

Piotr Łukowski

Paradoks kata

Prace Naukowe Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie. Filozofia nr 5,
79-87

2008

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej bazhum.muzhp.pl, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

Piotr Łukowski

Paradoks kata

Praca poświęcona jest paradoksowi kata, który chyba słusznie nie jest kojarzony z wielkim matematycznym czy też językowym problemem. Paradoks ten wciąż jednak uchodzi za nierozwiązany. K. Szymanek w monografii *Sztuka argumentacji* (PWN, Warszawa 2001) prezentację paradoksu kata podsumowuje słowami: „(...) w przedstawionym wcześniej rozumowaniu musi tkwić błąd. Problem jednak w tym, że nie sposób go znaleźć...”. W naszej pracy proponujemy rozwiązanie tego problemu.

Przypomnijmy:

sąd skazał oskarżonego na karę śmierci i nakazał, aby karę tę wykonano w przyszłym tygodniu między poniedziałkiem a sobotą włącznie. Sąd postawił jednak warunek, aby wyrok wykonano w takim dniu, aby skazaniec w dniu poprzednim nie mógł się domyślić, iż w dniu następnym zostanie stracony. Naturalnie, warunek wykonania wyroku jest znany skazańcowi.

Proste rozumowanie pokazuje, iż wyroku obwarowanego takim warunkiem nie sposób wykonać. Zaczniemy od tego, że nie jest możliwe wykonanie wyroku w sobotę. Aby bowiem wyrok wykonano w sobotę, skazaniec musiałby żyć jeszcze w piątek, lecz wówczas wiedziałby, że na drugi dzień zginie, sobota jest przecież ostatnim dniem przeznaczonym na egzekucję. Jeśli więc postawiony przez sąd warunek ma zostać spełniony, nie sobota, lecz piątek musi być ostatnim z tych dni, w które można wykonać wyrok. Skoro tak, to oczywiście skazaniec wie, że również w piątek nie może zostać stracony. Gdyby bowiem wyrok miano wykonać w piątek, to jeszcze w czwartek skazaniec musiałby żyć. Lecz wówczas, wiedząc, że nie może zginąć w sobotę wiedziałby, że musi zginąć w piątek, czyli nazajutrz. Oznacza to, że również w piątek nie można wykonać egzekucji. Tym samym ostatnim dniem na wykonanie wyroku jest czwartek. Powtarzając wciąż to samo rozumowanie dochodzimy kolejno do wniosku, że ani w czwartek, ani w środę, ani we wtorek, ani w poniedziałek nie można stracić skazańca tak, aby w przeddzień nie mógł się domyślić, że nazajutrz zginie.

Paradoksalność zaprezentowanego rozumowania polega na tym, iż w naszym najgłębszym przekonaniu można wykonać wyrok tak, aby skazaniec nie wiedział poprzedniego dnia, że nazajutrz zginie, jednocześnie rozumowanie to

wydaje się nie tylko poprawne, ale wręcz oczywiste. Tymczasem zawiera ono jednak pewną nieścisłość. Zastanówmy się jeszcze raz, co stoi na przeszkodzie wykonania wyroku w sobotę. Wcześniej powiedzieliśmy, że aby skazaniec został stracony w sobotę w piątek musiałby żyć, a to oznacza, że wiedziałby, iż do wykonania wyroku pozostała już tylko sobota. To jednak jest nieprawdą. Przecież zwrot „musiałby żyć w piątek” jest wyjątkowo nieprecyzyjny i w związku z tym wcale nie musi implikować tego, że skazaniec będzie już wiedział, że do wykonania wyroku pozostała tylko sobota. Zauważmy, że skazaniec będzie wiedział, że może zostać stracony już tylko w sobotę, jeśli nie tyle będzie żył w piątek, ile przeżyje wszystkie te godziny piątku, w których wyrok może zostać wykonany. Zatem być może należy uwzględnić godziny pracy katar?

