

# Henryk Mamcarz

---

## Akcyjny certyfikat dyskontowy - produkt strukturyzowany inwestowania w zmienność

---

Annales Universitatis Mariae Curie-Skłodowska. Sectio H, Oeconomia 42, 13-25

---

2008

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej [bazhum.muzhp.pl](http://bazhum.muzhp.pl), gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

Wydział Ekonomiczny UMCS

HENRYK MAMCARZ

*Akcyjny certyfikat dyskontowy – produkt strukturyzowany  
inwestowania w zmienność*

---

Equity-linked discount certificate – structured product of investing in volatility

**Abstrakt:** Innowacją finansową na rozwiniętych rynkach kapitałowych w ostatnich latach są tzw. produkty strukturyzowane, do których należy również akcyjny certyfikat dyskontowy. Daje on inwestorom możliwość krótkiego inwestowania w zmienność. Ze względu na wysokie ryzyko inwestycyjne i złożoną konstrukcję tego instrumentu istotny dla inwestorów staje się problem jego wyceny, zwłaszcza w sytuacji gdy emitenci dążą do wygospodarowania odpowiedniego dodatku za strukturyzację. Wyceny akcyjnego certyfikatu dyskontowego można dokonać przez duplikację profilu płatności podstawowych komponentów jego struktury, tj. obligacji zero-kuponowej i opcji. Inwestorzy chcą otrzymać w ten sposób informację, czy w wyniku duplikacji mogą osiągnąć wyższą stopę zwrotu.

WPROWADZENIE

Introduction

Każda inwestycja finansowa w sensie teoretycznym powinna spełniać następujące kryteria oceny: zapewnić wysoką rentowność portfela, wykazywać wystarczającą płynność, gwarantować wysokie bezpieczeństwo przez m.in. niską lub nawet ujemną korelację z innymi klasami aktywów, a w przypadku inwestorów instytucjonalnych odpowiadać wymogom nadzoru finansowego. Inwestorów instytucjonalnych interesują zwłaszcza takie nowe klasy aktywów, które zapewniają im relatywnie wysokie stopy zwrotu i znaczny efekt dywersyfikacji (niskie ryzyko portfela). Do takich produktów poszukiwanych przez inwesto-

rów, a równocześnie oferowanych przez instytucje finansowe, należą strukturyzowane produkty procentowe. Pojawiają się one w okresach niskich stóp procentowych na rynkach obligacji i wysokiej zmienności kursów na rynkach akcji. Instrumenty te dają inwestorom możliwość inwestowania w zmienność. Ze względu na złożoną konstrukcję tych instrumentów powstaje dla inwestorów problem identyfikacji zawartych w nich ryzyk i prawidłowej wyceny. Przykładem takiego instrumentu jest akcyjny certyfikat dyskontowy.

### ZMIENNOŚĆ JAKO PRZEDMIOT OBROTU

Volatility as the subject of trade

Pojęcie zmienności (*volatility*) pochodzi od łacińskiego czasownika *volare* (latać) i oznacza wysokość i intensywność wahań stopy zwrotu od jej wartości średniej z inwestycji w dany instrument finansowy (akcje). Obliczana jest jako wyrażone w procentach odchylenie standardowe w skali roku relatywnych zmian kursów akcji (stóp zwrotu). Jest przede wszystkim miarą ryzyka danej inwestycji finansowej, a także istotną determinantą wartości opcji. W inwestowaniu najważniejsza jest zmienność przyszła, a problematyka prognozowania zmienności ma duże znaczenie dla praktyki gospodarczej. Instytucje finansowe sprzedają bowiem regularnie produkty, których ceny rynkowe zależą m.in. od zmienności. Produkty te pozostają w zapisach księgowych tych instytucji aż do dnia ich zapadalności, natomiast z punktu widzenia wysokości ryzyka muszą być wyceniane codziennie. W literaturze ekonomicznej wyróżnia się dwa rodzaje zmienności, służące do prognozowania zmienności przyszłej: historyczną i implikowaną.

Zmienność historyczna wyrażana jest odchyleniem standardowym stóp zwrotu z akcji, obliczonych dla danego okresu z przeszłości. Na rynkach akcji obserwuje się w ostatnim okresie trend do występowania wysokiej zmienności historycznej zarówno co do jej skali, jak i częstotliwości występowania dużych wahań. Przyczyny tego zjawiska są wielorakiej natury, a do najbardziej istotnych należą<sup>1</sup>:

- ♦ postępująca globalizacja rynków finansowych i coraz większa dostępność informacji prowadzą do powstania zjawiska równoległego rozwoju rynków, a tym samym do pojawienia się coraz bardziej silnych impulsów na zmiany kursów, ponieważ uczestnicy rynków dokonują wzmożonych obrotów akcjami bezpośrednio po opublikowaniu istotnych informacji,
- ♦ coraz częściej występujące zdarzenia zewnętrzne, takie jak: katastrofy naturalne, akty terrorystyczne, konflikty militarne itp.,

<sup>1</sup> H. Edele, F. Reibis, *Asset-Klasse Volatilität. Neue Wege im Portfoliomanagement*, „Die Bank” 2007, nr 2, s.13.

