Wyka, Ewa

Kostki obliczeniowe Johna Napiera

Kwartalnik Historii Nauki i Techniki 45/3-4, 209-230

2000

KOMUNIKATY I MATERIAŁY

Ewa Wyka
(Kraków)

KOSTKI OBLICZENIOWE JOHNA NAPIERA[1]

W artykule opisano siedemnastowieczny przyrząd ułatwiający wykonywanie rachunków, głównie mnożenia i dzielenia. Opisano budowę przyrządu, sposób posługiwania się nim oraz kolejne jego modyfikacje. Przedstawiono postać autora przyrządu Johna Napiera[2] – matematyka, wynalazcy logarytmów (1614). Kostki stanowiły jeden z wcześniejszych etapów w rozwoju zarówno pomocy w wykonywaniu złożonych obliczeń, jak i pomocy dydaktycznych w nauce arytmetyki. W pracy przedstawiono rolę, jaką ten przyrząd odegrał w historycznym ciągu wczesnych mechanicznych maszyn liczących. Bodźcem do napisania tekstu był fakt nabycia do kolekcji instrumentów naukowych Muzeum Uniwersytetu Jagiellońskiego siedemnastowiecznego zestawu kostek J. Napiera – jedynego egzemplarza w polskich zbiorach muzealnych (Fot.1).

„[...] Wyłożylismy już różne sposoby liczenia. Przedstawimy jednak jeszcze laseczki wzięte z Rabdologii Nepera. Są one nadzwyczaj przydatne do szybkiego mnożenia i dzielenia [...]" (Jan Brożek, *Arithetica Integrorum*, Kraków, 1620[3])

W ramach obszaru zagadnień, który obejmuje swymi zainteresowaniami historia nauk ścisłych, jakby oddzielnym, niezależnym polem badań jest historia rozwoju instrumentarium naukowego. Stan wyposażenia pracowni badacza, niezależnie od uprawianej dziedziny nauki, pozostawał dawniej i pozostaje nadal w ścisłych relacjach z poziomem przeprowadzanych eksperymentów, a stąd z możliwościami uzyskiwania osiągnięć naukowych.

Polskie historyczne instrumentarium naukowe nie posiada jeszcze pełnego monograficznego opracowania. W dotychczasowych pracach na ten temat opisane

Kwartalnik Historii Nauki i Techniki R. 45: 2000 nr 3–4 s. 209–229

zostały wybrane zespoły przyrządów związanych z postacią uczonego lub daną pracownią. Najobszerniejsze opracowania posiadają zespoły historycznych instrumentów astronomicznych, stanowiących najstarszy zasób przyrządów naukowych w Polsce[4]. Instrumenty kriogeniczne z wyposażenia krakowskich pracowni Karola Olszewskiego i Zygmunta Wróblewskiego opisane zostały w monografiach poświęconych wybitnym uczonym krakowskim[5]. Przyrządy geodezyjne – typowe formy, ich rozwój i stosowanie – przedstawione zostały w pracach poświęconych dziejom polskiej geodezji[6]. Historyczne przyrządy liczące, ich rozwój i stan zasobu obiektów zabytkowych w Polsce – nie zostały jeszcze opracowane[7]. Niniejsza praca, dotycząca jednego z wczesnych instrumentów kalkulacyjnych, stanowi przyczynek do badań nad historią przyrządów obliczeniowych w Polsce.

ROLA PRZYRZĄDU NAPIERA W CIĄGU INSTRUMENTÓW OBLICZENIOWYCH XVII W.

Aby właściwie docenić rolę tego przyrządu w czasach jego wprowadzania do szerokiego użycia, należy spojrzeć na istniejące ówcześnie, do lat 20. XVII w., możliwości instrumentalne wykonywania obliczeń.

Chronologicznie, najstarszą wówczas formą pomocy w wykonywaniu rachunków był abak. Znany od czasów starożytnych przechodził przez kolejne modyfikacje. Pierwszymi abakami były linie kreślone wprost na piasku. Z czasem abak stał się tabliczką, planszą obliczeniową, zwykle drewnianą lub marmurową, podzieloną pionowymi lub poziomymi liniami. W poszczególnych polach planszy układano kamyki, sztony czy inne elementy określające wartość danej liczby. W kolejnych ulepszeniach nacięto rowki do przesuwania wyprofilowanych wskaźników. Abaki, wywodzące się z Indii i Mezopotamii, przetrwały w Europie Zachodniej aż do XV w. Kolejnym przyrządem było znane do dziś liczydło. Kamyki na liniach zastąpione w nim zostały nanizanymi na pręty paciorkami. W zależności od regionu kulturowego, liczydła przyjmowały różne formy. Pierwsze źródłowe informacje o chińskim liczydle znanym pod nazwą *suanpan*, pochodzą z XV w. Z Chin liczydło przeniknęło do Japonii, gdzie przyjęło formę *sorobanu*. Znane i stosowane były również w Europie, głównie w handlu, nawet jeszcze w XX w. Starożytny abak, jak i liczydło, były pomocami wykorzystującymi technikę liczenia „na liniach" i typowymi narzędziami w arytmetyce liniowej. Stanowiły one pierwsze formy wprowadzające stosowany do dziś pozycyjny zapis liczby, w którym poszczególnym cyfrom danej liczby przypisana została odpowiednia pozycja na płaszczyźnie.

U progu XVII w., w okresie aktywności naukowej J. Napiera, rozwój nowoczesnej nauki ograniczony był trudnościami w szybkim i bezbłędnym wykonywaniu skomplikowanych obliczeń. Matematykę praktyczną coraz szerzej wykorzystywano w miernictwie, balistyce, architekturze, w handlu. Precyzyjne instrumenty pomiarowe nowych konstrukcji zwiększały dokładność obserwacji, a stąd pojawiała się potrzeba dokładniejszych rachunków. Konieczność stosowania sprawnego aparatu matematycznego była szczególnie istotna w astronomii, rozwijającej się nawigacji, bankowości. Nowoodkryte drogi morskie pobudziły rozwój handlu. Niezbędne stało się posiadanie precyzyjnych danych nawigacyjnych, by ustalić terminy trwania rejsów, umówić w określonym czasie odbiorców produktów, wyliczyć koszty, rozliczyć podatki. W astronomii, żmudne i skomplikowane obliczenia, zajmujące dużo czasu, stanowiły czynnik utrudniający rozwój. Główną trudność stanowiło dzielenie i mnożenie liczb wielocyfrowych, zwłaszcza wielkości trygonometrycznych. Rysowała się więc paląca potrzeba wynalazku metody ułatwiającej tę pracę.

W 1614 r. przychodzi w sukurs z Anglii potężne narzędzie obliczeniowe – logarytmy. Autorem logarytmów jest John Napier, choć niezależnie idea ta narodziła się już wcześniej na kontynencie europejskim[8]. Rachunek logarytmiczny oddał do rąk badaczy szybką technikę wykonywania skomplikowanych działań, stosowaną aż do lat 70. naszego wieku. Tym jednym z największych osiągnięć XVII w. Napier na stałe wpisał się na karty historii nauki światowej.

John Napier – baron szkocki, właściciel licznych posiadłości ziemskich, urodził się w Edynburgu w roku 1550 za panowania króla Edwarda VI, syna Henryka VIII. Pochodził z bogatej i zasłużonej dla Szkocji rodziny, która korzeniami swymi sięgała pierwszej połowy XV w. Syn poważanego sir Archibalda Napiera, pierwsze nauki pobierał w domu rodzinnym. W wieku lat trzynastu podjął studia w kolegium św. Salwatora uniwersytetu św. Andrzeja w Edynburgu. Nie uzyskawszy żadnego tytułu, John Napier opuścił uniwersytet. Nie są znane dokładnie jego losy do roku 1571. Wiadomo jedynie, że udał się w podróż do Europy, skąd wrócił ze znajomością greki. Był prawdopodobnie w Niderlandach i w Paryżu, nigdzie jednak nie uzyskał tytułów naukowych. Resztę swego życia spędził w rodzinnej posiadłości Merchiston, którą odziedziczył po ojcu. Zmarł 4 kwietnia 1617 r.

