

Józef Hozer, Ignacy Chrzanowski

Teoria odroczonej akceptacji a teoria właściwych proporcji

Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania 31/2, 63-78

2013

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej bazhum.muzhp.pl, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

Józef Hozer*

Uniwersytet Szczeciński

Ignacy Chrzanowski**

Wyższa Szkoła Morska

TEORIA ODROCZONEJ AKCEPTACJI A TEORIA WŁAŚCIWYCH PROPORCJI

Streszczenie

W pracy przedstawiono dwie teorie ekonomiczne i porównano je: jedna dotyczy doboru partnerów i określana jest jako teoria odroczonej akceptacji, a druga to teoria właściwych proporcji. Pierwsza opisuje procedurę dopasowywania, a druga dostosowania.

Słowa kluczowe: teoria odroczonej akceptacji, teoria właściwych proporcji

Wprowadzenie

Celem artykułu jest porównanie dwóch teorii ekonomicznych: teorii odroczonej akceptacji oraz teorii właściwych proporcji. Każda z tych teorii dotyczy różnych mechanizmów gospodarczych. Teoria odroczonej akceptacji charakteryzuje procesy dopasowywania, z kolei teoria właściwych proporcji odnosi się do procesów dostosowywania się podmiotów gospodarczych.

* Adres e-mail: hozer@wneiz.pl.

** Adres e-mail: hranow54@yahoo.com.

1. Istota, metoda i praktyczna zastosowalność teorii odroczonej akceptacji

1.1. Geneza teorii i jej ewolucja

Teoria odroczonej akceptacji (*deferred acceptance*)¹ nie jest nowa. Już w latach 50. ubiegłego wieku algorytm odroczonej akceptacji był stosowany w ramach programu NRMP (National Resident Matching Program)², czyli programu mającego na celu dobór lekarzy stażystów do pracy w poszczególnych szpitalach należących do tego programu. Dopiero jednak przyznanie w 2012 Nagrody im. Nobla w dziedzinie ekonomii dwóm specjalistom z tego zakresu (A.E. Rothowi i L. Shapleyowi) spowodowało znaczny wzrost zainteresowania tą teorią.

NRMP powstał w 1952 roku w następstwie zaistnienia problemu związanego z kierowaniem świeżo upieczonych absolwentów medycyny do szpitali celem odbycia stażu zwanego *internship* lub *residency*³. Już w pierwszej połowie ubiegłego wieku rynek staży dla nowych lekarzy został zdecentralizowany, a mianowanie (*appointment*) staż odbywał się często nawet dwa lata przed datą uzyskania dyplomu. Powodowało to sytuację, iż pracę otrzymywali nie zawsze najlepsi absolwenci, zwłaszcza w dużych ośrodkach miejskich, takich jak Nowy Jork czy Boston. W innych przypadkach stanowiska nie były obsadzone. Wydziały medycyny uniwersytetów północnoamerykańskich starały się zapobiec takiej sytuacji, nie udostępniając przedterminowo informacji o swoich absolwentach. W rezultacie zachodziła konieczność obsady niektórych stanowisk w bardzo krótkim czasie. Nie zawsze odpowiadało to polityce pozyskiwania najlepszych absolwentów prowadzonej przez szpitale.

Teoria odroczonej akceptacji znalazła swoje pierwsze naukowe opracowanie w słynnym artykule D. Gale'a i L. Shapleya *College Admission and Stabili-*

¹ Kwestia tłumaczenia określenia „*deferred acceptance*” jest sprawą dość otwartą. Termin „*deferred*” oznacza wszakże „odroczony”, ale także coś, co może być opóźnione, pozostawione na bardziej odległy termin. „Akceptacja” w znaczeniu powyższej teorii oznacza przyjęcie, na przykład ucznia do szkoły.

² W USA i Kanadzie absolwenci wydziałów medycyny tamtejszych uniwersytetów ubiegają się o tzw. *internship* lub *residency* w szpitalach, czyli o staże.

³ Szerzej na temat genezy NRMP zob. na przykład B. Klaus, *Matching and the Allocation of Indivisible Objects via Deferred Acceptance under Responsive Priorities*, „Anenorm” 2010, vol. 18 (67), s. 29.

ty of Marriage⁴ ogłoszonego drukiem w 1962 roku. Jakkolwiek model przedstawiony przez D. Gale'a i L. Shapleya uwzględnia najważniejsze elementy algorytmu stosowanego przez NRMP, został on opracowany niezależnie od tego ostatniego. Pewne zdziwienie może budzić postawienie na równym szczeblu kwestii przyjęć do szkół z wyborem kandydatów do małżeństwa. Można by z pewnym przekąsem uznać, że kandydaci na małżonków mają nieograniczone możliwości wyboru partnera do związku małżeńskiego⁵. Nieco zastanawiające jest jednak łączenie modelu ze stabilnością małżeństwa. Współcześnie znaczny odsetek zawartych małżeństw w USA, ale również i w Kanadzie rozpada się w ciągu 1–3 lat. Poza tym, blisko połowa związków nie jest usankcjonowana formalnym zawarciem małżeństwa. Wątpliwe jest, aby algorytm mógł poprawić trwałość amerykańskich (i nie tylko) małżeństw.