- ♦ regulacje prawne odnośnie do ujawniania przez spółki ich sytuacji finansowej.

Zmienność implikowana jest założonym odchyleniem standardowym w skali roku dla okresów w przyszłości. Wyraża ona oczekiwania rynku odnośnie do wahań kursów akcji i rozumie się ją jako możliwość odchylenia tych kursów od założonych ich wartości, czyli inaczej ryzyko inwestycji. Może być zatem ujmowana jako miara premii za ryzyko danego rynku. W przypadku akcji o wysokiej zmienności inwestorzy żądają odpowiedniej zaliczki za ryzyko w formie obniżonego kursu akcji. Można ją obliczyć, wykorzystując powszechnie stosowany model wyceny opcji Blacka-Scholesa. Przy danej wartości opcji i przy znajomości innych, łatwo obserwowanych na rynku parametrów modelu zmienność jest wtedy jedyną niewiadomą równania. Wynik odpowiada oszacowanej w danym momencie zmienności przyszłej, która jest zawarta w cenie opcji. Zmienność implikuje więc ceny opcji.

Problem zmienność historyczna *versus* zmienność implikowana w aspekcie ich przydatności do prognozowania zmienności przyszłej ma w literaturze ekonomicznej i w praktyce inwestowania długą już tradycję. Często inwestorzy w ocenie zmienności przyszłej opierają się na zmienności historycznej stóp zwrotu i przyjmują ją dla przyszłości jako *constans*. Szacunki zmienności przyszłej kursów akcji na podstawie wahań kursów w przeszłości są jednak sensowne, jeżeli przyjmie się założenie o braku zmian w polityce ekonomicznej przedsiębiorstwa i jego otoczeniu ekonomicznym. Tylko wtedy zmienność historyczna może być dobrym wskaźnikiem oceny zmienności przyszłej, gdyż wahania kursów przeszłych nie różnią się znacznie od wahań kursów z przeszłości. W sytuacji odwrotnej prosta ekstrapolacja zmienności historycznej w przyszłość jest dla zarządzania ryzykiem handlu opcjami niewystarczająca. Badania wskazują, że lepszą miarą jest tu zmienność implikowana.<sup>2</sup> Zmienność historyczna, określana również jako zmienność zrealizowana, istotna jest zwłaszcza, gdy bada się, czy zmienność implikowana jest dobrą miarą zrealizowanej następnie zmienności historycznej. Chodzi tu zatem o pytanie, jak dzisiejsza zmienność implikowana odpowiada jutrzejszej zmienności historycznej (zmienności przyszłej). Przed założeniem się rynku w 1987 r. był to problem tylko teoretyczny, gdyż zmienność historyczna mogła być w sposób prosty ekstrapolowana na przyszłość. Po tym okresie obserwuje się na rynkach powstanie zjawiska tzw. uśmiechu zmienności.

Uśmiech zmienności występuje w wielu formach (*volatility smile*, *volatility skew*, *volatility sneer*), wyrażając różne zależności zmienności implikowanej od poziomu ceny wykonania. Opisuje tym samym włączone w ceny oczekiwania rynku odnośnie do przyszłego zakresu wahań w zależności od przebiegu kursów

<sup>2</sup> M. Thomas, U. Schmidt, *Volatilitätsindizes im Vergleich – Ist Volatilität handelbar?*, „Finanz Betrieb” 2005, nr 6, s. 432.

instrumentu bazowego. Efekt ten występuje na różnych rynkach i dotyczy różnych instrumentów bazowych. Ma miejsce również regularnie występująca systematyczna zależność zmienności implikowanej od czasu do wygaśnięcia opcji (*term structure effect*). Często stwierdza się, że w okresach dłuższych istnieje zniekształcenie różnych form uśmiechu zmienności, jednak odchylenia te nie są ani zawsze jednoznaczne, ani stabilne w czasie. Uśmiech zmienności oznacza, że uczestnicy rynku nie traktują dłużej przyszłego zakresu wahań kursów jako stały, lecz jako zależny od aktualnej ceny instrumentu bazowego. Zmienność implikowana nie jest więc najlepszym szacunkiem odchylenia standardowego przyszłych stóp zwrotu z akcji. Pomimo to może ona dostarczać inwestorom dodatkowych informacji, jeśli uwzględni się opisane wyżej zależności. Praktyka finansowa tak to przynajmniej traktuje.