Na początek założmy, że egzekucje mogą być wykonywane wyłącznie do godziny 17 każdego dnia od poniedziałku do soboty włącznie. Łatwo zauważyć, że z punktu widzenia rozważanego przez nas problemu nie jest istotne, od której godziny egzekucje mogą być wykonywane. Przy przyjętym założeniu widać, że na pewno w piątek po godzinie 17 skazaniec będzie wiedział, że zostanie stracony w sobotę. Oznacza to, że nie może on dożyć do godziny 17 w piątek. Ostatnimi godzinami wykonania wyroku są więc wszystkie te piątkowe, począwszy od pierwszej dopuszczalnej, aż do godziny 17. Skoro tak, skazaniec nie może dożyć również do godziny 17 w czwartek. Jeśli bowiem by dożył, wiedziałby, że musi zginąć nazajutrz, bo piątek jest ostatnim dniem na wykonanie wyroku. To oznacza, że nie piątek, a czwartek do 17 jest ostatnim czasem, w którym można wykonać wyrok z tego faktu wynika, że skazaniec nie może dożyć także środy. Jak widać, kilkakrotne powtórzenie tego samego wniosku prowadzi do stwierdzenia, że wyrok nie jest wykonalny.

Rozważmy ponownie cały problem zakładając tym razem, że wyrok może zostać wykonany w dowolnym czasie każdego dnia od poniedziałku do soboty włącznie. Tym samym, godzinę 17 zastępujemy godziną 24. Przyjmijmy, że skazaniec dożył piątku. Wówczas, przez cały piątek aż do północy będzie wiedział, że może zostać stracony w piątek lub w sobotę. Pewność, że zginie w sobotę, będzie miał dopiero po godzinie 24, a więc... W sobotę. Nie istnieje zatem taka piątkowa godzina, w której wiedziałby, że na wykonanie wyroku pozostała już tylko sobota. Oznacza to, że przez cały piątek będzie wiedział, że zostanie stracony w piątek lub w sobotę. To że na pewno zginie w sobotę, będzie wiedział dopiero w sobotę. Przypomnijmy, że warunek wykonania wyroku wykluczał jedynie taką sytuację, w której skazaniec na dzień przed egzekucją będzie wiedział, kiedy zginie. Nie jest jednak zabronione, aby skazaniec danego dnia dowiedział się, że tego właśnie dnia zostanie stracony. Oznacza to, że wyrok może zostać wykonany w sobotę, a skoro tak, to również w każdy wcześniejszy dzień do poniedziałku włącznie.

Łatwo zauważyć, że począwszy od poniedziałku, wraz z upływem czasu jego wiedza będzie coraz bardziej ścisła. W poniedziałek będzie wiedział tylko tyle, że zostanie stracony w poniedziałek lub we wtorek lub w środę lub w czwartek lub w piątek lub w sobotę. Natomiast w piątek będzie wiedział wię-

cej, a mianowicie, że zginie w piątek lub w sobotę. Jednak pewność, kiedy umrze, będzie miał dopiero w sobotę, o ile do tego czasu nadal będzie żył. Jednak to, że musi umrzeć w sobotę, będzie wiedział dopiero w sobotę. Tak więc między poniedziałkiem a sobotą nie ma ani jednego dnia, w którym egzekucja nie mogłaby być wykonana.

Jak się okazuje, można pokusić się o jeszcze większą precyzję w powyższej analizie. Załóżmy bowiem, że każdego dnia od poniedziałku do czwartku włącznie oraz w sobotę egzekucje mogą być wykonywane w dowolnym przedziale czasu (niekoniecznie do godz. 24), za to w piątek egzekucje mogą być wykonywane aż do godziny 24. Tak więc na przykład, w poniedziałek i w sobotę wyrok może być wykonany w godzinach 10.00–12.30, we wtorek i w środę w godzinach 13.45–23.00, w czwartek w godzinach 16.00–24.00, a i tak wszystko rozstrzyga się dzięki piątkowi bowiem tego dnia egzekucje mogą być wykonywane aż do północy. Oczywiście dolna granica czasu przeznaczonego na egzekucje w piątek jest teoretycznie dowolna, wszystko zależy bowiem od górnej granicy. Wystarczy zatem, aby w piątek wyroki mogły być wykonywane między 23.55 a 24.00, a sobota może być ostatnim dniem na wykonanie wyroku przy jednoczesnym spełnieniu warunku postawionego przez sąd. Zauważmy, że fakt, iż sobota może być dniem wykonania egzekucji, oznacza, że wyrok może zostać wykonany w każdy dzień między poniedziałkiem a sobotą włącznie. Istotnie, skoro już w poniedziałek skazaniec wie, że może zginąć nawet w sobotę, żadnego dnia poza sobotą nie może mieć on pewności, kiedy zostanie stracony. Jednak sobota nigdy nie będzie dniem poprzedzającym egzekucję. Ona może być jedynie dniem egzekucji, a zatem warunek postawiony przez sąd jest spełniony.