1.2. Treść teorii odroczonej akceptacji

Ewolucję teorii odroczonej akceptacji⁶ najlepiej prześledzić na podstawie artykułu jednego z noblistów w dziedzinie ekonomii z 2012 roku – A.E. Rotha – pod tytułem *Deferred Acceptance Algorithms. History, Theory, Practice and Open Questions*⁷. Autor podtrzymuje opinię D. Gale'a i L. Shapleya prezentowaną we wspomnianym artykule z 1962 roku, że obydwa modele, to jest model odnoszący się do przyjęć studentów oraz model dotyczący doboru małżonków, są ściśle ze sobą powiązane, niezależnie od tego, że w modelu „małżeńskim” dobór następuje w formie „jeden do jednego”, zaś w modelu „przyjęć do szkoły” chodzi o dobór typu „wielu do jednego”.

⁴ Zob. D. Gale, L. Shapley, *College Admission and Stability of Marriage*, „American Mathematical Monthly” 1962, no. 69, s. 9–15.

⁵ Może to być wynik zmiany modelu rodziny. W latach 60. ubiegłego wieku model rodziny amerykańskiej odbiegał diametralnie od obecnego, opierającego się na rodzinie z jednym rodzicem i dziećmi, najczęściej samotną matką.

⁶ Według Science Citation Index, oryginalny artykuł D. Gale'a i L. Shapleya był cytowany 436 razy, przy czym prawie 80% cytowań pochodziło z okresu po 1990 roku. Zob. A.E. Roth, *Deferred Acceptance Algorithms. History, Theory, Practice and Open Questions*, Working Paper 13225, National Bureau of Economic Research, Cambridge 2007, <http://www.nber.org/papers/w13225> (20.03.2013), s. 2.

⁷ Tamże, s. 1–48.

Składniki modelu „przyjęć do szkoły” są następujące:

- a) kandydaci na studia;
- b) zespół szkół, z których każda ma limit liczby kandydatów, których szkoła może przyjąć w danym roku;
- c) określone preferencje kandydatów odnośnie do wybieranych przez nich szkół, łącznie z wyborem opcji niepójścia do żadnej szkoły;
- d) preferencje szkoły w zakresie wyboru studentów (*responsive preference*)⁸.
- e) Roth uważa, że w „modelu małżeńskim” występują dwa rozłączne (*disjoint*) zespoły – grupa mężczyzn oraz grupa kobiet. Każda z tych grup posiada zupełne i zmienne preferencje odnośnie do wyboru przedstawiciela drugiej grupy. Preferencje te mogą być uporządkowane według ich rangi, od najlepszego do najgorszego wyboru, łącznie z niedokonaniem wyboru. Paradygmat A.E. Rotha opiera się na kilku twierdzeniach (*theorems*), częściowo powtórzonych za D. Gale’em i L. Shapleyem (patrz wyżej).

Algorytm A.E. Rotha, nazywany „algorytmem oświadczających się mężczyzn”⁹, zawiera następujące etapy:

- a) zakładamy, że występuje grupa kobiet n oraz grupa mężczyzn n ;
- b) każda osoba z obu grup posiada uporządkowaną listę osób przeciwnej płci stanowiących jej preferowany wybór;
- c) niech μ oznacza właściwy dobór (*matching*) pomiędzy kobietami i mężczyznami;
- d) para (mężczyzna i kobieta) będzie „parą blokującą” (*blocking pair*), jeśli oboje wolą być razem aniżeli z osobą wyznaczoną przez μ ;
- e) dobór właściwy (*matching*) będzie doborem stabilnym (*stable*), jeśli nie jest on parą blokującą;
- f) w każdym przeciwnym przypadku nieżonaty mężczyzna oświadcza się pierwszej kobiecie, której jeszcze się nie oświadczył;
- g) kobieta, której takie oświadczenia zostały złożone, przedkłada je nad wyznaczonym jej doborem i go odrzuca.

⁸ B. Klaus, *op.cit.*, s. 30.

⁹ Termin ten zaczerpnięty został z artykułu P. Cramtona, *Stable Marriage*, www.cramton.umd.edu/econ1450deferred-acceptance-algorithm (20.03.2013).

Typowe wyniki uzyskane z tak sformułowanego algorytmu opierają się na 3 twierdzeniach (*theorems*):

Twierdzenie 1: Porządek, w jakim składane są oświadczenia, nie ma wpływu na dobór stabilny (*stable matching*).

Twierdzenie 2: Dobór, który wyniknie z zastosowania algorytmu oświadczających się mężczyzn, będzie stanowił **najlepszy stabilny dobór** dla mężczyzn i **najgorszy stabilny dobór** dla kobiet.

Twierdzenie 3: We wszystkich przypadkach doboru stabilnego liczba osób samotnych (singli) się nie zmienia.