Zmienność implikowana jako zawarte w istocie instrumentu bazowego ryzyko odzwierciedla – wyrażoną abstrakcyjnie w jednostkach wartości – ocenę tego ryzyka w danej chwili przez inwestorów. Jest ona miarą stopnia niepewności co do przyszłego kształtowania się kursów akcji, a więc czymś więcej niż oczekiwaną wielkością statystyczną. W rezultacie zmienność implikowana jako oszacowana miara wahań kursów może być przedmiotem aktywnego obrotu. Inwestowanie w zmienność można podzielić na zajmowanie pozycji długich (*vola long investment*) i pozycji krótkich (*vola short investment*). W pierwszym przypadku inwestor zyskuje na wzroście zmienności instrumentu bazowego, w drugim natomiast na jej spadku. Typowym rynkiem dla handlu niepewnością jest rynek opcji, gdyż określone pozycje zyskują nie wyłącznie na zmianach instrumentu bazowego, ale również na wahaniach zmienności zawartej w cenach. Wada długich pozycji w zmienności w przypadku opcji (nabycie opcji) wyraża się w stopniowej utracie wartości czasowej, która musi być pokryta wzrostem zmienności, jeżeli pozycja ta ma przynieść zysk. Pozycje krótkie w zmienności w przypadku opcji (wystawienie opcji) dają natomiast korzyść w postaci codziennie dopływającej wartości czasowej.

Nowym rynkiem dla handlu zmiennością jest rynek tzw. produktów strukturyzowanych, które w swej konstrukcji zawierają również opcje. Co więcej, zmienność stała się przedmiotem bezpośredniego obrotu na rynkach terminowych, czego przykładem mogą być kontrakty *futures* na tzw. indeksy zmienności. Najbardziej popularnym instrumentem strukturyzowanym służącym krótkiemu inwestowaniu w zmienność jest interesujący nas tu akcyjny certyfikat dyskontowy. Jak wcześniej wspomniano, zmienność implikowana nie jest idealnym wskaźnikiem i stąd prognozuje zrealizowaną później zmienność niezbyt ściśle. W praktyce okazuje się, iż zmienność implikowana jest regularnie większa od zmienności zrealizowanej *ex post*. Im większa zmienność, tym oczywiście większa zainkasowana premia opcyjna. Dla sprzedawcy zmienności oznacza to, że jego ryzyko powinno być opłacane relatywnie wysoko przez jej nabywcę. Jest to

rodzaj premii ubezpieczeniowej, którą otrzymuje on za podjęte ryzyko.<sup>3</sup> W tej sytuacji niezwykle istotny staje się problem wyceny omawianego w artykule instrumentu.

#### STRUKTURA I FUNKCJONOWANIE INSTRUMENTU Structure and functioning of the instrument

Certyfikaty dyskontowe należą do innowacyjnych, ale stosunkowo prostych finansowych produktów strukturyzowanych. Są powiązane z poszczególnymi akcjami lub indeksami akcji. Występują ponadto rodzaje certyfikatów dyskontowych o bardziej złożonych konstrukcjach, które dotyczą wielu akcji (*two asset discount certificate*) lub zawierają zmieniającą się cenę wykonania (*rolling discount certificate*). Akcyjny certyfikat dyskontowy jest instrumentem finansowym na okaziciela, emitowanym jako szczególny rodzaj obligacji zerokuponowej o okresie wykupu od kilku miesięcy do pięciu lat, co pozwala inwestorowi na aktywne zarządzanie czasem portfela. Istota tego instrumentu polega na tym, że inwestor w dniu zapadalności otrzymuje od emitenta wartość ustaloną z góry liczby akcji, liczonej według kursu akcji w tym dniu, nie więcej jednak niż określona kwota maksymalna. W przypadku „rozliczania” akcjami może mieć miejsce zarówno rozliczenie pieniężne, jak i dostawa fizyczna akcji.<sup>4</sup> Relacja liczby akcji do liczby wyemitowanych certyfikatów (mnożnik) wynosi najczęściej 1:1, tzn. płatność, którą otrzymuje inwestor w przypadku rozliczania akcjami, równa się kursowi jednej akcji. W praktyce ta relacja może być jednak różna, np. do otrzymania wartości jednej akcji inwestor musi posiadać 10 certyfikatów (mnożnik 1:10) lub do otrzymania wartości pięciu akcji niezbędne są dwa certyfikaty (mnożnik 5:2).

Wybór sposobu umorzenia certyfikatu należy do emitenta i wybierze on oczywiście sposób umorzenia dla niego korzystny. W dniu zapadalności może on:

- ♦ wypłacić inwestorowi z góry ustaloną kwotę maksymalną lub
- ♦ dokonać rozliczenia akcjami tzn. wypłacić kwotę niższą (dostarczyć akcje), jeżeli wynika to z kursu akcji w dniu zapadalności certyfikatu; w tym wypadku stopa zwrotu inwestora ulega obniżeniu aż do wystąpienia wartości ujemnych łącznie.

Emitent rozlicza certyfikat dyskontowy akcjami, jeżeli w dniu zapadalności kurs akcji ( $Ka_t$ ), uwzględniając mnożnik ( $m$ ), jest niższy od z góry ustalonej

<sup>3</sup> H. Edele, F. Reibis, *op. cit.*, s. 12–13.

