

# Edward Sawiłow

---

## Analiza dokładności określenia jednostkowej wartości nieruchomości metodą korygowania ceny średniej

---

Acta Scientiarum Polonorum. Administratio Locorum 5/1/2, 63-71

---

2006

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej [bazhum.muzhp.pl](http://bazhum.muzhp.pl), gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach  
dozwolonego użytku.

## **ANALIZA DOKŁADNOŚCI OKREŚLENIA JEDNOSTKOWEJ WARTOŚCI NIERUCHOMOŚCI METODĄ KORYGOWANIA CENY ŚREDNIEJ**

Edward Sawiłow

Akademia Rolnicza we Wrocławiu

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono podstawowe zasady wyceny nieruchomości metodą korygowania ceny średniej. Przekształcono wzór na określenie wartości nieruchomości metodą korygowania ceny średniej do postaci liniowej funkcji wielu zmiennych. Przeprowadzono analizę dokładności tej metody w relacji do dokładności uzyskanej w modelu liniowej regresji wielu zmiennych. Uzyskane wyniki potwierdzają mniejszą dokładność określenia wartości nieruchomości metodą korygowania ceny średniej, w stosunku do wyników uzyskanych w modelu liniowej regresji wielu zmiennych.

**Słowa kluczowe:** nieruchomość, model, cechy, wagi, wartość, dokładność

### **PODSTAWY METODYCZNE**

W niniejszym artykule przedstawiono analizę dokładności określania jednostkowej wartości nieruchomości metodą korygowania ceny średniej. Do analizy wykorzystano zmodyfikowaną formułę metody korygowania ceny średniej. Wykazano całkowitą zgodność postaci analitycznej metody korygowania ceny średniej z postacią funkcji liniowej regresji wielu zmiennych.

W procedurze wyceny metodą korygowania ceny średniej jedną z pierwszych czynności jest opisanie i charakterystyka wycenianej nieruchomości. Opis ten implikuje określenie rynku lokalnego. Z rynku lokalnego wybieramy zbiór nieruchomości podobnych do wycenianej oraz ustalamy rodzaj oraz liczbę cech rynkowych wpływających na poziom cen. Cechy nieruchomości mają właściwości jakościowe lub ilościowe. Wszystkim cechom nieruchomości muszą być przypisane wartości liczbowe. Wartości te muszą być podane w przyjętych skalach pomiarowych. Zakres skali ocen atrybutów może być zróżnicowany. Dla każdej cechy przyjęta skala ocen musi być dodatnio skorelowana z cenami nieruchomości.

Wprowadźmy oznaczenia:

$X = \{x_{ij}, i = 1 \dots n, j = 1 \dots m\}$  jest macierzą zmiennych opisujących cechy nieruchomości, gdzie  $n$  jest liczbą nieruchomości,  $m$  jest liczbą zmiennych,  $x_{ij}$  jest wartością  $j$ -tej zmiennej w  $i$ -tej nieruchomości, a  $C = \{c_i, i = 1 \dots n\}$  jest wektorem cen jednostkowych nieruchomości.

Powyższe dane charakteryzujące lokalny rynek nieruchomości stanowią podstawę do określenia wartości nieruchomości.

Według Standardów Zawodowych Rzecznawców Majątkowych [2004], wzór na określenie wartości jednostkowej nieruchomości, metodą korygowania ceny średniej można zapisać następująco:

$$W = C_{sr} \cdot \sum_{j=1}^m k_j, \quad (1)$$

gdzie:

$C_{sr}$  – średnia arytmetyczna cen jednostkowych nieruchomości w przyjętej próbie,  
 $k_j$  – współczynniki korygujące.

W pracy Sawiłowa [2005] wykazano, że wzór (1) może mieć inną równoważną postać:

$$W = c_{\min} + \sum_{j=1}^m \frac{\Delta c \cdot w_j}{n_j - 1} \cdot (x_j - 1), \quad (2)$$

gdzie:

$\Delta c = c_{\max} - c_{\min}$ ,  
 $c_{\min}$  – jednostkowa cena minimalna,  
 $c_{\max}$  – jednostkowa cena maksymalna,  
 $w_j$  – waga  $j$ -tej cechy,  
 $x_j$  – wartość  $j$ -tej cechy,  
 $n_j$  – maksymalna wartość  $j$ -tej cechy.

