Zdzisław Spychała

Refleksje na temat matematyki i jej nauczania

Rocznik Wieluński 5, 237-241

2005

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej bazhum.muzhp.pl, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

MUZEUM HISTORII POLSKI

Rocznik Wieluński
Tom 5 (2005)

Zdzisław Spychała
Akademia im. Jana Długosza
w Częstochowie

REFLEKSJE NA TEMAT MATEMATYKI I JEJ NAUCZANIA

Fragmenty referatu wygłoszonego na spotkaniu noworocznym Wieluńskiego Towarzystwa Naukowego w dniu 20 stycznia 2005.

Szlachcic nie ma prawa ożenić się
bez znajomości matematyki.

Z ukazu cara Piotra I Wielkiego

Ludzie od zawsze uprawiali matematykę; wyciągali wnioski z nagromadzonej wiedzy, zajmowali się rozwiązywaniem problemów, dokonywali pomiarów. Ale tak naprawdę dopiero starożytni Grecy z matematyki uczynili dyscyplinę naukową. Już Pitagorejczycy w V p.n.e. zauważyli, że *Wszystko jest liczbą.*

Kiedy urodzi się człowiek, dostaje metrykę z wpisaną w niej datą urodzenia. W wieku 18-lat wręczą mu dowód osobisty, w którym widnieje PESEL, będący unikalnym numerem identyfikacyjnym składającym się z 11cyfr. Niedługo potem Urząd Skarbowy przypisze mu numer identyfikacji podatkowej tzw. NIP. A kiedy kupi sobie telefon i założy konto w banku otrzyma PIN i 26 cyfrowy numer identyfikacyjny konta. Człowieka można doskonale scharakteryzować przy pomocy ciągu liczb. Przy pomocy liczb można także zakodować każdą literę alfabetu, głos, najmniejszy punkt na ekranie monitora tzw. piksel. Dzisiaj w powszechnym użyciu są cyfrowe aparaty fotograficzne i kamery a platformy cyfrowe prześcigają się w stosowaniu coraz to nowszych technologii. Wypowiedź Pitagorejczyków, sprowadzana czasem do hasła *Liczby rządzą światem* jest więc obecnie w pełni uzasadniona.

Ponieważ, sesja ma charakter świąteczny i noworoczny, dzisiejsze spotkanie rozpoczęliśmy muzyką i zakończymy muzyką. Muzyka była dla Pitagorejczyków specjalnością matematyczną. Wyłonili oni w matematyce cztery działy: aryt-

metykę, muzykę, geometrię i astronomię. W każdej z wymienionych tu specjalności Grecy mieli znaczące osiągnięcia.Na szczególną uwagę zasługują przede wszystkim osiągnięcia z geometrii.

Geometria pociąga duszę ku prawdzie - mówiono w Grecji. Nad drzwiami Akademii Platona widniał napis: *Niech nie wchodzi tu nikt, kto nie zna geometrii*. Około 300 r. p.n.e., pojawiły się napisane przez Euklidesa *Elementy*, dzieło które zrewolucjonizowało poglądy nie tylko na geometrię, a w ilości wydań ustępowało chyba tylko Biblii. *Elementy* przetłumaczył na język polski w 1807 roku Jan Czech, dyrektor gimnazjum na Wołyniu. W przedmowie do pierwszego wileńskiego wydania napisał: *Żadna z umiejętności ludzkich nie może do rozwinięcia rozumu tak szczęśliwie i skutecznie pomóc, jak geometrya początkowa wzięta w tej prostocie porządku i ścisłości, jak nam ze starożytnych mędrców zebrał i ułożył Euklides*.

Na czym polega fenomen dzieła, która przez prawie dwa tysiące lat było wzorem ścisłości dla autorów podręczników do geometrii? Cóż to za książka, na której uczyły się logicznego rozumowania całe pokolenia?

Na początku *Elementów* Euklides podał zestaw aksjomatów czyli prostych i intuicyjnie oczywistych stwierdzeń, a następnie na bazie praw logiki Arystotelesa wydedukował wszystkie znane Grekom twierdzenia geometrii. Taki sposób ujęcia materiału nazywa się w matematyce dedukcją globalną. W tym ujęciu „zdanie prawdziwe" niekoniecznie oznacza zdanie zgodne z obiektywną rzeczywistością, ale takie, które jest wywiedlne z wcześniej przyjętych przesłanek zwanych aksjomatami i które nie zaprzecza żadnemu innemu zdaniu rozwijanej teorii.