Zainteresowania Johna Napiera były bardzo wszechstronne, a jego postać do dziś owiana jest mgiełką tajemnicy. W czasach, w których żył, nauka, filozofia i religia przeplatały się wzajemnie, a uczeni angażowali się we wszystkie te trzy dziedziny. Napier, jako zagorzały protestant, opublikował w roku 1596 traktat teologiczny[9], który sam cenił sobie bardzo wysoko. Był pomysłodawcą urządzeń do wykorzystania ich w walce przeciwko hiszpańskiej Armadzie – czołgów, łodzi podwodnych czy też „gorejących luster". Szukał metod osuszania kopalń, był propagatorem zwiększania plonów poprzez stosowanie nawozów sztucznych, głównie soli. W swoich praktykach był również podejrzewany o kontakty z magią. Nade wszystko był jednak Napier matematykiem, pozostawiając po sobie

Ryc.1. John Napier (1550–1617).
Wg D.J. Bryden: *Napier's bones. A history and Instruction Manual*. London 1992.

bogatą spuściznę naukową. Był autorem praw o trójkątach sferycznych, wprowadził przecinek w notacji ułamków dziesiętnych, głównie znany jako autor logarytmów.

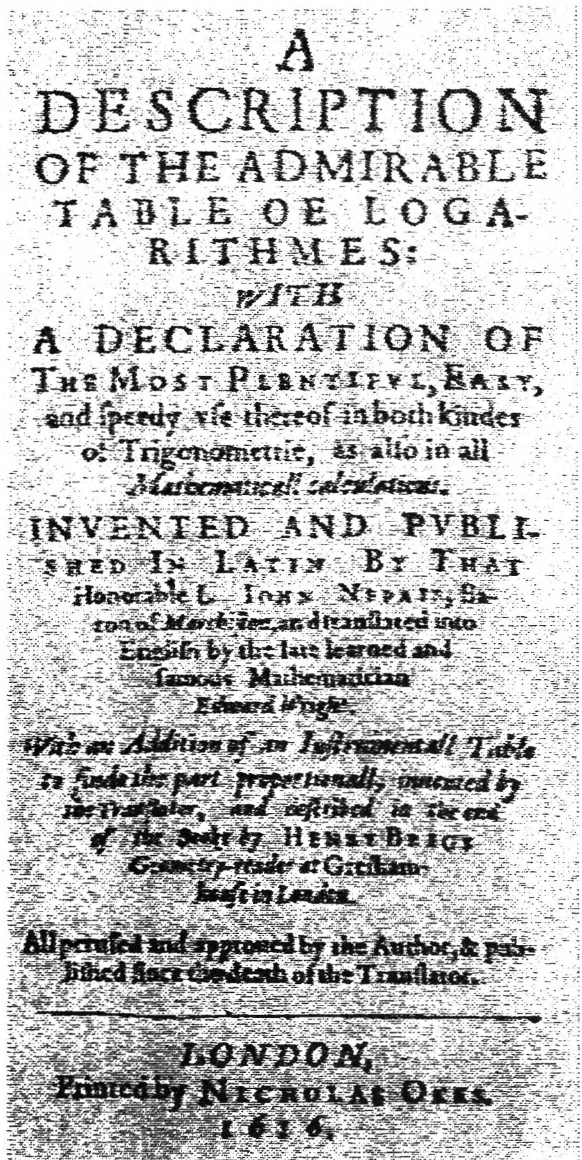
Ideę te wyłożył po raz pierwszy w traktacie *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* opublikowanym w Edynburgu w roku 1614. Dwa lata później pojawiło się pierwsze angielskie tłumaczenie tego dzieła wykonane przez Edwarda Wrighta. Logarytmy szybko zostały zaakceptowane i wprowadzone do praktyki. W Anglii ich wielkim entuzjastą był matematyk Henry Briggs[10], który jeszcze w 1617 r. ułożył jedne z pierwszych tablic logarytmicznych, a w 1624 r. uzupełnił je o logarytmy funkcji trygonometrycznych. Rachunek logarytmiczny stał się podstawowym instrumentem obliczeniowym do czasów wprowadzenia na szeroką skalę pierwszych mechanicznych przyrządów liczących – arytmometrów.

John Napier był również autorem prostego przyrządu kalkulacyjnego zwanego od nazwiska wynalazcy „kostkami Napiera"[11]. Konstrukcja i sposób użycia kostek zostały po raz pierwszy opisane przez Napiera w książce *Rabdologiae seu Numerationis per Virgulas libri duo*[12], wydanej pośmiertnie w Edynburgu w 1617 r. Podobnie jak traktat o logarytmach, *Rabdologiae* szybko zyskała popularność. Jeszcze w tym samym roku książka dostępna była we Frankfurcie na targach. Pierwsze wydanie niemieckie opublikowano w Strasburgu w 1618 r., kolejne w Berlinie w 1623 r. W tłumaczeniu włoskim książka pojawiła się w 1623 r. i ponownie w 1630 r. w Veronie. W Niderlandach pierwsza edycja miała miejsce w latach 1626 (Gouda), 1626 i 1628 (Lejda) oraz kolejne w 1634 i 1646 r. (Amsterdam).

W Polsce dzieło Napiera znane było Janowi Brożkowi, profesorowi Akademii Krakowskiej. Brożek posiadał tę książkę w prywatnym księgozbiorze a egzemplarz *Rabdologiae* zachował się w Bibliotece Jagiellońskiej do dnia dzisiejszego.

OPIS PRZYRZĄDU, ZASADA DZIAŁANIA

Idea kostek oparta została na wywodzącej się z Indii metodzie „mnożenia w kratkach". W Europie technika ta znana była jako *geolosia*. Metoda polegała na odpowiednim zapisie cyfr mnożnej i mnożnika wzdłuż dwóch boków prostokąta. Wewnątrz wpisywano wyniki cząstkowe, a wzdłuż pozostałych dwóch boków odczytywano wynik. Ten sposób mnożenia był bardzo rozpowszechniony i opisywany jest w większości podręczników arytmetycznych. Jan Brożek nazywał tę formę zapisu „abakiem liniowanym"[13]. Pole wewnątrz prostokąta podzielone było na kratki, z których każdą przecięto przekątną. W górnym polu kratki zapisywano dziesiątki, w dolnym jedności. Aby wykonać działanie, mnożono odpowiednie cyfry przez siebie wpisując wyniki pośrednie we właściwe pola kratek. Następnie dodawano liczby z pól pomiędzy przekątnymi, zaczynając



A
DESCRIPTION
OF THE ADMIRABLE
TABLE OE LOGA-
RITHMES:
WITH
A DECLARATION OF
THE MOST PLENTIFVL, EASY,
and speedy vse thereof in both kindes
of Trigonometrie, as also in all
Mathematicall calculations.
INVENTED AND PVBLI-
SHED IN LATIN BY THAT
Honorable L. IOHN NEPAIR, Ba-
ron of *Marchiston*, and translated into
English by the late learned and
famous Mathematician
Edward Wright.
*With an Addition of an Instrumentall Table
to finde the part proportionall, invented by
the Translator, and described in the end
of the Booke by* HENRY BRIGS
Geometry-reader at Gresham-
house in London.
All perused and approved by the Author, & pub-
lished since the death of the Translator.

LONDON,
Printed by NICHOLAS OKES.
1616.

Ryc. 2. Strona tytułowa traktatu Napiera o logarytmach w tłumaczeniu E. Wrighta. Wg [http://www-math.sci.kun.nl/math/werkgroepen/gmfw/bronnen/napier1.htm].

pola kratek. Następnie dodawano liczby z pól pomiędzy przekątnymi, zaczynając od prawej ku lewej.

Brożek pisał:

„Dla liczb większych trzeba ułożyć większą tablicę. Nie sądź jednak, że masz ją osobno budować dla każdego przykładu. Tablica raz zbudowana wystarczy dla niezliczonych przykładów, jeśli na drewnianej czarnej tablicy namalujesz linie prostopadłe żółto, a przekątne czerwono“[14].

Sposób zapisu liczb ilustruje rycina z dzieła Jana Brożka *Arithmetica Integrorum*[15].