Po wykonaniu prostych przekształceń wzoru (2) otrzymano następujące równanie określające jednostkową wartość nieruchomości, metodą korygowania ceny średniej, w postaci funkcji liniowej wielu zmiennych:

$$W = \alpha_o + \sum_{j=1}^m \alpha_j \cdot x_j, \quad (3)$$

Postać analityczna powyższego równania jest identyczna jak równanie funkcji liniowej regresji wielu zmiennych. Parametry równania (3) są obliczone ze wzorów:

$$\alpha_j = \frac{\Delta c \cdot w_j}{n_j - 1}, \quad (4)$$

$$\alpha_0 = c_{\min} - \sum_{j=1}^m \alpha_j \quad (5)$$

W modelu liniowej regresji wielu zmiennych do estymacji parametrów równania (3), stosuje się najczęściej metodę najmniejszych kwadratów. Zastosowanie tej metody wymaga jednak spełnienia założeń podanych np. w pracy Welfe [1995]. Jeśli te założenia są spełnione, to estymację parametrów metodą najmniejszych kwadratów można przeprowadzić według wzoru:

$$\alpha = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{C} \quad (6)$$

W metodzie najmniejszych kwadratów minimalizuje się sumę kwadratów odchyłeń rzeczywistych cen od ich estymowanych wartości. Inne estymatory, dają większe odchylenia i w konsekwencji większy błąd szacunku.

Oczywiste jest, że proponowana w metodzie korygowania ceny średniej, estymacja parametrów równania (3) nie minimalizuje sumy kwadratów reszt i tym samym dokładność określenia wartości nieruchomości jest mniejsza niż w metodzie najmniejszych kwadratów.

Do uzasadnienia tej tezy przyjęto, jako miarę dokładności określenia wartości nieruchomości, błąd standardowy oceny w postaci zależności:

$$m_o = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (c_i - \hat{c}_i)^2}{n - (m + 1)}}, \quad n - (m + 1) > 0 \quad (7)$$

gdzie:

$\hat{c}_i$  – wartość  $i$ -tej nieruchomości określona na podstawie modelu.

Miara ta jest najczęściej stosowanym miernikiem dokładności dopasowania estymowanych wartości do ich wartości rzeczywistych. Podawana jest jako miara dokładności modelu liniowej regresji wielu zmiennych, we wszystkich pakietach statystycznych. W metodzie korygowania ceny średniej założono, że między ilością nieruchomości i ilością cech zachodzi nierówność  $n > m + 1$ .

## WYNIKI BADAŃ EMPIRYCZNYCH

Przeprowadzono badania dwóch, wygenerowanych zbiorów zmiennych opisujących lokalny rynek nieruchomości. Pierwszy zbiór wygenerowano w taki sposób, aby między zmiennymi występowała ścisła zależność funkcyjna. W drugim zbiorze zmieniono niektóre ceny nieruchomości, co spowodowało, że między zmiennymi nie występuje już ścisła zależność funkcyjna. W obu zbiorach określono wartości nieruchomości według wzoru (3), którego postać analityczna jest identyczna zarówno dla metody korygowania ceny średniej,

jak i dla metody liniowej regresji wielu zmiennych, co wykazane zostało w poprzednim rozdziale. Do estymacji parametrów tego równania, wykorzystano wzory (4) i (5) dla metody korygowania ceny średniej oraz metodę najmniejszych kwadratów dla modelu liniowej regresji wielu zmiennych. Obliczono i porównano błędy standardowe oszacowanych wartości nieruchomości dla obu wygenerowanych zbiorów. Przyjęta metodyka badań, pozwala na empiryczne potwierdzenie wcześniej sformułowanej tezy o większej dokładności określenia wartości nieruchomości na podstawie modelu liniowej regresji wielu zmiennych.

Założono, że wartości cech opisujących nieruchomości, w wygenerowanych zbiorach, mieszczą się w przedziale od 1 do 5. Przyjęcie takiego założenia nie powoduje zmniejszenia ogólności otrzymanych wyników. Zbiór zmiennych opisujących nieruchomości na lokalnym rynku zamieszczono w tabeli 1.