Algorytm stabilnego małżeństwa, wbrew swojej nazwie, nie ma wyłącznie zastosowania w wyborze partnera do związku małżeńskiego¹⁰. Generalnie, może on być stosowany wszędzie tam, gdzie mamy do czynienia ze scentralizowanym, dwustronnym rynkiem odrębnych i niepodzielnych elementów. Przykłady zastosowania algorytmu:

- National Residency Matching Program (NRMP): od początku lat 50,
- staże dla lekarzy stomatologów w USA, Kanadzie i niektórych częściach Zjednoczonego Królestwa,
- egzaminy wstępne na uniwersytety w Iranie (scentralizowany system),
- pasowanie prawników kanadyjskich w Ontario i Albercie,
- kluby żeńskie w szkołach,
- dobór rabinów-reformatorów do pierwszej pracy w kongregacjach,
- dobór studentów do szkół średnich w Nowym Jorku.

Inne aplikacje algorytmu mogłyby objąć na przykład sprawę doboru dawców organów do przeszczepu w korelacji z pacjentami oczekującymi na organ. Takie systemy już istnieją, ale wymagają udoskonalenia.

Istotnym problemem w zastosowaniu algorytmu jest kwestia rzetelności danych. W algorytmie oświadczających się mężczyzn nie istnieje mechanizm gwarantujący tę rzetelność¹¹. Jeśli kandydat do małżeństwa mówi nieprawdę, mieć to będzie decydujący wpływ na trwałość związku już od początku jego istnienia.

Nieco lepiej wygląda sytuacja w przypadku NRMP. Tabela 1 wyraźnie wskazuje na to, że aplikanci, którzy kłamią, stanowią znikomy odsetek.

¹⁰ Zob. *ibidem*.

¹¹ A.E. Roth, *The Economics of Matching: Stability and Incentive*, „Mathematics of Operations Research” 1982, vol. 7, no. 4, s. 617–628.

Tabela 1. Liczba kandydatów na staże szpitalne
na tle ogólnej liczby aplikacji i ofert pracy

Lata	1993	1994	1995	1996
Aplikanci	22 916	22 353	22 937	24 749
Oferowane miejsca	22 737	22 801	22 806	22 578
Aplikanci mówiący nieprawdę	16	20	14	21
% ogólnej liczby aplikacji	0,07	0,09	0,06	0,08

Źródło: zestawiono na podstawie P. Cramton, *Stable Marriage*,
www.cramton.umd.edu/econ1450deferred-acceptance-algorithm (20.03.2013).

Jeśli dane o kłamających aplikantach są rzetelne, zjawisko mówienia nieprawdy przez kandydatów na staże szpitalne jest rzeczywiście marginalne. Powstaje pytanie, czy tak samo jest w przypadku kandydatów do małżeństwa. W tej dziedzinie brak jest dokładnych danych.

Najlepsze instytucje akademickie nie mogą prowadzić polityki wypełniania oferowanych miejsc tą samą liczbą kandydatów z pominięciem pozostałych kandydatów. Powodów jest co najmniej kilka, jednakże najważniejszym z nich jest fakt, że kandydaci, którym zaoferowano by dostępne miejsca, są z reguły wyróżniającymi się absolwentami, którzy mogą składać podania o przyjęcie do większej liczby instytucji. Z drugiej strony, wśród kandydatów, którzy nie zostaliby przyjęci za pierwszym razem, może znajdować się grupa osób o wyżej niż przeciętnym talencie, którzy zostaliby pozbawieni możliwości studiowania na najlepszych uczelniach. Te dwa powody, jak i inne, których nie omawiamy tutaj z powodu braku miejsca, uzasadniają zastosowanie algorytmu odroczonego przyjęcia (akceptacji). Na marginesie warto wspomnieć, że odsetek przyjmowanych kandydatów na studia jest stosunkowo niewielki. Obrazuje to tabela 2.

Generalny wniosek z analizy danych zawartych w tabeli 2, to niewielka liczba przyjęć na najlepsze uniwersytety amerykańskie. Ogólna liczba przyjęć, zarówno w trybie normalnym, jak i w trybie odroczonego nie przekroczyła 40% zgłaszających się kandydatów na studia. Najmniej kandydatów, bo tylko 9,1%, przyjął Uniwersytet Harvarda. Niewiele więcej akceptacji kandydatów zanotowały następujące uniwersytety: Yale (9,7%), Columbia (10,4%) oraz Princeton (10,9%) – wszystkie należące do Ivy League, czyli Ligi Błuszczowej.

Tabela 2. Statystyka przyjęć kandydatów na studia
 w wybranych uniwersytetach amerykańskich

Institucja akademicka	Wczesne przyjęcia (EA); przyjęcia odroczone (ED) (w %)	Przyjęcia w czasie regulaminowym (w %)	Ogólna liczba przyjęć (w %)
Brown	28,0 (ED)	12,7	14,6
Columbia	23,2 (ED)	8,6	10,4
Cornell	41,7 (ED)	24,3	26,1
Dartmouth	33,9 (ED)	15,1	16,8
Harvard	21,4 (SCEA)*	6,4	9,1
Penn	34,2 (ED)	17,9	20,9
Princeton	29,1	8,4	10,9
Yale	18,1 (SCEA)*	7,5	9,7
MIT	13,5 (EA)	11,1	14,3
Stanford	20,0 (SCEA)*	9,7	11,9
UC Berkeley	–	–	24,2
Duke	31,1 (ED)	20,0	21,9
Georgetown	22,7 (EA)	20,3	20,9
Notre Dame	48,6 (EA)	25,6	30,7
UVA	42,5 (ED)	32,5	36,0
Amherst	35,0 (ED)	17,7	18,7
Williams	39,5 (ED)	16,3	18,4
Swarthmore	49,8 (ED)	19,7	22,0

* Single Choice Early Action (wczesne przyjęcie kandydatów, którzy wybrali daną instytucję), na przykład Uniwersytet Harvard przyjął tym trybem 885 osób spośród 4 140 kandydatów, odroczył przyjęcie dalszych 3 120 kandydatów i odrzucił 135 osób (21,4%).