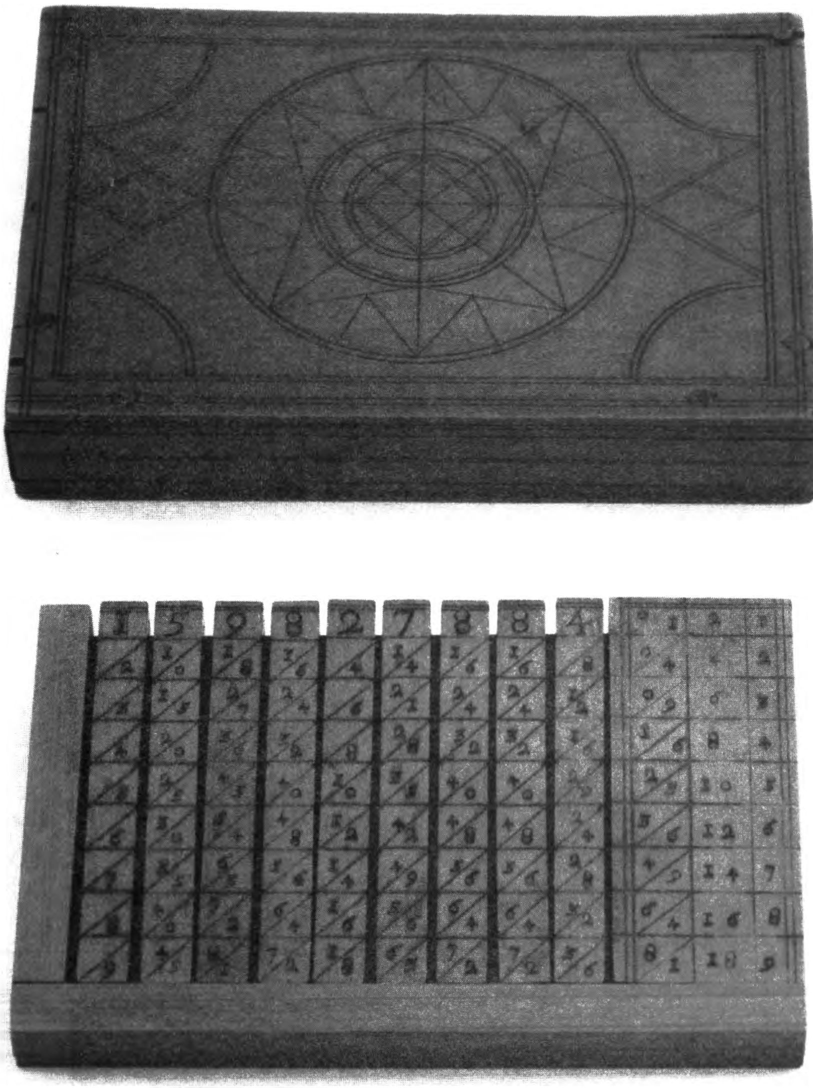
Zestaw kostek Napiera niewiele różnił się w swej zasadzie od „liniowanego abaku“. Wykorzystując tę samą ideę, Napier przeniósł tabliczkę mnożenia na prostopadłościenne kostki. Na czterech dłuższych ściankach, w odpowiedniej sekwencji umieszczone były wyniki mnożenia jednej z liczb z zakresu od 1 do 9 przez wszystkie liczby kolejno od 1 do 9. Wyniki tych mnożeń wpisane zostały w pola, z których każde przecięte było przekątną, oddzielającą pole dziesiątek od pola jedności, podobnie jak przy „mnożeniu w kratkach“. Na szczycie kostki zaznaczona została wartość liczby, która jest mnożona przez liczbę od 1 do 9. Celem szybkiego orientowania się o „zawartości“ danej kostki, suma szczytowych liczb umieszczonych na przeciwległych ściankach dawała zawsze wartość 9. Przy dziesięciu kostkach w zestawie każda wartość mnożnika powtarzała się więc cztery razy. Dodatkowo umieszczona była jedna szeroka kostka z naniesionymi wartościami kwadratów i sześcianów liczb od 1do 9. Taka budowa kostek umożliwiała wykonywanie mnożenia, dzielenia, pierwiastkowania i potęgowania.

Oczywiście, stopień wykorzystania kostek zależał od umiejętności, poziomu intelektualnego i wiedzy użytkownika. Najprostszym działaniem było mnożenie liczby jednocyfrowej przez wielocyfrową. Na kostce pierwszej, często mocowanej na stałe do podstawki, czytano mnożną. Spośród pozostałych swobodnych kostek wybierano te, które odpowiadały cyfrom mnożnika i ustawiano je w kolejności od lewej do prawej na podstawce. Wynik czytano od tyłu sumując wartości odpowiednio z pól jedności i dziesiątek. Mnożenie liczb wielocyfrowych przez dwucyfrową wykonywano w ten sam sposób, należało jedynie pamiętać o przesunięciu miejsca przy dodawaniu wyników pośrednich. Wykonywane w pamięci działanie 72 x 3645 wyglądało w zapisie następująco:

7 × 3645	2 × 3645
2, 1 + 4, 2 + 2, 8 + 3, 5	6 + 1, 2, 8 + 1, 0
2 5 5 1 5	7 2 9 0

po dodaniu otrzymujemy:

$$\begin{array}{r} 25515 \\ 7290 \\ \hline 262440 \end{array}$$

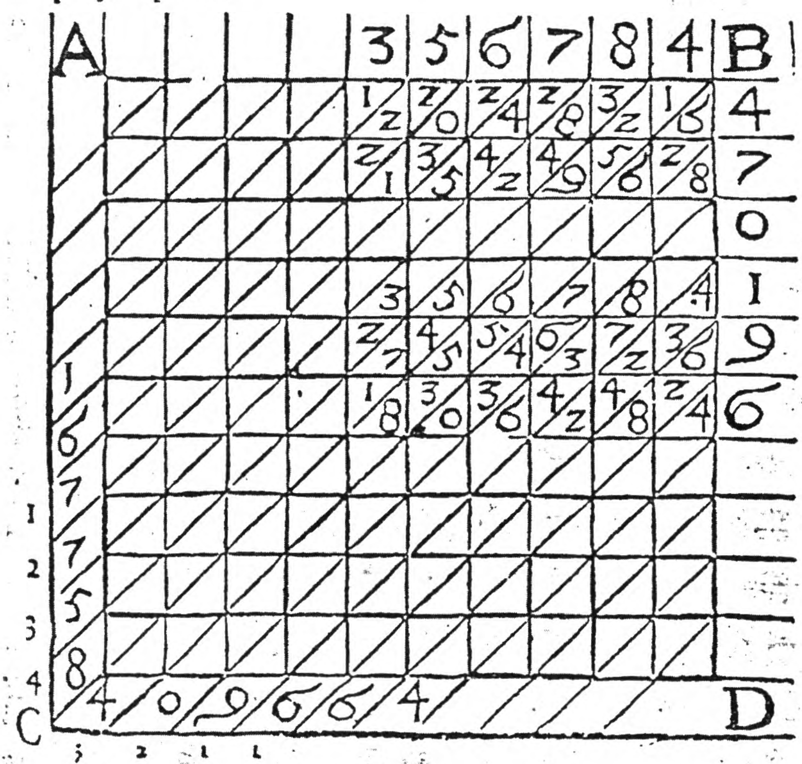


Ryc. 3. Zestaw kostek wg J. Napiera. Anglia, k. XVII w.
Własność Muzeum U.J. Fot. G. Zygier.

