Filozofia Nauki
Rok III, 1995, Nr 1-2(9-10)

RECENZJE

Tomasz Bigaj

W sprawie wynikania logicznego

J. Etchemendy, *The Concept of Logical Consequence*,
Harvard University Press, Cambridge (Mass.) - London 1990, s: 174

Pojęcie „konsekwencji logicznej" to jedno z zasadniczych pojęć, na których opiera się współczesna logika. Terminy „konsekwencja logiczna", „prawda logiczna" traktuje sie zwykle jako definiowalne w standardowy sposób, zaproponowany przez A. Tarskiego (por. Tarski, „O pojęciu wynikania logicznego", *Przegląd Filozoficzny*, 39, 1936, s. 58-68). Powszechnie uważa się, że koncepcja wynikania logicznego wprowadzona przez Tarskiego trafnie oddaje intuicje związane z tym pojęciem. Książka Etchemendego ma na celu pokazanie, że tak nie jest. Etchemendy proponuje w niej wnikliwą analizę całej koncepcji Tarskiego — analizę której nie sposób znaleźć w typowych podręcznikach do logiki. Rezultatem tej analizy jest zaskakująca i kontrowersyjna teza: definicja Tarskiego „konsekwencji logicznej" jest niepoprawna. Nie tylko nie chwyta ona intuicji zwykle wiązanych z tym terminem, ale także, w niektórych wypadkach, błędnie wyznacza zakres definiowanego terminu (jest jednocześnie za szeroka i za wąska). Już ze względu na wagę przytoczonych zarzutów książka Etchemendego zasługuje na zainteresowanie czytelników. Poza tym, niezależnie od trafności zarzutów, Etchemendy przedstawia głęboką analizę źródeł i ukrytych założeń koncepcji Tarskiego, z którą powinien się zapoznać każdy logik i każdy interesujący się logiką filozof.

Etchemendy w swoich rozważaniach przyjmuje założenie, że dysponujemy pewnym preteoretycznym, intuicyjnym pojęciem konsekwencji logicznej, czy też prawdy logicznej. To intuicyjne pojęcie prawdy logicznej przybliża on przy pomocy takich terminów, jak „prawda *a priori*", „prawda konieczna". Założenie powyższe jest bardzo istotne, gdyż bez niego nie sposób byłoby oceniać trafności koncepcji Tarskiego. Drugim założeniem Etchemendego jest milcząco przyjęta teza, że koncepcja prawdy logicznej powinna stosować się do wszelkiego typu języków, w tym do języków «naturalnych», a nie tylko do wąskiej klasy języków sformalizowanych.

1. Geneza koncepcji Tarskiego

Etchemendy zaczyna swoją krytyczną analizę od wskazania źródeł koncepcji Tarskiego oraz motywów, jakimi kierował się Tarski w swojej próbie uściślenia pojęcia „prawdy logicznej". Według Etchemendego koncepcja Tarskiego jest uogólnieniem koncepcji prawdy logicznej, przedstawionej przez Bolzana. Zgodnie z Bolzanem, własność logicznej prawdziwości przysługuje zdaniom nie absolutnie, lecz ze względu na pewien ustalony zbiór wyrażeń. Zbiór ten zawiera wyrażenia, których znaczenia uważamy za ustalone. Np. w rachunku zdań, zbiór wyrażeń stałych (jak w skrócie będziemy nazywać wyrażenia o ustalonym znaczeniu) obejmuje spójniki logiczne. Należy pamiętać jednak o tym, że ogólnie nie musimy ograniczać się do jednego szczególnego zbioru wyrażeń stałych. Koncepcja prawdy logicznej powinna mieć zastosowanie do każdego typu języka.

