślowe kategorie dobrze funkcjonują w makroskopowym świecie, wcale nie znaczy, że i inne poziomy struktury świata muszą podporządkowywać się naszym myślowym kategoriom. Wiele wskazuje na to, że jest przeciwnie: z trudem musimy wytężać, a niekiedy wręcz naginać, nasze kategorie myślowe, by zmusić je do podążania za logiką matematycznych struktur i wymową eksperymentów.

Myślę, że jedną z najdonioślejszych filozoficznych lekcji, jakie daje nam współczesna fizyka (nie tylko w obszarze poszukiwania fundamentalnej teorii), jest coś, co nazwałbym doświadczeniem granic. Musimy się liczyć z tym, że nasze nawet najbardziej, zdawałoby się, oczywiste pojęcia mają ograniczony zasięg. Poza swoim zwyczajnym obszarem zastosowania mogą albo załamywać się, albo ulegać przeobrażeniom, najczęściej — jak uczy historia fizyki i matematyki — w kierunku daleko idących uogólnień. Nie stanowi to jednak argumentu na rzecz pojęciowego relatywizmu. Wręcz przeciwnie: jest to argument za tym, że nasz umysł ma dziwną zdolność przekraczania własnych ograniczeń.

Dzieje pojęć czasu, przestrzeni i prawdopodobieństwa, a także ich przygody związane z poszukiwaniem teorii fundamentalnej, są tego wymownym dowodem.

[14] Por.: M. Heller, L. Pysiak, W. Sasin, „Noncommutative Dynamics of Random Operators", International Journal of Theoretical Physics, 44, 2005, 619-628.

Żyjemy w czasie i przestrzeni, i jesteśmy uwikłani w grę życiowych prawdopodobieństw. Ale wiele wskazuje na to, że reguły tej gry są tylko powierzchnią czegoś, co jest głębiej.

Kraków–Tarnów, 10 lipca 2008 r.