Źródło: Collegiate Compass 2010, Preliminary Admission Statistics for the Class of 2009, 2005.

W artykule cytowanym już kilkakrotnie w tym tekście, L. Shapley i D. Gale wykazali, że teoria odroczonej akceptacji oraz algorytm w niej stosowany znajdują swoje praktyczne potwierdzenie zarówno w kwestii przyjęć kandydatów na studia, jak w odniesieniu do rynku małżeńskiego. Określenie „rynek małżeński” może szokować w naszych warunkach, jednakże spełnia on kryterium zastosowalności algorytmu, który opiera się na zasadzie istnienia dwóch przeciwstawnych sobie i niepodzielnych elementów.

Na rynku małżeńskim zarówno mężczyźni, jak i kobiety mają określony pogląd na potencjalnych partnerów do zawarcia związku. Fakt ten nie oznacza

bynajmniej, iż poglądy te pokrywają się w sposób niebudzący wątpliwości, w wyniku czego dobór partnera byłby ułatwiony.

M. Iglesias uważa, że jeśli wszystkie oświadczenia pochodzą od mężczyzn po to, aby dokonać stabilnego doboru, to kobiety muszą zastosować proces odroczonej akceptacji¹². Na początku mężczyzna oświadcza się kobiecie, którą preferuje ze wszystkich innych kandydatek. Niektóre kobiety mogą posiadać kilku adoratorów, podczas gdy inne nie będą miały żadnego. Zamiast przyjąć najlepsze oświadczenia, każda z kobiet powinna odrzucić te oświadczenia, które jej nie satysfakcjonują. Powinna wziąć pod uwagę najlepsze oświadczenia, bez ich faktycznej akceptacji, którą tym samym odroczy. Następnie wszyscy ci mężczyźni, którzy zostali odrzuceni, kontynuują oświadczenia i jeśli którejś z kobiet takie nowe oświadczenia spodobały się bardziej niż te, które przyjęła do wiadomości, ale ich nie zaakceptowała, może dokonać zamiany. Powtarzając ten proces, jak twierdzą L. Shapley i D. Gale, dojdzie do znalezienia stabilnego wyboru.

Nie trzeba być noblistą z ekonomii czy laureatem nagrody Abela w dziedzinie matematyki, aby stwierdzić, że w realnym świecie tak zdefiniowany rynek małżeński nie istnieje. Ludzie dobierają się, kierując się zupełnie innymi pobudkami aniżeli nakazy postępowania wynikającego z algorytmu odroczonej akceptacji, nawet jeśli ich wybór partnera może okazać się niewłaściwy. W końcu ludzie nie są bezwolnymi istotami, którymi można kierować tak, aby pasowały do modelu. I jakkolwiek algorytm odroczonej akceptacji został opracowany zarówno dla łączenia ludzi w pary małżeńskie, jak i dla przyjmowania kandydatów na studia czy lekarzy stażystów do pracy w szpitalach, jego pierwsze zastosowanie można uznać za koncepcję czysto akademicką.

Pierwotna idea L. Shapleya i D. Gale'a, rozwinięta następnie przez A.E. Rotha, a także innych badaczy¹³, została zauważona w Sztokholmie.

¹² M. Iglesias, *Marriage as an Economic Problem*, „Slate” 2012.

¹³ Teorią odroczonej akceptacji zajmowało się i zajmuje wielu ekonomistów i matematyków. Nie możemy tutaj wymienić wszystkich, ale warto wymienić chociażby: A. Abdulkadiroglu, P.A. Pathak, A.E. Roth, *The New York City High School Match*, „American Economic Review. Papers and Proceedings” 2005; A. Abdulkadiroglu, P.A. Pathak, A.E. Roth, T. Sönmez, *The Boston Public School Match*, „American Economic Review. Papers and Proceedings” 2005; H. Abeledo, G. Isaak, *A Characterization of Graphs which Assure the Existence of Stable Matches*, „Mathematical Social Sciences” 1991, no. 22; L. Ethlers, B. Klaus, *Allocation via Deferred Acceptance*, „CIREC Cahier” 2009, no. 17, <http://cireq.umontreal.ca/publications/17-2009-cah.pdf> (20.03.2013); A.E. Roth, *The Origins, History and Design of the Resident Match*, „Journal of the American Medical Association” 2003, no. 289; T. Sönmez, M.U. Ünver, *Matching Allocation and Exchange of Discrete Resources*, „Handbook of Social Economics” 2009, vol. 1A,

W uzasadnieniu wyboru laureatów Nagrody im. Nobla w dziedzinie ekonomii podkreślono, że w przeciwieństwie do wielu teorii, modeli i paradygmatów ekonomicznych, które zostały opracowane, teoria odroczonej akceptacji znalazła swoje praktyczne zastosowanie. Wspominaliśmy o tym już wcześniej w tym artykule.