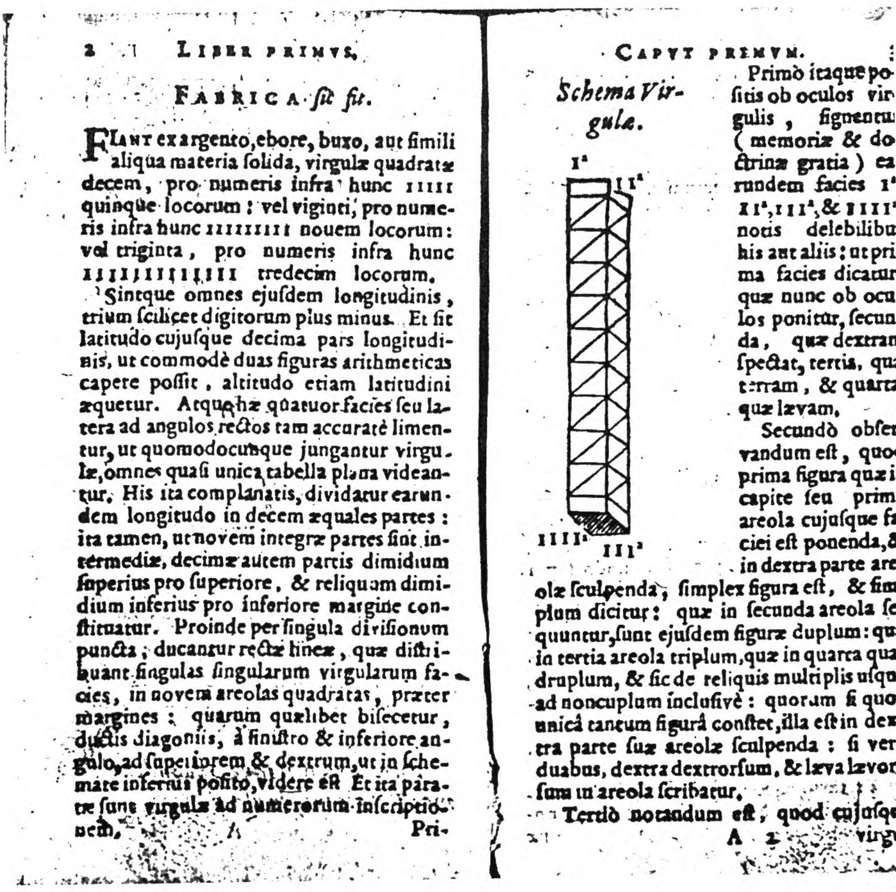
Caput VII. 57

ſtro, inter easdem diagonales quarum ſpacii numeros collegiſti. Quod ſi ex collectione duæ proueniant notæ, ſiniſtram ad ſequens diagonalium ſpacium reiicies, dextra collocata ſuo loco. Sed exẽplo res fiet manifeſtior.

Sint multiplicãda 3 5 6 7 8 4 *per* 4 7 0 1 9 6 *pono ſic; & multiplico ſecundum normam præſcriptam.*



Ryc. 4. Przykład mnożenia liczby 35 6784 × 470 196.
Wg Jan Brożek: *Wybór Pism.* J. Dianni, t. II.



2 LIBER PRIMUS,

FABRICA sic fit.

FIANT ex argento, ebore, buxo, aut simili aliqua materia solida, virgulæ quadratæ decem, pro numeris infra hunc IIIII quinque locorum: vel viginti, pro numeris infra hunc IIIIIIIII novem locorum: vel triginta, pro numeris infra hunc IIIIIIIIIIIII tredecim locorum.

Sintque omnes ejusdem longitudinis, trium scilicet digitorum plus minus. Et sit latitudo cujusque decima pars longitudinis, ut commodè duas figuras arithmeticas capere possit, altitudo etiam latitudini æquetur. Atque hæ quatuor facies seu latera ad angulos rectos tam accuratè limentur, ut quomodocunque jungantur virgulæ, omnes quasi unica tabella plana videantur. His ita complanatis, dividatur earundem longitudo in decem æquales partes: ita tamen, ut novem integræ partes sint intermediæ, decimæ autem partis dimidium superius pro superiore, & reliquum dimidium inferius pro inferiore margine constituatur. Proinde per singula divisionum puncta, ducantur rectæ lineæ, quæ distribuant singulas singularum virgularum facies, in novem areolas quadratas, præter margines: quarum quælibet bisecetur, ductis diagoniis, à sinistro & inferiore angulo, ad superiorem & dextrum, ut in schemate inferius posito, videre est. Et ita paratæ sunt virgulæ ad numerorum inscriptionem.

A Pri-

CAPUT PRIMUM. 3

Schema Virgulæ.

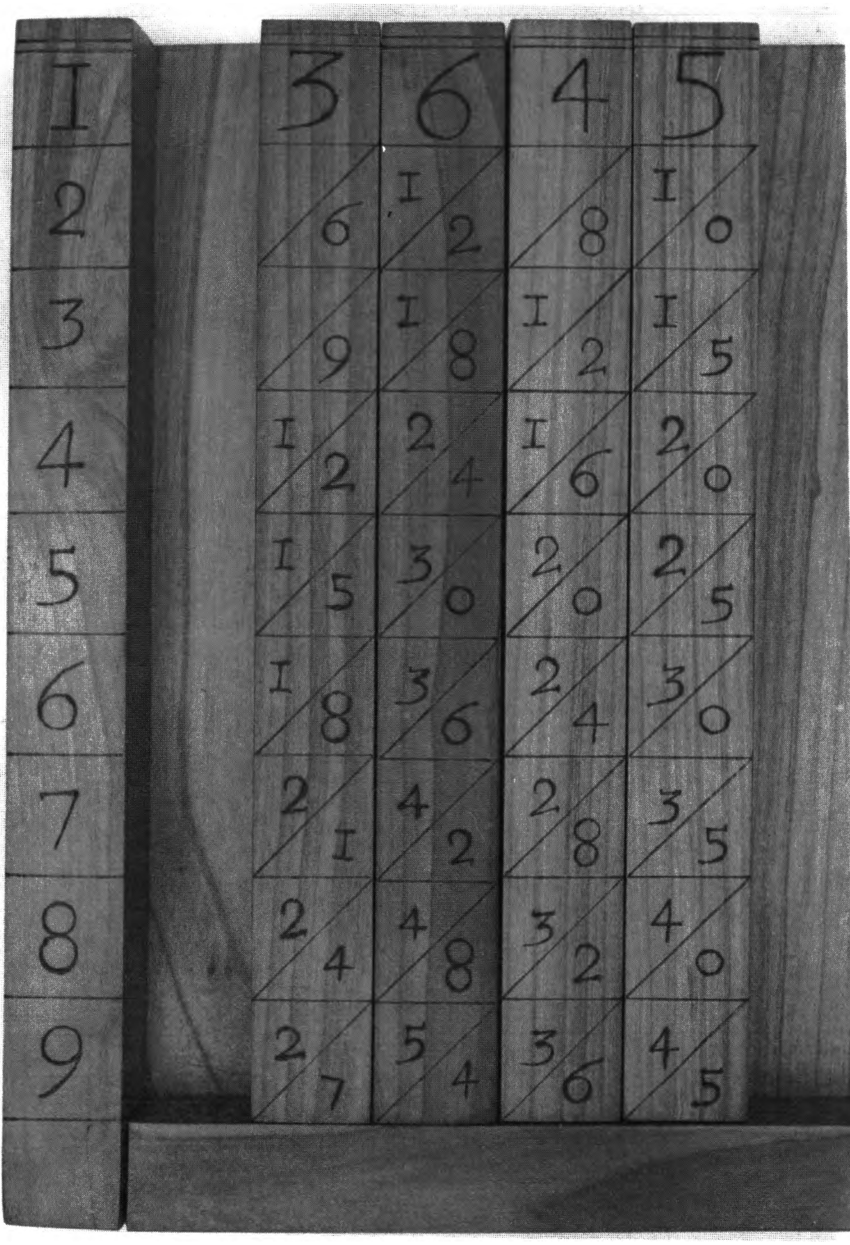
Primò itaque positis ob oculos virgulis, signentur (memoriæ & doctrinæ gratia) earundem facies Iª IIª, IIIª, & IIIIª notis delebilibus his aut aliis: ut prima facies dicatur quæ nunc ob oculos ponitur, secunda, quæ dextram spectat, tertia, quæ terram, & quarta quæ lævam.

Secundò observandum est, quod prima figura quæ in capite seu prima areola cujusque faciei est ponenda, & in dextra parte areolæ sculpenda, simplex figura est, & simplum dicitur: quæ in secunda areola sequuntur, sunt ejusdem figuræ duplum: quæ in tertia areola triplum, quæ in quarta quadruplum, & sic de reliquis multiplis usque ad noncuplum inclusivè: quorum si quod unicâ tantum figurâ constet, illa est in dextra parte suæ areolæ sculpenda: si vero duabus, dextra dextrorsum, & læva lævorsum in areola scribatur.

Tertiò notandum est, quod cujusque

A 2 virgu-

Ryc.5. Szkic kostek zamieszczony w traktacie Napiera *Rabdologiae...*



Ryc. 6. Przykład ustawienia kostek do działania 7 × 3645 pokazany na kopii przyrządu Napiera. Własność Muzeum U.J. Fot. Janusz Kozina.

Mnożenie dowolnej liczby, szczególnie przez liczbę jedno- lub dwucyfrową nie wymagało zapisu wyników działań pośrednich. Była to jedna z zasadniczych zalet tego przyrządu. Pozostałe działania, poczynając od dzielenia, wymagają już notowania.