Niektórzy matematycy IX wieku - Węgier Jonos Bolyai, Rosjanin Nikołaj Iwanowicz Łobaczewski, Niemcy – Carl Friedrich Gauss oraz Gorge Friedrich Riemann – zaczęli wątpić w oczywistość i intuicyjność aksjomatów Euklidesa. Szczególną uwagę zwrócili na postulat V, który w *Elementach* został sformułowany w następujący sposób:

Przez punkt leżący poza prostą przechodzi dokładnie jedna prosta równoległa do danej prostej.

Nikołaj Łobaczewski zastąpił ten postulat następującym pewnikiem:

Przez punkt leżący poza prostą przechodzi nieskończenie wiele prostych równoległych do danej prostej i zbudował geometrię, zwaną geometrią hiperboliczną, która jest również niesprzeczna.

Gorge Riemann zastąpił V postulat Euklidesa aksjomatem:

Przez punkt leżący poza prostą nie przechodzi żadna prosta równoległa do danej prostej.

W rezultacie zbudował teorię, zwaną geometrią sferyczną, która także jest niesprzeczna. Obydwie teorie mają bardzo piękne interpretacje ale z uwagi na

ograniczony czas wykładu nie będę ich opisywał. Uświadomiono sobie wówczas, że oprócz geometrii Euklidesa istnieją jeszcze inne geometrie, które równie dobrze, a nawet lepiej, opisują rzeczywistość makrokosmosu i mikrokosmosu.

Na przełomie XIX i XX wieku Dawid Hilbert – uczony niemiecki – doszedł do wniosku, że *Elementy* Euklidesa zawierają cały szereg luk logicznych a więc wcale nie są dobrym przykładem ścisłości i precyzji rozumowania. W 1900 roku wydał *Podstawy geometrii* gdzie pokazał jak powinna wyglądać globalna dedukcja w odniesieniu do geometrii elementarnej. Na początku XX wieku autorzy podręczników konstruowali geometrię szkolną już na aksjomatyce Euklidesa-Hilberta. Zapewne wielu z Państwa uczyło się geometrii w szkole średniej z podręczników Zydlera, Łomnickiego, Wojtowicza, Straszewicza, Kulczyckiego bądź Iwaszkiewicza. Autorzy podręczników mieli nadzieję, że uda im się przedstawić geometrię szkolną w sposób globalnie dedukcyjny. Niestety, wszystkie te podręczniki były obarczone pewnymi mankamentami logicznymi. Nie da się bowiem przenieść wprost aksjomatyki Hilberta na grunt szkolny bez jej modyfikacji gdyż jest zbyt sformalizowana i tym samym niedostępna dla uczniów w wieku 12-17 lat.

Udaną próbę napisania podręcznika dla liceum, poprawnego pod względem ścisłości, podjęła Zofia Krygowska w latach 60. minionego stulecia. Lata 70. były w Polsce okresem wprowadzania reformy matematyki również na poziomie nauczania początkowego. Pionierami tych zmian byli Henryk Moroz i Zbigniew Semadeni. Zabiegi nauczycieli tamtego okresu, zmierzające w kierunku precyzyjnego wyrażania myśli przez uczniów, prowadziły niekiedy do zabawnych sytuacji. Oto jedna z nich:

Pani otwiera podręcznik na stronie na której narysowany jest kot i pyta:

– Co widzimy na tej stronie?

– Kota – odpowiadają dzieci.

– To nie jest kot, to jest rysunek kota. Trzeba odpowiadać precyzyjnie.

– A co przedstawia ten rysunek?

– Mysz – krzyczą dzieci.

– Wcale nie mysz, to jest rysunek myszy – mówi zdenerwowana nauczycielka i pyta dalej:

– A co widzicie na następnej stronie?

– Rysunek kota zjada rysunek myszy – odpowiadają teraz dzieci.

W latach 80. wycofano się z modernizacji programu nauczania matematyki zarówno w szkole podstawowej, gdzie usunięto definitywnie zbiory, jak i w szkole średniej, gdzie zrezygnowano z globalnie dedukcyjnego ujmowania materiału geometrii. Jak zwykle w takich okolicznościach wylano dziecko z ką-

pielą; wyrzucono z programów nie tylko materiał zbyt abstrakcyjny i nadmiernie sformalizowany, ale również taki, który stwarzał wspaniałe możliwości rozwoju władz umysłowych ucznia. (...)

