Katarzyna Wojcieszek

Maths on display po polsku, czyli matematyczne prezentacje na lekcjach w klasie III

Problemy Wczesnej Edukacji/Issues in Early Education 10/1(24), 96-107

2014

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej bazhum.muzhp.pl, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

MUZEUM HISTORII POLSKI

PROBLEMY WCZESNEJ EDUKACJI / ISSUES IN EARLY EDUCATION ISSN 1734-1582
1 (24) / 2014

Katarzyna Wojcieszek
Uniwersytet Gdański
kwojcieszek@op.pl

Maths on display po polsku, czyli matematyczne prezentacje na lekcjach w klasie III

Summary

Maths on display, i.e. mathematical presentations at lessons in the third form

Creating conditions for construction of extensive personal knowledge and mental acquaintance with the public knowledge should be the primary aim of teaching mathematics. To assist pupils in their **comprehension** of mathematics means to give a chance of **independent** choice of strategies of actions, of implementing into the educational process a number of diversified cognitive processes, in accordance to assumptions of cognitive psychology's findings. Viewing the current state of maths teaching, characterised by low activity on the part of pupils and providing them with scholastic knowledge, as unsatisfactory, the author planned and conducted action research. Its aim was to introduce a change towards enhancement of learning in the context of Polish schools. The author's search for effective ways of supporting pupils in their construction of knowledge is based on an application derived from England of the *Maths on display* strategy as a way of organising and holding a lesson, the primary aim of which is generation of stimulating and interesting instructional aids. The study has confirmed rich educational potential of the strategy of mathematical presentations.

Słowa kluczowe: uczenie się i nauczanie matematyki, wczesna edukacja, *matematyczne prezentacje,* konstruktywizm

Keywords: matematics learning and teaching, early education, *Maths on display*, constructivism

Do podstawowych celów nauczania matematyki powinno należeć, jak wykazują w *Sensach i bezsensach edukacji wczesnoszkolnej* Dorota Klus-Stańska oraz Marzenna Nowicka, tworzenie warunków do konstruowanie pogłębionej wiedzy osobistej oraz mentalnego oswojenia wiedzy publicznej (Klus-Stańska, Nowicka 2005: 127). Aby wiedzę, która została już zweryfikowana i uznana za prawdziwą, włączyć w obręb własnych zasobów, procesu edukacyjnego nie można ograniczać do **bezrefleksyjnego przyswajania**. Aby umożliwić odkrywanie prawidłowości i zależności, a w konsekwencji pomagać w **zrozumieniu** matematyki, konieczne jest stawianie uczniów wobec prorozwojowych konfliktów poznawczych (Klus-Stańska 2006: 19). Aktywizowanie nie dość, że umożliwia wypracowywanie własnych strategii otrzymywania rozwiązania, to równocześnie prowadzi do konstruowania wiedzy „bogatszej, bardziej zróżnicowanej, wieloaspektowej i przede wszystkim nieschematycznej" (Klus-Stańska, Nowicka 2005: 116-125). Niezbędna wówczas rezygnacja z wymuszonego stosowania poznanych wcześniej algorytmów, tak uporczywie wykorzystywanych w nauczaniu frontalnym, odwraca łańcuch aktywności edukacyjnych. Nauczyciel zamiast obierać drogę na skróty i zaopatrywać uczniów w przepisy skutecznego dochodzenia do wyniku (algorytmy), daje szansę na **samodzielne** obranie strategii działania. Jednocześnie uczniowskie poczynania przestają pozostawać pod ścisłą kontrolą pedagoga, który występuje teraz raczej w roli **doradcy** aniżeli **mistrza**. W przeciwieństwie do mechanistycznego podejścia do nauczania matematyki (Klus-Stańska, Nowicka 2005: 108), charakteryzującego się fiksacją na punkcie ćwiczenia sprawności na poziomie realizacji określonego toku dochodzenia do wyniku, nauczanie w myśl konstruktywizmu[1] włącza w proces edukacyjny szereg różnorodnych procesów myślowych, takich jak synteza, analiza, abstrahowanie, percepcja, asymilacja (Filip, Rams 2000: 81).

Niestety, zdobywanie wiedzy matematycznej w polskiej szkole odbywa się jakby z całkowitym pominięciem osiągnięć psychologii poznawczej. Niejednokrotnie teorie czołowych dla pedagogiki psychologów, takich jak: Jean Piaget, Jerome Bruner czy Lew Wygotski, nie znajdują zastosowania w praktyce. Nauczyciele zdają się nie uświadamiać sobie potencjału drzemiącego w uczniach. Nadmiernie ich asekurując, szczególnie poprzez permanentne „prowadzenie za rękę”, konsekwentnie ćwiczą ich w schematyzmie. Postępując tak, zapewne w dobrej wierze, w rzeczywistości ubezwłasnowolniają swoich wychowanków i pielęgnują w nich bezradność poznawczą. Mocno **osadzone w behawioryzmie nauczanie podające** nie stanowi intelektualnego wyzwania. Sytuacja jest tym poważniejsza, że zaniedbań z początkowych etapów edukacji nie da się łatwo nadrobić.