Podzielmy 207 991 przez 43. Ustawiamy wartość 43 na kostkach i szukamy liczby, dla której wartość iloczynu przez 43 jest najbliższa 207:

$$43 \times 4 \text{ wynosi } 172$$
$$43 \times 5 \text{ wynosi } 215$$

Tak więc, pierwszą cyfrą w wyniku będzie 4. Odejmujemy: 207 – 172 i otrzymujemy 35 jako początek następnej liczby, która wynosi 359. Ponawiamy tę samą operację, otrzymując jako wynik cyfrę 8 i kolejno: 3 i 7. Otrzymujemy wynik dzielenia bez reszty 4837. Przy dzieleniu kostki służyły więc jako narzędzie pomocnicze w wykonywaniu działań cząstkowych. Przyrząd dawał też możliwość wyciągania drugiego i trzeciego pierwiastka przy dość złożonej procedurze postępowania.

Kto był prawdopodobnym odbiorcą i użytkownikiem kostek ? Należy tu wyodrębnić dwie grupy potencjalnych użytkowników przyrządu. Jedna z nich to użytkownicy na niskim poziomie edukacji arytmetycznej, których biegłość rachunków pamięciowych nie wychodziła poza proste dodawanie, i którzy nie posiadali sprawności pamięciowego mnożenia. W tej grupie mieszczą się też młodzi adepci arytmetyki. Należy pamiętać, że umiejętność mnożenia w pamięci była w ówczesnych czasach domeną ludzi wykształconych. Sam Brożek pisał:

„[...] Jeśli ktoś ma trudności w nauce mnożenia pamięciowego, niech się posługuje następującą tablicą, zwaną zwykle tablicą Pitagorasa“[16].

Dla tej grupy użytkowników jasno jawi się podstawowa zaleta kostek. Pozwalały one zamienić trudne do opanowania pamięciowo działanie mnożenia, na dużo łatwiejsze dodawanie, i to dodawanie tylko w zakresie do dwudziestu.

Druga, węższa grupa odbiorców, to osoby zaangażowane w wykonywanie skomplikowanych, lecz podobnych do siebie operacji obliczeniowych. W ich rękach kostki mogły przyspieszać wykonywanie tych operacji. Taka sugestia byłaby uzasadniona choćby faktem, że kostki rekomendowane były do stosowania przez Izaaka Newtona[17]. Do tych ewentualnych użytkowników należałoby zaliczyć uczonych, bankowców, kupców, żeglarzy czy też zarządców majątków.

Trudno tu w pełni ocenić, jak liczna była grupa posługujących się tym przyrządem i jak szeroko był on stosowany. Pewną wskazówką mogłaby być ilość zachowanych do dziś oryginalnych obiektów tego typu. Najwięcej siedemnastowiecznych i osiemnastowiecznych zestawów zachowało się w Anglii i Szkocji. Mogłoby to świadczyć o największej popularności kostek właśnie na Wyspach Brytyjskich. Z drugiej strony, zachowane i prezentowane w muzeach obiekty często są zestawami luksusowymi, wykonanymi z drogich materiałów, bogato zdobionymi. W historii instrumentów naukowych bywa tak, że drogie i wytworne przyrządy były częstokroć przedmiotami zbytku (stanowiły raczej ozdobę arystokratycznych salonów), a nie warsztatem scholarów. Te przyrządy, które naprawdę były używane, po prostu zużywały się, były przerabiane celem wprowadzenia ulepszeń, a z czasem często popadały w niepamięć, odrzucone jako przestarzałe. Inny aspekt to fakt, iż kostki były w swej konstrukcji bardzo proste. Ich wykonanie nie wymagało specjalnego warsztatu. Wiadomo, że kostki robione były nawet z papieru, a więc mógł je zrobić każdy, kto poznał ich zasadę i kto chciał ich używać. Z pewnością kostki zyskały najszerszą rzeszę zwolenników w Europie Zachodniej.

RECEPCJA PRZYRZĄDU NAPIERA W POLSCE

W Polsce głównym propagatorem tak logarytmów, jak i instrumentu napierowskiego stał się profesor Akademii Krakowskiej Jan Brożek. Brożek posiadał w swej bibliotece dwa traktaty Napiera *Rabdologiae* i *Mirifici...*. W dużym stopniu treść traktatów Napiera została przez Brożka wykorzystana podczas pisania podręcznika *Arithmetica Integrorum*. Znaleźć tam można również najwcześniejszy i praktycznie jedyny w polskim wydaniu szczegółowy opis kostek Napiera. Brożek poświęcił im osobny rozdział[18]. Pisał on:

> „Są one nadzwyczaj przydatne do szybkiego mnożenia i dzielenia. Wykonanie ich jest następujące: sporządź dziesięć kwadratowych laseczek z twardego materiału, na przykład srebra miedzi, kości słoniowej lub bukszpanu. Długość ich niech wynosi mniej więcej trzy cale, szerokość zaś trzecią część długości. Grubość niech będzie równa szerokości. Mają być takie, aby złożone obok siebie w dowolny sposób utworzyły jak gdyby równą tabliczkę. Każda zaś laseczka będzie mieć cztery strony... Każdą stronę laseczki należy podzielić na dziesięć równych części w taki sposób, by w środku znajdowało się całych dziewięć części, połowa zaś górnej części dziesiątej stanowiła brzeg górny, pozostała połowa dolnej – dolny. Przez wszystkie punkty podziału poprowadzić należy proste, które podzielą każdą płaszczyznę laseczki na dziewięć kwadratowych pólek nie licząc brzegów. Każde zaś pólko kwadratowe podziel na połowę przekątną poprowadzoną z lewego kąta dolnego do górnego, jak widzisz na rysunku"[19].

Po opisie przyrządu, Brożek dokładnie wyjaśnił, jak należy się nim posługiwać, twierdząc równocześnie:

> „Nie przypisujemy sobie w tym żadnej zasługi, a genialnego wynalazcę uznajemy godnego takiej nagrody, jakiej zażądał niegdyś filozof Tales od mieszkańca miasta Priene [...]".

Brożek nie ograniczył się jedynie do słownego propagowania laseczek. Pisał bowiem dalej:

> „Aby zaś ułatwić uczniom stosowanie tej metody, ofiarowuję pałeczki drewniane szkołom prywatnym naszej Akademii oraz szkole tucholskiej, które dzięki hojności Nowodworskiego mają już trwałe podstawy. Ofiarowałbym chętnie złote i srebrne na cześć ich pierwszego wynalazcy,

gdyby mi na to pozwalał stan mego majątku. Miedziane darowałem już dawno panu Walentemu Raczkowskiemu[20], a drewniane sporządziłem w braku miedzianych dla czcigodnego pana Franciszka Zajerskiego[21].

Nie posiadamy danych, kto wykonywał dla Brożka zestawy pałeczek, ani ile ich zostało wykonanych. Brożek nic też nie wzmiankuje, jak wyglądały jego prywatne pałeczki. Co więcej, żaden z wymienionych tu egzemplarzy kostek nie zachował się, niestety, do dnia dzisiejszego. Nie zachował się również żaden inny egzemplarz kostek w Polsce, nawet z późniejszym datowaniem. Zachowane dawne krakowskie inwentarze przyrządów naukowych także nie wymieniają pałeczek Napiera[22].

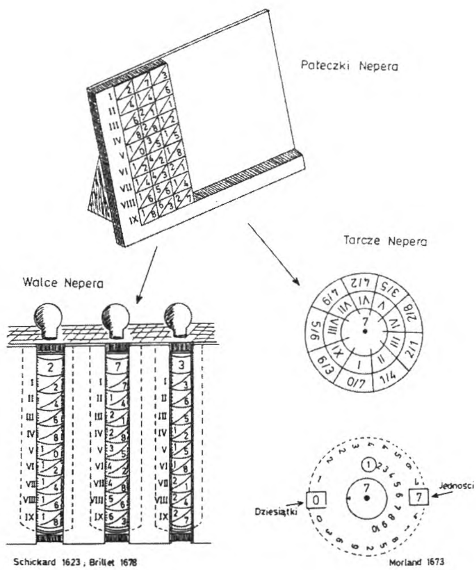
Czy nauczano posługiwania się przyrządem Napiera w polskich szkołach? Można przypuszczać, że przyrząd ten był wykorzystywany w nauce arytmetyki w obu koloniach uniwersyteckich. Obie bowiem kolonie otrzymały przyrządy w prezencie od Brożka. Być może posługiwanie się kostkami włączone zostało do wykładu arytmetyki również w Akademii Krakowskiej. Sugestia taka jest uzasadniona faktem, że podręcznik Brożka był wykorzystywany do prowadzenia wykładu z matematyki. Należy jednak sądzić, iż mimo wysiłków Brożka kostki nie znalazły w Polsce tak szerokiego zainteresowania, jak na Zachodzie. W Europie, głównie w Anglii, przyrząd Napiera stosowany był do końca XVIII w. W dobie rozwoju i wprowadzania do szerszego użycia mechanicznych urządzeń liczących, kostkom przypadła rola dydaktycznej pomocy obliczeniowej dla adeptów matematyki na najniższym poziomie.