Tabela 1. Lista cech nieruchomości  
Table 1. List of real property characteristics

Oznaczenie cech Denote characteristics	Cechy Characteristics
$x_1$	Położenie Position
$x_2$	Funkcja w planie zagospodarowania przestrzennego Improved use plan
$x_3$	Infrastruktura techniczna Technical infrastructure
$x_4$	Stan zagospodarowania Management state
$x_5$	Intensywność zabudowy Intensity building
$x_6$	Dostępność Accessibility
$x_7$	Sąsiedztwo Neighbourhood

W tabeli 2 zamieszczono charakterystykę analizowanego rynku nieruchomości. Do analizy wygenerowano zbiór  $\{N_p, i = 1...12\}$  nieruchomości z lokalnego rynku, opisanych zbiorem  $\{x_p, j = 1...7\}$  cech charakteryzujących nieruchomości. W ostatnich dwóch kolumnach podane zostały ceny jednostkowe nieruchomości dla obu wariantów. Wygenerowane zbiory danych wejściowych, spełniają założenia wymagane przy estymacji parametrów modelu liniowej regresji wielu zmiennych, metodą najmniejszych kwadratów.

Na podstawie zamieszczonych w tabeli 2 wartości cech nie można ustalić ich wag, według algorytmu podanego w standardach zawodowych. Do ustalenia wag zastosowano algorytm proponowany przez Adamczewskiego [2004]. Wartości wag przedstawiono w tabeli 3.

Tabela 2. Wartości cech nieruchomości

Table 2. Value of real property characteristics

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	Wariant I	Wariant II
								Variant I	Variant II
								zł·m <sup>-2</sup>	zł·m <sup>-2</sup>
								c	c
N <sub>1</sub>	5	4	3	3	2	3	4	187.7	187.7
N <sub>2</sub>	2	3	2	3	3	4	3	168.7	178.7
N <sub>3</sub>	1	3	2	1	2	2	1	93.5	93.5
N <sub>4</sub>	2	1	4	3	2	2	4	136.6	136.6
N <sub>5</sub>	2	4	2	5	5	2	1	193	193
N <sub>6</sub>	3	5	2	4	3	3	2	190.4	200.4
N <sub>7</sub>	2	5	4	3	1	5	4	187.2	187.2
N <sub>8</sub>	4	3	2	3	3	4	3	183.7	183.7
N <sub>9</sub>	3	5	4	5	5	2	5	233.8	233.8
N <sub>10</sub>	2	3	4	3	4	3	5	183.9	173.9
N <sub>11</sub>	3	2	5	2	3	1	4	139.1	139.1
N <sub>12</sub>	5	2	3	4	2	2	3	172.7	172.7

Tabela 3. Wagi cech nieruchomości

Table 3. Weight of real property characteristics

Cechy	Wagi	Wagi
Characteristics	Weights	Weights
Położenie	0.0872	0.867
Position		
Funkcja w planie zagospodarowania przestrzennego	0.1678	0.1758
Improved use plan		
Infrastruktura techniczna	0.0885	0.0818
Technical infrastructure		
Stan zagospodarowania	0.3550	0.3643
Management state		
Intensywność zabudowy	0.1122	0.1079
Intensity building		
Dostępność	0.0907	0.0930
Accessibility		
Sąsiedztwo	0.0986	0.0905
Neighbourhood		
Suma	1.0000	1.0000
Sum		

Dla danych zamieszczonych w tabeli 2 i tabeli 3, określono wartości nieruchomości metodą korygowania ceny średniej i na podstawie modelu liniowej regresji wielu zmiennych. Korzystając ze wzorów (4) i (5), ustalono parametry modelu wartości nieruchomości metodą korygowania ceny średniej. Dla wariantu I otrzymano model w postaci:

$$W = 58.425 + 3.059x_1 + 5.885x_2 + 3.104x_3 + 12.452x_4 + 3.934x_5 + 3.182x_6 + 3.349x_7 \quad (8)$$

Dla danych wariantu II otrzymano model w postaci:

$$W = 58.425 + 3.042x_1 + 6.168x_2 + 2.868x_3 + 12.779x_4 + 3.784x_5 + 3.261x_6 + 3.174x_7 \quad (9)$$

Podstawiając do powyższych wzorów wartości cech poszczególnych nieruchomości, zamieszczone w tabeli 2, określono wartości tych nieruchomości dla dwóch wariantów danych. Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 4.