<sup>4</sup> M. Wilkens, H. Scholz, *Reverse Convertibles und Discount-Zertifikate – Bewertung, Pricingrisiko und implicite Volatilität*, „Finanz Betrieb” 2000, nr 3 s. 173.



kwoty maksymalnej ( $N$ ), czyli:  $KA_T \cdot m < N$ . Oznacza to, że wartość całego pakietu akcji w dniu zapadalności certyfikatu jest niższa od tej kwoty. Ma to miejsce wtedy, gdy kurs akcji spadnie poniżej pewnej wartości brzegowej, którą w terminologii z dziedziny opcji określa się mianem ceny wykonania (*exercise price*,  $E$ ), czyli:  $KA_T < E = N/m$ .

W opisanej sytuacji emitent, mający prawo wyboru decyzji, jest nabywcą opcji sprzedaży (*long put*), a inwestor jej wystawcą (*short put*). Certyfikat dyskontowy stanowi więc połączenie tradycyjnej obligacji zerokuponowej z akcyjną opcją sprzedaży wystawioną przez inwestora jego emitentowi. Ponieważ certyfikat dyskontowy nie ma kuponu odsetkowego, to jest również określany mianem obligacji zerokuponowej połączonej z akcją (*equity – linked bond*).

Ustalona z góry maksymalna kwota rozliczenia akcjami ogranicza jednak potencjalny zysk inwestora, stąd też cena emisyjna certyfikatu dyskontowego (także cena rynkowa) kształtuje się prawidłowo poniżej kursu odpowiedniej akcji. Z różnicy między maksymalną kwotą płatności a ceną certyfikatu (dyskonto z uwzględnieniem mnożnika) wynika dla inwestora maksymalna stopa zwrotu.<sup>5</sup> W różnicy tej zawarta jest również cena opcji, którą emitent jako nabywca opcji sprzedaży płaci inwestorowi, czyli jej wystawcy. Im wyższa jest wartość tej opcji, tym niższa jest cena emisyjna certyfikatu (wyższe dyskonto). W momencie emisji wartość tej opcji zależy m.in. od relacji określonej wyżej ceny wykonania do kursu akcji. Możliwe są tu dwie sytuacje:

- ♦ kurs akcji jest wyższy od ceny wykonania, certyfikat dyskontowy jest wtedy „poza ceną”, wartość opcji jest relatywnie niska, a cena emisyjna wysoka (niskie dyskonto); prawdopodobieństwo rozliczenia akcjami i związane z tym ryzyko są również niewielkie, stąd inwestor ma dużą szansę na otrzymanie płatności maksymalnej,
- ♦ kurs akcji jest niższy od ceny wykonania, certyfikat dyskontowy jest wtedy „w cenie”, wartość opcji jest relatywnie wysoka, a cena emisyjna niska (wysokie dyskonto); prawdopodobieństwo rozliczenia akcjami i związane z tym ryzyko są wysokie, a więc inwestor może osiągnąć niewielką stopę zwrotu i żąda za to znacznego wynagrodzenia w postaci części dyskonta.

O relacji kursu akcji do ceny wykonania w dniu zapadalności certyfikatu dyskontowego zadecyduje jednak zmienność kursu akcji, co określi stopę zwrotu z inwestycji. Zilustrujemy to następującym przykładem liczbowym. Instytucja finansowa wyemitowała jednoroczny certyfikat dyskontowy o wartości nominalnej 100 j.p. Inwestor nabył ten certyfikat na rynku pierwotnym po cenie emisyjnej 96 j.p. Emitent w terminie zapadalności posiada prawo dokonania płatności (dostarczenia akcji) w wysokości kursu jednej akcji (mnożnik 1:1),

<sup>5</sup> M. Wilkens, H. Scholz, J. Völker, *Analyse und Bewertung von Aktienanleihen und Diskontzertifikaten*, „Die Bank” 1999, nr 5, s. 325.

kwota ta jest jednak ograniczona do wysokości 100 j.p., czyli równej nominalności. Kurs akcji w momencie emisji certyfikatu dyskontowego wynosi 105 j.p. Zmienność kursu akcji jest mierzona odchyleniem standardowym 20% p.a., a stopa procentowa jest wolna od ryzyka 3% p.a. Dla uproszczenia przyjmujemy, że dywidenda nie jest wypłacana.

Z powyższego wynika, że cena wykonania wyniesie 100 j.p., czyli rozliczenie akcjami nastąpi wtedy, gdy kurs akcji spadnie poniżej tej kwoty. Stopa zwrotu z inwestycji będzie zależeć od decyzji emitenta (tabela 1).