MODYFIKACJE

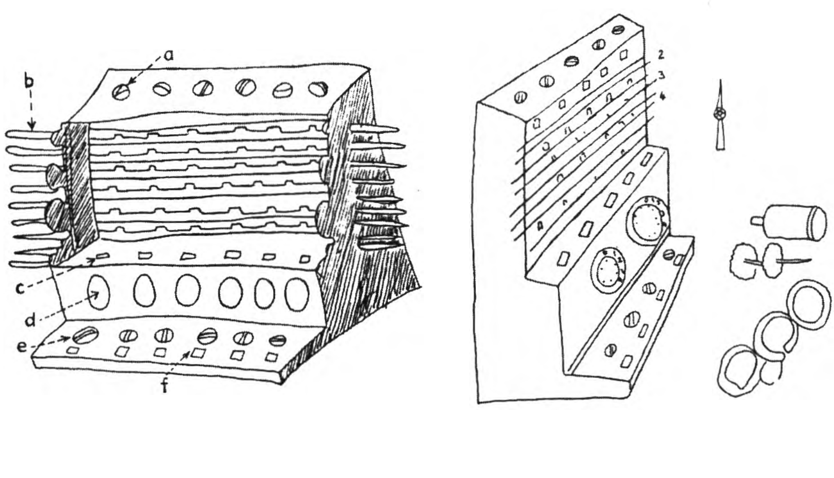
Pierwsze modyfikacje przyrządu pojawiły się bardzo szybko. Najwcześniejsza z nich dotyczyła sposobu ułożenia rzędów liczb na wszystkich ściankach kostek w tym samym kierunku, a nie w dwóch przeciwległych jak wykonał to Napier. Drugą innowacją, szybko podchwyconą przez wykonawców, było wprowadzenie podstawki odczytowej ułatwiającej równe układanie kostek. Zwykle pierwsza kostka, z naniesionymi wartościami liczb od 1 do 9, mocowana była na stałe do podstawki. Znana jest też inna forma kostek. Zamiast prostopadłościennych, gdzie liczby naniesione były na czterech ściankach, wykonywano też kostki płaskie w postaci wydłużonych płytek, listew, z liczbami tylko na dwóch szerokich stronach[23]. Praktycznie większość zachowanych do dziś egzemplarzy to wersje już z tymi zmianami. Były to ulepszenia nie mające znaczenia dla konstrukcji przyrządu – stanowiły jedynie ułatwienie w manipulowaniu laseczkami. Istotna modyfikacja przyrządu znana jest z pośmiertnie wydanej w roku 1668 pracy matematycznej jezuickiego matematyka Gaspara Schotta (1608–1666)[24]. Schott opisał przyrząd, w którym prostopadłościenne kostki zastąpione zostały cylindrami. Na każdym cylindrze na papierowych paskach wypisana była tabliczka mnożenia dla liczb w zakresie od 0 do 9. Cylindry osadzone zostały w drewnianym, zamykanym pudełku. Na wieku pudełka, dla ułatwienia w wykonywaniu działań pośrednich, umieszczona była tabela dodawania. W takim rozmieszczeniu, wybór poszczególnych cyfr danej liczby polegał na obracaniu walców. Inna modyfikacja kostek, to próba zastosowania tarcz przez Samuela Morlanda w roku 1673. Przyrząd składał się z wielu tarcz z naniesioną tabliczką mnożenia na obwodzie każdej z tarcz. Wyniki mnożenia pojawiały się oddzielnie jako jedności i dziesiątki, co wymagało dodatkowej operacji dodawania. Zgodnie z pomysłem Morlanda, z pudełeczka z tarczami wybierano krążki z cyframi stanowiącymi mnożną i nakładano je na pionowe ośki. Następnie nakładana była przesłona i każdą tarczę przekręcano tak, aby w przesłonie widoczna była cyfra mnożnika. Odczytane iloczyny cząstkowe sumowano ręcznie i te same czynności powtarzano z drugą cyfrą mnożnika. Przyrząd nie zyskał uznania użytkowników, ponieważ praca z tą maszynką była bardziej skomplikowana i długotrwała niż przy użyciu kostek. Urządzenie Morlanda, choć nieudane, było jedną z kilku prób skonstruowania mechanicznej maszyny do liczenia z wykorzystaniem cylindrów Napiera.

Jedną z pierwszych konstrukcji był zegar liczący Wilhelma Schickarda (1592–1635), datowany na rok 1623. Wilhelm Schickard, syn mistrza stolarskiego z małej wioski w Wirtemberdze, dzięki pomocy ze strony rodziny, uzyskał magisterium z teologii na uniwersytecie w Tybindze. Kilka lat później został dziekanem w Nurtingen, gdzie spotkał się z będącym tam przejazdem Johannem Keplerem. Kepler, pełen otwarcia na wszystko, co nowe, bez żadnych uczuć zazdrości w stosunku do innych uczonych, pozostaje przez resztę swego życia w bliskiej przyjaźni z młodym Schickardem. Schickard wiedział, że Kepler pracuje nad tablicami ruchu planet zwanymi później „Tablicami Rudolfińskimi". Chcąc ulżyć Keplerowi w żmudnych obliczeniach, Schickard skonstruował pierwszą maszynę liczącą. W liście do wielkiego uczonego pisał: „mechanicznie próbowałem zrobić to, co ty wykonujesz ręcznie, i zbudowałem maszynę, która natychmiast, automatycznie przelicza zadane liczby, dodaje, odejmuje, mnoży, dzieli [...]. Skakać będziesz pewnie z radości, gdy zobaczysz jak przenosi ona liczbę dziesiątek i setek lub też ujmuje ją przy odejmowaniu"[25].

W pół roku później Schickard posłał Keplerowi szkic maszyny z dokładnym jej opisem. Urządzenie, jak pisał sam konstruktor, umożliwiało wykonywanie czterech podstawowych działań arytmetycznych. Część górna maszyny mieściła w sobie sześć cylindrów napierowskich. Część ta służyła do wspomagania przy mnożeniu, ruchome listwy ułatwiały odczyt wyników cząstkowych, które były wykorzystywane w dalszych obliczeniach. W części środkowej znajdował się sumator dwukierunkowy do wykonywania dodawania i odejmowania. Sumator ten był całkiem nowatorskim, pierwszym rozwiązaniem, które w sposób mechaniczny realizowało przeniesienie wartości jedności do dziesiątek. Schickard



Ryc. 7. Kolejne etapy rozwoju kostek Napiera.
Wg R. Ligonnière: *Prehistoria i historia komputerów*. Wrocław 1992.



Ryc. 8. Własnoręczne rysunki Schickarda ilustrujące zasadę działania jego maszyny; po lewej „szkic z Pułkowa", po prawej „szkic sztutgarcki".
Wg R. Ligonnière: *Prehistoria i historia komputerów*. Wrocław 1992.

zastosował tu tzw. koła pośredniczące, dziesięciozębowe, poruszane jednym zębem tarczy zapisowej. Tarcza umieszczona była między dziewiątką a zerem i jeden obrót koła pośredniczącego powodował za pośrednictwem tarczy obrót koła położonego z lewej o jedną dziesiątą obrotu. W maszynie Schickarda znajdowało się pięć kół pośredniczących. W podstawie maszyny mieściła się „pamięć czasowa" do zapisu wyników z poszczególnych etapów obliczeń.

Maszyna ta, choć bardzo obiecująca w swej konstrukcji, nigdy nie ujrzała światła dziennego. Jak pisał Schickard w liście do Keplera, spłonęła w lutym 1624 r. wraz z wyposażeniem warsztatu mechanika Johanna Pfistera, który był jej wykonawcą[26]. Schickard nigdy już nie był w stanie odbudować swego zegara liczącego. Co więcej, mgła tajemnicy nad tą maszyną rozpościerała się do połowy dwudziestego wieku, kiedy to po raz pierwszy, prawie w tym samym czasie, odnalezione zostały dwa rysunki tegoż zegara w dwóch różnych miejscach: w Pułkowie i w Stutgarcie. Pierwszy z nich znaleziony został w roku 1935 przez niemieckiego historyka dra Franza Hammera. Drugi rysunek zegara został odnaleziony przez tego samego badacza ponad dwadzieścia lat później w materiałach stanowiących część spuścizny po Keplerze pozostającej w Rosji. Materiały te kupione zostały w sto lat po śmierci Johanna Keplera przez cesarzową rosyjską Katarzynę II i przekazane po drugiej wojnie światowej do archiwum obserwatorium w Pułkowie[27].

