Piotr Brykczyński

Wyrażenia z założoną charakterystyką

Filozofia Nauki 10/2, 19-44

2002

Filozofia Nauki
Rok X, 2002, Nr 2(38)

Piotr Brykczyński

Wyrażenia z założoną charakterystyką

1. WPROWADZENIE

W toku przedstawionych rozważań wyróżniony zostanie pewien sposób użycia wyrażeń. Ze względu na ów sposób użycia pewne wyrażenia określane będą, zgodnie z zaproponowaną dalej konwencją terminologiczną, jako „wyrażenia z założoną charakterystyką". Pojęcie wyrażenia z założoną charakterystyką zostanie wprowadzone z egzemplifikacją, na którą składa się m.in. egzemplifikacja wpleciona w relatywnie obszerne rozważania preparacyjne. Egzemplifikacji tej dostarcza kontekst kroków rozumowania pewnego typu. O podpadaniu pod ów typ decyduje, z grubsza biorąc, dystans do wzorca reprezentowanego przez następujący schemat rozumowania:

1.1.: $\exists x\, P(x)$

Niech a będzie takim przedmiotem

Mamy zatem: P(a)

Kroki rozumowania bliskie odnośnego wzorca pojawić się mogą np. na początku dowodu twierdzenia Zermelo o możliwości dobrego uporządkowania każdego zbioru. Dowód może zaczynać się następująco: niech X będzie dowolnym zbiorem; z aksjomatu wyboru wynika, że istnieje funkcja wyboru dla rodziny zbiorów $P(X) - \{\varnothing\}$; niech f będzie taką funkcją; mamy zatem: f jest funkcją wyboru dla rodziny zbiorów $P(X) - \{\varnothing\}$...

Wśród rozumowań, których reguły kodyfikuje i formalizuje logika, wyróżniamy rozumowania założeniowe. Kroki rozumowania typu określonego schematem 1.1. występują często w kontekście takich właśnie rozumowań, a przy tym w takimże kontekście są często formalizowane i objaśniane. Zwięzła prezentacja owego kontekstu jest tutaj zatem na miejscu. Od niej to właśnie dogodnie jest zacząć dalsze rozważania.

2. ROZUMOWANIA ZAŁOŻENIOWE I ICH FORMALIZACJA

Mianem „wyrażeń zdaniowych" obejmowane będą dalej zdania, funkcje zdaniowe i schematy zdaniowe (w kwestii dystynkcji: funkcje zdaniowe, schematy zdaniowe, por. część 5.). Wyrażenia zdaniowe będą reprezentowane w schematach literami A, B, C, ze wskaźnikiem numerycznym lub bez takiego wskaźnika. Same zdania reprezentowane będą literami p, q, r. Jako zmienne metajęzykowe, których wartościami są (zależnie od kontekstu) zdania *resp.* wyrażenia zdaniowe, stosowane będą litery α, β, γ, z lub bez wskaźnika numerycznego (w kwestii odróżnienia takich zmiennych od liter schematowych por. część 5.).

Rozumowania założeniowe dzielą się na rozumowania uzasadniające twierdzenia o postaci implikacji oraz rozumowania przez redukcję do absurdu. Ogólne ramy rozumowań założeniowych są bardzo intuicyjne. Rozumowania założeniowe pierwszego rodzaju oparte są na zależności (por. prawo eksportacji: $(p \wedge q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r)))$: jeśli jest tak, że jeśli prawdziwe są pewne zdania $\alpha_1,\ldots,\alpha_n$ oraz zdanie β, to prawdziwe jest też zdanie γ, to jeśli prawdziwe są zdania $\alpha_1,\ldots,\alpha_n$, to prawdziwa jest też implikacja $\ulcorner\beta\rightarrow\gamma\urcorner$. Rozumowania założeniowe drugiego rodzaju oparte są na zależności: jeśli jest tak, że jeśli prawdziwe jest zdanie α, to prawdziwe są też zdania β oraz $\ulcorner\neg\beta\urcorner$, to zdanie α nie jest prawdziwe. Uprzedzając dające się przewidzieć wątpliwości, odnotujmy, że pierwsza ze wskazanych zależności nie ma ścisłej analogii w wypadku schematów zdaniowych (w odróżnieniu od zdań) oraz tautologiczności rozumianej jako reprezentowanie wyłącznie zdań prawdziwych i/lub «prawdziwych» funkcji zdaniowych: zachowywanie tautologiczności nie gwarantuje, że odpowiednia implikacja jest tautologią. I tak np., mimo że podstawienia typu: p/A, zachowują tautologiczność, implikacja: $p \rightarrow q$ nie jest tautologią. Nie jest też tautologią implikacja: $\mathrm{P}(x) \rightarrow \forall x\, \mathrm{P}(x)$, mimo, że operacja dołączania kwantyfikatora ogólnego zachowuje tautologiczność.

Kroki rozumowania założeniowego prowadzące od poprzednika danej implikacji do jej następnika *resp.* prowadzące do danej pary zdań sprzecznych obejmowane będą mianem „derywacji pośredniczącej". Analogicznie mówić się będzie o „formalnej derywacji pośredniczącej" w wypadku formalizacji rozumowań założeniowych.

Rozumowania założeniowe są formalizowane w postaci dowodów założeniowych. Dowód założeniowy może być dowodem założeniowym wprost (ang. *conditional proof*) lub dowodem założeniowym nie wprost (ang. *indirect proof*). W tzw. systemach założeniowych rachunku logicznego (systemach dedukcji naturalnej) dowody założeniowe konstruuje się zgodnie z regułami pierwotnymi ustanawianymi na podstawie wskazanych zależności. Inaczej jest w ujęciach aksjomatycznych. Pozostawanie w granicach takich ujęć pozwala na wykorzystanie idei rozumowań założeniowych tylko w postaci wprowadzenia pewnych reguł wtórnych. Co stanowi podstawę ich wprowadzenia? To, że reguły pierwotne systemu zachowują prawdziwość, nie gwarantuje, że w wypadku wyprowadzalności zachodzi ścisła analogia do zależności, o których była mowa. Wykazać więc trzeba w szczególności, że jeżeli z jakichś wyrażeń zdaniowych $\alpha_1,\ldots,\alpha_n,\beta$ daje się wyprowadzić na mocy reguł pierwotnych wyrażenie zdaniowe γ ($\alpha_1,\ldots,\alpha_n,\beta \vdash \gamma$), to z samych wyrażeń zdaniowych $\alpha_1,\ldots,\alpha_n$ daje się wyprowadzić implikacja $\ulcorner\beta\rightarrow\gamma\urcorner$ ($\alpha_1,\ldots,\alpha_n \vdash \ulcorner\beta\rightarrow\gamma\urcorner$). Pozwala to wprowadzić odpowiednią wtórną regułę konstruowania dowodu założeniowego wprost i — pochodnie — nie wprost. Dla różnych systemów zachodzenie wskazanej zależności derywacyjnej, niekiedy z pewnymi ograniczeniami, stwierdza odpowiedni wariant twierdzenia o dedukcji. Ograniczenia są potrzebne w wypadku, gdy przesłanka wyróżniona nie jest formułą domkniętą. Dla uniknięcia nieporozumień należy podkreślić, że DOWODZENIE założeniowe rozumiane jest tu bez ograniczenia do przypadków posługiwania się SYSTEMAMI założeniowymi. Rozważane dopiero co reguły dowodzenia założeniowego — to reguły wtórne w systemach aksjomatycznych.

O ile w wypadku posługiwania się systemami aksjomatycznymi formalizacja rozumowań założeniowych pojawia się co najwyżej wtórnie, formalizacja taka należy do istoty systemów założeniowych. Przypomnijmy w związku z tym, że systemy te wyrosły wprost z potrzeby przybliżenia formalizacji rozumowań do praktyki dowodowej w matematyce (Gentzen 1971: 192, 193, 198, 199; Jaśkowski 1934: 5). Jako to, co w owej praktyce dowodowej jest w ramach odnośnego przybliżania szczególnie godne uwzględnienia Jaśkowski wskazywał, za Łukasiewiczem, przyjmowanie „arbitralnych założeń" (*arbitrary suppositions*) (Jaśkowski 1934: 5). Co się tyczy stanu zastanego, wskazując to, co stwarza potrzebę zbliżenia do praktyki dowodowej w matematyce, Gentzen mówił o „formalizacji logicznego wnioskowania, rozwiniętej zwłaszcza przez Fregego, Russella i Hilberta" (Gentzen 1971: 193), Jaśkowski zaś — o „tezach teorii dedukcji" (Jaśkowski 1934: 5; o „tezach teorii dedukcji", nie zaś o samej „teorii dedukcji", jako że tę ostatnią Jaśkowski rozumie — zob. tytuł § 1 — w sposób pozwalający mu mówić o opieraniu teorii dedukcji na metodzie założeń). Rzecz jasna, systemy założeniowe nie są, ani w zamierzeniu ani faktycznie, pod każdym względem konkurencyjne dla systemów aksjomatycznych. Mówiąc o „formalizacji logicznego wnioskowania, rozwiniętej zwłaszcza przez Fregego, Russella i Hilberta" (por. wyżej), że „oddala się dość znacznie od sposobu wnioskowania jaki w rzeczywistości stosowany jest w matematycznym dowodzeniu", Gentzen dodaje zresztą: „W zamian osiąga się znaczne korzyści formalne" (Gentzen 1971: 193).

Swój system założeniowy Gentzen określał jako „rachunek naturalnego wnioskowania" (*Kalkül des natürlichen Schließens*) lub „rachunek naturalny" (*natürliche Kalkül*) (Gentzen 1971: 193, 198). Stąd chyba termin „dedukcja naturalna" (ang. *natural deduction*).

3. REGUŁY OPUSZCZANIA KWANTYFIKATORA SZCZEGÓŁOWEGO. CHARAKTERYSTYKA WSTĘPNA

W wyrażeniach o postaci A(...) segment złożony z litery A, znaku otwierającego nawias występującego bezpośrednio za nią i znaku zamykającego nawias na końcu, schematyzować będzie konteksty pewnego typu wyrażeń (w szczególności — termów indywiduowych) ze względu na ogół ich wystąpień w wyrażeniu zdaniowym (w wypadku użycia w tym samym schemacie obszerniejszym litery schematowej A — ogół wystąpień w wyrażeniu zdaniowym schematyzowanym przez A). Symbole v, v_1, v_2,... schematyzować będą zmienne indywiduowe (x, y, z,...).

Wyrażenie otrzymywane z wyrażenia zdaniowego A przez podstawienie za zmienną v wyrażenia W oznaczane będzie przez A(v/W). Podstawianie należy tu rozumieć w sposób pozwalający mówić o podstawianiu za zmienne nie występujące w danym wrażeniu zdaniowym jako wolne. Jeśli zmienna v nie występuje w A jako wolna, to A(v/W) = A.

Wśród reguł formalnej derywacji, w tym — derywacji pośredniczącej w dowodach założeniowych — są reguły opisywalne przy pomocy schematów stanowiących uszczegółowienie schematu:

3.1.: $$\frac{\exists v\,(\mathrm{A})}{\mathrm{A}(v/\ldots)}$$

Odnośne reguły dowodzenia formalizują m.in. kroki rozumowania o schemacie 1.1.

Uszczegółowienia schematu 3.1. mogą ograniczać przesłanki egzystencjalne do przesłanek z początkowym kwantyfikatorem szczegółowym wiążącym niepusto (ograniczenia takiego nie przewiduje np. reguła opuszczania kwantyfikatora szczegółowego w sensie Słupeckiego i Borkowskiego; por. niżej). Przypadek przesłanki egzystencjalnej z początkowym kwantyfikatorem pusto wiążącym jest, dodajmy od razu, dość szczególny o tyle, że wiązana kwantyfikatorem szczegółowym zmienna nie zmienia tu swego znaczenia (por. niżej). Sprawia to, że rozważane dalej problemy nie mają tu uszczegółowienia. W toku dalszych rozważań odnośny przypadek będzie dla uproszczenia pomijany.