Tab. 1. Stopa zwrotu z inwestycji w certyfikat dyskontowy dla wybranych kursów akcji  
Yield of investing in discount certificate for selected stock prices

Kurs akcji w dniu zapadalności certyfikatu ( $K_{ar}$ w j.p.)	Relacja kursu akcji ( $K_{ar}$ ) do ceny wykonania ( $E$ )	Decyzja inwestora	Zysk inwestora (w j.p.)	Stopa zwrotu (w % p.a.)	
				Certyfikat dyskontowy	Akcje
115	$K_{ar} > E$	Kwota maksymalna	N 4,0	4,17	9,52
110	$K_{ar} > E$	Kwota maksymalna	N 4,0	4,17	4,76
105	$K_{ar} > E$	Kwota maksymalna	N 4,0	4,17	0,00
100	$K_{ar} = E$	Kwota maksymalna	N 4,0	4,17	-4,76
99	$K_{ar} < E$	Akcje	W 3,0	3,13	-5,71
96	$K_{ar} < E$	Akcje	W 0,0	0,00	-8,57
95	$K_{ar} < E$	Akcje	W -1,0	-1,04	-9,52
90	$K_{ar} < E$	Akcje	W -6,0	-6,25	-14,29

Legenda: W – opcja wykonana, N – opcja niewykonana

Źródło: Opracowanie własne.

Z tabeli wynika, że dla kursu akcji równego i wyższego od ceny wykonania ( $K_{ar} = E$ ) emitent nie wykonuje opcji i wypłaca inwestorowi kwotę maksymalną. Inwestor inkasuje wtedy całe dyskonto (4,0 j.p.) i osiąga maksymalną stopę zwrotu w wysokości 4,17%, a więc wtedy, gdy kurs akcji nie obniży się bardziej niż różnica między ceną akcji a ceną wykonania, czyli o 5 j.p. (4,76%). Gdy kurs akcji spadnie poniżej ceny wykonania, emitent wykonuje opcję i rozlicza certyfikat akcjami, co obniża stopę zwrotu aż do wystąpienia wartości ujemnych łącznie. Strata wystąpi wtedy, gdy kurs akcji spadnie poniżej ceny nabycia certyfikatu, tj. o 9 j.p. (8,57%), czyli inaczej o dyskonto w stosunku do ceny akcji. Strata z inwestycji w certyfikat dyskontowy jest jednak niższa niż strata na akcjach. Istniejący na dole „bufor” bezpieczeństwa w porównaniu z bezpośrednią inwestycją w akcje zostaje jednak okupiony „deklem” maksymalnej stopy zwrotu od góry. Dlatego certyfikat dyskontowy w porównaniu z bezpośrednią



inwestycją w akcje jest inwestycją gorszą w sytuacji silnie rosnących kursów akcji, w pozostałych przypadkach jest inwestycją lepszą.

WYCENA PRZEZ DUPLIKACJĘ  
Pricing by duplication

Przy nabywaniu certyfikatów dyskontowych powstaje dla inwestora problem identyfikacji związanych z tym korzyści i ryzyk w celu wyboru najbardziej atrakcyjnej oferty; nie jest to jednak łatwe. Podaż certyfikatów jest przede wszystkim mało przejrzysta, a przyczynia się do tego m.in. fakt, że większość emitentów stosuje różne określenia dla tego instrumentu: *discount share bond*, *enhanced return or security (EROS)*, *cap level or underlying (CLOU)*, *safe alternative to long equity (SALE)*, *buy low or cash (BLOC)*, *stock or attractive return (STAR)* i *discount reverse convertible (DRC)*.<sup>6</sup> Ponadto sami emitenci, kształtując świadomie w odpowiedni sposób oferty, „troszczą się” o to, by inwestor nie miał okazji do bezpośredniego porównywania cen. Z punktu widzenia emitenta istnieje wiele powodów takich zachowań:

- ♦ dążenie do wygospodarowania odpowiedniego zysku,
- ♦ obawa przed utratą klientów na rzecz konkurencji,
- ♦ podniesienie wizerunku firmy, gdyż pracownikom instytucji emitujących certyfikaty przypisuje się wysokie kompetencje fachowe.

Produkty strukturyzowane są oferowane nie po cenach teoretycznych, lecz nieco wyższych, co nie powinno dziwić. Instytucje finansowe muszą bowiem wygospodarować odpowiedni dodatek za strukturyzację, ażeby pokryć związane z tym koszty i wygospodarować stosowną marżę. Dla inwestora interesująca jest jednak wysokość włączonego w cenę tego niewidzialnego dodatku. Proste porównanie cen ze względu na różne wyposażenie certyfikatów nie wróży jednak sukcesu. Pojawia się zatem problem wyceny i ustalenia godziwej ceny (*fair value*). Certyfikat dyskontowy stanowi połączenie obligacji zerokuponowej z opcją sprzedaży. Znaczy to, że można dokonać jego dekompozycji na te dwie części składowe i wycenić odrębnie każdą z nich (*pricing by duplication*). Inwestycja ta może być jednak powielana nie tylko za pomocą krótkiej pozycji w opcji sprzedaży, ale także przez zajęcie krótkiej pozycji w opcji kupna. Chodzi tu o to, czy inwestor w wyniku duplikacji może osiągnąć wyższą stopę zwrotu.