1.3. Algorytm odroczonej akceptacji a realna ekonomia

Można teraz postawić pytanie, jak teoria odroczonej akceptacji i stosowane w niej algorytmy mają się do realnej ekonomii. Wiele teorii w ekonomii, nie wyłączając tych, za które ich autorzy otrzymali Nagrodę im. Nobla, ma głównie wartość akademicką. Praktyka gospodarcza nie daje się bowiem łatwo nagiąć do teorii, a życie wybiega znacznie przed modele teoretyczne, nawet te, które cechuje elegancja i matematyczny rygor¹⁴.

Niemal wszyscy autorzy piszący na temat odroczonej akceptacji są zgodni co do tego, iż oryginalna koncepcja L. Shapleya i D. Gale'a ma wszechstronne zastosowanie praktyczne wszędzie tam, gdzie mamy do czynienia z dwustronnym rynkiem doboru niepodzielnych elementów, takich jak te, które opisaliśmy wyżej¹⁵. Podkreślając znaczenie teorii odroczonej akceptacji, M. Iglesias stwierdza: „Zazwyczaj kiedy ekonomiści pojawiają się w mediach, mamy do czynienia

<http://ssrn.com/abstract> (20.03.2013); V.P. Crawford, E.M. Knoer, *Job Matching with Heterogeneous Firms and Workers*, „Econometrica” 1981, no. 49; G. Demange, D. Gale, M. Sotomayor, *The Strategy Structure of Two-sided Matching Markets*, „Econometrica” 1985, no. 53; D. Gale, M. Sotomayor, *Ms Machiavelli and the Stable Matching Problem*, „American Mathematical Monthly” 1985, no. 92; B. Klaus, F. Klijn, *Stable Matchings and Preference of Couples*, „Journal of Economic Theory” 2005, no. 121; D. Gusfield, R.W. Irving, *The Stable Marriage Problem: Structure and Algorithms*, Massachusetts Institute of Technology Press, Cambridge 1989; L. Hao, S. Rosen, *Unraveling in Matching Markets*, „American Economic Review” 1998, no. 88; M. Niederle, A.E. Roth, *Relationship Between Wages and Presence of a Match in Medical Fellowships*, „Journal of the American Medical Association” 2003, no. 9; S. Papai, *Strategy-proof Assignment by Hierarchical Exchange*, „Econometrica” 2000, no. 68 i wiele innych. Warto również zwrócić uwagę na liczne publikacje A.E. Rotha. Niektóre ich tytuły przywoływane były w tym artykule.

¹⁴ Warto w tym miejscu przytoczyć opinie znanego ekonomisty prof. M. Blauga, który dosłownie stwierdza, że „ekonomiści przekształcili przedmiot [to jest naukę ekonomii – JH, IC] w rodzaj matematyki społecznej, w której analityczny rygor jest wszystkim, zaś praktyczna przydatność jest niczym”. Zob. M. Blaug, *The Ugly Currents in Modern Economics*, „Policy Options” 1997, September, s. 3. Nieco dalej (s. 8) stwierdza, że ekonomia stała się celem samym dla siebie.

¹⁵ Szerzej na temat doboru tych elementów w celu znalezienia trwałego związku zob. na przykład G. Haering, H. Halaburda, *Better-reply Dynamics in Deferred Acceptance Games*, „Working Paper Harvard Business School” 2011, no. 11–126, 31st May, s. 2 i następane.

nia ze znacznymi rozbieżnościami opinii dotyczącymi politycznej strony takich kwestii, jak: podatki, budżet, stabilność makroekonomiczna i długookresowy wzrost gospodarczy. Niestety te ideologicznie przeładowane sprawy są dokładnie tym, w czym jednomyślność jest najslabsza, a kwestie ekonomiczne przypominają politykę ustrojoną w elegancki ornament matematyczny”¹⁶. Ekonomia bywa postrzegana alternatywnie: jako zbyt abstrakcyjna lub zbyt trywialna. W tym znaczeniu algorytm odroczonej akceptacji wyróżnia się swoim praktycznym znaczeniem.

Niektórzy, nieliczni zresztą, sceptycy uważają, że paradygmat L. Shapleya i A.E. Rotha nie znajduje swojego jednoznacznego wyrazu w konkretnych wartościach ekonomicznych. Niewiele w nim, jeśli w ogóle, mowy o dolarach i centach. Ale może na tym właśnie polega praktyczne znaczenie teorii odroczonej akceptacji. Bez znacznych sum przechodzących z rąk do rąk, często pod płaszczykiem transakcji giełdowych, kredytów czy zwykłej spekulacji finansami, paradygmat opisywanych noblistów w dziedzinie ekonomii pozwala rozwiązywać wiele problemów związanych z doбором odrębnych elementów.