Koncentracja na stosowaniu gotowych, przećwiczonych schematów jest jednym z powodów nieobecności na lekcjach matematyki w polskiej szkole zadań nietypowych, angażujących przede wszystkim myślenie twórcze, elastyczne. W przeciwieństwie do zadań typowych, kształtujących głównie (może tylko?) sprawność obliczeniową, zadania nietypowe uruchamiają szereg czynności umysłowych. Aktywizują myślenie, wymagają wstępnej analizy treści, a ponieważ często mają więcej niż jedno rozwiązanie, stanowią zachętę do samodzielnej działalności.

Sporego potencjału edukacyjnego, w powiązaniu z wykazaną wyżej teorią, dopatrzyłam się w strategii nauczania popularnej i szeroko stosowanej na zachodzie Europy. Uznając obecny stan nauczania matematyki, cechujący się przede wszystkim niską aktywnością uczniów oraz zaopatrywaniem w wiedzę scholastyczną za niezadowalający, zaplanowałam badanie zanurzone w praktyce, którego głównym celem była ewaluacja proponowanego sposobu działania. Celem było wprowadzenie zmiany zorientowanej na ulepszanie uczenia się w warunkach polskiej szkoły. Poszukiwanie skutecznych sposobów wspierania uczniów w konstruowaniu wiedzy oparłam na aplikacji strategii *Maths on display*[2] jako formy organizowania i prowadzenia lekcji, której nadrzędnym celem jest wytwarzanie **stymulujących**, a przy tym interesujących dla dzieci pomocy dydaktycznych (wystawek). Hume i Barrs mówią o „uczynieniu matematyki w klasach początkowych bardziej

[1] Na gruncie teoretycznym ogromny wkład do dydaktyki matematyki w tym zakresie wniosła Zofia Krygowska, twórczyni metody tzw. czynnościowej, opartej na podejściu konstruktywistycznym prowadzącym do zdobywania wiedzy operacyjnej przez ucznia.

[2] Strategia, o której mowa, wywodzi się z Anglii i nie doczekała się jeszcze polskiego odpowiednika swojej nazwy. Choć w przeważającej części artykułu posługiwać się będę oryginalnym określeniem *Maths on diplay*, jako polski odpowiednik zaproponowałabym termin, który nie jest dosłownym tłumaczeniem – *matematyczne prezentacje*.

przyjazną. Zgodnie z założeniem wystawki, będące efektem pracy uczniów, powinny (...) wzmacniać dziecięce zainteresowanie matematyką (...)" (Hume i Barrs b. r.: 4). Ogromną zaletą strategii jest też łatwość w integrowaniu treści nauczania. Choć w moim badaniu skupiłam się na matematyce, zaznaczam, że wystawki (ang. *displays*) stosować można również w odniesieniu do innych przedmiotów. Chciałabym tu jeszcze nadmienić, że podczas wstępnej analizy zajmującej mnie kwestii bardzo silnie odczułam brak fachowej literatury przedmiotu dotyczącej wystawek w języku polskim. Jedyną wzmianką na ich temat, na którą natrafiłam, był fragment tekstu E. I. Witkowskiej, w którym jednak autorka, choć dzieli się z czytelnikami swoimi spostrzeżeniami, nie traktuje wystawek jako metody uczenia się (Witkowska 2002: 186-187).

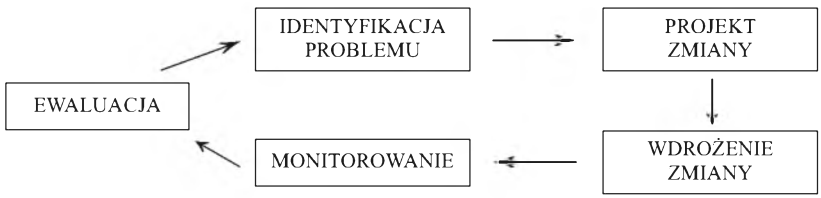
Ze względu na cel, jakim było zainicjowanie zmiany edukacyjnej, a nie diagnoza zastanej rzeczywistości, zrezygnowałam z prowadzenia badania klasycznego na rzecz **badania w działaniu** (ang. *action research*, *research & development*) (Konarzewski 2000: 96). Z uwagi na **jakościowy charakter badania** pominęłam etap formułowania hipotez oraz skoncentrowałam się na zbieraniu danych (Konarzewski 2000: 25). Sformułowane problemy badawcze zogniskowałam wokół dwojakiego rodzaju kontekstu: z jednej strony – **nauczania**, z drugiej – **uczenia się**. Zgodnie z przedstawionym podziałem (najpierw kontekst nauczania, potem – uczenia się) zadałam sobie następujące pytania:
1. Jakie warunki organizacyjno-wykonawcze trzeba zapewnić do realizacji strategii?
2. W jakim stopniu wystawki pobudzają kreatywność uczniów oraz służą wypracowywaniu przez nich nowych strategii uczenia się?
3. Jakie efekty samodzielnego konstruowania wiedzy matematycznej zauważa się wskutek wprowadzenia omawianej strategii?
4. Przez kogo i jak wykorzystywane są wystawki? Jakie są ich możliwości?
5. Jak przejawia się zaangażowanie uczniów w proces dydaktyczny (ze szczególnym uwzględnieniem motywacji, komunikacji oraz zainteresowania dzieci)?