Pozostałe wyrażenia języka nazwiemy „wyrażeniami zmiennymi" (terminu „wyrażenie zmienne" nie należy mylić z terminem „zmienna"). Bolzanowska definicja prawdy logicznej przedstawia się następująco: zdanie p jest prawdą logiczną ze względu na ustalony zbiór wyrażeń stałych, gdy każde zdanie powstałe w wyniku podstawienia za wyrażenia zmienne w p wyrażeń tego samego typu, jest zdaniem prawdziwym. Bolzanowską koncepcję prawdy logicznej można więc nazwać „koncepcją podstawieniową". Teoria podstawieniowa ma jeden podstawowy mankament. Zgodnie z nią to, czy dane zdanie języka jest prawdą logiczną, zależy od zasobu słownictwa tego języka. Może się więc zdarzyć, że uznamy zdanie za tautologię tylko dlatego, że w naszym języku nie ma wyrażenia, które mogłoby uczynić z tego zdania fałsz (przykłady takich sztucznie skonstruowanych języków można łatwo podać). Dlatego też podstawieniowa koncepcja wymaga korekty.

Według Etchemendego Tarski miał na celu poprawę teorii Bolzana. Tarski sformułował dwa następujące warunki, jakie powinna spełniać poprawna definicja prawdy logicznej: (a) zdanie prawdziwe logicznie nie może zmienić wartości logicznej przy podstawieniu za dowolne wyrażenie zmienne wyrażenia tego samego typu; (b) zbiór prawd logicznych danego języka nie może ulec zmianie podczas rozszerzenia zasobu wyrażeń tego języka. Koncepcja Bolzana spełniała tylko warunek (a). Aby spełnić warunek (b), Tarski odwołał się do pojęcia „spełniania", uniezależniając tym samym prawdziwość logiczną od zasobu wyrażeń języka. Jak podkreśla Etchemendy, różnica między koncepcją podstawieniową, a koncepcją wykorzystującą pojęcie spełniania, jest zasadnicza. W ramach pierwszej z nich musimy jedynie wyróżnić w języku odpowiednie kategorie syntaktyczne, tzn. zbiory wyrażeń wzajemnie zastępowalnych (trudność może sprawić tu tylko konieczność wykluczenia z danej kategorii wyrażeń nie spełniających pewnych warunków semantycznych — np. wyrażenia „Pegaz" z kategorii nazw własnych). Jeśli natomiast chcemy mówić o spełnianiu, musimy wiedzieć, jakie byty pozajęzykowe odpowiadają poszczególnym kategoriom syntaktycznym.

Dla typowych kategorii syntaktycznych rozważanych przez Etchemendego stosunkowo łatwo podać obiekty należące do «dziedziny spełniania». W wypadku nazw własnych są to przedmioty jednostkowe, w wypadku predykatów — własności lub zbiory. Spójnikom logicznym, jeśli nie zaliczymy ich do wyrażeń stałych, możemy przypisać odpowiednie tabele prawdziwości, a zdaniom — prawdę lub fałsz. Definicja prawdy logicznej oparta na pojęciu spełniania jest powszechnie znana i nie ma potrzeby jej tutaj przytaczać. Przypomnijmy może tylko, jak przy pomocy spełniania można określić pojęcie konsekwencji logicznej. Niech K oznacza dowolny zbiór zdań, a S — pewne zdanie. Przez K' i S' będziemy oznaczać odpowiednie formuły zdaniowe (*resp.* zbiory formuł) powstałe z danych zdań przez podstawienie zmiennych odpowiednich typów na miejsce wyrażeń nie należących do wyrażeń stałych. Powiemy, że S jest konsekwencją logiczną zbioru K, gdy dla każdego ciągu f, f spełnia S' lub f nie spełnia pewnej formuły z K'.