Podążając śladem tej myśli, można wyrazić opinię, że paradygmat L. Shapleya i A.E. Rotha jest zwiastunem nowych trendów w nowoczesnej ekonomii – ekonomii, która nie może stracić z pola widzenia najważniejszego czynnika produkcji, jakim jest człowiek. I nie chodzi tutaj bynajmniej, o sprawy trwałości małżeństw, do której nawiązuje oryginalny tekst sprzed dokładnie pół wieku, ale o człowieka współczesnego, zagubionego w gąszczu sprzecznych ze sobą przepisów prawa podatkowego, preferencji polityki ekonomicznej państwa czy zwykłej chciwości przedstawicieli świata finansów i sfery polityki.

Czym powinna być nowoczesna nauka ekonomii? Nie mamy bynajmniej odpowiedzi na to pytanie i nie ośmielamy się jej formułować, gdyż każdy współczesny ekonomista jest przekonany, że tylko on taką odpowiedź zna. Chodzi o coś, co eufemistycznie nazwalibyśmy ekonomią dla ludzi: prostą, przejrzystą i niezawołowaną niezrozumiałym aparatem pojęciowym, w którym gubią się nawet najbardziej wtajemniczeni. Czy takiej ekonomii uczymy naszych studentów? Pozostawimy to pytanie chwilowo bez odpowiedzi.

Współczesna nauka ekonomii, finansów czy bankowości musi poszukiwać i propagować rozwiązania proste, ale pragmatyczne i skuteczne. Nie bez powodu komitet noblowski takie rozwiązania nagradza i propaguje. Pragmatyzm,

¹⁶ M. Iglesias, *op.cit.*, s. 2.

przejrzystość i zastosowalność teorii ekonomicznych powinny stać się głównym kryterium oceny ich wartości, nie tylko zresztą na poziomie Nagrody im. Nobla, ale na każdym poziomie ich nauczania i stosowania. Współczesny kryzys gospodarczy, który ogarnął praktycznie cały świat, takiej ekonomii oczekuje, a komitet noblowski tę potrzebę dostrzega.

Przyszła nauka ekonomii będzie się bardzo różniła od obecnej. Będzie to ekonomia, której paradygmaty nie powstaną w gabinetach wybitnych profesorów i w czasie konferencji naukowych, ale wyznaczone zostaną przez samo życie. I dobrze, że komitet noblowski dostrzegł tę prawidłowość.

2. Zarys teorii właściwych proporcji

Początki publikacji z zakresu teorii właściwych proporcji sięgają czasów ekonomii poprzedniego okresu (przed 1990 rokiem). W 1989 roku opublikowany został artykuł w miesięczniku „Wektory Gospodarki”¹⁷, w którym postawiono postulat działań na rzecz kreowania miliona firm od zaraz, zwracając uwagę na zbytnią dysproporcję między liczbą gospodarstw domowych a liczbą przedsiębiorstw w Polsce. Taka dysproporcja istniała wówczas we wszystkich państwach bloku wschodniego. Brak odpowiedniej liczby firm osłabiał coraz bardziej gospodarkę, co ostatecznie spowodowało krach polityczno-gospodarczy. W Polsce nie pomogła ustawa ministra Wilczka z 1988 roku o działalności gospodarczej. Było już za późno. Gospodarka rozwija się z pewną inercją, przyspiesza i hamuje z opóźnieniem. W kolejnych latach firmy zaczęły powstawać jak grzyby po deszczu. Dzisiaj tych firm zarejestrowano 3,9 mln (w 1987 było ich około 0,5 mln).

Jaka jest geneza tej teorii, którą nazwano teorią *quantum satis*, na tle teorii odrodzonej akceptacji? Teoria odrodzonej akceptacji powstała z rozwiązania problemu dopasowania lekarzy stażystów do potrzeb szpitali i rozbudowana została na inne obszary zastosowań, zaś teoria właściwych proporcji powstała z potrzeby dopasowania liczby podmiotów po stronie podaży do liczby podmiotów po stronie popytu. Podaż reprezentują firmy i farmy, a popyt gospodarstwa domowe. Zaobserwowano, że w zdrowych gospodarkach świata funkcjonuje znacznie więcej firm niż w gospodarkach „krajów socjalistycznych”.

¹⁷ 1989, nr 5.

A więc i tu, i tam chodzi o dopasowanie. Przy czym „odroczone akceptacja” odnosi się do relacji pojedynczych par mikroobъекtów, ludzi, instytucji, firm, a „właściwa proporcja” odnosi się do agregatów (gospodarka, gospodarstwa domowe, firmy, farmy *en bloc*). W przypadku odroczonej akceptacji chodzi o „właściwy” dobór, a w przypadku właściwych proporcji – o właściwe dopasowanie strony podaźowej do strony popytowej. W pierwszym przypadku mamy do czynienia z problemem z zakresu programowania (teoria gier), a w drugim – z problemem ekonometrycznym w wąskim tego słowa znaczeniu.

Z układu kilku liczb nasuwają się wyraźne spostrzeżenia. Gospodarowanie prawie miliarda ludzi w różnych państwach, w różnych warunkach odbywa się tak, że w gospodarstwach domowych funkcjonuje około 3 osób, a na każde 5 gospodarstw przypada jedna firma lub farma. Pokazuje to tabela 3.