W centrum problematyki badawczej znalazły się aspekty odnoszące się do organizacji zajęć oraz warunków organizacyjno-wykonawczych, włączając również efekty zmodyfikowanego procesu dydaktycznego.

Dla podejścia *action research* istotną cechą jest wyjątkowa pozycja badanych, w dużej mierze wynikająca z działania w sytuacji codziennej, a nie specjalnie aranżowanej. Wśród licznych wyznaczników badania w działaniu wymienić też trzeba bliskie interakcje i silną współpracę pomiędzy badaczem a badanymi. Brak nadrzędnej roli badacza ma dla obydwu stron dążących do rozwiązania problemu znaczenie zasadnicze. Podmiotowe traktowanie badanych i umożliwienie im modyfikowania procesu badawczego, a przede wszystkim postrzeganie ich nie tylko w kategoriach źródła informacji, świadczy o sporym zaufaniu, co oznacza **emancypacyjny poznawczo** charakter badania Z uwagi na bezpośrednie relacje zdecydowałam się na zastosowanie jako techniki badawczej obserwacji uczestniczącej, którą uzupełniałam swobodnymi rozmowami. Podejście hermeneutyczne (Smolińska-Theiss, Theiss 2010: 80), do którego się odwołuję, uprawomocnia wszystkich uczestników do interpretowania i objaśniania, do nadawania znaczeń zastanej rzeczywistości i prowadzonym czynnościom. Podstawowym narzędziem badawczym wykorzystanym przeze mnie w trakcie badania był aparat fotograficzny.

Ostatni element, który w kontekście stosowanej metody koniecznie wymaga nieco uwagi, to poszczególne etapy badania. Model proponowany przez prekursora *action research*

K. Lewina obejmuje odpowiednio: rozmrażanie, zmienianie i zamrażanie (Czerepaniak--Walczak 2010: 327-328), które pod nieco innymi nazwami znajdują swoje odzwierciedlenie w przygotowanym przeze mnie cyklu badania własnego. Dla porównania w książce H. Červinkovej i B. D. Gołębniak natrafiamy na jeszcze inny, następujący podział: diagnozowanie, planowanie działania, podjęcie działania, ocena i specyfikacja procesu uczenia się (Červinkova, Gołębniak 2010: 97).



Rys. 1. Schemat badania własnego

Badanie odbyło się w roku szkolnym 2012/2013. Kryterium doboru próby badawczej stanowiła dostępność. W ramach badania udało się nam (dzieciom oraz mnie jako badaczce) wykonać 3 wystawki.

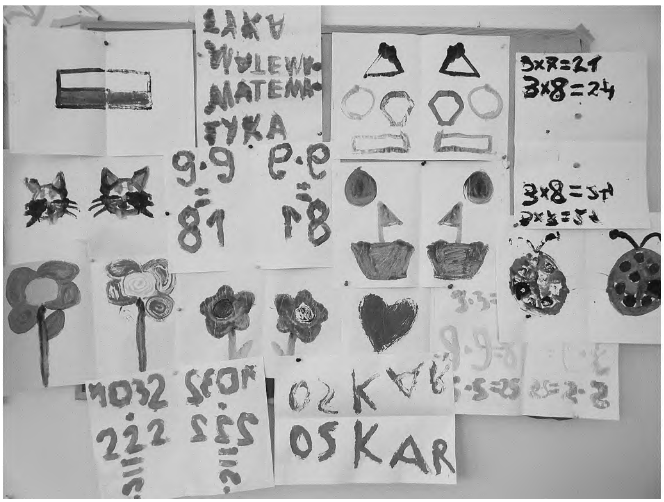
Symetria

Jako pierwszą zajęliśmy się symetrią (por. Hume, Barrs, 41-44) – wystawkę zatytułowaliśmy „Zabawa z matematyką". Zrobiliśmy to jednak w odwrotnej, niż to się zazwyczaj dzieje, kolejności. Ponieważ zależało mi, aby najpierw pozwolić uczniom oswoić się z prezentowanym zagadnieniem, kwestie terminologiczne zeszły zdecydowanie na dalszy plan. Celowo zrezygnowałam z zapoznania dzieci na samym początku z pojęciem naukowym, które pojawiło się, niezbyt mocno zresztą zaakcentowane, pod koniec zajęć. Wychodząc z założenia, że **lepiej rozumieć niż nazywać** i nie potrafić później zastosować, mimochodem tylko wspomniałam pojęcie symetrii. Podczas lekcji operowaliśmy raczej słowem „odbicie".

Poprosiłam dzieci o złożenie kartki na pół, otwarcie jej i namalowanie na jednej części dowolnego przedmiotu lub napisanie wymyślonego wyrazu, a następnie ponowne złożenie kartki wzdłuż powstałej linii i obejrzenie efektu. Wśród powstałych obrazów znajdowały się odbicia imion, kwiatów, zwierząt, figur geometrycznych, a nawet działań matematycznych.