2. Semantyka interpretacyjna i semantyka reprezentacyjna

Scharakteryzowana powyżej koncepcja umożliwia wprowadzenie pojęcia modelu języka. Przez model Etchemendy rozumie funkcję, która każdemu wyrażeniu zmiennemu przypisuje obiekt z dziedziny spełniania[1]. Zdanie S jest prawdziwe w danym modelu, gdy odpowiadająca mu formuła jest spełniona przez ciąg wyznaczony przez ten model. Wśród modeli dla danego języka występuje model zamierzony, tzn. przypisujący wszystkim wyrażeniom tego języka obiekty rzeczywiście przez nie denotowane. Jak jednak intuicyjnie «wyjaśnić» znaczenie modeli niezamierzonych? W szczególności, jak należy rozumieć wypowiedź stwierdzającą, że dane zdanie jest prawdziwe (*resp.* fałszywe) w danym modelu niezamierzonym? Etchemendy wskazuje na to, że istnieją dwie możliwości intuicyjnej eksplikacji tego typu twierdzeń. Pierwsza z nich nosi nazwę „semantyki reprezentacyjnej" a druga „interpretacyjnej".

---

[1] To rozumienie „modelu" odbiega od powszechnie stosowanego dziś w logice matematycznej. Warto jednak zauważyć, że tak właśnieokreślił pojęcie „modelu" Tarski w swojej, wyżej cytowanej, pracy.

Rozróżnienie między semantyką reprezentacyjną a interpretacyjną uważa Etchemendy za kluczowe dla koncepcji prawdy logicznej. Najprościej wyjaśnić to rozróżnienie na przykładzie. Załóżmy, że nasz język zawiera tylko dwa typy wyrażeń: spójniki logiczne, tworzące zbiór wyrażeń stałych, oraz zdania. Modelem dla takiego języka jest funkcja przypisująca każdemu zdaniu prawdę lub fałsz. Zgodnie z semantyką reprezentacyjną różne modele języka odpowiadają różnym możliwym sytuacjom pozajęzykowym. Jeśli więc rozpatrzymy wypowiedź „Zdanie „Warszawa jest stolicą Polski lub nieprawda, że Paryż jest stolicą Francji" jest fałszywe w modelu, w którym pierwsze zdanie jest fałszem a drugie prawdą", to jego intuicyjny sens na gruncie semantyki reprezentacyjnej będzie następujący: „Gdyby Warszawa nie była stolicą Polski, a Paryż był stolicą Francji, to zdanie „Warszawa jest stolicą Polski lub nieprawda, że Paryż jest stolicą Francji" byłoby fałszywe". Zgodnie natomiast z podejściem interpretacyjnym, dany model reprezentuje sposób, w jaki interpretujemy wyrażenia zmienne danego języka. Różne modele określają różne sposoby rozumienia wyrażeń zmiennych. Rozważane przez nas zdanie metajęzykowe, w semantyce interpretacyjnej należałoby rozumieć np. jako: „Gdyby zdanie „Warszawa jest stolicą Polski" znaczyło „Kraków jest stolicą Hiszpanii", a zdanie „Paryż jest stolicą Francji" zachowało swoje znaczenie, to zdanie „Warszawa jest stolicą Polski lub nieprawda, że Paryż jest stolicą Francji" byłoby fałszywe".

Zauważmy, że w naszym konkretnym wypadku semantyka interpretacyjna dostarcza wielu sposobów interpretacji jednego modelu (rolę kontrfaktycznych eksplikandów mogą pełnić dowolne zdania o odpowiedniej wartości logicznej). Nie jest to jednak reguła. Załózmy np., że zbiór wyrażeń zmiennych naszego języka poszerzamy o nazwy i predykaty. Fakt, że zdanie „Jan III Sobieski był królem Polski" jest fałszywe w modelu, który różni się od modelu zamierzonego tym, że nazwie „Jan III Sobieski" przypisuje Kara Mustafę, na gruncie semantyki interpretacyjnej uzyskuje następującą eksplikację: „Gdyby nazwa „Jan III Sobieski" oznaczała Kara Mustafę, zdanie „Jan III Sobieski był królem Polski" byłoby fałszywe". Natomiast według semantyki reprezentacyjnej, jak twierdzi Etchemendy, przypisanie nazwie „Jan III Sobieski" obiektu nie będącego królem Polski jest po prostu konwencjonalnym sposobem na opisanie sytuacji, w ktorej Jan III Sobieski nie był królem Polski. Sytuacja ta nie jest zresztą całkiem jasna. Można np. utrzymywać, że model, w którym Kara Mustafa jest denotacją wyrażenia „Jan III Sobieski" odpowiada sytuacji kontrfaktycznej, w której Kara Mustafa był królem Polski. W takiej interpretacji rozważane zdanie pozostałoby prawdziwe.