Zegar liczący Schickarda był najważniejszym urządzeniem mechanicznym, którego konstrukcję próbowano częściowo oprzeć na walcach Napiera. Wszelkie późniejsze przyrządy wykorzystywały już przede wszystkim mechaniczne układy zazębiających się kół realizujących system automatycznych przeniesień[28]. W miarę wprowadzania mechanicznych maszyn liczących kostki Napiera straciły znaczenie jako przyrząd przyspieszający mnożenie. Pozostały wciąż istotną pomocą w nauce arytmetyki na poziomie podstawowym. Praktyczne użycie kostek miało miejsce do końca XVIII w.

Dłużej przetrwały inne przyrządy obliczeniowe częściowo związane z osobą Johna Napiera, bo oparte o zasadę logarytmów. Takim przyrządem był suwak logarytmiczny. Pozwalał on na wykonywanie stosunkowo złożonych obliczeń bez użycia dodatkowych zapisów i często z wystarczającą dokładnością. Pierwsza idea suwaka narodziła się w Anglii w 1623 r., kiedy to Edmund Gunter (1581–1626), profesor astronomii w Gresham College w Londynie, zasugerował, że logarytmy dziesiętne zaproponowane przez H. Briggsa mogłyby być wykorzystane do praktycznych obliczeń w nawigacji. Prosty przyrząd Guntera w formie cyrkla proporcjonalnego z naniesionymi skalami logarytmicznymi wymagał użycia przenośnika do odkładania odcinków. Wersję unowocześnioną skonstruował William Ougthred (1574–1660) w roku 1632. Użycie przenośnika zastąpione zostało przez dodatkową przesuwaną linijkę ze skalą. Początkowo przyrządy służyły do przeliczania wartości specjalnie wybranych do określonych celów, np. dla żeglarzy, stolarzy, szklarzy, do celów militarnych, pomiarowych itp. Dopiero praktycznie w XIX w. równolegle wprowadzone zostały suwaki z przeznaczeniem do obliczeń matematycznych. W formie prawie niezmienionej, stosowane były lat 70. naszego wieku, kiedy to suwak wyparty został z użycia przez podręczne kalkulatory elektroniczne. W ten sposób ostatecznie zakończyła się rola napierowskich przyrządów obliczeniowych w historii nauki.

Patrząc z punktu widzenia czasów współczesnych na te wczesne próby konstrukcji pomocy do wykonywania rachunków, trudno nie pokusić się o pewną refleksję. Dziś, w dobie szybko unowocześnianych komputerów, niewielki przyrząd rozmiarów kieszonkowego kalkulatora, wydaje się czymś bezużytecznym. W połowie XVII w. *virgule* były jedną z niewielu możliwości usprawnienia, choćby częściowego, czasochłonnych obliczeń. Kostki stanowiły pewną konkurencję dla liczydła. Dzięki niewielkim rozmiarom pełniły rolę przyrządu „osobistego", który był zawsze pod ręką. Nawet, gdy zostały wyparte przez wchodzące do użytku mechaniczne maszyny liczące, pozostały one pomocą w nauce rachunków na poziomie podstawowym. W odróżnieniu od współczesnego nam podręcznego kalkulatora, posługiwanie się kostkami wymagało zrozumienia matematycznych reguł oraz procedur mnożenia i dzielenia. W tym sensie rola tego przyrządu do dnia dzisiejszego nie uległa zmianie.

Przypisy

[1] Treść tego artykułu była referowana 16 lutego 2000 r. na posiedzeniu Komisji Historii Nauki PAU w Krakowie.

[2] W literaturze źródłowej spotykane są różne formy nazwiska: Jhone Napeir, Nepair, Neper, Nepeir, Napare, Johannes Neperus. Najczęściej stosowana to Jhone Neper. Współcześnie w literaturze z zakresu historii instrumentów naukowych używana jest forma John Napier i taką formę przyjęto w niniejszym tekście.

[3] Cytat z tłumaczenia prac Brożka, w: Jan B r o ż e k : *Wybór pism*. J. Dianni, t. II, Warszawa 1956 s. 198.

[4] Na temat historycznych instrumentów astronomicznych : G. R o s i ń s k a : *Instrumenty astronomiczne na Uniwersytecie Krakowskim w XV wieku*. Wrocław 1974; Z. A m e i s e n o w a : *Globus Marcina Bylicy z Olkusza oraz mapy nieba na Wschodzie i na Zachodzie*. „Monografie z Dziejów Nauki i Techniki" 1959 t. XI ; F. K a r l i ń s k i : *Rys dziejów Obserwatorium Astronomicznego Uniwersytetu Krakowskiego*. Kraków 1814; T. P r z y p k o w s k i : *Zabytkowe kompasy magnetyczne na instrumentarium astronomicznym Macieja Bylicy z lat 1480–1487*. „Acta Geoph. Polon." 1956 vol. 4 s. 245–261; L. B i r k e n m a j e r : *Marcin Bylica z Olkusza oraz narzędzia astronomiczne, które zapisał Uniwersytetowi Jagiellońskiemu*. Kraków 1892; L. H a j d u k i e w i c z : *Nieznany inwentarz instrumentarium i biblioteki Jana Brożka z roku 1657*. „Studia i Materiały z Dziejów Nauki Polskiej" 1968 Seria A. Z.12; L. H a j d u k i e w i c z :

Biblioteka Macieja z Miechowa. „Monografie z Dziejów Nauki i Techniki" 1960 t. 16; M. Zakrzewska: *Cataloque of Globes in the Jagellonian University Museum*. Kraków 1965; D. Burczyk-Marona: *Zegar słoneczny i astrolabium prof. Jana Brożka w zbiorach Muzeum Uniwersytetu Jagiellońskiego*. „Zeszyty Naukowe . U.J." Opuscula Musealia, 1988 nr 3.

[5] M. Kucharski: *Zygmunt Florenty Wróblewski. Szkic o życiu i twórczości*. Kraków 1997; Praca zbiorowa: *Karol Olszewski*. „Zeszyty Naukowe U.J" DCCCXCIX 1990; D. Burczyk-Marona, H. Kuzyk: *Karol Olszewski i Zygmunt Wróblewski. Katalog wystawy 100-lecie skroplenia tlenu*. Kraków 1983.

[6] K. Sawicki: *Pięć wieków geodezji polskiej*. Warszawa 1964.

[7] W obszernej literaturze opisującej historię rozwoju komputerów znajdują się informacje o wczesnych przyrządach liczących, np. R. Ligonnière: *Prehistoria i historia komputerów od początków rachowania do pierwszych kalkulatorów elektronicznych*. Z języka francuskiego przełożył R. Dulinicz. Wrocław 1992. Konstrukcje przyrządów obliczeniowych w ich aspekcie muzeologicznym omówione zostały w pracach: A. Turner: *Early Scientific Instruments Europe 1400–1800*. London, N.Y. 1987; G.L'E Turner: *Ninetenth-Century Scientific Instruments*. London 1983; R. Bud, D. J. Warner: *Instruments of Science. An Historical Encyclopedia*. London, NewYork 1998.

[8] John Napier nie był jedynym, który podał ideę logarytmów. Niezależnie logarytmy zostały opisane w książce Josta Bürgiego (1552–1632). J. Bürgi był szwajcarskim zegarmistrzem i konstruktorem przyrządów astronomicznych, najpierw w Kassel, a od 1603 r. w Pradze, gdzie przyjaźnił się z Keplerem. Praca ukazała się drukiem w Pradze w 1620 r., a więc już po wydaniu traktatów Napiera. Nosiła tytuł *Arithmetische und geometrische Progres-Tabulen, sambt gründlichen Unterricht, wie solche nütlich in allerley Rechnungen zu gebrauchen und verstanden werden sol* (*Tablice postępów arytmetycznego i geometrycznego, wraz z gruntownym pouczeniem jak należy je rozumieć i z pożytkiem stosować we wszelkich rachunkach*). Opis logarytmów Bürgiego zamieszczony jest m.in. w: P. Juszkiewicz: *Historia matematyki. Od czasów najdawniejszych do początków XIX stulecia*. T. II, Warszawa 1976 s. 63.