Tabela 3. Relacja liczby gospodarstw domowych do liczby firm i indywidualnych gospodarstw rolnych w rozwiniętych gospodarkach świata oraz w Polsce

Kraje	Liczba gospodarstw domowych (G) [mln]	Liczba firm (X ₁) [mln]	Liczba farm (X ₂) [mln]	$a = \frac{G}{X_1 + X_2}$
1992				
EWG	110,0	13,5	8,5	5,0
USA	90,0	17,0	2,2	4,7
Polska	12,5	1,6	2,2	3,3
2010				
UE-27	209,0	21,0	28,0	4,3
USA	117,0	27,0	2,2	4,0
Polska	14,5	2,1	1,5	4,0

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS, Eurostatu i U.S. Census Bureau.

Zachodzi więc relacja:

$$L \rightarrow G \rightarrow X \quad (1)$$

gdzie:

$$X = X_1 + X_2 \quad (2)$$

W artykule *Proporcje liczby podmiotów gospodarczych, gospodarstw rolnych i gospodarstw domowych*¹⁸ wykazano, że zachodzi proporcja:

$$G \cdot a = X \frac{d}{b \cdot c} \quad (3)$$

lub:

$$G = \alpha \cdot X \pm u \quad (4)$$

lub jeszcze inaczej:

$$G_i = \alpha \cdot X_i \pm u_i \quad (5)$$

gdzie:

- X – liczba podmiotów gospodarczych i gospodarstw rolnych,
- L – liczba ludności,
- G – liczba gospodarstw domowych,
- a – wskaźnik proporcjonalności,
- a – średnia liczba osób w gospodarstwie domowym,
- b – udział osób zawodowo czynnych w liczbie ludności ogółem w %,
- c – udział osób zatrudnionych w podmiotach gospodarczych w liczbie ludności aktywnej zawodowo ogółem w %,
- d – średnia liczba osób zatrudnionych w małych firmach i indywidualnych gospodarstwach rolnych,
- i – numer kraju, regionu, powiatu,
- u_i – składnik losowy,
- X_1 – liczba firm,
- X_2 – liczba farm.

Okazuje się, że postulat zachowania właściwej proporcji między podmiotami gospodarczymi stanowi warunek konieczny do rozwoju gospodarczego kraju czy regionu. Postulat zachowania właściwej proporcji prawdopodobnie można przenieść na inne zjawiska. Nasuwa się przypuszczenie, że pomiędzy liczbą firm i liczbą farm istnieje również taka proporcja, która gwarantuje wzrost wydajności pracy w ujęciu makroekonomicznym. W niektórych krajach Unii Europejskiej ukształtowała się przewaga liczby firm nad liczbą farm. W Polsce mamy do czynienia z tym zjawiskiem od ostatniej dekady. Analizując

¹⁸ M. Hozer-Koćmiel, J. Hozer, *Proporcje liczby podmiotów gospodarczych, gospodarstw rolnych i gospodarstw domowych*, „Wiadomości Statystyczne” 2012, nr 11 (618).

ten problem, możemy postawić tezę, że w Polsce powinno działać około 2 mln firm i około 1 mln farm. Z tego wynikałaby dobra proporcja między gospodarstwami a firmami i farmami. Przy 14,5 mln gospodarstw domowych analizowana proporcja wynosiłaby 4,8.

$$\alpha = \frac{\text{liczba gospodarstw domowych}}{\text{liczba firm} + \text{liczba farm}} \quad (6)$$

$$\alpha = \frac{14,5}{2 + 1} = 4,83 \quad (7)$$

I jest to proporcja właściwa. Byłaby to dźwignia gospodarki Polski. Aby do tego doprowadzić, należałoby uruchomić dwa procesy:

- a) konsolidacji gospodarstw rolnych tak, aby z 1,5 mln farm powstał 1 mln gospodarstw;
- b) uruchomić programy wzmacniające działalność firm.

Takie procesy zrodzą się same, ale w dłuższej perspektywie nastąpi zarówno konsolidacja małych gospodarstw rolnych, jak i konsolidacja mikrofirm.

W książce *O właściwej proporcji gospodarstw domowych do firm i farm*¹⁹ wyliczono, że przy takiej proporcji liczby firm i liczby farm jak w Unii Europejskiej i 2,1 mln aktywnych firm, liczba gospodarstw rolnych w Polsce powinna wynosić 0,8 mln. Teoria odroczonej akceptacji zajmuje się dobieraniem indywidualnym różnego rodzaju podmiotów mikroekonomicznych, teoria właściwej proporcji zajmuje się, jak widzimy, dostosowaniem struktur makroekonomicznych, w których gusta są tak zagregowane, że nierozpoznawalne. Próbując zdefiniować i opisać drugą teorię na tle pierwszej, używamy dwóch rodzajów pojęć: dobieranie (dopasowanie) i dostosowanie:

- dobierać (dopasowywać) to w języku angielskim – *to match*,
- dostosowywać to w języku angielskim – *to adjust*,

czyli w pierwszym przypadku, mamy do czynienia z dobieraniem, a w drugim przypadku z dostosowywaniem (*matching & adjustment*).