Z dość prozaicznego powodu, jakim był brak dostatecznej ilości czasu, zmuszeni byliśmy ograniczyć swoją aktywność do samego malowania, mimo że, jak sądzę, szereg proponowanych w *Maths on display. Creative activities for the teaching of maths to children aged five to eight* zadań spotkałoby się niechybnie z aprobatą dzieci. Wśród ciekawszych znajduję analogiczne do wykonanego malowanie umoczoną w farbie nitką czy oglądanie rysunków odbitych w przyłożonym w odpowiednim miejscu lusterku. Zabrakło także wykonywania z papieru trójwymiarowych, symetrycznych modeli nieskomplikowanych brył. W zamian zdecydowałam się na przeprowadzenie zabawy naśladowczej „lustro" zaczerpniętej z metody R. Labana, w Polsce bardziej rozpowszechnionej jako metoda *improwizacji ruchowej*. Starałam się stopniowo przechodzić od praktyki kontrolowanej przeze mnie do tzw. samodzielnej praktyki uczniów. Gdzieś pomiędzy zadziało się z kolei wzajemne uczenie się od rówieśników. Klasa wykazała się sporymi umiejętnościami organizacyjnymi i pracy zespołowej.

Fot. 1. Symetria – odbicia imion, kwiatów, zwierząt, figur geometrycznych



Fot. 2. Symetria – odbicia (cd.)

Mnożenie

Przed próbnym testem trzecioklasistów poświęciliśmy blisko 3 jednostki 45-minutowe na powtórzenie, przećwiczenie i utrwalenie tabliczki mnożenia. Nie chciałam, aby zajęcia przypominały recytację poszczególnych działań typu 5 x 5 to 25, 7 x 8 to 56. Nasza lekcja zupełnie nie przypominałaby wówczas *Maths on display*. Dlatego zachęciłam dzieci do wykonania z papieru 10 mrówek oraz 100 kamyków. Jak łatwo można wywnioskować, 10 owadów potrzebowaliśmy do tego, aby swobodnie dysponować czynnikami 1-10, natomiast kamyki, które podczas zajęć grupowaliśmy maksymalnie po 10, stanowiły wyniki dokonywanych operacji. Koncentrowaliśmy się na tabliczce mnożenia w zakresie 100[3]. Aby zmotywować uczniów do liczenia, zdecydowałam się na zbudowanie wokół każdego działania minifabuły. W porównaniu do obserwowanych wcześniej lekcji obejmujących edukację matematyczną, podstawową cechą, która rzuciła mi się w oczy, był brak zwlekania z podjęciem działania, co zdarza się, gdy jedyna interakcja zachodzi między odizolowanym (!) uczniem a książką lub zeszytem.

Uznałam, że umożliwienie dzieciom manipulowania obiektami (układania, grupowania) poskutkuje aktywizacją mniej pewnych swojej wiedzy dzieci. Nie wymagałam natychmiastowej odpowiedzi, każdy miał czas na zilustrowanie działania (był to w końcu istotny element naszych zajęć), a ułożone mrówki i kamyki zawsze posłużyć mogły jako obrazowa pomoc – uczeń czuł się bezpieczny, że może przeliczyć ułożone cegiełki. Zajęcia, z wyłączeniem części poświęconej przygotowaniu „czynników" i „iloczynów", odbyły się na dywanie. Niektóre osoby wręcz odmawiały malowania w ławkach i wszystko robiły na podłodze. Spotkało się to z aprobatą z mojej strony, gdyż zauważyłam, że część dzieci, mimo już blisko trzyletniego „treningu" szkolnego, nadal mocno odczuwa potrzebę uwolnienia się z krępującej ławki. Pod koniec zajęć postanowiliśmy umieścić na tablicach (tym razem dwóch obok siebie) wybrane działania.

Fot. 3. Zajęcia poświęcone mnożeniu – „mrówki" i „kamyki"

Nie mogąc oprzeć się wrażeniu, że zaproponowane przeze mnie zajęcia były zbyt łatwe dla 9-latków, zaczęłam zastanawiać się nad ich udoskonaleniem. Stwierdziłam, że aktywność dotyczyła raczej strefy aktualnego zamiast najbliższego rozwoju. W projekcie

[3] Punkt 7. II części obowiązującej od 2009 r. podstawy programowej zatytułowanej *Treści nauczania – wymagania szczegółowe na koniec klasy III szkoły podstawowej*, który w całości koncentruje się na edukacji matematycznej w podpunkcie 5. jasno precyzuje, że *uczeń kończący klasę III podaje z pamięci iloczyny w zakresie tabliczki mnożenia.*