Rozważmy teraz przypadek polegający na tym, że czwartek jest dniem, w którym egzekucja może być wykonana aż do godziny 24.00, zaś w piątek wykonanie wyroku może się dokonać do godziny, a wcześniejszej niż 24.00. Znane już rozumowanie dowodzi, że aby spełnić warunek sądu należy skazańca stracić przed sobotą. Ostatnim dniem na wykonanie wyroku jest więc piątek. Istotnie, sobota jest wykluczona ponieważ skazaniec musiałby pozostać przy życiu w piątek po godzinie A. Lecz od tej właśnie godziny wiedziałby, że musi zginąć nazajutrz, a to przeczyłoby warunkowi postawionemu przez sąd. Złóżmy teraz, że skazaniec dożył czwartku. Zastanawiając się w czwartek nad swoim losem wie on, że może zostać stracony w czwartek lub w piątek. Pewność, że zginie w piątek będzie, mógł mieć dopiero po godzinie 24, czyli w piątek. Oznacza to, że piątek jest ostatnim dniem na wykonanie wyroku. Tym samym, wyrok może zostać wykonany także każdego dnia poprzedzającego piątek. Dla ścisłości podkreślmy, że czas wykonania wyroku w sobotę nie ma najmniejszego znaczenia.

Rozumując analogicznie widzimy, że jeśli środa jest ostatnim dniem (nie licząc soboty), w którym wyrok może być wykonany do godziny 24.00, wyrok z zachowaniem warunku postawionego przez sąd może być wykonany do czwartku włącznie. Jeśli ostatnim dniem (nie licząc soboty), w którym wyrok może być wykonany do godziny 24.00 jest wtorek, wyrok może być wykonany

do środy włącznie. Wreszcie na wykonanie egzekucji pozostają poniedziałek i wtorek, jeśli poniedziałek jest ostatnim dniem (nie licząc soboty), w którym wyrok może być wykonany do godziny 24.00.

Można więc sformułować warunek wykonalności wyroku wydanego przez sąd:

Jeśli między poniedziałkiem a piątkiem włącznie istnieje dzień, w którym egzekucja może być wykonana do godziny 24.00, wyrok wydany przez sąd może zostać wykonany wraz ze spełnieniem warunku, aby skazaniec w przeddzień nie wiedział, że najjutrz zginie.

Jak widać, możliwość wykonania egzekucji do godziny 24.00 choćby jednego dnia między poniedziałkiem a piątkiem włącznie sprawia, że istnieją co najmniej dwa dni, w które orzeczone przez sąd wyrok może zostać wykonany.

Nieodparcie nasuwa się tu porównanie ze stojącymi w rzędzie sześcioma klockami domina, wśród których sobota jest ostatnim z nich, zaś przewrócenie klocka „x” oznacza niewykonalność wyroku w dniu „x”. Porównanie to jest o tyle istotne, ponieważ wskazuje na dodatkowy czynnik którego uwzględnienie może wpłynąć na wyjaśnienie faktu, iż w przeciwieństwie do paradoksalnej analizy problemu kata (może raczej skazańca) możliwość wykonania wyroku wydaje się sprawą oczywistą. Załóżmy więc, że przewrócenie któregośkolwiek z klocków powoduje przewrócenie wszystkich, które stoją przed nim. Jeśli jako pierwszy przewróci się klocek o nazwie „sobota”, to „sobota” przewróci „piątek”, ten zaś przewróci „czwartek” itd. aż do klocka o nazwie „poniedziałek”. Założenie, że egzekucja może być wykonywana przez cały dzień X aż do godziny 24.00, usztywnia klocek stojący bezpośrednio za tym o nazwie „X”. A skoro tak, żaden z klocków stojących przed „X”-em również się nie przewróci. Załóżmy, że we wtorek egzekucja może być wykonana do godziny 24.00. Oznacza to, że usztywniony zostaje klocek o nazwie „środa”. Wówczas przewrócenie klocka „sobota” przewraca kolejno „piątek” i „czwartek”, jednak nie jest w stanie przewrócić „środy”, a tym samym ani „wtorku” ani „poniedziałku”.