[9] Był to traktat z 1594 r. adresowany do króla Jakuba VI i zatytułowany *Plaine Discovery of the whole Revelation of St John*.

[10] Henry Brigss (1556–1630) – matematyk, profesor geometrii w Oxford i Cambridge, pozostawał w bliskich kontaktach z J. Napierem. Logarytmy Napiera, jak i Bürgiego nie posiadały podstawy, co utrudniało posługiwanie się nimi. Briggs zaproponował Napierowi przyjęcie za podstawę 10 i wyliczył wartości logarytmów z dokładnością do czternastego miejsca po przecinku dla liczb naturalnych od 1 do 20 000, a później dla wartości od 90 do 100 000 (*Arithmetica Logarithmica*, Londini. 1617); drugie wydanie pod tym samym tytułem wydał holenderski księgarz Adriaen Vlacq (Gouda 1628). Były to tablice liczb naturalnych dziesięciocyfrowe wraz z logarytmami linii trygonometrycznych co 1 minutę.

[11] Napier w swym traktacie używał nazwy *virgulas*. W tłumaczeniu na angielski, przyrząd określany jest jako *bones* lub *rods*, przy czym *bones* jest najczęściej stosowaną nazwą w pracach z zakresu historii instrumentów naukowych. W języku polskim

przyrząd nie posiada jednolicie ustalonej nazwy i funkcjonuje szereg różnych form tłumaczeń: pałeczki, sztabki, laseczki, kostki. Kierując się podobnym rozumowaniem jak przy wyborze formy nazwiska Napier, w niniejszym tekście przyjęta została nazwa „kostki", a dokładnie „zestaw kostek".

[12] Rabdologia – nauka o liczeniu na kostkach; nazwa pochodzi od greckiego *ραβδος* – pałeczka. Pełny tytuł książki: *Rabdologiae, seu Numerationis per Virgulas libri duo: Cum Appendice de expeditissimo Multiplicationis Promptuario. Authore &Inventore Ioanne Nepero, Barone Merchistonii, &c. Scoto.* Sygn. B.J. Math 1386.

[13] J. B r o ż e k : *Wybór pism*. J. Dianni, t. II, s. 129.

[14] Tłumaczenie zaczerpnięto z: Jan B r o ż e k : *Wybór pism*. J. Dianni, t. II, s. 134.

[15] Książka J. B r o s c i u s a *Arithmetica Integrorum* wydana została w Krakowie w 1620 r. jako pierwsza książka z fundacji Bartłomieja Nowodworskiego.

[16] Cytat zaczerpnięty z : Jan B r o ż e k : *Wybór pism*. J. Dianni, t. II, s. 124.

[17] Wg D.J. B r y d e n : *Napier's bones. A history and Instruction Manual*. London 1992 s. 22.

[18] Jest to Rozdział XVI traktatu zatytułowany *De Virgulis*.

[19] Cytat przytoczono wg *Wybór pism*. J. D i a n n i t. II, s. 198.

[20] Walenty Raczkowski – sekretarz Zygmunta III i Władysława IV. Przyjaciel Brożka, wspierał finansowo uczonego podczas jego studiów w Padwie. Brożek wspólnie z Raczkowskim, podczas jednej z wizyt w dobrach Raczkowskiego, wykonali doświadczenie wyznaczając stosunek ciężarów przy jednej objętości dla piasku i wody.

[21] Franciszek Xawery Zajerski (1568–1631) – biskup argiweński i sufragan oraz proboszcz łucki, archidiakon sandomierski, przyjaciel J. Brożka. W liście do Brożka z dnia 12 lutego 1620 r. Zajerski pisze: „Tymczasem polecam się łasce WPana i proszę usilnie, abyś dał do sporządzenia na mój koszt owe przyobiecane laseczki do mnożenia arytmetycznego [...]". Cytat z: Jan B r o ż e k : *Wybów pism*. H. Barycz t. I s. 441.

[22] Mowa tu o dwóch inwentarzach, w których, ze względu na chronologię, mógłby znaleźć się przyrząd Napiera: inwentarzu instrumentów J. Brożka z 1657 r. oraz pierwszym inwentarzu Kolegium Fizycznego z 1786 r. (Arch. U.J. Rkp.398). Jedynym śladem stosowania pomocy napierowskich jest wymieniony przez L. Hajdukiewicza spis około 30 przyrządów, prawdopodobnie z końca XVII w. Jest to spis anonimowy, zawiera między innymi *Tabula Naperiana* (por. przypis do pracy L. H a j d u k i e w i c z a *Nieznany inwentarz instrumentarium i biblioteki Jana Brożka z 1657 roku*). Chodzi tu najpewniej o tzw. szachownicę Nepera złożoną z 24 × 24 = 576 pól, rodzaj abaku szachowego, która służyła do dzielenia i mnożenia liczb wielocyfrowych. Sposób użycia tablicy podaje w swym podręczniku Brożek za opisem Nepera w *Rabdologiae*.

[23] Wg D.J. B r y d e n : *Napier's bones. A history and Instruction Manual*. London 1992: taki model kostek, wykonany z tektury, opisany został przez W. B a r t o n a w *Aritmeticke breviated* (London 1634). Podobnie opisuje go W. L e y b o u r n w *Cursus Mathemaicus* (London 1690), twierdząc że model kostek płaskich wsuwanych do pudełeczka z odpowiednimi przegródkami przyspiesza wyszukiwanie odpowiednich cyfr do mnożenia i ułatwia przechowywanie kostek.

[24] Wg D.J. B r y d e n : *Napier's bones. A history and Instruction Manual.* London 1992: G. S c h o t t : *Organum Mathematicum* (Würzburg 1668).

[25] Cytat zaczerpnięty z książki Roberta L i g o n n i è r e : *Prehistoria i historia komputerów.* Wrocław 1992 s. 25.

[26] Istnieją hipotezy co do umyślnego podpalenia warsztatu. Schickard żył w czasach wojny trzydziestoletniej (1618–1648), podczas której Wirtembergia wiele ucierpiała, nękana również zarazami. Ofiarami zarazy była także rodzina Schickarda, jego żona, trzy córki, służący, a na końcu sam Wilhelm Schickard.

[27] Odnalezienie tych jakże cennych archiwaliów rzuciło inne światło na utarte w historii nauki stwierdzenie, że konstruktorem pierwszej maszyny liczącej był Blaise Pascal w roku 1642. Obydwie konstrukcje powstawały niezależnie, obydwie też posiadały zasadnicze różnice w budowie. Szczegółowy opis obu maszyn przedstawiony jest w książce *Prehistoria i ...*, dz. cyt.

[28] Perfekcyjnym przykładem takiej konstrukcji jest maszyna licząca Babbage'a, praktycznie nigdy nie doprowadzona do wersji ostatecznej.

Literatura

1. B r y d e n D. J.: *Napier's bones. A history and Instruction Manual.* London 1992.
2. L i g o n n i è r e R.: *Prehistoria i historia komputerów.* Z języka francuskiego przełożył Ryszard Dulinicz. Wrocław 1992.
3. B u d R., W a r n e r D.J.: *Instruments of Science, An Historical Encyclopedia.* N.Y., London 1998.
4. F r a n k e J.N.: *Jan Brożek (J. Broscius) Akademik Krakowski 1585–1652. Jego życie i dzieła ze szczególnym uwzględnieniem prac matematycznych.* Kraków 1884.
5. B r o ż e k J: *Wybór pism.* H. Barycz, J. Dianni, t. I i II, Warszawa 1956.
6. P e l c z a r A.: *Złota Księga Wydziału Matematyczno-Fizycznego U.J.* (praca w przygotowaniu).
7. B a r a n i e c k i M.: *Krótki rys rozwoju matematyki i o jej nauczaniu.* W: *Arytmetyka*, Warszawa 1884 s. XIII–LVI.
8. T r y b u l s k i W.: *Arytmetyka*, W: *Encyklopedia Wychowawcza.* T. I, Warszawa 1882 s. 329–436.
9. N e p e r o J.: *Rabdologiae, seu Numerationis per Virgulas libri duo.* Edinburgi 1617.
10. *Arithmetica Integrorum edita ŕ M. Ioanne Broscio Curzeloviensi, Cracoviae.*