Uszczegółowienia schematu 3.1. określają również repertuar symboli, które mogą wystąpić na miejscu trzykropka. Mogą to być pewne symbole języka danego systemu lub symbole specjalne, występujące tylko w dowodach. Przypadek pierwszy — to przypadek wykorzystania symboli skądinąd pełniących rolę zmiennych kwantyfikacji i/lub symboli skądinąd pełniących rolę liter schematowych reprezentujących stałe indywiduowe.

Schematy uszczegóławiające schemat 3.1. wymagają uzupełnienia sformułowaniami uzależniającymi wybór symbolu z danego repertuaru od kontekstu dowodu, w tym — od samej przesłanki egzystencjalnej. Nie zawsze wprowadzane są tu dokładnie takie same ograniczenia wyboru. Z uwagi na tematykę dalszych rozważań na osobną wzmiankę zasługują tu zasady uzależniające wybór od obecności w formule reprezentowanej przez literę A zmiennych wolnych różnych od zmiennej reprezentowanej przez *v*. Konieczne jest tu uwzględnienie zależności polegającej na tym, że, mówiąc nie całkiem dokładnie, ze zróżnicowaniem podstawień za owe zmienne wolne iść może w parze zróżnicowanie tego, jakie przedmioty «decydują o» ewentualnym istnieniu *resp.* nieistnieniu przedmiotów posiadających odpowiednią własność relatywną. Niektóre reguły dowodzenia wyróżnionego rodzaju uwzględniają tę zależność na zasadzie wprowadzania ograniczeń w stosowaniu na dalszych etapach dowodzenia reguły dołączania kwantyfikatora ogólnego (zob. np. Mendelson 1997: 82). Kiedy indziej przewiduje się podstawianie za zmienną indywiduową wyrażenia utworzonego przez umieszczenie danych zmiennych wolnych przy pewnym symbolu na pozycji indeksu. Występujące w tej roli zmienne nazywa się „subskryptami" (Suppes 1958: 90) lub „wskaźnikami" (Słupecki i Borkowski 1966: 87). Całe podstawiane wyrażenia traktuje się w derywacji pośredniczącej tak jakby były funkcjami nazwowymi. Jeśli towarzyszą temu założenia semantyczne, to pod względem owych założeń zabieg ten nie różni się od tzw. skolemizacji: zakłada się istnienie odpowiednich funkcji wyboru. W toku dalszych rozważań przypadek przesłanek egzystencjalnych ze zmiennymi wolnymi będzie niekiedy dla uproszczenia pomijany.

Reguły dowodzenia wyróżnionego rodzaju nazywane będą dalej „regułami opuszczania kwantyfikatora szczegółowego". W myśl przyjętej konwencji termin „reguła opuszczania kwantyfikatora szczegółowego" jest nazwą generalną reguł dowodzenia pewnego typu, nie zaś, jak u Słupeckiego i Borkowskiego, nazwą indywidualną pewnej reguły owego typu (por. niżej).

Regułami opuszczania kwantyfikatora szczegółowego są np. (podaję w kolejności wyznaczonej alfabetyczną kolejnością nazwisk autorów przywoływanych prac; w kwestii pierwszeństwa i zakresu nowatorstwa por. niżej): zasada (*principle*) egzystencjalnej instancjacji w sensie Copiego (Copi 1956: 78—79, 103—104; odnośna „zasada" skądinąd określana jest tutaj jako „kwantyfikacyjna *reguła*"), reguła C w sensie Mendelsona (Mendelson 1997: 82), reguła egzystencjalnej instancjacji w sensie Quine'a (Quine 1973: 174—177, 215—221), reguła wyboru (*resp.* reguła C) w sensie Rossera (Rosser 1953: 128), reguła opuszczania kwantyfikatora szczegółowego w sensie Słupeckiego i Borkowskiego (Słupecki i Borkowski 1966: 84) oraz reguła egzystencjalnej specyfikacji w sensie Suppesa (Suppes 1958: 83, 89—90). Przywołane książki Rossera i Mendelsona zawierają aksjomatyczne ujęcie rachunku logicznego. U Suppesa oraz Słupeckiego i Borkowskiego mamy ujęcie założeniowe. Wreszcie, u Copiego i Quine'a mamy oba te ujęcia. U Quine'a dominuje ujęcie założeniowe. W wypadku ujęcia aksjomatycznego Copi i Quine nie wprowadzają jako reguły wtórnej żadnej reguły opuszczania kwantyfikatora szczegółowego.

W systemie założeniowym w przywołanej książce Copiego obok reguły (zasady) egzystencjalnej instancjacji mamy reguły uniwersalnej instancjacji, uniwersalnej generalizacji i egzystencjalnej generalizacji. Objaśniając pierwszą z tych reguł i mając na uwadze również trzy pozostałe, Copi zaznacza w przypisie: „Ta reguła i trzy, które poniżej następują, są wariantami reguł „naturalnej dedukcji", które zostały skonstruowane niezależnie przez Gerharda Gentzena i Stanisława Jaśkowskiego w 1934 r." (Copi 1956: 76). Chociaż „wariantowość" można chyba rozumieć na tyle szeroko, że takie określenie związków z systemami dedukcji naturalnej u Gentzena i Jaśkowskiego nie jest wyraźnie nieadekwatne, określenie to może prowadzić do nieporozumień. Ograniczając się do wskazania relewantnych w tym kontekście szczegółów, trzeba powiedzieć m.in., że w systemach dedukcji naturalnej u Jaśkowskiego nie występuje w ogóle kwantyfikator szczegółowy (zob. Jaśkowski 1934). Co się tyczy systemów dedukcji naturalnej u Gentzena, wśród reguł operowania kwantyfikatorem szczegółowym nie ma tu, ściśle rzecz biorąc, reguły należącej do wyróżnionej kategorii (kategorii reguł opuszczania kwantyfikatora szczegółowego). Jest jedynie pewna reguła zbliżona. Jest to reguła określona schematem wnioskowania oznaczonym u Gentzena symbolem EB (E — od nazwy kwantyfikatora szczegółowego: „Es-gibt-Zeichen"; B — od „Beiseitigung" („opuszczenie")) (Gentzen 1971: 201, 202). Stosownie do tego mówić się będzie dalej o „regule EB". Reguła EB sformułowana została dla języków, w których zmienne indywiduowe wolne mają inny kształt niż zmienne indywiduowe związane. Dla uproszczenia zakładać się będzie dalej brak takiego zróżnicowania. Zakładać się będzie również, że Gentzenowskie zmienne „syntaktyczne" są literami schematowymi. Modyfikując ponadto pewne konwencje notacyjne, w miejsce Gentzenowskiego schematu EB otrzymujemy schemat:

$$3.2.: \quad \frac{\exists v_1 (\mathrm{A}(v_1)) \qquad \begin{matrix}[\mathrm{A}(v_2)] \\ \mathrm{B}\end{matrix}}{\mathrm{B}}$$

Reguła EB określona jest przez ów schemat oraz warunki nakładane na wybór zmiennej w formule ujętej w nawias kwadratowy (zob. Gentzen 1971: 201—202).

W myśl ogólnych objaśnień dotyczących roli nawiasów kwadratowych w schematach inferencyjnych (Gentzen 1971: 201) występująca tu w takim nawiasie formuła stanowić ma dodatkowe założenie derywacji. Potwierdzają to objaśnienia Gentzena dotyczące „treściowego sensu" (*inhaltliche Sinn*) reguły EB (Gentzen 1971: 202; w kwestii użycia terminu „treściowy sens" zob. tytuł § 3). Zgodnie z owymi objaśnieniami początkową fazę rozumowania formalizowanego regułą EB możemy przedstawić następująco (cytuję w przekładzie dostosowującym notację do schematu 3.2.): „Mamy $\exists v_1$ (A(v_1)). Następnie mówimy: niech v_2 będzie takim przedmiotem, dla którego obowiązuje A. Tzn. zakładamy (*man nimmt an*): obowiązuje A(v_2)" (Gentzen 1971: 202). Odnotujmy: o ile formuła w nawiasie kwadratowym jest pod względem kształtu zależna od (dostosowana do) przesłanki egzystencjalnej, jej występowanie w roli założenia implikuje, że nie jest istotne, by zachodził tu stosunek tak lub inaczej rozumianego wynikania. Inaczej wyglądać to może, jeśli do interpretacji reguły EB przystąpimy z założeniem trafności cytowanych uwag porównawczych u Copiego (skłaniających do dopatrywania się tu jakiejś reguły opuszczania kwantyfikatora szczegółowego), a przy tym kierować się będziemy objaśnieniami dotyczącymi reguł opuszczania kwantyfikatora szczegółowego, podanymi w przywoływanych wcześniej pracach. Lektura większości spośród nich podsuwa bowiem — niekiedy, co prawda, w kontekście sprawiającym wrażenie niekonsekwencji (por. część 4.) — ujęcie w kategoriach wynikania właśnie (Copi 1956: 78—79, 103—104; Mendelson 1997: 81; Rosser 1953: 126—129, 133; Słupecki i Borkowski 1966: 86; Suppes 1958: 82). Wyjątek stanowi książka Quine'a, gdzie „instancjację" opartą na regule egzystencjalnej instancjacji określa się *expressis verbis* i bez śladów niekonsekwencji jako zachodzącą bez wynikania (Quine 1973: 174, 217).

W połączeniu z objaśnieniami Gentzena dotyczącymi reguły EB (moment założeniowego charakteru formuły w nawiasie kwadratowym) wspomniane podsuwanie objaśniania reguł opuszczania kwantyfikatora szczegółowego w kategoriach wynikania jest zwodnicze. Nie ulega bowiem wątpliwości, że intencją Gentzena było, by reguła EB formalizowała kroki rozumowania zaczynające się od kroków formalizowanych regułami opuszczania kwantyfikatora szczegółowego (Gentzen 1971: 199 (przykład 1.2.), 203). Wraz z nimi formalizowane mają być, dodajmy, pewne kroki dalsze — kroki prowadzące do formuły bez zmiennej reprezentowanej przez v_2. Wskazane intencje Gentzena znajdują wyraz m.in. w podobieństwie formuł schematyzowanych w nawiasie kwadratowym do formuł otrzymywanych w wyniku stosowania (do treściowo tej samej przesłanki egzystencjalnej) reguł opuszczania kwantyfikatora szczegółowego (wolno sądzić, jak zobaczymy dalej, że formuły te treściowo nie różnią się). Odnotowywane tu podobieństwo bierze się z pewnego typu dostosowania (por. wyżej) do przesłanki egzystencjalnej. To ostatnie zaś sprawia, że, *formalnie* rzecz biorąc, mamy tu do czynienia z krokiem derywacyjnym (moment zacierany w schemacie 3.2. przez „równoległość" zapisu «nad kreską»). Z drugiej strony, w wypadku stosowania reguł opuszczania kwantyfikatora szczegółowego wspomniane kroki dalsze mają ścisłe odzwierciedlenie w dalszych krokach formalnej derywacji. W wypadku stosowania reguły EB jest inaczej. Formuła końcowa, reprezentowana w schemacie 3.2. przez literę B pod kreską, jest wyprowadzana dwukrotnie: najpierw na drodze pewnej derywacji zaczynającej się od formuły schematyzowanej w nawiasie kwadratowym (derywacja ta schematyzowana jest w prawej kolumnie nad kreską), następnie zaś w pojedynczym kroku, któremu oparcie daje taki właśnie rezultat derywacyjny oraz przesłanka egzystencjalna (nie pojawia się tu w roli odrębnej przesłanki derywacji formuła schematyzowana w nawiasie kwadratowym). Te właśnie momenty różnicujące ma chyba na myśli Quine, kiedy porównując swoje ujęcie założeniowe z tym u Gentzena, pisze: „Istotna różnica między systemem Gentzena i naszym leży w IE [w regule egzystencjalnej instancjacji — uzup. P. B.]; Gentzen posługiwał się regułą mniej bezpośrednią" (Quine 1973: 221).