W przypadku duplikacji certyfikatu dyskontowego za pomocą krótkiej pozycji w opcji sprzedaży (*short put*) inwestor nabywa obligację zerokuponową o nominale równym nominalowi certyfikatu i zajmuje pozycję krótką w ilości

<sup>6</sup> M. Wilkens, H. Scholz, *op. cit.*, s. 171, odn. 2.

„m” europejskich opcji sprzedaży o cenie wykonania  $E$ . Teoretyczną wartość certyfikatu dyskontowego można zatem określić następująco:

$$Pcd_t = Noz \cdot r^{(T-t)} - mP_t^E \quad (1)$$

gdzie:  $Noz$  – wartość nominalna obligacji zerokuponowej,  $Pcd_t$  – teoretyczna wartość certyfikatu dyskontowego w momencie  $t$ ,  $T$  – moment zapadalności certyfikatu dyskontowego,  $T-t$  – okres do wykupu certyfikatu dyskontowego,  $m$  – mnożnik,  $r$  – stopa procentowa wolna od ryzyka,  $P_t^E$  – wartość europejskiej opcji sprzedaży o cenie wykonania  $E$  w momencie  $t$ .

Teoretyczna wartość certyfikatu dyskontowego jest więc różnicą między teoretyczną (zdyskontowaną) ceną obligacji zerokuponowej bez prawa opcji ( $Poz_t$ , odjemna) a całkowitą wartością opcji sprzedaży ( $mP_t^E$ ).

Kontynuując poprzedni przykład, wartość teoretyczna certyfikatu, po obliczeniu wartości opcji sprzedaży z wzoru Blacka-Scholesa, wyniesie:

$$Pcd_o = 100 \cdot e^{-0,031} - 1 \cdot 4,68$$

$$Pcd_o = 97,04 - 4,68 = 92,36 \text{ j.p.}$$

Rezultat obliczeń oznacza, że emitent określił cenę certyfikatu dyskontowego na poziomie relatywnie wysokim (96,0 j.p.) w stosunku do jego wartości teoretycznej (92,36 j.p.). Dodatek za strukturyzację wynosi w tym przypadku 3,64 j.p. (96,0–92,36). Gdyby inwestor powielił nabycie certyfikatu dyskontowego przez dwa oddzielne instrumenty, tj. nabycie obligacji zerokuponowej i wystawienie akcyjnej opcji sprzedaży, to osiągnąłby wyższą stopę zwrotu (tab. 2).

Tab. 2. Duplikacja certyfikatu dyskontowego przez wystawienie opcji sprzedaży  
Duplication of discount certificate by short put

Kurs akcji w dniu zapadalności certyfikatu dysk. ( $Kar$ w j.p.)	Relacja kursu akcji ( $Kar$ ) do ceny wykonania ( $E$ )	Nakład (w j.p.)	Zysk z obligacji zerokuponowej (w j.p.)	Zysk/strata z opcji (w j.p.)	Łączny zysk/strata (w j.p.)	Stopa zwrotu (w % p.a.)
115	$Kar > E$	92,36	2,96	N 4,68	7,64	8,27
110	$Kar > E$	92,36	2,96	N 4,68	7,64	8,27
105	$Kar > E$	92,36	2,96	N 4,68	7,64	8,27
100	$Kar = E$	92,36	2,96	N 4,68	7,64	8,27
99	$Kar > E$	92,36	2,96	W 3,68	6,64	7,19
96	$Kar < E$	92,36	2,96	W 0,68	3,64	3,94
95	$Kar < E$	92,36	2,96	W -0,32	2,64	2,86
90	$Kar < E$	92,36	2,96	W -5,32	-2,36	-2,56

Legenda: W – opcja wykonana, N – opcja niewykonana.

Źródło: Opracowanie własne.

Z tabeli wynika, iż w rezultacie duplikacji inwestycji w certyfikat dyskontowy inwestor osiągnął wyższą stopę zwrotu (por. tabela 1). Nie może on jednak osiągnąć wyższej stopy zwrotu ponad 8,27%, ponieważ jako wystawca opcji sprzedaży nie uczestniczy we wzroście kursów akcji.

W przypadku duplikacji certyfikatu dyskontowego za pomocą krótkiej pozycji w opcji kupna (*short call*) inwestor nabywa akcję po aktualnym kursie i zajmuje pozycję krótką w ilości „m” europejskich opcji kupna o cenie wykonania  $E$ . Teoretyczną wartość certyfikatu dyskontowego można zatem określić następująco:

$$Pcd_t = Ka_t - mC_t^E \quad (2)$$

gdzie:  $Ka_t$  – kurs akcji w momencie emisji certyfikatu dyskontowego,  $C_t^E$  – wartość europejskiej opcji sprzedaży o cenie wykonania  $E$  w momencie  $t$ .