Porównanie problemu kata do stojących w rzędzie klocków domina wskazuje na rolę, jaką w całej sprawie odgrywa fakt uporządkowania tak klocków jak i dni: po wtorku może przecież nastąpić jedynie środa, a nie na przykład piątek. Fakt ten może tłumaczyć nasze złudzenie, które sprawia, że jesteśmy pewni iż wyrok jest wykonalny dowolnego dnia, może tylko poza sobotą. Aby móc uwolnić się od wspomnianej kolejności, rozważmy następującą sytuację:

stojmy w korytarzu, w którym jest sześć zamkniętych drzwi, ponumerowanych od 1 do 6. Wiemy, że skarb jest schowany za jednymi tylko drzwiami, lecz nie wiemy, za którymi. Drzwi możemy otwierać jedynie kolejno, według ich numeracji. Za którymi drzwiami winien zostać schowany skarb, abyśmy otwierając kolejne drzwi nie domyślili się, że jest on ukryty za następnymi drzwiami?

Łatwe, analogiczne do przeprowadzonego na początku tej pracy, rozumowanie pokazuje, że nie sposób znaleźć drzwi, za którymi można schować skarb. Ponieważ za drzwiami numer 6, nie może być on schowany, wykluczony jest pokój z drzwiami o numerze 5, itd. aż do drzwi z numerem 1.

Aby analogia między skazańcem a skarbem była pełniejsza, zauważmy następujące podobieństwo, jakie zachodzi między dwiema opowieściami. Jeśli przyjmiemy, że otwarcie drzwi jest równoczesne ze stwierdzeniem, czy za tymi drzwiami jest skarb, to aby analogia między obydwojema problemami była pełna, musimy przyjąć, że skazaniec może zostać stracony jedynie w pierwszej minucie (chwili) każdego dnia. Każdemu dłuższemu czasowi, jaki jest przeznaczony na wykonanie wyroku, odpowiadać musi założenie, że aby stwierdzić, czy za danymi drzwiami jest skarb, nie wystarczy je otworzyć, ale należy jeszcze przeszukać pokój znajdujący się za tymi drzwiami. Jeśli więc na wykonanie wyroku w poniedziałek przewidziane są cztery godziny, to faktowi temu odpowiada założenie, że pełne przeszukanie pokoju nr 1 wymaga czterech godzin pracy. Odpowiednikiem zaś możliwości wykonania egzekucji aż do 24.00 jest założenie, iż przeszukiwanie danego pokoju kończy się w pokoju następnym. Innymi słowy, istnieje „płynne” przejście od przeszukiwania jednego pokoju do przeszukiwania pokoju następnego, coś na kształt połączenia obu pokoi wewnątrznymi, zawsze otwartymi drzwiami.

Wracając do naszych rozważań łatwo zauważyć, że czynnikiem uniemożliwiającym takie schowanie skarbu, aby spełnione były warunki zadania jest kolejność w jakiej możemy otwierać drzwi. Oczywiście, nie jest istotne jaka jest ta kolejność, ważne że jest. A zatem, dla przykładu, jeśli musielibyśmy otwierać najpierw wszystkie drzwi z numerami parzystymi w kolejności wzrastania tych liczb, a potem wszystkie drzwi z numerami nieparzystymi w kolejności malewania tych liczb, czyli otwieranie drzwi w kolejności: 2, 4, 6, 5, 3, 1; to i tak odpowiednio, czyli zachowując warunki zagadki, ukrycie skarbu nie jest możliwe. Oczywiście, odrzucenie przestrzegania jakiegokolwiek kolejności w otwieraniu drzwi sprawi, że otwierając dowolne drzwi nie będziemy mieli pewności, czy skarb jest za następnymi. Być może takie właśnie przekonanie, a ściślej mówiąc przekonanie do niego analogiczne leży u podstaw naszych intuicji, według których nie biorąc nawet pod uwagę godzin przeznaczonych na egzekucję jesteśmy skłonni stwierdzić, iż można wykonać wyrok zachowując warunek postawiony przez sąd? Być może patrząc z perspektywy czasu na cały tydzień nie czujemy, iż kolejność następujących po sobie dni jest tak istotnym czynnikiem w paradoksie kata. Jedynym uświadamianym przez nas faktem jest ten, iż sobota musi być ostatnim dniem. Należy jednak zauważyć, że uwolnienie się od kolejności w otwieraniu drzwi, nie uwalnia nas od problemu. Przecież i tak nie wiadomo za którymi drzwiami należy schować skarb. Przypuśćmy, że kolejność otwierania drzwi jest przypadkowa i że skarb został schowany za drzwiami numer 5. Założenia te nie gwarantują jednak spełnienia warunku, aby otwierając dowolne drzwi nie mieć pewności, że skarb jest za następnymi. Wystarczy przyjąć, że przypadek sprawił, iż drzwi z numerem 5 otworzymy jako ostatnie. Wówczas, po otwarciu przedostatnich drzwi mamy pewność, iż skarb jest za następnymi, a więc za drzwiami numer 5. Widać więc, że z jednej strony nieuwzględnienie kolejności może wyjaśniać źródło naszych intuicji wiążących się z paradoksem kata, z drugiej zaś odrzucenie kolejności nie rozwiązuje problemu, lecz znacznie