zabrakło wyzwania i pierwiastka niepewności, a na dodatek zbyt dużo uwagi poświęciliśmy manipulowaniu obiektami zamiast liczeniu. Nie dało się nie dostrzec, że niektóre dzieci wręcz nudziły się podczas porządkowania elementów. Chcąc dostosować stopień trudności przy drugim podejściu do ich potencjału, skoncentrowałam się na reprezentacjach symbolicznych, a nie jedynie ikonicznych. Chociaż do zmodyfikowanej lekcji przygotowałam 100 średniej wielkości kartoników, które posłużyć miały w razie konieczności za pomoc, żaden uczeń po nie nie sięgnął. Osoby, które wolniej i mniej pewnie dochodziły do wyniku, mimo porażek wytrwale wykonywały operacje w pamięci. Jedna dziewczynka nie mogąc poradzić sobie przez dobre 3 minuty z działaniem: 4 x 9, nie skorzystała nawet z mojej propozycji rozpisania działania w dowolny, wygodny dla niej sposób na tablicy. Zauważyłam, że coś szeptała, ale nie byłam w stanie odkryć jej strategii otrzymywania rozwiązania „trudniejszych działań”[4]. To, co udało mi się zaobserwować, to kilka mających miejsce w trakcie liczenia wyraźnych przerw. Mogę się tylko domyślać, że Wiktoria dla ułatwienia wymieniała następujące po sobie kolejno liczby, a przerwy oznaczały przechodzenie do sąsiedniej dziewiątki. Jeżeli się nie mylę, dziewczynka liczyła dziewiątki w ciągu, w zakres pierwszej weszły liczby 1-9, drugiej – od 10 do 18, trzecia zaczynała się od 19, a kończyła na 27, ostatnia zawierała liczby z przedziału 28-36.

Jeden z chłopców, Oskar, wyszedł wyraźnie poza schemat i wręcz nalegał, aby mnożyć przez 9. Nie musiałam długo czekać, aby dowiedzieć się, co jest przyczyną tej inicjatywy. Okazało się, że uczeń sprytnie radzi sobie z działaniami zmieniając cyfrę jedności, przez którą mnoży na taką samą cyfrę dziesiątek, a później odejmując od niej tę cyfrę jedności, czyli czynnik.

np. $\mathbf{8} \times 9 = \mathbf{80} - \mathbf{8} = 72$

$\mathbf{5} \times 9 = \mathbf{50} - \mathbf{5} = 45$

Zajęcia zaczęłam od przydzielenia każdej parze siedzącej w jednej ławce zestawu 8 wcześniej przeze mnie przygotowanych „klocków”. Na każdym z jednej strony umieszczone było działanie, a na odwrocie działanie wraz z wynikiem. Zadanie par polegało na wykonywaniu zapisanych działań, sprawdzeniu rozwiązania oraz ułożeniu z wszystkich elementów wieży[5]. Początkowo obawiałam się, że świadomość obecności wyniku przyniesie odwrotny do zamierzonego efekt, a mianowicie dzieci zamiast sprawdzać swoje odpowiedzi i je korygować, unikać będą samodzielnej aktywności. Na szczęście moje obawy

[4] Nie bez powodu użyłam tutaj sformułowania „trudniejsze działanie”. Dziewczynka widząc, że przypadło jej mnożenie przez 9, bez chwili namysłu poprosiła mnie o coś prostszego. W trakcie zajęć odniosłam zresztą wrażenie, że niektóre dzieci wykazują jakby niechęć do mnożenia przez wybrane czynniki.

[5] Na pomysł wykonania z papieru wieży mnożenia (ang. *Multiplication thinkin' logs*) wpadłam szukając inspiracji do zmodyfikowania swoich poprzednich zajęć dotyczących mnożenia. Na stronie internetowej http://matematyczny.blox.pl/2007/10/Gra-Wieza-Mnozenia.html natknęłam się na instrukcję gry oraz znalazłam gotowe do pobrania i wydrukowania elementy układanki. Marilyn Scott-Waters, która specjalizuje się w wymyślaniu gier i zabaw z wykorzystaniem papieru swoimi ideami dzieli się w książkach (np. *The Toymaker, Paper Toys You Can Make Yourself*) oraz za pośrednictwem prowadzonej strony internetowej www.thetoymaker.com.

się nie potwierdziły. Dzieci doskonale wczuły się w rolę i podczas gdy jedno liczyło, drugie pilnowało przestrzegania zasad. Oczywiście, nie mam pewności, że nie zdarzały się małe oszustwa, ale ogólnie rzecz biorąc, przyglądając się pracy widziałam, że wszystko idzie zgodnie z zamierzeniami.

Fot. 4. „Wieża mnożenia”

Kolejnym punktem było wskazywanie przeze mnie wybranych iloczynów i pytanie, który z zespołów natknął się na te właśnie wyniki. Wybrałam m.in. 4, 9, 16, 30. Poprzez tworzenie par (a nieraz nawet grup) iloczynów różniących się czynnikami (np. 1 x 4 = 4 albo 2 x 2 = 4) lub ich położeniem (6 x 5 to to samo co 5 x 6, czyli 30) chciałam nawiązać do podstawowej własności mnożenia – przemienności.

Zmodyfikowana wersja zajęć okazała się strzałem w dziesiątkę. Dzieci były bardzo aktywne i zadowolone, podobnie jak podczas zajęć z symetrii i czasu. Kilkoro w geście uznania wprost powiedziało mi nawet, że wymyślam dla nich „takie fajne rzeczy”.

Czas

Ostatnia w kolejności wystawka nawiązywała do odmierzania czasu. Ponieważ uczniowie bez trudu operowali czasem zegarowym, praktycznie od razu postanowiłam skupić się na kalendarzu.