Teoretyczna wartość certyfikatu dyskontowego jest więc różnicą między ceną akcji a całkowitą wartością opcji kupna ( $sC_t^E$ ). Po obliczeniu wartości opcji kupna z wzoru Blacka-Scholesa wartość teoretyczna certyfikatu dyskontowego wyniesie:

$$Pcd_o = 105 - 1 \cdot 12,64 = 92,36 \text{ j.p.},$$

czyli tyle samo, jak w przypadku duplikacji za pomocą krótkiej pozycji w opcji sprzedaży. Nabycie certyfikatu dyskontowego odpowiada w istocie klasycznej inwestycji w akcje z tą różnicą, że związane z akcjami szanse zysku w wyniku wzrostu ich kursów zostały „sprzedane” za cenę 12,64 j.p. Ryzyko cenowe akcji pozostaje w większości u nabywcy certyfikatu dyskontowego, co znajduje wyraz w wielkości stopy zwrotu (tabela 3).

Tab. 3. Duplikacja certyfikatu dyskontowego przez wystawienie opcji kupna  
Duplication of discount certificate by short call

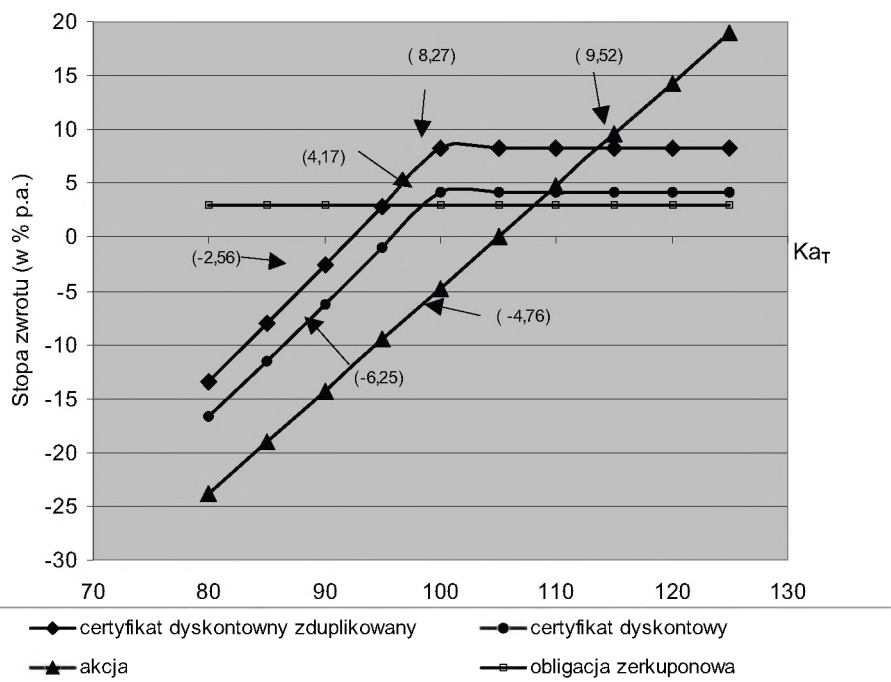
Kurs akcji w dniu zapadalności certyfikatu dysk. ( $Kar$ w j.p.)	Relacja kursu akcji ( $Kar$ ) do ceny wykonania ( $E$ )	Nakład (w j.p.)	Zysk/strata na akcjach (w j.p.)	Zysk/strata z opcji (w j.p.)	Zysk łączny (w j.p.)	Stopa zwrotu (w % p.a.)
115	$Kar > E$	92,36	10	W -2,36	7,64	8,27
110	$Kar > E$	92,36	5	W 2,64	7,64	8,27
105	$Kar > E$	92,36	0	W 7,64	7,64	8,27
100	$Kar = E$	92,36	-5	N 12,64	7,64	8,27
99	$Kar < E$	92,36	-6	N 12,64	6,64	7,19
96	$Kar < E$	92,36	-9	N 12,64	3,64	3,94
95	$Kar < E$	92,36	-10	N 12,64	2,64	2,86
90	$Kar < E$	92,36	-15	N 12,64	-2,36	-2,56

Legenda: W – opcja wykonana, N – opcja niewykonana.

Źródło: Opracowanie własne.

Z tabeli wynika, iż w rezultacie duplikacji przez wystawienie opcji kupna inwestor osiągnął tę samą stopę zwrotu jak w przypadku duplikacji za pomocą opcji sprzedaży. Stopa ta jest równocześnie wyższa w porównaniu z nabyciem certyfikatu dyskontowego (por. tabela 1).

Dotychczasowe rozważania zilustrujemy schematem graficznym przedstawiającym stopę zwrotu z omawianych instrumentów finansowych (rys. 1).



Rys.1. Profil zysków i strat z inwestycji w obligację zerokuponową, certyfikat dyskontowy, certyfikat dyskontowy zduplikowany i akcję.

Profit and loss profile of investing in zero bond, discount certificate, duplicated discount certificate and stock

Źródło: Opracowanie własne.