go ogranicza. Wydaje się, że również w przypadku drzwi jedynym rozwiązaniem pozostaje pomysł aby sprawdzanie danego pokoju przechodziło płynnie w sprawdzanie następnego, czyli założenie będące odpowiednikiem wykonalności kary śmierci do godziny 24.00.

Formalna analiza paradoksu

Zaproponowane wyżej rozwiązanie sugeruje, iż paradoks kata stanowi przykład problemu, który pojawia się wówczas, gdy zaskakujący nas wniosek nie wynika z danego założenia, lecz z koniunkcji tego założenia i pewnego, nie-uświadamianego sobie przez nas warunku. Wprowadźmy następujące oznaczenia:

- zdanie p wyraża warunek wykonalności wyroku postawiony przez sąd;
- zdanie q wyraża warunek zakładający, że każdy dzień (od poniedziałku do soboty) kończy się pewnym niepustym przedziałem czasu, w którym wyrok nie może być wykonany;
- zdanie s wyraża wniosek stwierdzający niemożność wykonania wyroku.

Przeprowadzona wyżej analiza pokazuje, że wniosek s nie wynika z założenia p , lecz z koniunkcji warunków p i q . Prawdą jest więc implikacja:

$$(p \wedge q) \rightarrow s.$$

Ponieważ jednak tautologią klasycznego rachunku zdań nie jest formuła:

$$((p \wedge q) \rightarrow s) \rightarrow (p \rightarrow s),$$

lecz

$$(p \rightarrow s) \rightarrow ((p \wedge q) \rightarrow s),$$

prawdziwość zdania o strukturze $(p \wedge q) \rightarrow s$ nie gwarantuje prawdziwości zdania, którego schematem jest $p \rightarrow s$. To prawdziwość zdania $p \rightarrow s$ pociąga za sobą prawdziwość zdania $(p \wedge q) \rightarrow s$.

Co więcej, fakt, iż całe paradoksalne rozumowanie sprowadza się do schematu $p \rightarrow s$, sprawia, że chcąc je uściślić możemy zbiór przesłanek rozszerzyć zarówno o q , jak i o $\neg q$. W pierwszym przypadku wnioskiem jest s , w drugim zaś, jak to pokazała wcześniejsza analiza, $\neg s$. Za prawdziwą bowiem jesteśmy w stanie uznać nie tylko rozważaną już implikację $(p \wedge q) \rightarrow s$, lecz również

$$(p \wedge \neg q) \rightarrow \neg s.$$

Oczywiście, z prawdziwości zdania $(p \wedge \neg q) \rightarrow \neg s$ nie wynika prawdziwość zdania $p \rightarrow \neg s$.