1. Uczniowie wspólnie układają kartki z kalendarza w odpowiedniej kolejności oraz nanoszą daty swoich urodzin.

2. Każdy wykonuje indywidualnie rysunek siebie lub czegoś, co się z nim kojarzy albo co lubi robić, a następnie zapisuje na kartce swoje imię.
3. Dzieci grupują kartki z kalendarza tak, aby każda odzwierciedlała poszczególną porę roku (wrzesień, październik, listopad – jesień; grudzień, styczeń, luty – zima; marzec, kwiecień, maj – wiosna; czerwiec, lipiec, sierpień – lato).
4. Uczniowie rozmieszczają kalendarz i własne prace na tablicy ściennej.

W trakcie badania zrezygnowałam z punktu trzeciego, zastępując go bardziej ustrukturyzowaną działalnością matematyczną. Moja decyzja podyktowana była dwojakiego rodzaju pobudkami. Po pierwsze, zdałam sobie sprawę, że uproszczenie, które zakładałam, a mianowicie, że każdej porze roku przypisać należy trzy miesiące, może okazać się dla dzieci niezrozumiałe. Zresztą, uświadomiłam sobie, że tym samym wprowadziłabym je w błąd[6]. Z czystym sumieniem powiedzieć mogę, że pomysł uzupełnienia zajęć kilkoma konkretnymi pytaniami wymagającymi liczenia przyszedł mi do głowy jakby samoczynnie. Na tablicy zapisałam 3 pytania-polecenia, które – kiedy tylko zaistniała taka konieczność – wyjaśniałam indywidualnie każdemu dziecku. Chciałam, aby uczniowie podali mi:

a) kiedy (za ile dni, miesięcy) będzie lato (za początek przyjęliśmy datę 22 czerwca),
b) czyje urodziny są najbliżej (była środa 27 marca),
c) jaki okres dzieli ich dzień urodzin od urodzin dowolnego kolegi/ koleżanki.

Rozdałam wszystkim po kartce, aby mogli zapisywać swoje obliczenia i odpowiedzi. Pod koniec lekcji uznałam, że pozyskana w tej sposób, początkowo niezamierzenie, dokumentacja, stanowić może nieocenione źródło wiedzy (nawet tak fragmentarycznej) na temat zdolności, umiejętności, podejmowanych strategii i wiedzy 9-latków. Dodatkowo ich analiza, w przeciwieństwie do prowadzonej równolegle obserwacji, dostarczy mi informacji już nie ogólnikowych, które definiują grupę jako całość, ale ukaże pewne tendencje, możliwości i ograniczenia indywidualne.

Tak jak się spodziewałam, pierwsze dwa pytania nie przysporzyły uczniom kłopotów. W ogólnym rozrachunku lepiej wypadło pytanie drugie, na które prawidłowej odpowiedzi, bez wyjątku, udzielił każdy. Warto nadmienić, że tylko jeden uczeń wyszedł z inicjatywą i podał odpowiedź w postaci miesięcy i dni – 2 miesiące 26 dni. Chłopiec zadziwił mnie tym, że „nie zgubił" dni, które nie tworzyły pełnego miesiąca, a więc od 27 marca do końca marca oraz 21 dni czerwca.

Odpowiedzi na ostatnie pytanie sklasyfikowałam według dwóch rodzajów kryteriów: najpierw dokonałam podstawowego, bardzo ogólnego rozróżnienia – na wyniki prawidłowe i błędne, następnie dzieliłam je na: efekty dowolnej operacji na dwóch liczbach (np. dwie daty do porównania: 25 czerwca i 27 kwietnia – odpowiedź: 52; 25 + 27 = 52) lub rezultaty przeliczenia dni przy użyciu kalendarza (widziałam, że większość dzieci obrała właśnie tę strategię). Wartym osobnego komentarza wydaje mi się przypadek, w którym dwie dziewczynki porównywały swoje urodziny przypadające na ten sam dzień w roku.

[6] Zakładając, że wiosna trwa od marca do maja i zestawiając te miesiące ze sobą razem, pominęłabym fakt, że początek marca to jeszcze nie wiosna, tak samo zresztą jak pierwszy dzień czerwca to nadal ta pora roku, a nie już lato. Grupowanie wedle podobnego systemu w ogóle nie miałoby zresztą racji bytu, ponieważ cztery miesiące w roku wiążą się z dwiema porami roku jednocześnie (marzec – koniec zimy i początek wiosny; czerwiec – wiosna oraz lato; wrzesień – schyłek lata i pierwsze dni jesieni; grudzień – jesień i zima). Nie mogąc graficznie, bez użycia poszczególnych dni w miesiącu, zilustrować momentów przejściowych kolejnych pór roku, uporządkowanie kalendarza przyjąć musiałoby formę ciągłą.

Sprytnie wybrnęły z zadania podając, że jedna urodziła się wcześniej od drugiej zaledwie o niewiele ponad 10 godzin.

Opracowanie rezultatów stosowania strategii *matematycznych prezentacji* dostarczyło dowodów na jej wieloaspektowość, nieograniczającą się jedynie do ekspansji działań ucznia i jednoczesnej redukcji działań nauczyciela. Zestawiając wszystkie opisane niżej elementy, nietrudno zauważyć, że tylko jeden podpunkt (ostatni) obejmuje kontekst nauczania, podczas gdy cała reszta dotyczy uczenia się. Kolejność omawianych wątków wynika z kolejności przyjętych problemów badawczych.