Wobec powyższego nasuwa się pytanie, jaka jest, nieformalnie, rola derywacji reprezentowanej w schemacie 3.2. w prawej kolumnie nad kreską. We wspomnianych już objaśnieniach «treściowego sensu» reguły EB określa się to następująco (cytuję w przekładzie dostosowującym notację do schematu 3.2.): „Jeśli dowiodło się na gruncie tego założenia [założenia w nawiasie kwadratowym — uzup. P. B.] zdanie

(*Aussage*) B, które nie zawiera już v_2, a także nie zależy od jakiegoś innego założenia zawierającego v_2, to dowiodło się B niezależnie od założenia A(v_2)" (Gentzen 1971: 202). O ile zwrot „dowiodło się" w poprzedniku cytowanego okresu warunkowego należy odnieść do rezultatu rozważanej derywacji (derywacji reprezentowanej w prawej kolumnie nad kreską), w następniku chodzić musi, pod groźbą jawnego *non sequitur*, o rezultat końcowy. Uwydatnienie tego momentu nie wystarcza chyba do tego, by można było uznać cytowane sformułowanie za w pełni przekonujące. Wyczuwa się brak jakiegoś ogniwa argumentacji. Zmierzając do jego wskazania, porównajmy regułę EB z regułą:

3.3.: $\dfrac{\exists v(A(v)) \quad \forall v(A(v) \to B)}{B}$

Z rzucającym się w oczy logicznym podobieństwem idzie tu w parze logiczna i zarazem «historyczna» więź z regułami opuszczania kwantyfikatora szczegółowego. Otóż, reguła 3.3. oparta jest na schemacie tez stanowiących banalne konsekwencje odpowiednich tez o schemacie:

3.4.: $\forall v\, (A \to B) \equiv (\exists v\, (A) \to B)$

W aksjomatycznym zaś ujęciu rachunku predykatów u Mendelsona, z pewną regułą opuszczania kwantyfikatora szczegółowego (regułą C) jako wtórną, twierdzenie określające pewien notacyjny równoważnik formuły 3.4.[1] jako schemat tez, pełni istotną rolę w dowodzie eliminowalności odnośnej reguły (reguły C) z dowodów (w dowodzie prawomocności przyjęcia jej jako wtórnej). Dowód tego twierdzenia wskazuje efektywną procedurę konstruowania dowodów alternatywnych, z odpowiednią tezą o wspomnianym schemacie jako istotnym ogniwem (zob. Mendelson 1997: 82—83).

To, co zostało powiedziane wyżej, podsuwa interpretację, w myśl której wyjściowe dla konstrukcji reguły EB intuicje określają kroki rozumowania formalizowanego regułami opuszczania kwantyfikatora szczegółowego jako stanowiące ogniwo rozumowań, na które składa się założeniowe wyprowadzenie odpowiedniej implikacji z formułą w nawiasie kwadratowym jako poprzednikiem, a następnie dołączenie kwantyfikatora ogólnego i zastosowanie reguły 3.3. Co prawda, w myśl tej hipotezy formalizacja dokonywana za pomocą reguły EB jest względem intuicji wyjściowych dla konstrukcji owej reguły nieco skrótowa, ale w rachubę wchodzi chyba taka ewentualność, że owe intuicje nie były dla Gentzena w każdym szczególe w pełni wyraźne.

W książce *Logic for Mathematicians* Rossera reguła nazwana „regułą C" (por. wyżej) wprowadzona została bez żadnych odesłań do wcześniejszych prac. Wprowadzając później zbliżoną regułę opuszczania kwantyfikatora szczegółowego, nazwaną za Rosserem „regułą C", Mendelson pisze: „Pierwsze sformułowanie pewnej wersji

[1] Ściśle rzecz biorąc — notacyjny równoważnik jej «odwrócenia».

reguły C podobnej do tej podanej tutaj zdaje się pochodzić od Rossera..." (Mendelson 1997: 82). Mendelson odsyła tu do *Logic for Mathematicians*. Początki konstruowania reguł opuszczania kwantyfikatora szczegółowego przesuwa nieco wstecz Quine w jednej z not historycznych zamieszczonych w *Méthodes de logique* (Quine 1973: 221). Na pierwszym miejscu wymieniony jest Cooley (*Primer of Formal Logic*, 1942); u Cooleya mamy już regułę zbliżoną do reguły egzystencjalnej instancjacji, lecz z nieścisłym sformułowaniem stosownych restrykcji. Quine wymienia również prace Rossera oraz własne (powielane notatki z wykładów). Nie jest jasne, czy podana tu przez Quine'a data (1946) dotyczy w jego intencji tylko własnych prac czy także prac Rossera.[2] Ponieważ wprowadzeniu reguły C w *Logic for Mathematicians* nie towarzyszy w szczególności nawiązanie do prac twórców pierwszych systemów założeniowych, warto przypomnieć, że u Rossera mamy aksjomatyczne ujęcie rachunku logicznego, nie zaś założeniowe. Nie bez znaczenia są tu również wspomniane różnice w stosunku do pierwotnych ujęć założeniowych u Gentzena i Jaśkowskiego.

Na podniesienie zasługuje również kwestia zakresu nowatorstwa w ujęciu Suppesa (system założeniowy). W przywołanej wyżej książce pisze on w „Przedmowie": „System inferencji dla logiki predykatów pierwszego rzędu rozwinięty w rozdziałach 2, 4 i 5 [nieco dalej określa się go — mówiąc tylko o rozdziałach 2 i 4 — jako system dedukcji naturalnej; uzup. P. B.] został skonstruowany tak, by korespondował możliwie ściśle z koncepcjami autora dotyczącymi najbardziej naturalnych technik nieformalnego dowodu. Zapewne najbardziej nowatorskim (*novel*) elementem tego systemu jest metoda operowania kwantyfikatorami szczegółowymi z użyciem 'nieokreślonych (*ambiguous*) nazw'; centralna idea tego podejścia jest spokrewniona z Hilbertowskim symbolem ε" (Suppes 1958: viii). Uzupełniają to wypowiedzi towarzyszące prezentacji reguły egzystencjalnej specyfikacji. Zwracając uwagę na pewne błędy rozumowania grożące przy nieostrożnym opuszczaniu kwantyfikatora szczegółowego, Suppes pisze: „Wypracowano liczne metody unikania takich nieprawomocnych rozumowań [przypis odsyła tu do *Methods of Logic* Quine'a oraz *Symbolic Logic* Copiego; uzup. P. B.]. Chociaż zastosowane tutaj techniczne rozwiązanie wydaje się nowe w literaturze z zakresu logiki predykatów pierwszego rzędu, jest ono bliskie podejściu stosowanemu ustawicznie w intuicyjnych dowodach w matematyce" (Suppes 1958: 81). Sformułowanie to może być nieco zaskakujące. Pojawia się ono w kontekście, w którym objaśniane jest uszczegółowienie wprowadzonej później reguły egzystencjalnej specyfikacji na przypadki bez zmiennych wolnych — uszczegółowienie uwalniające od komplikacji jakie wnosi stosowanie na mocy owej reguły wzmiankowanych już wyżej subskryptów. Odnośne uszczegółowienie nie różni się od rozwiązań wcześniejszych (Rosser, Quine, Copi) na tyle, by usprawiedliwić zakres przypisywanego tu sobie przez autora nowatorstwa. Zapewne więc Suppes ma tu na uwadze wprowadzoną dalej generalizację (ze szczególnym uwzględnieniem zastosowania subskryptów).

---

[2] W kwestii wprowadzenia reguły egzystencjalnej instancjacji w *Methods of Logic* por. Quine 1973: 177, nota historyczna.

Termin „reguła wyboru" wprowadził Rosser. Zastosowanie odnośnego terminu usprawiedliwiał tym, że stosowanie nazwanej nim reguły „odpowiada — jak to ujmował — założonym (*hypothetical*) aktom wyboru" (Rosser 1953: 128). To, do jakiej relacji mamy tu relatywizować „odpowiedniość", wskazuje sformułowane nieco dalej określenie reguły, o której mowa, jako „formalnego równoważnika aktu wyboru" (Rosser 1953: 129). Takie użycie terminu „wybór" jest być może w pewnym zakresie uwarunkowane jego występowaniem w nazwie aksjomatu wyboru, w połączeniu ze wspomnianymi wcześniej związkami funkcji wyboru z regułami opuszczania kwantyfikatora szczegółowego. Zapewne jednak podstawową rolę odegrały tu omawiane dalej intuicje dotyczące natury formalizowanych kroków rozumowania.

Wraz z terminem „reguła wyboru" Rosser wprowadził termin skrócony „reguła C" (od *choice*). Ten ostatni zapożyczony został przez Mendelsona. Termin „egzystencjalna specyfikacja" pochodzi od Suppesa. Zamiast o generalnej i egzystencjalnej „instancjacji" mówi on o generalnej i egzystencjalnej „specyfikacji", odwołując się do zasady, wedle której — jak to wyraża — „szczególne słowa, nie używane na co dzień, powinny być wprowadzane tylko w ostateczności" (Suppes 1958: 59).

Kroki rozumowania formalizowane przez reguły opuszczania kwantyfikatora szczegółowego są częste w matematyce (Gentzen 1971: 199 (przykład 1.2.; por. s. 192, 193 i 198); Mendelson 1997: 81; Rosser 1953: 127; Słupecki i Borkowski 1966: 86; Suppes 1958: 81). Zapewne wprowadzenie owych reguł kreuje zarazem pewną praktykę dowodową, modyfikując tę zastaną w kierunku zwiększonego udziału formalizacji. W tekstach matematycznych wskazane kroki rozumowania są niekiedy trudne do rozpoznania. Może to brać się m.in. z wysłowienia zdradzającego błędną refleksję metodologiczną. Najczęściej jednak bierze się to chyba ze skrótowości wysłowienia. Zmierzając do egzemplifikacji tej skrótowości, a także egzemplifikacji okoliczności, które jej szczególnie sprzyjają, odnotujmy, że reguła C Rossera pozwala w pewnych wypadkach opuścić kwantyfikator szczegółowy bez zastąpienia wiązanej nim zmiennej innym symbolem. Tak też niekiedy czynią matematycy, kiedy dokonują kroków rozumowania formalizowanych regułami opuszczania kwantyfikatora szczegółowego (zob. np. Borsuk i Szmielew 1975: 31—32, dowód twierdzenia 4.7.; Rasiowa 1971: 157, dowód twierdzenia 7.2.). Zilustrujmy to cytatem z pierwszej z przywołanych prac. Dowodzone w przywołanym jej fragmencie twierdzenie głosi, że przez dwie różne przecinające się proste przechodzi dokładnie jedna płaszczyzna. A oto początek dowodu: „Załóżmy, że proste K i L przecinają się i są różne. Istnieje wówczas punkt a taki, że $a \in K \cap L$. Na prostej L leży, na podstawie aksjomatu I1, pewien punkt c różny od a...". Odnotujmy, że z pozostawieniem symbolu (litery) a mimo opuszczenia kwantyfikatora szczegółowego idzie tu w parze — tego już reguła C nie sankcjonuje — opuszczenie wysłowienia schematyzowanego w schemacie 3.1. formułą w „mianowniku", a także brak wysłowienia pośredniczącego (por. schemat 1.1.). Zgodnie z regułą C Rossera pierwszą z tych ról pełnić mogłaby w tym kontekście formuła: $a \in K \cap L$, gdzie litera a pełni *już* oczywiście *inną* rolę niż w przesłance egzystencjalnej „Istnieje ... punkt a taki, że $a \in K \cap L$". Zmiana symbolu przy opuszczaniu kwantyfikatora szczegółowego wymusza pełniejsze wysłowienie.

Z wprowadzaniem reguł opuszczania kwantyfikatora szczegółowego często idzie w parze objaśnianie natury formalizowanych przez nie kroków rozumowania. Bierze się to z potrzeby uprawomocnienia (zob. np. Mendelson 1997: 81; Suppes 1958: 81) i/lub z potrzeby zwiększenia walorów heurystycznych wprowadzanej reguły, mającego źródło np. w zmniejszeniu ryzyka przeoczenia pewnych ograniczeń (Rosser 1953: 127) lub w uwydatnieniu «naturalności» (Quine 1973: 176).

4. REGUŁY OPUSZCZANIA KWANTYFIKATORA SZCZEGÓŁOWEGO I POJĘCIE WYRAŻENIA Z ZAŁOŻONĄ CHARAKTERYSTYKĄ

W toku dalszych rozważań mianem „nazw indywidualnych" obejmowane będą deskrypcje (określone). Takie rozumienie nazw indywidualnych przyjmowane będzie bez intencji przesądzania czegokolwiek w spornych kwestiach składających się na problematykę teorii deskrypcji.

Dla kwestii natury rozważanych tu kroków rozumowania szczególnie istotne jest pojęcie identyfikacji. Wydaje się, że to, co rozumie się przez identyfikację, jest — czasami przynajmniej — stosownie rozumianym (por. wyżej) nazywaniem indywidualnym. Takie rozumienie identyfikacji będzie w każdym razie dalej zakładane. Rozważmy identyfikację przedmiotów o własności określonej predykatem w tej lub innej przesłance egzystencjalnej. Z uwagi na ontologiczny i epistemologiczny status przedmiotów, których dotyczy przesłanka egzystencjalna, wolno niekiedy przyjąć, że odpowiedni przedmiot jest podmiotowi rozumowania bezpośrednio dany, w związku z czym użyta nazwa indywidualna może być zaimkiem wskazującym bezpośrednio odniesionym do owego przedmiotu. Kiedy indziej trzeba przyjąć, że stosowny przedmiot jest identyfikowalny co najwyżej deskryptywnie. Zwrócenie uwagi na możliwość identyfikacji zaimkiem wskazującym łagodzi nieco pewien dający się przewidzieć zarzut dotyczący prawomocności rozważanych kroków rozumowania — zarzut biorący się z porównania mocy zbioru deskrypcji z mocą zbiorów, które traktowane są jako zakres zmiennej: z tego, że zbiór deskrypcji jest przeliczalny, nie wynika przeliczalność zbioru możliwych odniesień nazw indywidualnych. Nie twierdzę, że wskazane złagodzenie zarzutu leży blisko głównego kierunku obrony.

Niektóre przynajmniej przypadki rozumowań formalizowanych regułami opuszczania kwantyfikatora szczegółowego budzić mogą zastrzeżenia z perspektywy konstruktywizmu. Po pierwsze, jeśli przesłanka egzystencjalna nie jest wyjściowym założeniem, za mankament uzna się tu jej uzyskanie w sposób niekonstruktywny (por. Rosser 1953: 133). Po drugie, konstruktywista zwróci uwagę, że w wypadku gdy przesłanka egzystencjalna została uzyskana konstruktywnie, na ogół są pod ręką środki czyniące rozważane kroki rozumowania krokami zbędnymi. Ich częstość w praktyce dowodowej stanowi jeden z przejawów niezgodności tej ostatniej z postulatami konstruktywizmu. Nad krokami rozumowania formalizowanymi regułami opuszczania kwantyfikatora szczegółowego unosi się duch niekonstruktywności. Sygnalizowane tu zastrzeżenia swoiście konstruktywistyczne nie dotyczą wyłącznie prawomocności i nie dotyczą rozważanych rozumowań jako takich, niezależnie od derywacyjnego kontekstu. Są jednak godne wzmianki dla uwyraźnienia dystansu, który dzieli rozważane kroki rozumowania od faktycznej identyfikacji odpowiedniego przedmiotu.

Nie potrzeba stać na gruncie konstruktywizmu, by bronić stanowiska traktującego przesłankę egzystencjalną $\exists x$ (A(x)) jako dostateczną podstawę dla przyjęcia (por. Suppes 1958: 81, 82): $\exists x$ (A(x) i x *może* zostać nazwane (przykładowo) literą „a"). Na tej podstawie, z kolei, wolno uznać, że wyrażenie (litera) a *może* zostać wyposażone w znaczenie czyniące wyrażenie A(a) zdaniem prawdziwym. Z drugiej strony, wbrew temu, co zdają się zakładać np. relewantne sformułowania u Copiego (Copi 1956: 78), nie widać podstaw do przyjęcia (nie tylko z perspektywy niekonstruktywistycznej), że przesłanka egzystencjalna $\exists x$ (A(x)) pozwala na uznanie, iż odnośna możliwość zrealizowała się, i.e. wyrażenie A(a) jest prawdziwym zdaniem, które pewnemu przedmiotowi x takiemu, że A(x), przypisuje odpowiednią własność. Ogólniej: nie widać podstaw do przyjęcia, że kroki rozumowania formalizowane regułami opuszczania kwantyfikatora szczegółowego dają się usprawiedliwić w kategoriach zachodzenia między formułą końcową i przesłanką egzystencjalną tak lub inaczej rozumianego wynikania (por. część 3., gdzie przywołane są prace, w których pewne sformułowania podsuwają takie ujęcie, a z drugiej strony przywołane jest implikujące niesłuszność owego ujęcia stanowisko Quine'a).

Przedstawiona problematyzacja rozważanych kroków rozumowania ma następującą wymowę: jeśli są one prawomocne, to nie mogą być tym, na co *prima facie* wyglądają. Przypomnijmy w związku z tym: dokonując kroków rozumowania formalizowanych regułami opuszczania kwantyfikatora szczegółowego, po sformułowaniu przesłanki stwierdzającej istnienie przedmiotów o pewnej określonej własności, mówi się np.: niech a będzie takim przedmiotem (por. Gentzen 1971: 199, 202; Mendelson 1997: 81). Co wyrażają w tym kontekście takie zwroty? W objaśniających to sformułowaniach u Rossera pojawia się termin „wybór" (Rosser 1953: 123, 127—129, 133). Rzecz jasna, Rosser nie utrzymuje, że mamy tu do czynienia z faktycznym wyborem. Przeciwnie, mówi wręcz o „udawanym wybieraniu" (Rosser 1953: 129 (zob. użycie zwrotu „we pretend to choose")). Idzie z tym w parze określenie wyprowadzanych formuł jako „*quasi*prawdziwych" (Rosser 1953: 129). O udawaniu mówi też — z tych samych bez wątpienia powodów — Copi, określając przypadki stosowania reguły egzystencjalnej instancjacji jako przypadki „udawanego podstawiania" (*pretended substitution*; Copi 1956: 98). O tym, co należy tu rozumieć przez „udawanie", będzie mowa nieco dalej. Tymczasem zaś wróćmy do pojęcia wyboru. Posługując się czasownikiem „wybierać" i jego pochodnymi gramatycznymi, Rosser umieszcza niekiedy te terminy w cudzysłowie (Rosser 1953: 127, 133). Bierze się to oczywiście z intencji użycia przenośnego. Użycia takiego wymaga w każdym razie wspomniany moment «udawania». Zapewne nie tylko ten moment. «Udawana» jest tutaj bowiem identyfikacja, lecz niekoniecznie wybór. Wybór pociąga identyfikację, lecz nie odwrotnie.

Pozostawiając w polu widzenia samą identyfikację, przypomnijmy, że rozumie się ją tu w sposób pozwalający utożsamiać ją z szeroko rozumianym nazywaniem indywidualnym. Obecność momentu tak lub inaczej rozumianego nazywania w tym, co wedle objaśnień Rossera jest tu «udawane», wskazuje *expressis verbis* szereg autorów (Copi 1956: 78; Quine 1973: 176; Rosser 1953: 127; Słupecki i Borkowski 1966: 86).

W ślad za «udawaną» identyfikacją *resp.* «udawanym» wyborem (Rosser) idzie «udawane» podstawianie (Copi) i, pozostańmy przy metaforyce udawania, „udawane" uznanie prawdziwości *quasi*zdania będącego wynikiem *quasi*podstawienia. Jaki proces myślowy tu zachodzi? Jakie jego momenty prowokują metaforykę udawania?

Bywa tak, że wstrzymując się od uznania zachodzenia pewnego określonego stanu rzeczy lub wręcz uznając, że ów stan rzeczy nie zachodzi, postanawiamy, spontanicznie lub refleksyjnie, postępować w pewnym określonym zakresie (pod pewnymi określonymi względami) tak, jak byśmy postępowali będąc przekonani o tym, że ów stan rzeczy zachodzi, *ceteris paribus* (w uproszczeniu: tak jakby zachodził). Zakres projektowanego postępowania „tak jakby" nie jest ustalany precyzyjnie. Zdajemy się tu w pewnej mierze na wyczucie warunków użyteczności.

Postępowanie tak, jakby zachodził ten a nie inny stan rzeczy, obejmuje w szczególności kierowanie się w wypadku stwierdzających zachodzenie owego stanu rzeczy zdań «zwykłą» ich logiką, to jest wyczuciem ich konsekwencji i warunków prawdziwości, a także relewantnymi formalnymi kryteriami prawdy. Postępując zatem tak, jakby zachodził pewien określony stan rzeczy, postępuje się zarazem tak, jakby zachodziły pewne stany rzeczy, których zachodzenie uznałoby się na podstawie uznania jego zachodzenia, zgodnie z logiką stwierdzających jego zachodzenie zdań. Jeśli «zapominamy się» w świecie, w którym zachodzi odnośny stan rzeczy, na podobieństwo zapominania się w świecie fikcji literackiej, wskazanego rodzaju pochodne przypadki postępowania tak, jakby zachodziły pewne określone stany rzeczy, nie są sankcjonowane odrębnymi postanowieniami. Wraz z przypadkami, które takie usankcjonowanie posiadają, rozważane postępowanie obejmowane będzie mianem „zakładania danych stanów rzeczy" (z wyróżnieniem zakładania pierwotnego i wtórnego, odpowiednio). Mówienie o „zakładaniu" w wypadku zakładania pierwotnego jest chyba zgodne z jednym z dotychczasowych znaczeń czasownika „zakładać". I tak np., kiedy na początku jakiegoś tekstu autor pisze: „Zakładać się będzie dla uproszczenia rozważań, że *p*", informuje autor czytelnika, że tekst pisany jest tak, jakby autor pisał go w przekonaniu, że *p*, *ceteris paribus*.

Zakładanie tego, że *p*, pojmowane w podany sposób, odróżnić trzeba od zakładania rozumianego jako — określenie zapewne nie wolne od uproszczeń — pomyślenie (suponowanie) tego, że *p*, z intencją znalezienia konsekwencji pewnego określonego rodzaju. W okolicznościach grożących nieporozumieniami pożądane jest zróżnicowanie terminologii przez dodanie do czasownika „zakładać" jakichś modyfikatorów.

Z tą intencją mówić się będzie dalej o (odpowiednio) „zakładaniu imitacyjnym" oraz „zakładaniu derywacyjnym".

Imitacyjne zakładanie tego, że *p*, jest zapewne niekiedy podstawą derywacji idącej w tym samym kierunku, co wnioskowanie, jakie przeprowadzałoby się na podstawie przekonania, że *p*. Nie znaczy to, że zakładanie derywacyjne może *być* niekiedy zarazem zakładaniem imitacyjnym. Co więcej, przekonanie o zachodzeniu tego, co się zakłada derywacyjnie, nie musi wcale prowadzić do jakiegoś wnioskowania, nie mówiąc już o zgodności «kierunku». Wreszcie, kiedy imitacyjnie zakłada się to, że *p*, domniemywane w roli «wzorca» postępowanie oparte na przekonaniu, że *p*, jest zwykle «imitowane» pod wieloma różnorodnymi względami. Nie sprowadzają się one w każdym razie do charakteru poszukiwanych konsekwencji. W wypadku działań poznawczych liczyć się może np. również sposób prezentacji wyników (por. podany wyżej przykład imitacyjnego zakładania). Niemniej, derywacyjne zakładanie tego, że *p*, ma zawsze wiele wspólnego z imitacyjnym zakładaniem tego, że *p*: suponowanie, że *p*, jako akt ukierunkowujący w pewien sposób działanie.[3]

Obecność przymiotnika „założeniowy" w nazwie rozumowań założeniowych i dowodów założeniowych jest pochodna względem pewnego znaczenia (pewnych znaczeń) czasownika „zakładać". Bez wątpienia znaczeniem takim (jednym z takich znaczeń) jest znaczenie, ze względu na które dla czasownika „zakładać" ustanowiony został wyżej synonim „zakładać derywacyjnie". Wyniki rozważań części 6., dotyczących obecności wyrażeń z założoną charakterystyką w założeniach dowodu, pozwalają sądzić, że genetycznie istotną rolę odegrało tu również pojęcie zakładania, którego uogólnieniem (na „zakładanie wtórne") jest pojęcie zakładania imitacyjnego.

---

[3] Domniemywany tutaj i dalej zakres obecności zakładania imitacyjnego w naszych działaniach sprawia, że trudno nie odnotować zbieżności z fikcjonalizmem Hansa Vaihingera (por. Brykczyński 1996: 123). Zbieżności te znajdują wyraz m.in. w użyciu zwrotu „jak gdyby" — zwrotu, którego niemiecki odpowiednik został zsubstantywizowany w tytule głównego dzieła Vaihingera („Die Philosophie des Als Ob."). Ocenę zakresu zbieżności oraz wykorzystanie ewentualnych tropów, które zarysować się mogą na drodze do jej sformułowania, odkładam do dalszych badań.

Do koncepcji Vaihingera nawiązuje też Szabo we „Wprowadzeniu" do swego wydania pism Gentzena (Gentzen 1969: 1—28). Rozważając tam m.in. poglądy Gentzena w kwestii znaczenia finitystycznej metamatematyki dla niefinitystycznej matematyki (Gentzen 1969: 18-23), Szabo wyraża przekonanie, że Gentzenowskie „jak gdyby" — *als ob* (por. Gentzen 1936: 565; Gentzen 1938: 267, 268); w tłum. Szabo *as if* (por. Gentzen 1969: 201, 248, 250) — ma inną niż u Vaihingera wymowę pod względem stosunku do kwestii ontologicznego statusu przedmiotów matematycznych. Przywoływane przez Szabo (Gentzen 1969: 20) stanowisko Gentzena (dokładniej — jego stanowisko w kwestii ontologicznego statusu przedmiotów matematycznych spoza uniwersum dyskursu matematyki finitystycznej) dalekie jest od orzekania fikcyjności. Co więcej, w wątpliwość podana zostaje rozstrzygalność pewnych fundamentalnych kontrowersji (por. Gentzen 1938: 268). Przywołanie relewantnych dla powyższego porównania poglądów Gentzena może dostarczyć tropów istotnych dla kwestii charakteru Gentzenowskiego wkładu w formalizację rozumowań założeniowych (por. część 3.). Bez ukierunkowanych tą sugestią badań historycznych trudno jednak wyjść tu poza samą konstatację możliwości.

Założone stany rzeczy mogą być stanami rzeczy, których zachodzenie polega na przysługiwaniu pewnym określonym przedmiotom pewnych określonych własności. O własnościach tych mówić się będzie, że są *założonymi własnościami* tych przedmiotów. Ogół założonych własności jakiegoś przedmiotu nazywany będzie jego „założoną charakterystyką". Przedmioty z założoną charakterystyką obejmującą — ujmując rzecz schematowo — bycie S-em nazywane będą założonymi S-ami.

Zgodnie z przedstawionymi rozważaniami możemy wysunąć hipotezę, że kroki rozumowania formalizowane regułami opuszczania kwantyfikatora szczegółowego obejmują w pierwszej kolejności założenie identyfikacji pewnego przedmiotu o określonej przesłanką egzystencjalną własności. Zakładana identyfikacja byłaby identyfikacją polegającą na nazwaniu indywidualnym odnośnego przedmiotu za pomocą symbolu podstawianego za zmienną. Tym samym symbol ten byłby tu założoną nazwą indywidualną przedmiotu o danej własności. Z kolei, formułę wyprowadzaną traktować tu należy jako założone zdanie lub jako założoną funkcję zdaniową. W wypadku pierwszym założona charakterystyka tej formuły obejmuje prawdziwość. Odnotujmy, że wprawdzie — przykładowo — założona nazwa nie musi być nazwą, ale, z drugiej strony, ewentualny brak statusu nazwy nie implikuje braku statusu wyrażenia. Założone nazwy, o których tu mowa, nie są założonymi wyrażeniami. Są *wyrażeniami z założoną charakterystyką*.

Rozumowania, na które składają się kroki formalizowane w myśl przyjętej hipotezy przez reguły opuszczania kwantyfikatora szczegółowego, a także kroki dalsze, prowadzące do opuszczenia danej założonej nazwy, różnią się od rozumowań wyróżnionych w części 3. Dla wskazania intuicji, na których oparta była konstrukcja reguły EB Gentzena. Co prawda, te drugie można traktować jako obejmujące kroki rozumowania formalizowanego w myśl przyjętej hipotezy przez reguły opuszczania kwantyfikatora szczegółowego (por. część 6., fragment dotyczący użycia wyrażeń z założoną charakterystyką w założeniach dowodu), ale obejmowałyby je one w innym derywacyjnym kontekście — kontekście obejmującym korzystanie z reguły dołączania kwantyfikatora ogólnego oraz reguły 3.3. (por. część 3.). Z drugiej strony, jeśli wyrażana tu sugestia upodabniająca porównywane rozumowania jest trafna, to rozumowania pierwszej w wyróżnionych kategorii można traktować jako skrótowo-zastępcze względem rozumowań kategorii drugiej. Skrótowość polegałaby na tym, że pomija się kroki służące eliminacji założenia, co pozwala uniknąć dwukrotności derywacji formuły końcowej (por. część 3.).

Dokonując założeń składających się na kroki rozumowania formalizowane regułami opuszczania kwantyfikatora szczegółowego, może ktoś, jak to już zostało odnotowane, chwilami zapominać się w świecie skonstruowanej myślowo fikcji na podobieństwo zapominania się w świecie fikcji literackiej. Samo przez się nie jest to niczym niewłaściwym. Tym samym, nie jest niczym niewłaściwym to, że rozważane założone nazwy indywidualne *w kontekście derywacji* bywają określane jako „stałe nazwowe". Inaczej jest, kiedy określa się je tak — zob. np. Copi 1956: 78; Słupecki i Borkowski 1966: 86 — *w kontekście objaśnień dotyczących stosowania reguł* *opuszczania kwantyfikatora szczegółowego*. Przywodzi to na myśl aktora, który schodząc ze sceny nie wychodzi z roli. W podobnym kierunku idzie zwodniczość pewnych sformułowań Suppesa w przywoływanej już książce *Introduction to Logic*. Co prawda, mówi się tu, że rozważane wyrażenia nie są rzeczywistymi (*genuine*) nazwami, ale podaje się to jako okoliczność usprawiedliwiającą nazywanie ich „nazwami nieokreślonymi" (*ambiguous names*) i określanie jako „tymczasowych stałych" (*temporary constants*) (Suppes 1958: 81). Z podobnym mankamentem mamy do czynienia, kiedy wspomniane wcześniej subskrypty Suppes określa jako zmienne wolne (Suppes 1958: 90). W rzeczywistości są one składnikami założonych funkcji nazwowych, występując w nich w roli założonych zmiennych wolnych.

Wyrażeń z założoną charakterystyką można dopatrzeć się w wielu kontekstach potocznego, naukowego i filozoficznego dyskursu. Stanowisko określające te lub inne wyrażenia jako wyrażenia z założoną charakterystyką (pomijam dla uproszczenia relatywizację do użycia) wymagać może argumentacji zmierzającej do uwyraźnienia różnic między rolą wyrażenia z założoną charakterystyką i pewnymi innymi rolami wyrażeń. Istotne jest tu zwłaszcza odróżnienie od ról wyróżniających tak lub inaczej rozumiane zmienne.

5. WYRAŻENIA Z ZAŁOŻONĄ CHARAKTERYSTYKĄ I ZMIENNE

Termin „zmienna" używany jest obecnie, z grubsza biorąc, w trzech znaczeniach. Wyraża pojęcie zmiennej przedmiotowej (*objectual variable*), pojęcie zmiennej substytucyjnej (*substitutional variable*) oraz pojęcie litery schematowej (*schematic letter*). Pojęcia te odróżnia wyraźnie Quine w eseju „The Variable" (Quine 1977). Termin „litera schematowa" stosowany jest obiegowo. Terminy „zmienna przedmiotowa" i „zmienna substytucyjna" zapożyczam tu z przywołanego eseju Quine'a. W eseju tym Quine nie odnosi się do liter schematowych terminem „zmienna" lub terminem zawierającym ów termin jako składnik. Nie znaczy to jednak, że kwestionuje posiadanie przez ów termin znaczenia, które na to pozwala. Obecnie podstawowe jest chyba znaczenie, ze względu na które zmienne to zmienne przedmiotowe (Quine 1977: 272). Kryterium klarowności prezentacji przemawia jednak za tym, by rozpocząć objaśnienia od pojęcia litery schematowej.

W logice mówi się wiele o schematach złożonych wyrażeń, zwłaszcza zdań oraz tzw. wypowiedzi inferencyjnych, i.e. tworów językowych stanowiących komponent werbalny pojedynczego kroku wnioskowania (tak zdaje się rozumieć wypowiedzi inferencyjne Ajdukiewicz w „Logice pragmatycznej"; Ajdukiewicz 1965: 106). Reguły użycia schematów wyrażeń są tak złożone, a przy tym tak dalekie od ostrości ustanawianych przez nie granic, iż pełna kodyfikacja praktycznie rzecz biorąc nie wchodzi w rachubę. Obecny zakres kodyfikacji daleki jest od kodyfikacji pełnej. Nie jest jednak rażąco niedostateczny. Jednym z czynników, które o tym stanowią, jest częste korzystanie ze schematyzacji niejako nieoficjalnie. I tak np. na gruncie teorii mnogości n-tki uporządkowane bywają definiowane «nieoficjalnie» (por. Nowaczyk 1990: 91) następującą formułą: $\langle x_1,...,x_n\rangle = \{\{x_1\},\{x_1,x_2\},..., \{x_1,...,x_n\}\}$.

Z dopuszczalnością pozostawienia reguł schematyzacji wyrażeń na obecnym, z grubsza biorąc, etapie kodyfikacji, idzie w parze dopuszczalność pozostawienia bez znaczącego uwyraźnienia i bez eksplikacji pewnych pojęć stosowanych w ramach objaśnień dotyczących natury schematów wyrażeń i ich roli badawczej. Choć tu zapewne jest więcej do zrobienia. Pożądane są w każdym razie pewne zabiegi uwyraźniające. Są pożądane przede wszystkim dla uniknięcia nie dość wyraźnego odróżniania roli schematu wyrażenia i/lub pochodnych ról pewnych składników schematów wyrażeń, od pewnych innych ról pełnionych niekiedy przez te same graficzne postaci. Zabiegi uwyraźniające, o których mowa, są pożądane zwłaszcza w wypadku składników schematów wyrażeń, które bywają określane jako zmienne (por. Quine 1977: 272—273, 277, 281; Quine 1995: 181—183). Ma się rozumieć, „pożądane" nie znaczy: „pożądane w każdym kontekście problemowym". Kontekst problemowy niniejszej pracy nie jest tu skrajnie wymagający. Ale też nie jest tak, że wymagania, które stwarza, są szczególnie małe.

Swoistość schematów wyrażeń na tle całej reszty tego, co w nauce i filozofii, a także w technice bywa określane jako schemat czegoś, sprawiać może wrażenie, że w kontekście wyrażeń o schemacie „schemat wyrażenia W" termin „schemat" nie wyraża żadnego uniwersalnego, naukowo-filozoficzno-technicznego pojęcia schematu. Wyczucie znaczenia terminu „schemat" ma wymowę przeciwną (por. Quine 1995: 183; objaśnia się tu rolę schematów wyrażeń w kategoriach „diagramów", „diagramatyczności" i „imitacji").

Do istoty schematyzowania należy moment, który niezbyt precyzyjnie określamy jako odzwierciedlanie (*resp.* obrazowanie) budowy (*resp.* struktury). Moment to istotny w szczególności dla określenia roli schematyzacji jako ogniwa poznawczego reprezentowania. Schematyzowanie wymaga odzwierciedlania szczególnego rodzaju. Z odpowiednią selektywnością odzwierciedlanego zróżnicowania iść musi w parze graficzne eksponowanie zróżnicowania podlegającego odzwierciedlaniu. Zapewne są tu jakieś wzorce, w związku z czym pojęcie schematu jest pojęciem o charakterze częściowo typologicznym. Wracając do pojęcia odzwierciedlania, odnotować tu trzeba jego bliskie związki z pojęciem homomorfizmu systemów relacyjnych. Są też istotne dla kwestii natury schematyzowania różnice. Charakter podejmowanych zagadnień nie wymaga, jak sądzę, odpowiedzi na pytanie o ich naturę.

Termin „zmienna" bywa używany i objaśniany w sposób pozwalający traktować go (w odpowiednich kontekstach) jako nazwę pewnych składników schematów wyrażeń — składników dających się w nich wyróżnić wedle kryteriów morfologiczno-funkcjonalnych. Pod względem morfologicznym typowe zmienne-składniki schematów wyrażeń są pojedynczymi literami lub złożeniami liter z numerycznymi lub literowo-numerycznymi indeksami. Co się tyczy funkcji, każda zmienna-składnik schematów wyrażeń reprezentuje w schematach wyrażeń wszystkie wyrażenia pewnej określonej kategorii składniowej (por. Kneale W. i M. 1984: 516; Kotarbiński 1961:

31—32; Scholz 1965: 17), pewnej obszernej subkategorii pewnej określonej kategorii składniowej lub tp. (granica jest nieostra). Reprezentowanie nie jest tu współwyznaczane przez odzwierciedlanie jakichś przejawów złożoności składniowej. Nie należy stąd wnosić, że zmienne-składniki schematów wyrażeń są funkcjonalnie proste. Nie należy, nawet jeśli uwzględni się wyłącznie funkcje inne niż sama funkcja materiału konstrukcyjnego. Wspomniane wcześniej numeryczne i/lub literowo-numeryczne indeksy mają pewną funkcjonalną odrębność względem indeksowanego symbolu, albowiem ten ostatni posiada kształt konwencjonalnie dostosowany do potrzeby uwydatnienia swoistości reprezentowanych wyrażeń.

Wskazane rozumienie zmiennych spotyka się dość często. Odnotujmy, że znajduje ono wyraz m. in. w sformułowaniach, w których wyrażenia określane skądinąd jako „funkcje zdaniowe" lub jako „funkcje nazwowe" są traktowane jako schematy wyrażeń (Ajdukiewicz 1965: 79; Kotarbiński 1961: 31—32).

Zmienne pojmowane we wskazany sposób nazywa się często „literami schematowymi" (zob. np. Geach 1962: 5; Kneale W. i M. 1984: 515); Quine 1977; Quine 1995: 183). Używa się też terminów „sentence (*resp.* statement, predicate, function) letter" (Mendelson 1997: 13, 51; Quine 1977), dodając niekiedy na początku przymiotnik „schematic". Jest to nieco zwodnicze. Co prawda, jak na zwyczajową regulację, relewantne reguły wyboru są tu dość sztywne, ale, z drugiej strony, nie zmuszają one bynajmniej do ograniczania wyboru do pojedynczych liter (por. wyżej). Ta zwodniczość terminologii sprzyja (z wzajemnością) zwodniczemu pomijaniu indeksowania w stosownych egzemplifikacjach (zob. np. Mendelson 1997: 13).

Od zmiennych rozumianych jako litery schematowe odróżnić trzeba zmienne przedmiotowe i zmienne substytucyjne. Objaśnienia dotyczące pojęcia zmiennej przedmiotowej można tu ograniczyć do objaśnień najbardziej podstawowych, odnotowując na początek, że wyróżniająca je rola ma odpowiedniki przekładowe w roli pewnych zaimków. W wypadku, gdy operatorami wiążącymi zmienne są kwantyfikatory, wyróżnić tu trzeba przede wszystkim zaimki określające (np. „każdy", „wszystkie") i nieokreślone (np. „pewien", „niektóre"). Istotę roli zmiennej przedmiotowej ukazuje jednak najlepiej, jak się wydaje, porównanie z rolą zaimków względnych w tworzeniu orzeczników (Quine 1977). Na marginesie warto odnotować zwodniczość użycia tu przymiotnika „przedmiotowy" poza kontekstem dystynkcji: przedmiotowy — substytucyjny. Przedmiotowe zmienne wystąpić mogą na dowolnym poziomie języka, nie tylko zaś na poziomie absolutnie przedmiotowym.

Wreszcie zmienne substytucyjne! Język ze zmiennymi substytucyjnymi jest pochodny względem języka ze zmiennymi przedmiotowymi i literami schematowymi. Rozważmy zdanie: $\forall x$ (x jest poznawalne). Jeśli zmienna x jest tu zmienną przedmiotową bez ograniczeń zakresu, zdanie to można traktować jako równoznacznik zdania: wszystko jest poznawalne. W wypadku natomiast interpretacji substytucyjnej zdanie to traktujemy jako skrót zdania mówiącego (z jakąś, pominiętą tu jako nieustaloną, relatywizacją prawdziwości do języka), co następuje: dla każdego wyrażenia W: jeżeli W jest reprezentowane przez x, to wyrażenie: x jest poznawalne (x/W), jest zdaniem prawdziwym. Odnotujmy, że w rozwinięciu skrótu wyrażenie będące zasięgiem kwantyfikatora w zdaniu wyjściowym traktowane jest jako schemat zdaniowy z literą *x* jako literą schematową.

W wypadku języków ze zmiennymi rozumianymi jako zmienne przedmiotowe lub jako zmienne substytucyjne, wystąpienia zmiennych (odpowiednio rozumianych) dzieli się na *związane* i *wolne*. Żadne wystąpienie zmiennej w składniku właściwym jakiegoś wyrażenia W nie jest jej wystąpieniem w wyrażeniu W. Z drugiej strony, dla każdego wystąpienia w pewnym składniku właściwym W′ wyrażenia W istnieje dokładnie jedno wystąpienie w wyrażeniu W, które, ujmując rzecz swobodnie, rozszerza lewy i prawy kontekst w wyrażeniu W′ lewym i prawym (odpowiednio) kontekstem wyrażenia W′ w wyrażeniu W. Niektóre wystąpienia zmiennych wyznaczone w ten sposób przez wystąpienia wolne są wystąpieniami związanymi. O samej zmiennej mówi się, że jest w tym lub innym wyrażeniu związana (wolna), gdy ma w nim związane (wolne) wystąpienia (zmienna może być w jakimś wyrażeniu związana i wolna zarazem).

Analogiczne dystynkcje (z tą samą terminologią) stosuje się ze względu na pewne funkcje pochodne w stosunku do użycia wyrażeń w wyróżnionych wyżej znaczeniach. Owe funkcje pochodne — to funkcje pełnione w ramach schematyzacji (zmienne przedmiotowe i zmienne substytucyjne występują wraz ze stałymi logicznymi jako inwarianty schematyzacji) oraz funkcje pełnione w ramach konstrukcji i zastosowań odpowiednich «rachunków». Charakter ram drugiego rodzaju sprawia, że pewne wyrażenia zostają użyte odrębnie (np. na liście aksjomatów), a zarazem w sposób, ze względu na który pewne występujące w nich wyrażenia można określić jako będące w nich zmiennymi wolnymi. Możemy chyba mówić wówczas o „użyciu jako zmiennej wolnej". Między takim użyciem oraz byciem zmienną wolną w jakimś wyrażeniu nie zachodzi związek *ściśle* analogiczny do związku między — przykładowo — użyciem jako predykatu oraz byciem predykatem.

«Ramy rachunkowe» nie zmuszają do użycia czysto formalnego. Nie wykluczają użycia ze zrozumieniem i/lub z metajęzykowym domyślnym komentarzem. Użycie jako zmiennej wolnej w ramach użycia jakiejś formuły ze zrozumieniem bywa w każdym razie użyciem z domyślnym domknięciem. Zapewne nie zawsze jest takim użyciem. Wyrażenia określane jako wyrażenia ze zmiennymi wolnymi są niekiedy objaśniane przekładami czyniącymi użytek z pewnych różnic znaczeniowych między słowami „każdy" i „dowolny" (zob. np. Grzegorczyk 1969: 128). To drugie traktować możemy, jak sądzę, jako mające w rozważanych zastosowaniach odpowiednik przekładowy w postaci kwantyfikatora ogólnego używanego z pewnymi odstępstwami od standardowych reguł kwantyfikacji: w wypadku, gdy wyrażenie „dowolny" dodawane jest nieformalnie w następniku implikacji (zob. „jeśli każdy…, to dowolny…"), mielibyśmy do czynienia z ukrytym rozszerzeniem «wstecz» zasięgu; w wypadku zaś użycia słowa „dowolny" na początku wyrażenia występowałoby bezwyjątkowo ukryte podniesienie poziomu języka przez wprowadzenie kwantyfikacji substytucyjnej do języka z kwantyfikacją przedmiotową. Rozwinięcie tych sugestii wymagałoby obszernych rozważań semantyczno-historycznych.

Rola wyrażeń z założoną charakterystyką nie jest rolą zmiennej w żadnym ze znaczeń tego słowa. Te same symbole bywają jednak używane zarówno jako tak lub inaczej rozumiane zmienne, jak i jako wyrażenia z założoną charakterystyką. Stąd łatwo o przeoczenie różnicy. Przedstawione dystynkcje mogą być pomocne w ustaleniach dotyczących zakresu zastosowań wyrażeń z założoną charakterystyką, a co za tym idzie — dla ustalenia roli poznawczej tych wyrażeń.

6. ZAKRES ZASTOSOWAŃ WYRAŻEŃ Z ZAŁOŻONĄ CHARAKTERYSTYKĄ

Użycie wyrażeń z założoną charakterystyką w ramach kroków rozumowania formalizowanych regułami opuszczania kwantyfikatora szczegółowego nie jest jedynym takim użyciem w ramach dowodów założeniowych. Innym jest użycie w ramach stosowania reguły opuszczania kwantyfikatora ogólnego. Komentując (z wyprzedzeniem) sformułowanie takiej reguły, Jaśkowski pisał: „Co do pojęcia zmiennych rzeczywistych w systemie złożonym (*composite*) rzeczy mają się tu całkiem odmiennie niż w wypadku systemu prostego.[4] Symbole zmiennych, które nie są zmiennymi pozornymi, nie zasługują w ogóle na miano zmiennych. Z takim terminem (*term*) postępujemy tak jak z określoną (*given*) stałą, chociaż nie jest to ani termin pierwotny ani zdefiniowany. Jest to stała, której znaczenie, chociaż niezdefiniowane, pozostaje niezmienione w całym procesie rozumowania. W praktyce często wprowadzamy takie niezdefiniowane stałe w toku dowodu. Na przykład mówimy: „Rozważmy dowolne x", a następnie wyprowadzamy sądy, o których można powiedzieć, że należą do *zasięgu stałości* symbolu x" (Jaśkowski 1934: 28; podkreślenie S. J.). Końcowe zdania zdają się mówić raczej o użyciu odpowiednich symboli (w podanym przykładzie — litery x) nie w ramach opuszczania kwantyfikatora ogólnego, lecz w założeniach dowodu (por. niżej). Być może nie dość wyraźnie rozróżnia się tu te dwa przypadki. Dalszy tekst dotyczy znów nieproblematycznie reguły opuszczania kwantyfikatora ogólnego. Jest tak w szczególności w wypadku następującej podanej przez Jaśkowskiego egzemplifikacji (cytuję ze zmianą notacji kwantyfikatorowo-predykacyjnej): „*Załóżmy* $\forall x \forall y$ A(x,y). *Rozważmy* teraz dowolne indywiduum z. Zgodnie z naszym założeniem $\forall y$ A(x,y) zachodzi czymkolwiek byłoby x, a więc zachodzi również $\forall y$ A(z,y). Powtarzając ten proces ze względu na y, otrzymujemy A(z,z)" (Jaśkowski 1934: 29; podkreślenia S. J.). Dla uwydatnienia natury wskazanych kroków rozumowania Jaśkowski formalizuje je w ten sposób, że samo wprowadzenie założonej

[4] Przez system „złożony" Jaśkowski rozumie tu skonstruowany zgodnie z ustanowionymi w cytowanej pracy regułami system założeniowy. System „prosty" — to system aksjomatyczny. W oryginale zamiast „composite system" wydrukowano omyłkowo „composite systeme". W wydaniu McCalla błąd usunięto (*Polish Logic*: 255).

nazwy zwrotem „Rozważmy dowolne" (*Consider an arbitrary*) formalizowane jest jako odrębny krok derywacyjny, z literą T jako skrótem symbolicznym owego zwrotu. Stanowi to *pendant* do formalizacji kroków wprowadzających założenia. Dodajmy, że kroki wprowadzające założenia i kroki wprowadzające założone nazwy są u Jaśkowskiego analogicznie rozróżniane i hierarchizowane notacją numeryczną.

Założone wyrażenia występują też w założeniach dowodu. Zacytujmy początkowy fragment pewnego dowodu założeniowego: „Niech (X, ≤) będzie zbiorem dobrze uporządkowanym, którego typem porządkowym jest liczba porządkowa α. Niech f będzie funkcją przyporządkowującą każdemu elementowi $x \in$ X typ porządkowy przedziału początkowego P(x)..." (Rasiowa 1971: 148, fragment dowodu twierdzenia głoszącego, że dla każdej liczby porządkowej α: zbiór liczb porządkowych mniejszych od α jest dobrze uporządkowany przez relację niewiększości w typ α). Cytowane sformułowanie ma charakter przedmiotowej stylizacji pewnych postanowień dotyczących sposobu traktowania symboli „X", „≤" itd. — postanowień czyniących z nich wyrażenia z założoną charakterystyką. Odnotujmy, że wyrażenia pełniące rolę wyrażeń z założoną charakterystyką w założeniach dowodu, są używane w dowodzonym twierdzeniu jako — jawnie lub domyślnie — zmienne przedmiotowe lub zmienne substytucyjne (zmienne kwantyfikacji). Stąd mówi się tu zwodniczo o zmiennych wolnych (Słupecki i Borkowski 1966: 85). Przy użyciu jednak tych wyrażeń jako wyrażeń z założoną charakterystyką nie są to zmienne wolne, gdyż w ogóle nie są to zmienne. Z tego właśnie powodu nie ma tu zastosowania reguła dołączania kwantyfikatora ogólnego. Dodajmy, że obecność wyrażeń, o których mowa, w przesłance egzystencjalnej stanowiącej podstawę stosowania jakiejś reguły opuszczania kwantyfikatora szczegółowego nie pociąga zachodzenia zależności analogicznych do tych, które w wypadku występowania zmiennych wolnych uwzględnia się stosując np. wspomniane wcześniej wskaźniki czy też subskrypty.

Z określaniem rozważanych wyrażeń z założoną charakterystyką jako zmiennych wolnych idą w parze — nieprzypadkowo — inne mankamenty. W książce Rossera *Logic for Mathematicians* mówi się, że zmienna wolna w założeniach z racji swego występowania w założeniach właśnie „podlega ograniczeniu" (*is subject to restriction*; Rosser 1953: 129). Nie podaje się, jakie to ograniczenie. Skoro tym, co podlegać ma jakiemuś ograniczeniu, mają być zmienne, najbardziej naturalna bezkontekstowo jest interpretacja taka, że chodzi o ograniczenie zakresu. O takim też ograniczeniu zdają się mówić Słupecki i Borkowski, kiedy piszą: „Dowód założeniowy tego twierdzenia (twierdzenia: $x > 0 \rightarrow x + y > 0$; uzup. P. B.) rozpoczęlibyśmy od wypisania założenia $x > 0$. We wnioskach z tego założenia, np. we wniosku uzyskanym na podstawie reguły DA: $x > 0 \vee x = 0$, zmienna x nie reprezentuje dowolnych liczb rzeczywistych, lecz tylko liczby dodatnie" (Słupecki i Borkowski 1966: 85). Celem uwydatnienia nieadekwatności określenia roli, jaką pełni tu litera x, w kategoriach ograniczenia zakresu zmiennej, odnotujmy, że gdyby litera ta była tu zmienną o zakresie ograniczonym do liczb rzeczywistych dodatnich, związanie jej kwantyfikatorem ogólnym dawałoby, przy odpowiednim rozumieniu zmiennej pod kwantyfikatorem, zdanie prawdziwe, a nawet analitycznie prawdziwe. Byłaby to jednak prawdziwość zdania zupełnie nierelewantnego dla przeprowadzanego rozumowania. Konstatując to, wyczuwamy wyraźniej, że wiązanie zmiennej kwantyfikatorem ogólnym pociągałoby tu popadnięcie w nonsens gramatyczny, nie zaś fałsz.

Porzucając kontekst dowodów założeniowych,[5] lecz pozostając blisko reguł opuszczania kwantyfikatora szczegółowego, odnotujmy, że jako wyrażenia z założoną charakterystyką możemy też traktować termy epsilonowe (por. referowane wcześniej objaśnienia Suppesa dotyczące reguły egzystencjalnej specyfikacji).

Poszerzając egzemplifikację, przenieśmy się na grunt standardowej symboliki logiki pierwszego rzędu. W zależności m. in. od tego, czy rozważa się sam rachunek logiczny, czy oparte na nim teorie, dogodnie jest posługiwać się raczej literami schematowymi niż wyrażeniami z założoną charakterystyką lub odwrotnie — raczej wyrażeniami z założoną charakterystyką niż literami schematowymi. Okazji do pojawienia się takich różnic kierunku badań i pochodnych różnic preferowanych środków językowych dostarcza rozszerzanie logiki predykatów uwzględniające logikę stałych indywiduowych i terminów funkcyjnych. Po wchodzącą w rachubę egzemplifikację sięgnijmy do *Zarysu logiki matematycznej* Grzegorczyka. Konstruując sam rachunek predykatów, autor wprowadza pewne litery, o których mówi, że będą — jak to ujmuje — „zastępowały wszelkie dowolne matematyczne predykaty" (Grzegorczyk 1969: 109). Podsuwa to, zwłaszcza użycie czasownika „zastępować", interpretację tych liter jako liter schematowych. Dokonując z kolei wspomnianego rozszerzenia, Grzegorczyk pisze: „...dodamy obecnie nieskończenie wiele symboli funkcyjnych postaci

---

[5] W *The Development of Logic* autorzy wyróżniają użycie wyrażenia Fx „jak gdyby" (*as though*) ono wyrażało pewną określoną wartość funkcji propozycjonalnej wyrażanej przez Fx (Kneale W. i M. 1984: 547). Takie użycie wyrażenia Fx jest jego użyciem jako wyrażenia z założoną charakterystyką. Jest ono postulowane dla ominięcia trudności jakie stwarza infinitystyczność pewnych reguł, wedle których dokonuje się przekształceń nazywanych przez autorów „rozwinięciami" (*developments*) — przekształceń, których szczególnym przypadkiem ma być derywacja (Kneale W. i M. 1984: 540—541). Skonstruowany system „rozwinięć" autorzy porównują m.in. z ujęciem logiki predykatów w *Methods of Logic* Quine'a. Rozważana jest w szczególności reguła uniwersalnej generalizacji oraz reguła egzystencjalnej instancjacji. Wyraża się przekonanie, że reguły te można oprzeć na wspomnianych regułach infinitystycznych systemu „rozwinięć". Zapewne ma się tu na uwadze wykorzystanie postulowanych operacji zastępczych (Kneale W. i M. 1984: 548). Nie sądzę, by nadawanie głębszego sensu Quine'owskim regułom uniwersalnej generalizacji i egzystencjalnej instancjacji w kategoriach reguł „rozwinięć" szło w dobrym kierunku. Z drugiej strony, nie neguję adekwatności objaśnień w kategoriach wspomnianych operacji zastępczych, jeśli nie rozważa się ich jako zastępczych lub zastępczość względem stosowania reguł „rozwinięć" zastąpi się zastępczością domniemywaną przez hipotezy wysunięte w części 4. Co się tyczy reguły uniwersalnej generalizacji, należy zaznaczyć, że jeśli ma tu miejsce użycie wyrażeń z założoną charakterystyką, jest tak nie w wyniku stosowania owej reguły, lecz na mocy występowania owych wyrażeń w przesłankach. Te ostatnie mogą być np. otrzymywanymi założeniowo implikacjami (występują w nich wyrażenia z założoną charakterystyką występujące w założeniach dowodu).

F(x), G(x,y) [...], jak również stałych nazwowych a, b, c,..., którym nie przypisujemy żadnego ustalonego sensu. Zakładamy, że wśród nich są wszystkie symbole funkcyjne i stałe indywiduowe teorii, które mamy zamiar rozważać" (Grzegorczyk 1969: 177). Cytowane sformułowanie określa chyba *implicite* wprowadzane symbole jako wyrażenia z założoną charakterystyką, dokładniej — jako założone funkcje nazwowe i założone nazwy indywidualne.

Stosowanie tych samych postaci graficznych we wskazanych dwóch rolach, a także niewyraźność wspomnianych czynników odpowiedzialnych za interpretacyjne preferencje prowadzić może do tego, że owe role nie są dostatecznie wyraźnie odróżniane. Mankamentu takiego dopatrzeć się można np. w przywoływanej wyżej książce Mendelsona. Pisze on: „...forma wnioskowań z uwikłaniem kwantyfikatorów [...] może być reprezentowana abstrakcyjnie, [...]. W tym celu będziemy używać [...] następujących grup symboli:

Zmiennych indywiduowych: $x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots$

Stałych indywiduowych: $\mathrm{a}_1, \mathrm{a}_2, \ldots, \mathrm{a}_n, \ldots$

Liter predykatowych: A^n_k (n oraz k są dowolnymi dodatnimi liczbami całkowitymi)

Liter funkcyjnych: f^n_k (n oraz k są dowolnymi dodatnimi liczbami całkowitymi)" (Mendelson 1997: 51).

Przypisywanie wymienionym tu symbolom pewnego udziału w reprezentowaniu form wnioskowania przemawia za traktowaniem symboli grupy drugiej, trzeciej i czwartej jako liter schematowych. Taką samą wymowę ma użycie terminów „litera predykatowa" i „litera funkcyjna". Jeśli jednak symbole $\mathrm{a}_1, \mathrm{a}_2, \ldots, \mathrm{a}_n, \ldots$ są literami schematowymi, nie są one stałymi. Zapewne mamy tu do czynienia z wyrażeniami z założoną charakterystyką. Użycie takich wyrażeń jest wyraźniejsze nieco, kiedy określa się dalej języki pierwszego rzędu jako zawierające m.in. „skończony lub przeliczalny, ewentualnie pusty, zbiór liter funkcyjnych" oraz „niepusty zbiór liter predykatowych" (Mendelson 1997: 57). Jak widzimy, same wskazane symbole literowe (indeksowane) traktuje się tutaj jako stałe teorii, co wskazuje, że chodzi o wyrażenia z założoną charakterystyką. Kropkę nad „i" stawiają następujące sformułowania: „Tak więc w języku L (w języku pierwszego rzędu; uzup. P. B.) pewnych spośród liter funkcyjnych i stałych indywiduowych może brakować, a także może brakować pewnych (ale nie wszystkich) liter predykatowych. Stałe indywiduowe, litery funkcyjne i litery predykatowe języka L są nazywane pozalogicznymi stałymi L" (Mendelson 1997: 57).

I jeszcze jeden przykład (użycia wyrażeń z założoną charakterystyką). Postawmy pytanie, co znaczą symbole sumy i iloczynu w algebrze Boole'a. Najczęściej są one chyba używane z postanowieniem, by traktować je tak jakby były terminami funkcyjnymi denotującymi operacje spełniające odpowiednie warunki formalne (warunki określone aksjomatami algebry Boole'a i ewentualnie pewnymi formułami dodatkowymi wzmacniającymi aksjomatykę). Tym samym są one wyrażeniami z założoną charakterystyką, dokładniej — założonymi terminami funkcyjnymi. W związku z tym, nawiasem mówiąc, wyrażeniami z założoną charakterystyką są też towarzyszące im wyrażenia zmiennopodobne. W niektórych kontekstach problemowych te same symbole wyposażane są — w ramach, jak się mówi, różnych interpretacji algebry Boole'a — w jakieś znaczenie zgodne (przynajmniej w intencji) z ich założoną charakterystyką. Czyni to z nich wyrażenia systematycznie wieloznaczne. Zasadnicza to różnica w stosunku do liter schematowych. Dość powiedzieć, że w wypadku użycia tych ostatnich przechodzenie od reprezentacji zależności ogólnych do szczególnych przypadków polega nie na modyfikowaniu roli tych samych wyrażeń, lecz na ich zastępowaniu innymi wyrażeniami. Wracając do kwestii charakteru rozważanego tu modyfikowania roli, zaznaczyć warto, że bywa ono traktowane jako „dookreślanie znaczenia". Stanowi to istotne uproszczenie.

Przedstawioną interpretację symboli algebry Boole'a porównać warto (dla uwyraźnienia) z interpretacją, jaką podsuwa koncepcja definicji aksjomatycznych jako nadających definiowanym wyrażeniom znaczenie wyczerpujące się w tym, co określają aksjomaty. Koncepcji tej zdaje się dawać wyraz Ajdukiewicz w *Logice pragmatycznej* (Ajdukiewicz 1965: 75, 80, 82).[6] Jest to koncepcja w mym poczuciu nader nieintuicyjna, jej zaś powstanie daje się chyba wyjaśnić jako przejaw idącej niewłaściwym tropem interpretacji wyrażeń z założoną charakterystyką występujących, jak w wypadku algebry Boole'a, w roli wyrażeń „definiowanych" przez aksjomaty.[7]

Założone S-y mogą być i bywają rzeczywistymi S-ami. Do tego, by rzeczywiste S-y były założonymi S-ami potrzeba, by nie uznawało się, że są one S-ami. Nie jest to warunek wystarczający i realizowanie się rozważanej możliwości nie jest w każdym razie przypadkiem dominującym. Użycie wyrażeń z założoną charakterystyką nie stanowi pod tym względem wyjątku.

W myślowej reprezentacji istotnego eksplanacyjnie porządku świata (teorie, dowody itp.) prawda «miesza się» notorycznie z fałszem rozpoznanym (co nie znaczy: każdorazowo rozpoznawanym) jako fałsz lub w każdym razie poważnie «podejrzewanym» o to, że jest fałszem (zob. np. Brykczyński 1996). Ma to miejsce nie tylko na

[6] Określając aksjomatykę teorii jako układ postulatów (s. 82), Ajdukiewicz traktuje odpowiednie terminy jako mające znaczenie „ukonstytuowane dopiero przez postulaty" (s. 80, 82), a przy tym — moment to ważny dla ustalenia jak mamy tu rozumieć „konstytuowanie" — postulatom przypisuje charakter przedmiotowy (w odróżnieniu od charakteru kryptometajęzykowego).

[7] Podaną egzemplifikację użycia wyrażeń z założoną charakterystyką można, jak sądzę, znacząco poszerzyć, zwłaszcza jeśli uwzględnimy dyskurs potoczny. Nie da się jednak chyba uczynić tego ze stosownym uzasadnieniem bez dodatkowych obszernych rozważań. Ograniczając się do zasygnalizowania pewnego tropu, zaznaczam, że w rachubę wchodzi, w mym przekonaniu, zaliczenie do kategorii wyrażeń z założoną charakterystyką nazw własnych. Ich założoną charakterystykę wyczerpywałaby własność dająca się określić wedle schematu: własność nazywania przedmiotu a (nazywanie należy tu pojmować analogicznie do pojmowania nazw jako nazw logicznie własnych; litera a reprezentuje nazwy indywidualne rozumiane w sposób określony w części 4.). Na miejscu litery schematowej a wystąpić by tu mogły nazwy indywidualne od takich jak „to tutaj" po nazwy indywidualne z przewagą składników deskryptywnych. Uwzględnić tu trzeba ponadto identyfikacyjną nadmiarowość oraz modyfikowanie sposobu identyfikacji z intencją zachowania odniesienia.

poziomie absolutnie przedmiotowym. Niniejsza praca stanowi m. in. przyczynek do ujawniania lub czynienia bardziej jawnymi przypadków «mieszania się» prawdy z fałszem na metapoziomach myślowej reprezentacji istotnego eksplanacyjnie porządku świata. W filozofii nauki prawo obywatelstwa ma stanowisko konwencjonalistyczne, w myśl którego wskazane «mieszanie się» prawdy z fałszem jest w niektórych przynajmniej swych przejawach metodologicznie prawomocne (Brykczyński 1996). Sądzę, że granice tego, co metodologicznie prawomocne, obejmują użycie wyrażeń z założoną charakterystyką, i to w takim wymiarze, że w konfrontacji z dotychczasową praktyką można tu mówić raczej o usankcjonowaniu niż o ograniczeniach.

BIBLIOGRAFIA

Ajdukiewicz, Kazimierz, (1965), *Logika pragmatyczna*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.

Borsuk, Karol i Wanda Szmielew, (1975), *Podstawy geometrii*, wydanie czwarte poprawione, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.

Brykczyński, Piotr, (1996), *Ens et falsum*, [w:] *W świecie znaków. Księga pamiątkowa ku czci profesora Jerzego Pelca*, red. Jacek Juliusz Jadacki i Witold Strawiński, Polskie Towarzystwo Filozoficzne, Warszawa, s. 119—125.

Copi, Irving M., (1956), *Symbolic Logic*, The Macmillan Company, Nowy York (przedruk wydania z 1954 r.).

Geach, Peter Thomas, (1962), *Reference and Generality. An Examination of Some Medieval and Modern Theories*, Cornell University Press, Ithaca.

Gentzen, Gerhard, (1936), „Die Wiederspruchsfreiheit der reinen Zahlentheorie", *Mathematische Annalen*, t. 112, s. 493—565.

Gentzen, Gerhard, (1938), „Die gegenwärtige Lage in der mathematischen Grundlagenforschung", *Deutsche Mathematik*, t. 3, z. 3, s. 255—268.

Gentzen, Gerhard, (1969), *The Collected Papers of Gerhard Gentzen*, wyd. M. E. Szabo, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, Londyn.

Gentzen, Gerhard, (1971), „Untersuchungen über das logische Schliessen, [w:] Karel Berka i Lothar Kreiser, *Logik-Tekste. Kommentierte Auswahl zur Geschichte der modernen Logik*, Akademie Verlag, Berlin, s.192—253 (przedruk artykułu opublikowanego w: *Mathematische Zeitschrift*, t. 39, 1934—1935).

Grzegorczyk, Andrzej, (1969), *Zarys logiki matematycznej*, wyd. drugie, zmienione i uzupełnione, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.

Jaśkowski, Stanisław, (1934), „On the Rules of Suppositions in Formal Logic", *Studia Logica*, nr 1, s. 5—32.

Kneale, William i Martha, (1984), *The Development of Logic*, Oxford University Press, Oxford (przedruk (z korektą) wydania z 1962 r.).

Kotarbiński, Tadeusz, (1961), *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*, wyd. drugie, przejrzane, Ossolineum, Wrocław.

Mendelson, Elliott, (1997), *Introduction to Mathematical Logic*, wyd. czwarte, Chapman & Hall, Londyn.

Nowaczyk, Adam, (1990), *Wprowadzenie do logiki nauk ścisłych*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.

Polish Logic. 1920—1939, red. Storrs McCall, Oxford University Press, Oxford 1967.

Quine, Willard Van Orman, (1973), *Méthodes de logique*, Armand Colin, Paryż (przekład francuski książki *Methods of Logic* oparty na wyd. trzecim (1972), z drobnymi zmianami).

Quine, Willard Van Orman, (1977), „The Variable", [w:] Willard Van Orman Quine, *The Ways of Paradox and Other Essays*, wyd. drugie, poprawione i poszerzone, Harvard University Press, Cambridge, Mass., s.272—282.

Quine, Willard Van Orman, (1995), „On the Logic of Quantification", [w:] Willard Van Orman Quine, *Selected Logic Papers*, wydanie poszerzone, Harvard University Press, s.181—195 (przedruk artykułu opublikowanego w: *The Journal of Symbolic Logic*, t. 10, 1945).

Rasiowa, Helena, 1971, *Wstęp do matematyki współczesnej*, wyd. trzecie, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.

Rosser, John Barkley, 1953, *Logic for Mathematicians*, McGraw-Hill Book Company, Nowy York, Toronto, Londyn.

Słupecki, Jerzy i Ludwik Borkowski, 1966, *Elementy logiki matematycznej i teorii mnogości*, wyd. drugie, poprawione i uzupełnione, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.

Suppes, Patrick, 1958, *Introduction to Logic*, D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, New Jersey (przedruk wyd. z 1957 r.).