Jak widać, uwzględnienie czynników istotnych dla rozwiązania problemu jest istotne do tego stopnia, że może prowadzić do sprzecznych wniosków. Przy jednym warunku otrzymujemy potwierdzenie faktu o niewykonalności wyroku orzeczonego przez sąd (czyli s), przy innym warunku wniosek jest zupełnie przeciwny: wyrok orzeczony przez sąd jest wykonalny (zdanie $\neg s$). Co więcej, samo stwierdzenie wykonalności wyroku nie jest jednoznaczne. Przy pewnych założeniach może oznaczać, iż egzekucja jest wykonalna jedynie w poniedziałek

i wtorek, przy innych, że w poniedziałek, wtorek i środę itd. aż do przypadku granicznego wykonalności wyroku każdego dnia od poniedziałku do soboty włącznie. Chcąc formalnie wyrazić ten fakt, przyjmijmy następującą równoważność:

$$\neg q \leftrightarrow (r_1 \vee r_2 \vee r_3 \vee r_4 \vee r_5 \vee r_6),$$

gdzie zdanie r_i , dla $i \in \{1,2,3,4,5,6\}$ wyraża warunek zakładający, że i -ty dzień nie kończy się pewnym niepustym przedziałem czasu, w którym wyrok nie może być wykonany. Innymi słowy i -tego dnia wyrok może być wykonany do godziny 24-tej. Oczywiście, pierwszy dzień to poniedziałek, drugi, to wtorek itd. aż do soboty. Prawdziwość zdania $\neg q$ jest zagwarantowana prawdziwością przynajmniej jednego ze zdań r_i , dla $i \in \{1,2,3,4,5,6\}$. Jeśli więc nie chcemy za dodatkową przesłankę przyjąć zdania q , to winniśmy założyć któreś ze zdań r_i , lub dowolną koniunkcję zdań r_i . Ta znacznie precyzyjniejsza formalizacja tłumaczy niejednoznaczność przypadku wykonalności wyroku. Zamiast zdania $(p \wedge \neg q) \rightarrow \neg s$ mamy bowiem klasę zdań:

$$\begin{aligned} (p \wedge r_i) &\rightarrow \neg s, & \text{dla } i \in \{1,2,3,4,5,6\}; \\ (p \wedge r_i \wedge r_j) &\rightarrow \neg s, & \text{dla } i, j \in \{1,2,3,4,5,6\}; \\ (p \wedge r_i \wedge r_j \wedge r_k) &\rightarrow \neg s, & \text{dla } i, j, k \in \{1,2,3,4,5,6\}; \\ (p \wedge r_i \wedge r_j \wedge r_k \wedge r_l) &\rightarrow \neg s, & \text{dla } i, j, k, l \in \{1,2,3,4,5,6\}; \\ (p \wedge r_i \wedge r_j \wedge r_k \wedge r_l \wedge r_m) &\rightarrow \neg s, & \text{dla } i, j, k, l, m \in \{1,2,3,4,5,6\}; \\ (p \wedge r_1 \vee r_2 \vee r_3 \vee r_4 \vee r_5 \vee r_6) &\rightarrow \neg s. \end{aligned}$$

wyrażających mnogość przypadków w których wyrok może być wykonany nawet pod analizowanym w pracy warunkiem nałożonym przez sąd.

A jednak przeanalizujemy jeszcze raz paradoks kata, tym razem uwzględniając istotne dla niego założenie czasu wykonywalności wyroków. Niech wykonywanie egzekucji może odbywać się każdego dnia od poniedziałku do soboty włącznie tylko do godziny 17. Oczywiście, powtarzając kolejny raz dobrze znane rozumowanie dochodzimy do wniosku, że wyroku nie można wykonać tak, aby skazaniec nie domyślił się dnia poprzedniego, że nazajutrz zostanie stracony. Niestety, trudno oprzeć się wrażeniu, że paradoks nadal istnieje. Mamy bowiem nieodparte wrażenie, że można wyrok wykonać na przykład we wtorek lub w środę, a skazaniec nie będzie miał żadnej szansy, aby fakt ten dzień wcześniej przewidzieć. W celu rozwiania jakichkolwiek wątpliwości, iż paradoks nadal istnieje, zastąpmy tydzień rokiem. Przecież rozumowanie prowadzące od soboty do poniedziałku, a wykluczające możliwość wykonania wyroku, nie musi ograniczać się do sześciu kroków. Tych kroków może być dowolna skończona ilość. Jednocześnie trudno sobie wyobrazić, że wykonanie wyroku nie jest możliwe również w ciągu całego roku. W oczywisty sposób, uwzględnienie czasu przeprowadzania egzekucji nie rozwiązuje niestety tego problemu.