Współpraca uczeń – uczeń i komunikacja interpersonalna

Jak wynika z moich obserwacji, strategia wystawek znacząco przyczyniła się nie tylko do inicjowania czy pogłębiania współpracy między uczniami, ale wzmacnia w konsekwencji wzajemne porozumiewanie się. W zasadzie mówić można tu o dwojakiego rodzaju komunikacji: w obrębie grupy oraz pomiędzy poszczególnymi jednostkami. W zależności od specyfiki zadań dzieci pracowały i osiągały kompromisy bądź jako cały zespół, bądź w małych grupkach. Przykładem pierwszego było nadawanie wystawkom ich ostatecznego kształtu. Jeśli chodzi o komunikację, w którą jednocześnie angażowała się mniejsza liczba osób, wymienić można na przykład układanie wieży mnożenia w parach lub zabawę, którą zaproponowałam przy zagadnieniu symetrii, kiedy dzieci w dwójkach naśladowały swoje ruchy.

Kreatywność i wypracowywanie nowych strategii uczenia się

Niemałe znaczenie dla rozwoju kreatywności i włączania jej w proces edukacyjny ma niewątpliwie towarzyszące strategii powiązanie *matematycznych prezentacji* z edukacją artystyczną. Przygotowywanie pomocy dydaktycznych odbywa się z uwzględnieniem dziecięcej ekspresji. Spośród zaprezentowanych w mojej pracy projektów najlepiej fakt ten odzwierciedlają pierwsze zajęcia. Moim zdaniem za niezaprzeczalną zaletę wystawek uznać należy, poza łatwością ich wykonania, czytelnością oraz jasnością przekazu, mimo z pozoru nad wyraz nieskomplikowanych działań, również, a może przede wszystkim inicjowanie i wzmacnianie samodzielnego tworzenia wiedzy.

Samodzielne konstruowanie i ciągła weryfikacja wiedzy

Warunkami uzyskania trwałych rezultatów uczenia się zdają się być, poza omówionymi wyżej, także działanie i samodzielność. Ta ostatnia rozumiana jednak nie jako izolacja, odosobnienie (uczeń pracuje sam), lecz niezależność myślenia (uczeń myśli „po swojemu”). W ten sposób samodzielność nie przekreśla możliwości współpracy i współdziałania. Oddolna weryfikacja wiedzy w *Maths on display* stanowi z kolei przeciwwagę dla kontroli sprawowanej przez nauczyciela. Jak łatwo się domyślić, chociażby na podstawie opisu przebiegu zabawy „lustro”, celem sprawdzania wiedzy przez samego siebie lub przez rówieśnika nie jest wyłącznie samo dotarcie do właściwej odpowiedzi czy wniosku. Zjawisko, jakie zaobserwowałam, określiłabym raczej jako dziecięcą samopomoc, za której pośrednictwem łatwo wyeliminować hamującą dzieci stygmatyzację i etykietowanie uczniów. Z pewnością mniej stresującym przeżyciem, a nierzadko skuteczniej kształcącym doświadczeniem, jest bycie poprawionym przez kolegę/koleżankę lub dostrzeżenie własnego błędu niż uwagi ze strony nauczyciela.

Wreszcie, wiedza, która powstaje w wyniku aktywności, jako że jest wytwarzana oddolnie, jest wiedzą elastyczną, podatną na modyfikacje i swobodnie wykorzystywaną. Nawet jeśli dotyczy zupełnie nieznanych dotąd zagadnień, staje się osobistą, bo w toku prób została zrozumiana i sprawdzona. Uczeń bazując na tym, co dla niego jasne, nierzadko jest w stanie zgłębiać kolejne nowe i nieznane zagadnienia. Ryzyko, że pozbawiony wyraźnych wytycznych działania w obliczu problemu nie poradzi sobie, spada.

Zainteresowanie, zaangażowanie i atmosfera podczas zajęć

Warunki wprowadzania zadań powodowały, że z pobudek podyktowanych czystą ciekawością uczniowie chętnie włączali się we wszelkie aktywności. Ponadto dzieci wykazały się wysokimi zdolnościami organizacyjnymi. Chociaż liczyłam się z ryzykiem wystąpienia sporów, udało nam się ich uniknąć. Jestem pod silnym wrażeniem „wsiąknięcia" większości w wykonywane zadania. Myślę, że wyrażone bezpośrednio przyzwolenie na opuszczanie ławek i korzystanie z całej przestrzeni klasy pozytywnie wpłynęło na rezultaty naszych poczynań. Swoboda oraz włączenie nawet minimalnej ilości ruchu, analogicznie do urozmaicania zadań, skutkuje wydłużonym okresem koncentracji na zadaniu. Nie mam powodów twierdzić, że dzieci z niecierpliwością wyczekiwały dzwonka i przerwy. Na poziom zaangażowania wpływ wywarła też, moim zdaniem, świadomość decyzyjności i realnej sprawczości. Widziałam, że uczniowie naprawdę przejęli się powierzonym zadaniem i chcieli wykonać je jak najlepiej. Podobało mi się, że negocjowały i potrafiły dyskutować na temat swoich intencji, a w końcu przyjąć konkretny plan działania (gdy zadanie akurat tego wymagało) i wdrażać ustalenia.