Tabela 4. Oszacowane wartości nieruchomości i ich odchylenia od wartości rzeczywistych, zł·m<sup>-2</sup>  
Table 4. Estimation of real property value and their deviation from real value, zł·m<sup>-2</sup>

	Wariant I Variant I			Wariant II Variant II		
	<i>c</i>	$W = \hat{c}$	$\Delta = c - \hat{c}$	<i>c</i>	$W = \hat{c}$	$\Delta = c - \hat{c}$
N <sub>1</sub>	187.7	175.18	12.52	187.7	175.29	12.41
N <sub>2</sub>	168.7	160.67	8.03	178.7	161.00	17.70
N <sub>3</sub>	93.5	115.49	-21.99	93.5	115.75	-22.25
N <sub>4</sub>	136.6	148.27	-11.67	136.6	147.27	-10.67
N <sub>5</sub>	193	186.04	6.96	193	187.43	5.57
N <sub>6</sub>	190.4	181.31	9.09	200.4	182.72	17.68
N <sub>7</sub>	187.2	177.42	9.78	187.2	177.94	9.26
N <sub>8</sub>	183.7	166.79	16.91	183.7	167.08	16.62
N <sub>9</sub>	233.8	215.03	18.77	233.8	215.07	18.73
N <sub>10</sub>	183.9	174.55	9.35	173.9	173.61	0.29
N <sub>11</sub>	139.1	148.61	-9.51	139.1	147.09	-7.99
N <sub>12</sub>	172.7	169.22	3.48	172.7	169.30	3.40
Suma Sum	–	–	51.72	–	–	60.75

Błąd standardowy określenia wartości nieruchomości, obliczony ze wzoru (7) wynosi dla wariantu I – 21.77 zł·m<sup>-2</sup>, dla wariantu II – 23.49 zł·m<sup>-2</sup>.

Identyczne wyniki określenia wartości nieruchomości otrzymano korzystając bezpośrednio ze wzoru (2), co potwierdza poprawność obliczeń i równoważność tych wzorów. Analizując odchylenia wartości rzeczywistych i otrzymanych na podstawie modelu (3)

można zauważyć, że suma odchyleń nie jest równa zero. Przy estymacji parametrów modelu metodą najmniejszych kwadratów suma odchyleń jest zawsze równa zero.

W dalszej części artykułu wykonane zostaną obliczenia parametrów ze wzoru (3) metodą najmniejszych kwadratów. Korzystając z pakietu statystycznego Excel, przeprowadzono dla tych samych danych, obliczenia parametrów liniowej regresji wielu zmiennych metodą najmniejszych kwadratów. Dla danych wariantu I otrzymano następujący model:

$$W = 7.5x_1 + 7.3x_2 + 3.4x_3 + 14.5x_4 + 8.9x_5 + 10.1x_6 + 4.8x_7 + \varepsilon \quad (10)$$

Współczynnik determinacji  $R^2$  przyjmuje maksymalną wartość i wynosi 1.0, co świadczy o tym, że model wyjaśnia 100% zmienności cen nieruchomości na rynku. Wszystkie jego parametry są istotne. Wartość statystyki F-Snedecora wynosi 1.2E-55, co świadczy o istotności modelu na poziomie ufności 1.0. Błąd standardowy modelu wynosi 6.6E-13. Te wyniki potwierdzają ścisłą funkcyjną zależność między wartościami cech nieruchomości a ich cenami.

Dla danych wariantu II otrzymano model:

$$W = 12.675 + 6.848x_1 + 8.065x_2 + 0.309x_3 + 15.890x_4 + 6.783x_5 + 8.941x_6 + 5.364x_7 + \varepsilon \quad (11)$$

Współczynnik determinacji  $R^2$  jest bardzo wysoki i wynosi 0.987, co świadczy o tym, że model wyjaśnia 98.7% zmienności cen nieruchomości na rynku. W modelu pominięto ocenę istotności jego parametrów, podobnie jak w metodzie korygowania ceny średniej, w której z oczywistych powodów takiej oceny nie można przeprowadzić. Wartość statystyki F-Snedecora wynosi 0.00135, co świadczy o istotności modelu na poziomie ufności 0.99865. Błąd standardowy modelu w tym wariacie wynosi 6.85 zł·m<sup>-2</sup>.

W tabeli 5 zestawiono dokładności określenia wartości nieruchomości, metodą korygowania ceny średniej (MKCS) oraz według modelu liniowej regresji wielu zmiennych (MLR).