Konsekwentnie, w obu wersjach semantyki odmienna jest eksplikacja tautologiczności zdań. Rozważmy prawdę logiczną „Śnieg jest biały lub śnieg nie jest biały". Zgodnie z podejściem interpretacyjnym tautologiczność tego zdania polega na tym, że jego prawdziwość nie zależy od tego, jaki sens nadamy zdaniu „Śnieg jest biały", jeśli tylko sens wyrażeń „lub" oraz „nie" pozostanie niezmieniony. Natomiast według semantyki reprezentacyjnej zdanie powyższe jest prawdą logiczną, gdyż jest ono prawdziwe bez względu na to, jak się naprawdę rzeczy mają (niezależnie od tego, czy śnieg jest naprawdę biały, czy nie).

Etchemendy zdecydowanie opowiada się za semantyką reprezentacyjną, zarzucając Tarskiemu «faworyzowanie» semantyki interpretacyjnej. Można jednak mieć wątpliwości co do trafności tego wyboru. Semantyka interpretacyjna ma jedną zasadniczą przewagę: wyjaśnia mianowicie pojęcie znaczenia terminu w danym modelu. Znaczeniem jest po prostu odpowiedni obiekt pozajęzykowy. Zgodnie natomiast z semantyką reprezentacyjną, znaczenie wyrażeń pozostaje stałe, a różne modele reprezentują różne możliwe światy. Jak jednak rozumieć fakt, że nazwa „Jan III Sobieski" zachowuje swoje znaczenie w sytuacji, w której np. nikt o cechach Jana III Sobieskiego się nie narodził, a królem Polski został wezyr turecki? Czy nazwa „Jan III Sobieski" będzie wtedy pusta, czy może odnosić się będzie do aktualnego króla? Semantyka reprezentacyjna nie dostarcza nam «połączenia» pomiędzy wyrażeniami języka a bytami pozajęzykowymi. Pod tym względem semantyka interpretacyjna jest bez wątpienia korzystniejsza.

3. Problem z kwantyfikatorami

Pierwszy problem, pojawiający się w koncepcji Tarskiego, związany jest z interpretacją wyrażeń kwantyfikacyjnych, takich jak „coś", „ktoś", itp. Zwykle kwantyfikatory zalicza się do wyrażeń stałych języka, a więc wyrażeń, których znaczenie nie ulega zmianie. Jest to jednak zbyt duże uproszczenie. Przy założeniu, że kwantyfikatory oraz predykat identyczności należą do wyrażeń stałych, zgodnie z definicją prawdy logicznej zdania stwierdzające istnienie określonej liczby elementów uniwersum byłyby tautologiczne lub kontrtautologiczne. Jedną z możliwości obejścia tej trudności jest założenie, że każdy kwantyfikator jest *implicite* zrelatywizowany do pewnego predykatu, który w każdym modelu uzyskuje odpowiednią interpretację (niepusty zbiór). Alternatywnie, możemy przyjąć, że wyrażenia kwantyfikacyjne nie należą do wyrażeń stałych języka. Interpretacją kwantyfikatora egzystencjalnego byłby w takim razie niepusty zbiór.

Okazuje się jednak, że pojawiają się nowe kłopoty. Przede wszystkim musimy wykluczyć pewne modele, które z perspektywy interpretacyjnej wydają się całkowicie dopuszczalne. Nie można mianowicie dopuścić modelu, który przypisuje danej nazwie własnej obiekt nie należący do zbioru, będącego interpretacją kwantyfikatora. Jesteśmy więc zmuszeni nałożyć dodatkowe ograniczenia na zbiór możliwych modeli, które Etchemendy nazywa „ograniczeniami między-terminowymi" (*cross-term restrictions*). Takie ograniczenia — jak twierdzi Etchemendy — stoją w sprzeczności ze wspomnianymi wcześniej warunkami, które według Tarskiego powinna spełniać poprawna koncepcja prawdy logicznej (warunki (a) i (b)). Rozpatrzmy następującą logicznie poprawną inferencję:

(1) Jan III Sobieski był królem Polski, więc ktoś był królem Polski.

Rozszerzmy teraz język o wyrażenie o charakterze kwantyfikatorowym, którego interpretacja zamierzona ogranicza się do zbioru psów (może być to wyrażenie „pewien pies"). Zapytajmy teraz, czy zdanie (1) jest w tak rozszerzonym języku tautologią. Jeśli nie jest, złamiemy zasadę (b), głoszącą że tautologie muszą pozostać prawdami logicznymi w każdym rozszerzeniu języka. Jeśli jest, złamiemy zasadę (a), gdyż podstawienie wyrażenia „pewien pies" za wyrażenie „ktoś" zmienia wartość logiczną (1) z prawdy na fałsz.

Argument Etchemendego można jednak odeprzeć. Zgodnie z poprzednio wspomnianym ograniczeniem, nie jest dopuszczalny model, w którym wyrażenie „Jan III Sobieski" denotuje Jana III Sobieskiego, a kwantyfikator egzystencjalny denotuje zbiór psów. Zatem wyrażenie „pewien pies", którego zamierzoną interpretacją jest zbiór psów, nie może w naszym języku odgrywać roli wyrażenia kwantyfikatorowego. Tym samym argument Etchemendego upada. Oczywiście pozostaje faktem, że wprowadzone *ad hoc* ograniczenia w wyborze dopuszczalnych modeli niewątpliwie zaburzają elegancję koncepcji Tarskiego, ale nie wpływają decydująco na jej negatywną ocenę.

4. Błąd Tarskiego

Głównym punktem krytyki Etchemendego jest próba pokazania, że koncepcja Tarskiego nie chwyta intuicyjnego pojęcia konsekwencji i prawdy logicznej. Podstawowa własność, jaka powinna przysługiwać wynikaniu logicznemu, jest następująca: jeśli z p wynika logicznie q, to niemożliwe jest, aby p było prawdziwe a q fałszywe. Innymi słowy: jeśli przesłanki są prawdziwe, wniosek musi być prawdziwy. Tarski przedstawił pewien argument za tym, że jego pojęcie logicznej konsekwencji spełnia ten warunek. Według Etchemendego popełnił on jednak błąd w swoim rozumowaniu.

Tarski rozumował następująco. Załóżmy, że zdanie S jest konsekwencją logiczną zbioru zdań K. Jeśli założymy, że wszystkie zdania K są prawdziwe, S musi być prawdziwe, gdyż w przeciwnym razie otrzymalibyśmy sprzeczność. Jednak Etchemendy zauważył, że powyższy argument dowodzi tylko następującej tezy: „Jest konieczne, że jeśli S jest logiczną konsekwencją K, to jeśli wszystkie zdania K są prawdziwe, to S jest prawdziwe". Natomiast powinniśmy uzyskać tezę: „Jeżeli S jest logiczną konsekwencją K, to konieczne jest, że jeśli K są prawdziwe, to S jest prawdziwe". Teza ta jednak nie wynika z poprzedniej (ze zdania $\Box(p \rightarrow (q \rightarrow r))$ nie można wyprowadzić $p \rightarrow \Box(q \rightarrow r)$), a zatem argument Tarskiego chybia celu.

Podobny błąd można zauważyć w argumencie na korzyść tezy, że zdania logicznie prawdziwe są prawdziwe koniecznie. Tarski jest w stanie udowodnić tylko następujące zdanie: „Jest konieczne, że jeśli p jest tautologią logiczną, to p jest prawdziwe" ale nie: „Jeżeli p jest tautologią logiczną, to jest konieczne, że p jest prawdziwe". Jedyne więc, co udowodnił Tarski to fakt, że jego pojęcie prawdy logicznej jest z konieczności poprawne «materialnie» — tzn. że nie można uznać za tautologię zdania fałszywego. To jednak jest zdecydowanie za mało. Na marginesie możemy zauważyć, że argument Tarskiego miałby zastosowanie nawet do najsłabszej możliwej definicji wynikania logicznego, utożsamiającej konsekwencję logiczną z implikacją materialną. Istotnie, konieczne jest, że jeśli zdanie $p \rightarrow q$ jest prawdziwe, to jeśli p jest prawdziwe, to q jest prawdziwe. Jednak taka definicja jest w oczywisty sposób nieadekwatna.

5. Zależność prawd logicznych od faktów przygodnych

Fakt, że pewien argument za poprawnością koncepcji Tarskiego jest błędny, nie przesądza jeszcze, że sama koncepcja jest wadliwa. Dlatego też następnym krokiem Etchemendego jest pokazanie, że koncepcja Tarskiego implikuje tezę, która jest nie do przyjęcia. Przypomnijmy, że Tarski definiował prawdę logiczną jako zdanie spełnianie przez wszystkie ciągi. Jeśli dysponujemy odpowiednio bogatym metajęzykiem, umożliwiającym kwantyfikowanie po wszystkich zmiennych o typach odpowiadających wyrażeniom zmiennym danego języka, to warunek tautologiczności można zapisać jako:

(2) α jest prawdziwe logicznie $\equiv$ „$\forall x_1 ... \forall x_n\ \alpha'(x_1, ..., x_n)$" jest prawdziwe,

gdzie $\alpha'(x_1, ..., x_n)$ powstaje z α przez zastąpienie wszystkich wyrażeń zmiennych przez odpowiednie zmienne.

Nie ulega wątpliwości, że implikacja prowadząca od lewej do prawej strony równoważności (2) jest intuicyjnie prawdziwa. Natomiast implikacja w drugą stronę nie jest już tak oczywista. Co więcej, Etchemendy utrzymuje, że jest ona błędna. Ogólnie, założenie pozwalające wywnioskować z prawdziwości zdania $\forall x_1 ... \forall x_n\ \alpha(x_1, ..., x_n)$ tautologiczność dowolnego podstawienia $\alpha(a_1, ..., a_n)$, nazywa Etchemendy „zasadą redukcji". Aby uniknąć natychmiastowego zarzutu trzeba dodać, że $\alpha(a_1, ..., a_n)$ jest prawdą logiczną tylko ze względu na zbiór wyrażeń nie związanych w $\forall x_1 ... \forall x_n\ \alpha(x_1, ..., x_n)$ kwantyfikatorem, tzn. przy założeniu, że wyrażenia te należą do zbioru wyrażeń stałych. Etchemendy stwierdza jednak — i jest to jego główny zarzut pod adresem koncepcji Tarskiego — że nawet przy tym założeniu zasada redukcji ma konsekwencje nie do przyjęcia.

Zasadniczy argument Etchemendego sprowadza się do tego, że «zwykła» prawdziwość danego zdania nie może być warunkiem wystarczającym prawdziwości logicznej innego zdania. Prawda logiczna nie może zależeć od przygodnych faktów, a tak właśnie jest, gdy przyjmiemy zasadę redukcji. Na poparcie swojej tezy Etchemendy przytacza konkretne przykłady. Najłatwiej znaleźć przykłady ilustrujące zależność prawdziwości logicznej niektórych twierdzeń od założeń dotyczących liczności uniwersum. Weźmy np. zdanie stwierdzające, że w pewnej dziedzinie nie istnieje więcej niż n obiektów:

(3) $\sim \exists x_1 ... \exists x_n\ (x_1 \neq x_2 \wedge x_2 \neq x_3 \wedge ...)$.

Zdanie to zawiera wyłącznie kwantyfikatory jako wyrażenia zmienne (konsekwentnie nie zaliczamy kwantyfikatorów do wyrażeń stałych). Jego uniwersalne domknięcie głosi, swobodnie mówiąc, że żadna dziedzina nie zawiera więcej niż n elementów. Jeśliby okazało się, że z jakichś powodów liczba wszystkich obiektów (wliczając także obiekty matematyczne) jest skończona, to zdanie (3) dla pewnego n okazałoby się tautologią, niezgodnie z intuicjami.

Na jakiej podstawie zatem możemy odrzucić twierdzenie o tautologiczności formuły (3)? Zwyczajowo robi się to przez odwołanie do teorii mnogości, w której występuje aksjomat nieskończoności, gwarantujący nam fałszywość generalizacji zdania (3). W ten sposób jednak, jak zauważa Etchemendy, uzależniamy prawdziwość logiczną danego zdania od prawdziwości wysoce abstrakcyjnej teorii ontologicznej, jaką jest teoria mnogości. Rozstrzygnięcie kwestii, czy dana formuła jest tautologią, wymaga przyjęcia tez, wykraczających daleko poza «puste» tezy logiki. Jest to istotnie zaskakująca i niepokojąca konsekwencja koncepcji Tarskiego.

Etchemendy podaje inne przykłady ilustrujące paradoksalność zasady redukcji. Np. jedną z konsekwencji finityzmu — tzn. tezy ontologicznej, iż nie może istnieć nieskończenie wiele obiektów — jest to, że zdanie głoszące, iż każda relacja porządkująca ma element maksymalny stałoby się tautologią. Etchemendy podkreśla jednak, że nie tylko założenia o liczności uniwersum mają wpływ na tautologiczność zdań. Np. zdanie $\forall x \, \forall y \, (Px \rightarrow Py)$ byłoby tautologią przy założeniu całkowitej homogeniczności wszystkich obiektów (nieistnienia własności różnicujących). Oczywiście musimy dodać, że potrzebne jest tu dodatkowe założenie, iż dziedzinę spełniania dla predykatów tworzą własności, a nie zbiory. W wypadku zbiorów jedyną sytuacją, w której powyższe zdanie byłoby tautologią, byłaby sytuacja, w której istniałby tylko jeden obiekt.

Etchemendy podkreśla, że w wypadku logiki pierwszego rzędu tylko «szczęśliwemu trafowi» zawdzięczamy to, że zbiór tautologii w sensie Tarskiego pokrywa się ze zbiorem zdań intuicyjnie uznawanych za prawdy logicznie konieczne. Jest to jednak — jak twierdzi Etchemendy — nie dowód na poprawność koncepcji Tarskiego, ale wynik „kombinacji słabości języka pierwszego rzędu i siły przyjętych założeń teoriomnogościowych". W szczególności, nie jest to «zasługą» jakiegoś szczególnego wyboru zbioru wyrażeń stałych. Etchemendy wskazuje na to, że wyrażenia, które standardowo zalicza się do stałych logicznych, nie mają jakiejś znaczącej wspólnej cechy, któraby tłumaczyła wyjątkowość logiki pierwszego rzędu. Założenie, że taka cecha istnieje, nazywa on „mitem stałej logicznej". Rozważane powyżej przykłady świadczą o tym, że poprawność zakresowa koncepcji Tarskiego oparta jest wyłącznie na pozalogicznych faktach.

W wypadku języków zawierających inne wyrażenia stałe, sytuacja jest gorsza, gdyż można pokazać, że definicja Tarskiego „prawdy logicznej" jest za wąska lub za szeroka. Szczególnie interesujący jest tu przykład logiki drugiego rzędu. Etchemendy wskazuje na to, że w zależności od tego, czy przyjmie się prawdziwość hipotezy *continuum*, czy jej negacji, odpowiednie zdanie drugiego rzędu (równoważne bądź hipotezie *continuum* bądź jej negacji) będzie tautologią. To zaś jest jaskrawo niezgodne z intuicyjnym rozumieniem tautologiczności.

6. Próba obrony

Argumenty przedstawione przez Etchemendego mają specyficzny charakter. Z jednej strony są one niezwykle sugestywne, z drugiej jednak strony wyczuwa się w nich intuicyjnie jakieś fundamentalne przeoczenie, czy też może ukryte a wątpliwe założenia. Skoncentrujmy się na kluczowej kwestii zależności prawd logicznych od prawd przygodnych. Otóż od razu może nasunąć się wątpliwość, czy rzeczywiście analizowane przez Etchemendego warunki tautologiczności są prawdami przygodnymi. Na pierwszy rzut oka może wydawać się, że założenie o liczności całego uniwersum jest taką prawdą. Jednak przekonanie to wynika z mylnego utożsamienia uniwersum z ogółem obiektów materialnych. Niewątpliwie kwestia liczebności Wszechświata jest kwestią przygodną — nawet gdyby okazało się, że istnieje nieskończenie wiele obiektów materialnych, to i tak nie byłby to fakt konieczny. Czy jednak możliwe jest, jak twierdzi Etchemendy, żeby okazało się, że uniwesum obiektów matematycznych składa się ze skończonej liczby obiektów? Jak miałoby wyglądać takie odkrycie?

Mówiąc prościej, argument Etchemendego można odpierać wskazując na to, że przynajmniej w wypadku logiki pierwszego rzędu wszystkie domknięcia uniwersalne tautologii stwierdzają fakty konieczne, a zatem, że prawdziwość logiczna tautologii pierwszego rzędu nie zależy od faktów przygodnych. Tu jednak wikłamy się w trudność, której istnienia świadomy jest Etchemendy. Wiadomo, że wiele założeń matematyki jest przedmiotem sporów filozoficznych. Etchemendy wspomina np., że zwolennikiem finityzmu był matematyk tej klasy, co Hilbert. Jednak nasze założenie o konieczności standardowych prawd matematyki pozostaje w sprzeczności z możliwością prawdziwości finityzmu. A przecież jeśli nawet finityzm jest fałszywy, to jednak nie jest fałszywy koniecznie! Do tego jeszcze możemy dodać inne stanowisko, popularne w filozofii matematyki — nominalizm. Nominalista odrzuca w ogóle byty matematyczne, a zatem także i założenie o istnieniu nieskończonej liczby tych obiektów. Czy to znaczy, że nominalista skazany jest nieodwołalnie na wewnętrzną sprzeczność? Byłaby to chyba zbyt łatwa metoda rozwiązania długotrwałej filozoficznej kontrowersji.

Wydaje się, że w tym momencie dotknęliśmy sedna całej sprawy. Mamy oto dwie intuicyjne tezy, które niestety nie dają się wzajemnie pogodzić. Z jednej strony jest teza o konieczności i, w pewnym sensie, «pustości» twierdzeń matematyki; z drugiej zaś — teza o niebanalności ontologicznych założeń matematyki. Którą możliwość wybrać? Jeśli pierwszą — uratujemy co prawda koncepcję Tarskiego, ale przekreślimy możliwość odpowiedzialnego uprawiania ontologii matematyki. Jeśli zaś drugą, to musimy się zgodzić z Etchemendym, i jakoś wytłumaczyć, jak to się dzieje, że matematyka stwierdza fakty przygodne (w jakim sensie słowa „przygodne"?). Nie sposób oczywiście rozstrzygnąć tej zawikłanej kwestii w niniejszej recenzji. Myślę jednak, że warto uświadomić sobie, że problemy rozważane przez Etchemendego sięgają dużo głębiej, niż sugeruje to tytuł jego książki. Wkraczają one mianowicie na teren filozofii matematyki i to do jej najtrudniejszych zagadnień. Jest to na pewno dodatkowy argument za tym, że książka Etchemendego warta jest wnikliwej, choć krytycznej, analizy.