Co więc leży u podstaw tego paradoksu? Zamiast powtarzać to samo rozumowanie, spróbujmy przeanalizować całą stworzoną przez orzeczenie sądu sytuację z punktu widzenia skazańca. Zmieniamy więc perspektywę myślenia i w związku z tym zmianie ulega również narracja:

Oczywiście, w sobotę nie mogę być stracony, bo musiałbym żyć w piątek po godzinie 17, ale wówczas począwszy od godziny 17 aż do północy wiedziałbym, że zostanę stracony w sobotę. Zatem ostatnim dniem wykonania wyroku jest piątek. Jednak w piątek też nie mogę zostać stracony, bo musiałbym żyć w czwartek po godzinie 17, lecz wówczas wiedząc, że nie mogę być stracony w sobotę, wiedziałbym, że muszę zginąć w piątek, co przeczyłoby nałożonemu przez sąd warunkowi wykonania wyroku.

Rozumując podobnie dalej dochodzę do wniosku, że:

Nie mogę zostać stracony ani w sobotę, ani w piątek, ani w czwartek, ani w środę, ani w wtorek, ani w poniedziałek. Oznacza to, że między poniedziałkiem a sobotą włącznie nie istnieje taki dzień, w którym egzekucja mogłaby być wykonana.

Jest to moja wiedza na interesujący mnie temat. Niestety, wiedza ta sprawia, że... wyrok może zostać wykonany praktycznie każdego dnia! Skoro bowiem wiem, że nie mogę być stracony ani dzisiaj, ani jutro, ani pojutrze itd., to w szczególności prawdą jest, że nie wiem, że jutro zostanę stracony. Przecież mocno wierzę w to, że orzeczenie sądu jest wiążące. Tym samym można mnie stracić na przykład jutro. Uświadamiając to sobie, stwierdzam zapewne z przerażeniem, że:

Mogę zostać stracony dowolnego dnia między poniedziałkiem a sobotą włącznie. Co gorsza, skoro wiem, że można mnie stracić dowolnego dnia, to prawdą jest że każdego dnia nie wiem, że zginę nazajutrz, co potwierdza jeszcze raz fakt, iż wyrok może zostać wykonany.

Po chwili jednak uświadamiam sobie, że w sobotę naprawdę nie mogę być stracony, bo w piątek po 17 wiedziałbym, że nazajutrz zginę. Dochodzę więc ponownie do wniosku, że:

Skoro w sobotę nie mogę zginąć, to również i w piątek nie można mnie stracić, a więc i w czwartek również.

Itd.

Koło się zamknęło. Teraz mogę już tylko powtarzać te kroki rozumowania, które wcześniej wystąpiły. Nie istnieje jednak, żaden uprzywilejowany krok w tym koszmarnej zamkniętym kręgu wnioskowania, na którym mógłbym przerwać rozumowanie. Oznacza to, że chcąc przewidzieć dzień mojego stracenia, tak naprawdę nie mogę wykluczyć żadnego dnia ... no może poza sobotą.

To błędne koło rozumowania można ograniczyć do każdego dnia. Załóżmy, że jest niedziela, dzień po tej sobocie w której zapadł wyrok. Myślę następująco:

Skoro nie można mnie stracić w sobotę, zginę najpóźniej w piątek. Skoro jednak piątek jest ostatnim dniem na wykonanie wyroku, najpóźniej zginę w czwartek. Skoro tak, to najpóźniej zginę w środę.

Powtarzając to rozumowanie dochodzę w końcu do wniosku, że:

Najpóźniej zginę w poniedziałek, a więc jutro. Tym samym wiem, że zginę nazajutrz, czyli wyroku nie można wykonać. Lecz ja o tym wiem! Zatem wiem, że jutro nie zginę, co oznacza, że mogę jutro zostać stracony zgodnie z warunkiem postawionym przez sąd. Oczywiście, mogę być stracony lecz nie muszę.

Jeśli więc dożyję do godziny 17-tej w poniedziałek, będę mógł całe powyższe rozumowanie powtórzyć:

Paradoks kata

Zginę we wtorek, a więc jutro. Tym samym wiem, że zginę nazajutrz, czyli wyroku nie można wykonać. I ja o tym wiem! Zatem wiem, że jutro nie zginę, co oznacza, że mogę jutro zostać stracony zgodnie z warunkiem postawionym przez sąd. Oczywiście, mogę być stracony, lecz nie muszę.

Należy zauważyć, że rozumowanie to obowiązuje również w piątek. Oznacza to, że mogę być stracony nawet w sobotę.