Tabela 5. Wyniki obliczeń, zł·m<sup>-2</sup>  
Tabela 5. Calculation results, zł·m<sup>-2</sup>

	Wariant I Variant I	Wariant II Variant II
MKCS	21.77	23.49
MLR	0	6.85

Porównując dokładności uzyskane metodą korygowania ceny średniej i na podstawie modelu liniowej regresji wielu zmiennych, możemy stwierdzić, że dla danych wariantu I błąd standardowy modelu regresji liniowej wielu zmiennych jest równy zero, natomiast błąd standardowy dla metody korygowania ceny średniej jest równy 21.77 zł·m<sup>-2</sup>. W metodzie korygowania ceny średniej występuje tak duży błąd mimo że między wartościami cech i cenami w wygenerowanym zbiorze testowym występuje ścisła zależność funkcyjna. Metoda ta nie pozwala na uzyskanie bezbłędnego oszacowania wartości nieruchomości nawet w przypadku ścisłej zależności funkcyjnej między zmiennymi.



Dla wariantu II estymacja parametrów wzoru (3) metodą najmniejszych kwadratów, daje ponad trzykrotnie większą dokładność określenia wartości, w stosunku do metody korygowania ceny średniej.

Wynika stąd, że określenie jednostkowej wartości nieruchomości na podstawie zależności (3) z parametrami uzyskanymi według wzorów (4) i (5) daje dużo mniejszą dokładność oszacowania, niż model z parametrami obliczonymi metodą najmniejszych kwadratów. Z powyższego wynika, że w każdym przypadku metoda korygowania ceny średniej jest mniej dokładna od metody regresji liniowej wielu zmiennych.

## PODSUMOWANIE

Podany w standardach wzór na określenie wartości metodą korygowania ceny średniej łatwo można przekształcić do postaci funkcji liniowej wielu zmiennych. W modelu liniowej regresji wielu zmiennych estymację parametrów wykonuje się najczęściej metodą najmniejszych kwadratów, minimalizując sumę kwadratów odchyleń wartości estymowanych na podstawie modelu i wartości rzeczywistych. W metodzie korygowania ceny średniej parametry modelu szacuje się według wzorów (4) i (5). Nie zapewnia to minimalizacji sumy kwadratów odchyleń, czego konsekwencją jest większy błąd przy określaniu wartości nieruchomości. Przeprowadzone, na wygenerowanych danych, badania potwierdziły tę tezę. Wzajemne relacje między błędami, w modelu korygowania ceny średniej i liniowej regresji wielu zmiennych, są zróżnicowane w zależności od danych wejściowych. Minusem estymacji parametrów modelu liniowej regresji wielu zmiennych, metodą najmniejszych kwadratów, jest konieczność spełnienia przez dane wejściowe, założeń niezbędnych do estymacji parametrów tą metodą. W każdym przypadku, jeśli tylko spełnione są te założenia, błąd określenia wartości nieruchomości metodą korygowania ceny średniej będzie większy od błędu określenia wartości metodą najmniejszych kwadratów.

## PIŚMIENNICTWO

- Adamczewski Z., 2004. Problemy identyfikacji obiektów i algorytmów powszechnej taksacji nieruchomości w Polsce. Materiały Konferencji Naukowo-Technicznej „Procedury prawne, organizacyjne i technologiczne powszechnej taksacji nieruchomości”. Olsztyn.
- Sawiłow E., 2005. Metoda korygowania ceny średniej – nowe ujęcie. Wycena 3. Standardy Zawodowe Rzeczoznawców Majątkowych. 2004. PFSRM Warszawa.
- Welfe A., 1995. Ekonometria. PWE Warszawa.

**ANALYSIS OF PRECISION OF ESTIMATING THE REAL ESTATE UNITARY VALUE USING THE METHOD OF CORRECTING THE AVERAGE PRICE**

**Abstract.** The dissertation presents the basic rules of estimating the real estate using the method of correcting the average price. The pattern for estimating the real estate value by the method of correcting the average price into the lineal function of many variables has been transformed. The analysis of the precision of the method in relation to the precision achieved due to the lineal model of regression of multiple variables has been shown. The results confirm the smaller accuracy of estimating the real estate value using the method of correcting the average price in relation to the results from the model of lineal regression of variables.

**Key words:** real estate, model, characteristics, weights, precision

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 7.02.2006