W naszym przekonaniu oba procesy są ważne. Forma czasownika wskazuje na to, że w pierwszym przypadku mamy do czynienia z procesem o charakterze krótkotrwałym w czasie – dobieramy i przechodzimy w stan oczekiwania na

¹⁹ J. Hozer, *O właściwej proporcji gospodarstw domowych do firm i farm*, PTE, Toruń 2012.

efekty. W drugim przypadku proces ma charakter długotrwały w czasie. Zanim dostosujemy, musimy dostosowywać. Zdarza się, że w drugim przypadku potrzebny jest bardzo długi czas, liczony nawet w dziesiątkach lat. Zmniejszenie liczby farm jest sprawą skomplikowaną i nie wystarczy tutaj wypracowanie algorytmu. Potrzebny jest czas na zmianę skłonności pokolenia, na zbudowanie determinacji decydentów, na wypracowanie w miarę łagodnych form przejścia z jednego stanu w drugi (ze zbyt wielu gospodarstw rolnych w ich zmniejszoną liczbę).

Literatura

- Abdulkadiroglu A., Pathak P.A., Roth A.E., Sönmez T., *The Boston Public School Match*, „American Economic Review. Papers and Proceedings” 2005.
- Abdulkadiroglu A., Pathak P.A., Roth A.E., *The New York City High School Match*, „American Economic Review. Papers and Proceedings” 2005.
- Abeledo H., Isaak G., *A Characterization of Graphs which Assure the Existence of Stable Matches*, „Mathematical Social Sciences” 1991, no. 22.
- Blaug M., *The Ugly Currents in Modern Economics*, „Policy Options” 1997, September.
- Collegiate Compass 2010, Preliminary Admission Statistics for the Class of 2009*, 2005.
- Cramton P., *Stable Marriage*, www.cramton.umd.edu/econ1450deferred-acceptance-algorithm (20.03.2013).
- Crawford V.P., Knoer E.M., *Job Matching with Heterogeneous Firms and Workers*, „Econometrica” 1981, no. 49.
- Demange G., Gale D., Sotomayor M., *The Strategy Structure of Two-sided Matching Markets*, „Econometrica” 1985, no. 53.
- Ethlers L., Klaus B., *Allocation via Deferred Acceptance*, „CIREC Cahier” 2009, no. 17, <http://cireq.umontreal.ca/publications/17-2009-cah.pdf> (20.03.2013).
- Gale D., Shapley L., *College Admission and Stability of Marriage*, „American Mathematical Monthly” 1962, no. 69.
- Gale D., Sotomayor M., *Ms Machiavelli and the Stable Matching Problem*, „American Mathematical Monthly” 1985, no. 92.
- Gusfield D., Irving R.W., *The Stable Marriage Problem: Structure and Algorithms*, Massachusetts Institute of Technology Press, Cambridge 1989.
- Haering G., Hafaburda H., *Better-reply Dynamics in Deferred Acceptance Games*, „Working Paper Harvard Business School” 2011, no. 11–126, 31st May.
- Hao L., Rosen S., *Unraveling in Matching Markets*, „American Economic Review” 1998, no. 88.

- Hozer J., *O właściwej proporcji gospodarstw domowych do firm i farm*, PTE, Toruń 2012.
- Hozer-Koćmiel M., Hozer J., *Proporcje liczby podmiotów gospodarczych, gospodarstw rolnych i gospodarstw domowych*, „Wiadomości Statystyczne” 2012, nr 11 (618).
- Iglesias M., *Marriage as an Economic Problem*, „Slate” 2012.
- Klaus B., Klijn F., *Stable Matchings and Preference of Couples*, „Journal of Economic Theory” 2005, no. 121.
- Klaus B., *Matching and the Allocation of Indivisible Objects via Deferred Acceptance under Responsive Priorities*, „Anenorm” 2010, vol. 18 (67).
- Niederle M., Roth A.E., *Relationship Between Wages and Presence of a Match in Medical Fellowships*, „Journal of the American Medical Association” 2003, no. 9.
- Papai S., *Strategy-proof Assignment by Hierarchical Exchange*, „Econometrica” 2000, no. 68.
- Roth A.E., *The Economics of Matching: Stability and Incentive*, „Mathematics of Operations Research” 1982, vol. 7, no. 4.
- Roth A.E., *Deferred Acceptance Algorithms. History, Theory, Practice and Open Questions*, Working Paper 13225, National Bureau of Economic Research, Cambridge 2007, www.nber.org/papers/w13225 (20.03.2013).
- Roth A.E., *The Origins, History and Design of the Resident Match*, „Journal of the American Medical Association” 2003, no. 289.
- Sómez T., Ünver M.U., *Matching Allocation and Exchange of Discrete Resources*, „Handbook of Social Economics” 2009, vol. 1A, <http://ssrn.com/abstract> (20.03.2013).

THE THEORY OF DEFERRED ACCEPTANCE AND THE THEORY OF THE RIGHT PROPORTIONS

Abstrakt

In the paper two economic theories are presented and compared: one concerns the process of selecting partners and is referred to as the theory of deferred acceptance, the other one is the theory of the right proportions. The first one describes the procedure of adjustment while the second one the procedure of adaptation.

Keywords: theory of deferred acceptance, theory of the right proportions
Kod JEL: C10

Translated by Józef Hozer, Ignacy Chrzanowski