Z rysunku wynika, że certyfikat dyskontowy przynosi inwestorowi początkowo wyższą stopę zwrotu niż akcja, jednak w przypadku wzrostu kursów akcji stopa ta jest ograniczona, gdyż inwestor otrzymuje maksymalną płatność. Duplikacja certyfikatu dyskontowego przez wystawienie opcji kupna lub opcji sprzedaży daje wyższą stopę zwrotu o 4,10% (8,27–4,17), a wynika to z faktu zawyżenia ceny certyfikatu w porównaniu z jego ceną teoretyczną (dodatek za strukturyzację). Stopa zwrotu w porównaniu z inwestycją w akcje jest od pewnej wysokości jej kursu (113,68 j.p.) ograniczona, gdyż inwestor jako wystawca opcji kupna lub opcji sprzedaży nie uczestniczy do końca we wzroście kursów akcji.

Ryzyko inwestycyjne certyfikatu dyskontowego przejawia się w możliwych stratach jego wartości, jeżeli inwestor trzyma go do terminu zapadalności. Ma to miejsce, jak już wspomnieliśmy, w przypadku rozliczania akcjami, gdy ich kurs kształtuje się na poziomie niższym od ustalonej płatności maksymalnej. Inwestor narażony jest jednak również na ryzyko kursowe w przypadku sprzedaży certyfikatu na rynku wtórnym. Wynika ono z poszczególnych pozycji portfela zduplikowanego i może być dokładnie wyspecyfikowane.

Ryzyko to, realizując duplikację za pomocą opcji sprzedaży, odpowiada ryzyku obligacji zerokuponowej (ryzyko kredytowe, ryzyko stopy procentowej) oraz ryzyku krótkiej pozycji w opcji sprzedaży akcji. Zmiany wartości opcji sprzedaży dadzą się w istocie sprowadzić do ryzyka kursowego akcji i zmienności.

Ważnym czynnikiem ryzyka jest również niewystarczająca płynność rynku wtórnego. W celu zmniejszenia tego ryzyka emitenci zobowiązują się często do pełnienia roli quasi-market maker i kwotowania kursów kupna i sprzedaży certyfikatów dyskontowych. Środek tych kursów nie musi jednak koniecznie odpowiadać *fair value*, czego oczekują inwestorzy i co jest ze szkodą dla nich. Ryzyko to (*pricing risk*) występuje szczególnie wtedy, gdy inwestorzy kupują (faza emisji) lub sprzedają (okres bezpośrednio przed wygaśnięciem certyfikatu) znaczne wolumeny certyfikatów. Emitenci mają wtedy szczególne możliwości kwotowania kursów na niekorzyść inwestorów.

#### PODSUMOWANIE Recapitulation

Istotną zaletą certyfikatów dyskontowych jest fakt, iż inwestor jest w stanie *ex ante* ustalić maksymalną stopę zwrotu: rzeczywistą na podstawie ceny nabycia i teoretyczną przy wykorzystaniu do obliczeń wartości zmienności implikowanej, stopy procentowej wolnej od ryzyka i oczekiwanej dywidendy oraz *ex post* w zależności od wysokości kursu akcji w dniu zapadalności. Atrakcyjność tego instrumentu rośnie w okresie niskich stóp procentowych na rynkach obligacji i wysokiej zmienności na rynkach akcji. Nabywca profituje z niepewności na rynku akcji. W przypadku nabywców opcji, instrumenty te są tym tańsze, im niższa jest ich zmienność implikowana. W odniesieniu do certyfikatów dyskontowych, ponieważ inwestor jest wystawcą opcji, jest odwrotnie; certyfikat dyskontowy jest tym tańszy, im wyższa jest zmienność implikowana. Certyfikaty oferują wtedy znaczne dyskonto w stosunku do kursów akcji, a inwestorzy inkasują wysoką premię opcyjną, czyli istnieje duży „bufor” ryzyka. Zmienność implikowana jako miara porównywalności opcji i warrantów da się również adaptować do porównywalności produktów strukturyzowanych (certyfikatów dyskontowych). W przypadku certyfikatów dyskontowych, w których opcje są częścią

składową portfeli zduplikowanych, wskaźnik ten umożliwia porównanie różnych ofert, jeżeli nie różnią się lub różnią się tylko okresem zapadalności.

#### SUMMARY

Equity-linked discount certificate is one of the popular discount instruments, serving investing in volatility. Efficiency of investing in this financial instrument rises in periods of low interest rates on the bond markets and high volatility of prices on the stock markets. It offers then relatively high discount in comparison with stock prices. The complex construction of equity-linked discount certificate causes difficulties in the correct pricing of its value. This pricing is possible by duplication of payment profiles of the main components of this value: zero bond and options. Comparing the calculated in this way theoretical "fair" prices of discount certificates to their issue prices enables investors to estimate the level of additional expense for restructuring and take correct investment decision. The same concerns relations of prices on the secondary market.