Zmiany programowe w nauczaniu matematyki nie zawsze zmierzają we właściwym kierunku. Oto przykład zadania, które mogło się znaleźć w podręczniku klasy III szkoły podstawowej w różnych okresach modernizacji nauczania matematyki. Przerysowanie stylu jest celowe, chodzi tu o ukazanie kierunku zmian i ewolucji języka matematyki elementarnej dominującego w poszczególnych okresach nauczania.

1962.: Drwal sprzedał ciężarówkę tarcicy za sumę 100 dolarów. Wiedząc, że koszt produkcji drewna wynosił 4/5 jego ceny, oblicz zysk drwala.

1972.: Drwal sprzedał ciężarówkę tarcicy za sumę 100 dolarów. Wiedząc, że koszt produkcji drewna wynosił 80 dolarów, oblicz zysk drwala.

1980.: Drwal dokonał wymiany zbioru T tarcicy na zbiór P pieniędzy. Moc zbioru P wyniosła 100, przy czym każdy z jego elementów jest wart 1 dolara. Zaznacz w kwadratowej tabeli 100 punktów, aby przedstawić graficznie elementy zbioru P. Zbiór K kosztów produkcji zawiera 20 elementów mniej niż zbiór P. Przedstaw zbiór K jako podzbiór zbioru P i odpowiedz na pytanie: jaka jest moc zbioru Z zysku drwala?

1992.: Drwal sprzedał ciężarówkę tarcicy za sumę 100 dolarów. Koszt produkcji drewna wyniósł 80 dolarów a zysk drwala 20 dolarów. Zakreśl liczbę 20. Co myślisz o takim sposobie zarabiania na życie?

2002.: Ścinając stare, piękne i bezcenne drzewa, ekologicznie niezorientowany drwal zarobił 20 dolarów. W podgrupach postarajcie się przygotować teatrzyk, jak po ścięciu drzew czują się leśne ptaszki i dzika zwierzyna.

2006.: Zeskanuj tekst zadania i wyślij pocztą e-mail na adres: menis@pomoc.pl. Poczekaj cierpliwie na rozwiązanie eksperta.

Nie ma królewskiej drogi do matematyki – mówił Euklides. Dla jednych matematyka jest koszmarem, który śni im się po nocach. Nie rozumieją sensu uczenia się czegoś, co jest abstrakcyjne i do niczego nieprzydatne. Wystarczą im wiadomości ze szkoły podstawowej, żeby doskonale prosperować we współczesnym świecie. Ale są też ludzie, którzy pogardzając dziką irracjonalnością życia i wprawiającą w zakłopotanie złożonością praw przyrody znaleźli umiłowanie w liczbach, którzy matematykę uczynili pasją swojego życia.

Czym jest więc matematyka? Dyscypliną naukową? Sztuką rozwiązywania łamigłówek? Czymś pośrednim między duchem i materią jak mawiał najwy-

bitniejszy polski matematyk Stefan Banach? A może sposobem bycia?

Niech wypowiedź Bertranda Russela – filozofa i matematyka angielskiego – będzie podsumowaniem moich refleksji.

Matematyka zawiera nie tylko prawdę, ale i ostateczne piękno – chłodne i surowe, podobne do piękna rzeźby; nie odwołuje się do żadnej słabości naszej natury ... majestatycznie czysta, o nieskazitelnej doskonałości, na jaką może się zdobyć tylko sztuka sięgająca najwyższych szczytów.

Bibliografia

1. Stefan Kulczycki, *Z dziejów matematyki greckiej*, Warszawa 1973.
2. *Euklidesa początków jeometryi xiąg ośmioro,* przekład Józefa Czecha, Wilno 1807.
3. Dawid Hilbert, *Grundlagen der Geometrie*, wyd. VII, Leipzig-Berlin 1930.
4. H.S.M. Coxeter, *Wstęp do geometrii dawnej i nowej*, Warszawa 1967.
5. Z. Spychała, *Koncepcje nauczania geometrii w mijającym stuleciu*, „Matematyka", 1998, nr 2.
6. Z. Spychała, *Ewolucja języka matematyki na etapie kształcenia zintegrowanego*, [w:] *Współczesne wyzwania wobec edukacji elementarnej* pod red. W. Szlufika, T. Banaszkiewicz, A. Pękali, Akademia im. J. Długosza w Częstochowie, 2004.