Efektywność działań

Trudno mi jednoznacznie i z całą pewnością ocenić efekty realizowania strategii *matematycznych prezentacji*. Rzetelną diagnozę utrudnia fakt, że uczniowie zdążyli posiąść już wiedzę dotyczącą poruszanych kwestii – przypominam, że twórcami i adresatami wystawek jednocześnie byli uczniowie klasy III, wobec których lista wymagań związanych z edukacją matematyczną stanowi już dość pokaźną listę. Możliwe, że gdybym próbowała wprowadzać opisywaną formę uczenia się wśród pierwszoklasistów, skuteczność jawiłaby się bardziej klarownie. Myślę, że warto byłoby zaplanować i przeprowadzić w przyszłości tego typu badania porównawcze. Gdyby wyniki potwierdziły moje sugestie, można by bez ujmy wysnuć jeszcze jeden wniosek: spełnienie formalnych wymogów lekcji nie gwarantuje realizacji zamierzonych celów dydaktycznych.

Warunki organizacyjno-wykonawcze

Rozpatrując warunki organizacyjno-wykonawcze, nie sposób pominąć kwestii czasu, o który zawsze martwią się nauczyciele. Wbrew pozorom, a doświadczyłam tego z dziećmi na własnej skórze, innowacyjne sposoby nauczania/uczenia się nie muszą wymagać od pedagoga niewyobrażalnych pokładów czasu, a już tym bardziej środków finansowych. *Matematyczne prezentacje* od początku do końca tworzą dzieci. Cała idea opiera się właśnie na stale podkreślanej przeze mnie aktywności podopiecznych. Jeśli chodzi o czas potrzebny na wykonanie każdej wystawki, to proces tworzenia zajmuje parę jednostek 45-minutowych, ale pamiętać należy, że realizuje się jednocześnie kilka edukacji (np. matematykę, plastykę i język obcy czy edukację polonistyczną).

Konkludując, przeprowadzone przeze mnie badanie w działaniu potwierdziło istnienie alternatywnej i prostej do stosowania, a przy tym bogatej w różnorodne możliwości edukacyjne strategii uczenia się – nauczania. *Maths on display – matematyczne prezentacje* stanowić mogą skuteczne narzędzie edukacyjne nie tylko ze względu na kwestie związane ze zdobywaniem, odkrywaniem i rozwijaniem wiedzy oraz umiejętności matematycznych, ale i „przyjazności" wobec dzieci. Moim zdaniem, największy potencjał tkwiący w omówionym sposobie uczenia się to łączenie przyjemnego z pożytecznym – zabawy z nauką. Zachęcanie do aktywności i eksplorowania swojego otoczenia (matematyka obecna jest w naszym codziennym życiu bardziej niż nam się wydaje), niedopuszczenie do uśpienia ciekawości świata to z pozoru błahy, ale jakże często pomijany element rzeczywistości szkolnej.

Literatura

Czerepaniak-Walczak M. (2010), *Badanie w działaniu.* W: Palka S. (red.), *Podstawy metodologii badań w pedagogice*. Gdańsk, Gdańskie Wydawnictwo Psychologiczne.

Červinková H., Gołębniak B.D. (red. nauk.) (2010), *Badania w działaniu. Pedagogika i antropologia zaangażowane.* Wrocław, Wydawnictwo Naukowe Dolnośląskiej Szkoły Wyższej.

Filip J., Rams T. (2000), *Dziecko w świecie matematyki*. Kraków, Oficyna Wydawnicza „Impuls".

Hume B., Barrs K. (b.r.), *Maths on display. Creative activities for the teaching of maths to children aged five to eight*. United Kingdom, Belair Publications Limited.

Klus-Stańska D. (2006), *Behawiorystyczne źródła myślenia o nauczaniu, czyli siedem grzechów głównych wczesnej edukacji.* W: Klus-Stańska D., Szatan E., Bronk D. (red.) *Wczesna edukacja. Między schematem a poszukiwaniem nowych ujęć teoretyczno-badawczych*. Gdańsk, Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego.

Klus-Stańska D., Nowicka M. (2005), *Sensy i bezsensy edukacji wczesnoszkolnej*. Warszawa, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne.

Konarzewski K. (2000), *Jak uprawiać badania oświatowe: metodologia praktyczna*. Warszawa, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne Spółka Akcyjna.

Smolińska-Theiss B., Theiss W. (2010), *Badania jakościowe – przewodnik po labiryncie.* W: Palka S. (red.), *Podstawy metodologii badań w pedagogice*. Gdańsk. Gdańskie Wydawnictwo Psychologiczne.

Witkowska E.I. (2002), *Organizacja środowiska materialnego w klasie – rzecz istotna czy banalna?* W: Nowicka M. (red.), *Nauczyciel i uczeń w przestrzeniach szkoły. Szkice z teorii i praktyki kształcenia*. Olsztyn, Wydawnictwo Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego.