Bożena Czernecka-Rej

Stosowalność logik wielowartościowych

Filozofia Nauki 15/2, 75-93

2007

Filozofia Nauki
Rok XV, 2007, Nr 2(58)

Bożena Czernecka-Rej

Stosowalność logik wielowartościowych

Jan Łukasiewicz w 1937 r. postulował potrzebę gruntownego prześwietlenia logik wielowartościowych, nie tylko pod względem formalnym, lecz przede wszystkim ze stanowiska filozoficznego, intuicyjnego.[1] Postulat ten i dziś nie stracił wiele na aktualności,[2] w szczególności problem stosowalności tych logik wpisuje się doskonale w nurt „filozoficznego prześwietlania".

Artykuł ma na celu rozważenie możliwości zastosowania logik wielowartościowych. Chodzi tu o szeroko pojętą stosowalność: można stosować logikę do oceny formalnej poprawności tekstów (filozoficznych oraz z innych nauk), a więc pośrednio do uzasadniania tez (w tych naukach). Jest także możliwe stosowanie logiki w celu rozwiązania pewnych szczegółowych problemów filozoficznych. Logika może też, zgodnie z rozumieniem Tadeusza Czeżowskiego, dostarczyć „wiązadeł" tezom jakiejś nauki realnej, trzeba jednak wcześniej zbadać, jakiej logice podlega świat faktów. Innymi słowy, kluczowe jest pytanie, czy do opisu związków zachodzących w rzeczywistości, lub w jakimś jej fragmencie, wymagana jest logika nie dwuwartościowa, lecz któraś wersja logiki wielowartościowej. W artykule poddane są krytycznej analizie niektóre rodzaje argumentacji w obronie logiki wielowartościowej.

---

[1] J. Łukasiewicz, *W obronie logistyki*, w: tenże, *Z zagadnień logiki i filozofii. Pisma wybrane*, Warszawa 1961, s. 218.

[2] Chociaż znacznie poszerzyła się wiedza na temat formalnych własności logik wielowartościowych, to nadal nie wiadomo, jaki jest ich status i stosunek do logiki klasycznej.

1. B. SOBOCIŃSKIEGO UWAGI O UŻYTECZNOŚCI LOGIK WIELOWARTOŚCIOWYCH DO OPISU RZECZYWISTOŚCI

W 1956, a więc w roku śmierci Łukasiewicza, Bolesław Sobociński napisał, że nie wierzy, aby wszechświat był zbudowany zgodnie z prawami jakiegoś wielowartościowego systemu logiki. Uważał, że rzeczywistość jest taka, iż narzuca nam logikę dwuwartościową, dlatego fundamentalna logika będzie zawsze dwuwartościowa (miał na myśli klasyczny rachunek zdań i węższy rachunek funkcyjny). Tymi słowami chciał nieco ostudzić entuzjazm wywołany odkryciem rachunków wielowartościowych, które porównywano z odkryciem geometrii nieeuklidesowych, a nawet z „przewrotem kopernikańskim" w nauce. Jego zdaniem rachunki wielowartościowe nawet nie zasługują na miano systemów logicznych — są to tylko dobrze skonstruowane rachunki formalne.[3]

Dziś mija 50 lat od zajęcia tak zdecydowanie negatywnego stanowiska wobec logik wielowartościowych i sceptycyzmu w sprawie możliwości ich stosowania. Gdyby było ono w stu procentach słuszne, logiki te wymarłyby śmiercią naturalną. Tymczasem ich liczba wciąż narasta, podobnie jak literatura przedmiotowa i okołoprzedmiotowa. Wydaje się, że z raju, który stworzyli Łukasiewicz i Emil Post, nikt już nie może współczesnych logików wypędzić. Chociaż większość wielowartościowych rachunków powstałych w ciągu ostatniego półwiecza to raczej konstrukcje czysto formalne, a nie systemy logiczne[4], a ich tworzenie przypomina bardziej zabawę niż logikę, to jednak pojawiają się też próby szukania pewnych sytuacji w naukach i (lub) rzeczywistości, które przemawiają za wielowartościowością.

Jako główny argument za logiką klasyczną Sobociński podaje fakt, że rzeczywistość jest ekstensjonalna „bezwzględnie i w całym zakresie",[5] ponadto — jego zdaniem — przyjęcie ogólnej zasady ekstensjonalności oznacza przyjęcie logiki dwuwartościowej. Te deklaracje nie wydają się słuszne. Po pierwsze, język potoczny jest językiem intensjonalnym — intensjonalne są np. zdania o koniecznych lub możliwych stanach rzeczy, o stanach umysłu, a nawet spójniki międzyzdaniowe mowy potocznej: „i", „lub", „jeżeli …, to …" itp.[6] Przykładami języków ekstensjonalnych są sformalizowany język logiki klasycznej i symboliczny język matematyki. Po wtó-

---

[3] B. Sobociński, *In Memoriam Jan Łukasiewicz*, „Philosophical Studies" (Dublin) 6 (1956), s. 31. Podobną opinię wyraził W. V. O. Quine pisząc, że rachunek wielowartościowy to niezinterpretowana, abstrakcyjna algebra, która jest tylko teorią analogiczną względem logiki. W. V. O. Quine, *Filozofia logiki*, Warszawa 1977, s. 124.

[4] Szerzej na ten temat pisze S. Kiczuk, *Logika czy nie logika?*, „Roczniki Filozoficzne" 30 (1982), z. 1, s. 252-256.

[5] B. Sobociński, *Jan Łukasiewicz (1878-1956)*, „Rocznik Polskiego Towarzystwa Naukowego na Obczyźnie" 7 (1956-1957), s. 38.

[6] Dla przykładu prawdziwe w języku potocznym może być zdanie „Jan zaśpiewał i umarł", ale fałszywe zdanie „Jan umarł i zaśpiewał". Klasyczny funktor koniunkcji abstrahuje bowiem od czasowych konotacji spójnika „i".

re, ekstensjonalność nie musi pociągać za sobą dwuwartościowości: większość wielowartościowych rachunków ma charakter ekstensjonalny.

Przeciwko logikom wielowartościowym przemawia także to, że wszelkie rozważania natury metalogicznej dotyczące tych logik, intuicyjne czy też sformalizowane, przebiegają zgodnie z prawami logiki klasycznej. Nawet jeśli udałoby się skonstruować wielowartościową metalogikę, to sprawa przeniosłaby się na wyższe piętro, i tak w nieskończoność. Sama konstrukcja systemu wymaga bowiem pewnych rozumowań poprawnych intuicyjnie, a nie sformalizowanych. Intuicja jest, według Sobocińskiego, zawsze zgodna z logiką klasyczną i nie da się jej wyeliminować całkowicie. Można co najwyżej kontrolować ustawicznie nasze rozumowania intuicyjne, jeśli chcemy wystrzegać się używania pewnych praw logiki klasycznej. Takie motywy przyświecały na przykład twórcom logiki intuicjonistycznej.[7]

Wielowartościowość systemu logicznego jest interesująca i widoczna dopiero przy jego matrycowej charakterystyce. Paradoksalnie wtedy też uwidacznia się binarność logiki. Chodzi o to, że zawsze, niezależnie od liczby wartości matrycy, mamy podział tych wartości na dwie klasy: wartości wyróżnione i niewyróżnione.[8] W tym sensie odrzucenie dwuwartościowości jest pozorne.

2. LOGIKA A RZECZYWISTOŚĆ W UJĘCIU J. ŁUKASIEWICZA

Łukasiewicz i Post doszli do odkrycia logiki wielowartościowej na zupełnie innej drodze. O ile Post nie przypisywał swoim odkryciom żadnego znaczenia filozoficznego, o tyle Łukasiewicz przeciwnie, starał się skonstruować system logiczny, który spełniałby pewne założenia natury filozoficznej. Wydawało mu się, że owe założenia stoją w sprzeczności z podstawowymi zasadami logiki klasycznej. Łukasiewicz był przez całe życie zdecydowanym indeterministą. Przez długi okres (do 1928 r.) sądził, że indeterminizmu nie da się pogodzić z metalogiczną zasadą dwuwartościowości, głoszącą, że z dwóch zdań sprzecznych jedno jest prawdziwe, a drugie fałszywe. Gdyby zasada ta powszechnie obowiązywała, ludzkie działanie byłoby zdeterminowane. Ponieważ zasada dwuwartościowości leży u podstaw logiki klasycznej, logika ta posiada zdecydowanie deterministyczny charakter.[9] W artykule *O determinizmie* Łukasiewicz przeszedł od stwierdzenia, że zdanie o przyszłości niezdeterminowanej dziś nie może być uznane ani za prawdziwe, ani za fałszywe i dlatego

[7] B. Sobociński, *Jan Łukasiewicz*, s. 38.

[8] Mówi się, że inny jest status wartości wyróżnionej — prawdy, a inny wartości niewyróżnionych, będących jakimiś odmianami fałszu. Prawda jest preferowana, uznawana, pozytywna, związana z istnieniem, pierwotna. Fałsz natomiast jest dyskwalifikowany, odrzucany, jest czymś zdecydowanie negatywnym, wiązanym z tak czy inaczej rozumianym nieistnieniem; fałsz funkcjonuje drugorzędnie, pochodnie w stosunku do prawdy. S. Majdański, *Logika: czy- ilo- i jak wartościowa*, „Summarum. Sprawozdania TN KUL" 24 (1975), s. 58.

[9] J. Łukasiewicz, *O determinizmie*, w: tenże, *Z zagadnień logiki i filozofii*, s. 114-126.

należy nasz sąd wobec tego zdania „zawiesić” do stwierdzenia, że zdanie to nie jest ani prawdziwe ani fałszywe, tylko „obojętne”, a ontologicznie odpowiada mu „możliwość”.[10]

Wiązał się z tym drugi motyw reformy logiki przez Łukasiewicza w kierunku logiki trójwartościowej, a następnie czterowartościowej — problematyka modalna. „Możliwość” to trzecia, obok prawdy i fałszu, wartość logiczna; zdaniom o tej wartości odpowiada obiektywna możliwość jako coś trzeciego obok bytu i niebytu. Pojęcia możliwości nie da się zdefiniować na gruncie logiki dwuwartościowej.[11] Zdania możliwe to zdania o przyszłych zdarzeniach niezdeterminowanych, czyli takich, że w chwili obecnej nie istnieją ani przyczyny ich zaistnienia, ani przyczyny wykluczające ich zaistnienie. W 1953 r. Łukasiewicz uznał, że system trójwartościowy nie spełnia wszystkich intuicji dotyczących modalności, dlatego należy go zastąpić systemem czterowartościowym.[12] Wielowartościowy charakter logiki modalnej wynikał z arbitralnego założenia Łukasiewicza, że funktory modalne są prawdziwościowe; na gruncie dwuwartościowości doszłoby do trywializacji pojęć modalnych lub sprzeczności logiki.

Próbując znaleźć intuicyjne uzasadnienie dla nowej logiki, Łukasiewicz porównuje jej odkrycie do odkrycia systemów geometrii nieeuklidesowej.[13] Choć zachodzą pewne analogie, to jednak, zdaniem Sobocińskiego, takie porównanie nie jest do końca uprawnione. Systemy geometrii nieeuklidesowych dadzą się zinterpretować w geometrii euklidesowej, natomiast rachunki wielowartościowe nie posiadają interpretacji w logice klasycznej. Z tej racji różnica między logiką klasyczną a systemami wielowartościowymi jest o wiele bardziej istotna niż między geometrią euklidesową a geometriami nieeuklidesowymi. Ponadto geometrie Euklidesa, Łobaczewskiego czy Riemanna opierają się na tym samym systemie logiki klasycznej, więc posługują się formami rozumowania obowiązującymi w całej matematyce. Tymczasem przyjęcie logiki wielowartościowej zamiast binarnej może powodować zasadniczą zmianę w podstawach wszystkich nauk dedukcyjnych. Intesjonalność logiki wielowartościowej powoduje automatycznie intensjonalność wszystkich systemów na niej opartych, a zatem także i matematyki.[14]

Powstanie logik wielowartościowych było dla ich twórcy filozoficznym wyzwaniem, gdyż trzeba było na serio postawić pytanie, która logika jest właściwa. Kwestia ta, jak zauważa Jan Woleński, niepokoiła Łukasiewicza przez całe życie[15] i prze-

[10] Tamże, s. 125.

[11] J. Łukasiewicz, *Uwagi filozoficzne o wielowartościowych systemach rachunku zdań*, w: tenże, *Z zagadnień logiki i filozofii*, s. 144-163.

[12] J. Łukasiewicz, *System logiki modalnej*, w: tenże *Z zagadnień logiki i filozofii*, s. 275-305 oraz tenże, *Sylogistyka Arystotelesa z punktu widzenia współczesnej logiki formalnej*, Warszawa 1988.

[13] J. Łukasiewicz, *O determinizmie*, s. 125.

[14] B. Sobociński, *Jan Łukasiewicz*, s. 37.

[15] J. Woleński, *Koncepcje logiki w Szkole Lwowsko-Warszawskiej*, w: W. Tyburski, R. Wiśniewski (red.), *Polska filozofia analityczna. W kręgu Szkoły Lwowsko-Warszawskiej*, Toruń 1999, s. 69.

szedł on znaczną ewolucję poglądów na ten temat. Początkowo podkreślał bardzo ścisły związek między logiką a doświadczeniem, licząc na to, że ono w końcu rozstrzygnie, która logika obowiązuje. Łukasiewicz nie przesądzał, który z systemów logiki — ale wierzył, że tylko jeden — jest „zrealizowany w świecie rzeczywistym, czyli jest realny". Pisał w tej sprawie (1936):

> Nie wiemy dziś wprawdzie, który to jest system, ale nie wątpię, że badania empiryczne wykażą kiedyś (…) czy związek jednych faktów z drugimi odpowiada logice dwuwartościowej, czy jakiejś wielowartościowej.[16]

Rok później bardziej podkreślał już aprioryczny, koniecznościowy charakter logiki, a jej związek z doświadczeniem ograniczał do fundamentalnych założeń ontologicznych. Pogląd ten wyraził słowami:

> Nie myślałem (…) o tym, by sprawdzać pragmatystycznie prawdziwość systemów logicznych. Sprawdzenia takiego systemy te nie potrzebują. Wiem dobrze, że wszystkie systemy logiczne, które tworzymy, są przy tych założeniach, przy jakich je tworzymy, z konieczności prawdziwe. Chodzić może tylko o sprawdzenie założeń ontologicznych tkwiących gdzieś na dnie logiki.[17]

Te założenia to na przykład zasada dwu- lub wielowartościowości.

Pod koniec życia Łukasiewicz skłaniał się wyraźnie ku instrumentalizmowi. W artykule *O intuicjonistycznym rachunku zdań* pisze znamienne słowa odzwierciedlające jego ówczesny (1952) pogląd na wielość rachunków logicznych:

> Nie mamy sposobu rozstrzygnięcia, który z n-wartościowych systemów logiki ($n \geq 2$), jest prawdziwy. Logika nie jest nauką o prawach myślenia lub o jakimś realnym przedmiocie; jest ona, według mego zdania, tylko narzędziem, które pozwala nam wyciągnąć uznane wnioski z uznanych przesłanek (…) Im bardziej przydatny i bogaty jest system logiczny, tym jest on wartościowszy.[18]

W 1953 r. Łukasiewicz stwierdził radykalnie, iż nigdy nie będziemy w stanie rozstrzygnąć, który system logiki jest prawdziwy.[19] Ostatecznie w logice jesteśmy skazani na konwencjonalizm i pragmatyzm.

O klasycznym rachunku zdań Łukasiewicz mówił, że jest to najstarszy i najprostszy system logiczny, dlatego też jest najlepiej znany i szeroko stosowany, natomiast nie przemawiają za nim poważniejsze względy merytoryczne. Był przekonany, że dla pewnych celów, na przykład do charakterystyki stanów modalnych, bardziej odpowiedni i przydatny może być system, dla którego adekwatna matryca jest n-wartościowa ($n>2$).[20] Z kolei do analizy pewnych subtelnych problemów na gruncie matematyki najbardziej użyteczna może być, zdaniem Łukasiewicza, logika intuicjo-

---

[16] J. Łukasiewicz, *Logistyka a filozofia*, w: tenże, *Z zagadnień logiki i filozofii*, s. 206-207.

[17] J. Łukasiewicz, *W obronie logistyki*, s. 218.

[18] J. Łukasiewicz, *O intuicjonistycznym rachunku zdań*, w: tenże, *Z zagadnień logiki i filozofii*, s. 267.

[19] J. Łukasiewicz, *System logiki modalnej*, s. 296.

[20] J. Łukasiewicz, *O intuicjonistycznym*, s. 267.

nistyczna. Tę ostatnią cenił on najwyżej z wszystkich znanych systemów wielowartościowych jako najbardziej intuicyjną i elegancką.[21]

3. WIELOWARTOŚCIOWOŚĆ LOGIKI INTUICJONISTYCZNEJ

Nie tylko w ocenie Łukasiewicza, ale również w opinii współczesnych autorów logika intuicjonistyczna zajmuje uprzywilejowaną pozycję i stanowi poważną konkurencję, zwłaszcza jako środek dowodowy, dla logiki dwuwartościowej. W *Elementarnym słowniku logiki formalnej* czytamy, że „wartość poznawcza logik wielowartościowych (…) jest niewielka, jeśli pominąć logikę intuicjonistyczną".[22] Znane są niekwestionowane dziedziny zastosowań tej logiki — są nimi teorie matematyczne: analiza matematyczna oraz teoria mnogości. Matematyka intuicjonistyczna dopuszcza tylko konstruktywne środki dowodowe, a logika intuicjonistyczna — wtórna wobec matematyki — uogólnia i kodyfikuje uniwersalnie poprawne metody konstrukcji.

Można spotkać też opinie, że logika intuicjonistyczna przy bliższym poznaniu wydaje się systemem naturalnym z intuicyjnego punktu widzenia, w przeciwieństwie do innych logik wielowartościowych, które nieraz sprawiają wrażenie sztucznych tworów.[23] Podobne zdanie wyraził (już w 1931 r.) Zygmunt Zawirski, dla którego jest ona bliższa intuicji niż chociażby systemy Łukasiewicza czyniące „nadmierny wyłom w prawach logiki"[24] z powodu braku takich praw jak prawo wyłączonego środka i prawo niesprzeczności.

Problemem, jaki należałoby w tym miejscu zasygnalizować, jest stosunek rachunku intuicjonistycznego do zasady dwu- i wielowartościowości, innymi słowy pytanie: ilo-wartościowy jest ten rachunek. Pierwotne motywacje, jakie doprowadziły do powstania rachunku intuicjonistycznego, nie nawiązywały wcale do sprawy liczby wartości logicznych jego matrycy charakterystycznej, czyli nie były sprzężone z wielowartościowością. Arend Heyting zbudował swój system metodą aksjomatyczną, jednak pod koniec pracy *Die formalen Regeln der intuitionistischen Logik* użył matryc trójwartościowych, aby wykazać, że zasady podwójnej negacji i wyłączonego środka nie dadzą się w tym systemie dowieść. Okazało się jednak, że istnieją formuły spełnione w matrycy, a niewynikające z aksjomatów.[25] Dopiero Kurt

[21] Tamże.

[22] W. Pogorzelski, *Elementarny słownik logiki formalnej*, Białystok 1992, s. 293.

[23] A. Grzegorczyk, *Nieklasyczne rachunki zdań a metodologiczne schematy badania naukowego i definicje pojęć asertywnych*, „Studia Logica" 20 (1967), s. 117.

[24] Z. Zawirski, *Jan Łukasiewicz 3-valued logic. On the logic of L.E.J. Brouwer. Attempts at applications of many-valued logic to contemporary natural science*, „Sprawozdania Poznańskiego Towarzystwa Przyjaciół Nauk" 2-4 (1931), s. 1-8.

[25] Łukasiewicz skonstruował nową logikę trójwartościową, zachowując matrycę Heytinga i zmieniając aksjomaty; występuje ona w literaturze pod nazwą logiki Heytinga-Łukasiewicza.

Gödel w 1932 r. udowodnił, że adekwatna matryca dla logiki intuicjonistycznej Heytinga musi być nieskończenie wielowartościowa.[26]

Jeśli o wartościowości logiki stanowi ilość elementów uniwersum jej matrycy charakterystycznej,[27] to logikę intuicjonistyczną, podobnie zresztą jak modalną, należałoby uznać za nieskończenie wielowartościową. Trzeba jednak pamiętać, że charakterystyka matrycowa jest charakterystyką syntaktyczną, czysto formalną, i nie musi gwarantować istnienia semantycznych korelatów wartości logicznych tej matrycy.[28] Heyting wyraźnie zaznaczył, że błędem byłoby uważać jego system logiczny za jakąś logikę wielowartościową, w tym sensie, jakoby ta logika rozważała jakieś zdania ani prawdziwe, ani fałszywe, lecz posiadające trzecią wartość logiczną, obok prawdy i fałszu. Zawiera ona tylko zdania, co do których nie wiadomo, czy są prawdziwe czy fałszywe, jak na przykład prawo wyłączonego środka — to, że nie da się ono zastosować w pewnych kontekstach, to jest teza o logice, a nie teza należąca do twierdzeń logicznych.[29] We współczesnej literaturze logiczno-filozoficznej istnieje tendencja, aby takiej sytuacji nie klasyfikować jako wielowartościowości logiki, w odróżnieniu od takich logik, dla których matryca więcej niż dwuwartościowa (i niesprowadzalna do dwuwartościowej) była punktem wyjścia ich budowy.

Ludwik Borkowski wyjaśnia, że z pomieszania tych dwóch płaszczyzn, tj. syntaktycznej i semantycznej, biorą się pewne nieporozumienia co do klasyfikacji jakiejś logiki jako dwu- lub wielowartościowej. Charakterystyka matrycowa systemu jest taką jego charakterystyką algebraiczną, przy której wartości matrycy nie muszą być interpretowane semantycznie.[30] Źródło nieporozumień tkwi często w utożsamieniu pojęcia spełniania w matrycy i pojęcia prawdziwości w modelu (utożsamienie tych pojęć jest możliwe w klasycznym rachunku zdań, jako że tam te warunki pokrywają się i dlatego wartości matrycy można interpretować semantycznie jako prawdziwość i fałszywość). Tak więc budowanie systemu, dla którego nie istnieje adekwatna matryca dwuwartościowa, nie musi być związane z odrzuceniem zasady dwuwartościowości i z przyjęciem, że podział zdań na prawdziwe i fałszywe nie jest zupełny.[31]

---

[26] K. Gödel, *Zum intuitionistischen Aussagenkalkül*, w: tenże, *Collected Works*, vol. I. *Publications 1929-1936*, Clarendon Press, Oxford 1986, s. 222-225. Szkic tego dowodu w: Z. Zawirski, *Geneza i rozwój logiki intuicjonistycznej*, „Kwartalnik Filozoficzny" 16 (1939/46), z. 2-4, s. 205.

[27] Wydaje mi się, że z taką tezą zgodziłby się Łukasiewicz, otwarcie przyjmuje ją Grzegorz Malinowski.

[28] Jest to pewne sformułowanie tezy Suszki, uchylającej paradygmat Fregego głoszący, że korelaty semantyczne są identyczne z wartościami logicznymi.

[29] T. Kotarbiński, *Wykłady z dziejów logiki*, Warszawa 1985, s. 123.

[30] L. Borkowski, *Kilka uwag o zasadzie dwuwartościowości i logikach wielowartościowych*, w: tenże, *Studia logiczne*, Lublin 1990, s. 471.

[31] Przez wprowadzenie do logiki klasycznej nowych, nieekstensjonalnych funktorów, na przykład modalnych lub epistemicznych, również można dojść do otrzymania wielowartościowych matryc charakterystycznych.

Warto wspomnieć, że Susan Haack w monografii *Deviant Logic* odróżnia logikę intuicjonistyczną od logik wielowartościowych, niemniej tak jedną, jak i drugie, zalicza do logik dewiacyjnych, czyli takich, które mają wspólny język z logiką klasyczną, lecz różnią się zbiorem twierdzeń. Zalicza je do logik alternatywnych w sensie mocnym, czyli logik faktycznie konkurujących z logiką klasyczną.[32] Rozważa także zagadnienie zakresu rewizji logiki klasycznej, wyróżniając zakres globalny (konkurencyjność we wszystkich zastosowaniach) oraz lokalny (tylko w niektórych dziedzinach). Kluczowa w tej kwestii jest również podstawa preferencji danej logiki — podstawą tą może być prawda (podejście realistyczne) lub użyteczność (podejście pragmatyczne). Zajmowanie się logiką bez uznawania, że jest to „opis” świata (lub jakiegoś jego fragmentu) jest współcześnie częściej spotykane, chociaż twórca logiki, Arystoteles, był odmiennego zdania. Zwolennicy logiki intuicjonistycznej o wiele częściej niż zwolennicy różnego rodzaju logik wielowartościowych dążą do uzasadnienia jej obowiązywalności i „wyższości” nad rachunkiem klasycznym, na lokalnym obszarze. W dalszej części rozważań nad stosowalnością logik wielowartościowych pominie się zatem logikę intuicjonistyczną jako wymagającą osobnego potraktowania.

4. WYBRANE SYSTEMY LOGIK WIELOWARTOŚCIOWYCH

Logika wielowartościowa dziś — to ogromna struktura składająca się z dziesiątków bardzo zróżnicowanych i skomplikowanych systemów. Celowa zatem będzie krótka prezentacja tych spośród nich, które znajdują się w centrum zainteresowania logików lub przedstawiają wartość historyczną.[33]

Najważniejszą grupę, ze względów historycznych i prób ich zastosowania, stanowią rachunki trójwartościowe, w szczególności rozważana wcześniej logika trójwartościowa Łukasiewicza ($Ł_3$). Charakteryzują ją następujące matryce:

A	¬A
*p	f
i	i
f	p

→	p	i	f
p	p	i	f
i	p	p	i
f	p	p	p

∧	p	i	f
p	p	i	f
i	i	i	f
f	f	f	f

∨	p	i	f
p	p	p	p
i	p	i	i
f	p	i	f

(* wskazuje wartość wyróżnioną)

32 Do logik alternatywnych w sensie słabym należą rozszerzenia logiki klasycznej. S. Haack, *Deviant Logic*, Cambridge 1974, s. 7.

33 Obszerną charakterystykę systemów wielowartościowych od strony formalnej zawiera praca: P. Borowik, *Wybrane klasy logik skończenie wielowartościowych. Pewne formalizmy odrzucania wyrażeń*, Częstochowa 2003.

Wartościowaniem zbioru formuł *For* w $Ł_3$ jest dowolna funkcja *v*: $For \to \{p,i,f\}$, „zgodna" z powyższymi tabelkami, tautologią zaś jest każda formuła, która przy dowolnym wartościowaniu *v* przyjmuje wartość wyróżnioną.

System $Ł_3$ różni się zasadniczo od klasycznego rachunku zdań. Z jednej strony, pewne prawa logiki klasycznej nie są tautologiami $Ł_3$, z drugiej zaś niektóre klasycznie sprzeczne formuły (kontrtautologie) są niesprzeczne w logice $Ł_3$. Do formuł pierwszego rodzaju należą $\alpha \lor \neg\alpha$ i $\neg(\alpha \land \neg\alpha)$, które mają wartość *i*, gdy „α" przyjmuje tę wartość. Przykładem klasycznej kontrtautologii niesprzecznej w $Ł_3$ jest formuła: $\alpha \equiv \neg\alpha$. Natomiast prawo tożsamości jest prawem tego systemu, ponieważ tabelka przypisuje implikacji wartość *p*, nawet gdy poprzednik i następnik mają wartość *i*.

Stephen Cole Kleene i D. A. Boczwar są twórcami oryginalnych trójwartościowych konstrukcji logicznych motywowanych epistemologicznie: niedookreślonością, bezsensownością i nierozstrzygalnością niektórych zdań na określonym etapie poznania naukowego.

Logika trójwartościowa Kleenego różni się od $Ł_3$, jeśli chodzi o implikację.

→	p	i	f
p	p	i	f
i	p	i	i
f	p	p	p

W przeciwieństwie do Łukasiewiczowskiej nie zachowuje praw tożsamości: $\alpha \to \alpha$ i $\alpha \equiv \alpha$. Kleene nie uważał *i* za wartość pośrednią, miała ona raczej reprezentować „nierozstrzygalne". Wartość tę przyjmowałyby formuły matematyczne, które mimo że są albo prawdziwe, albo fałszywe, nie są ani dowodliwe, ani obalalne. Matryce Kleenego opierają się na zasadzie głoszącej, że gdzie prawdziwość lub fałszywość jednego z argumentów wystarcza, by stwierdzić prawdziwość lub fałszywość formuły złożonej, formuła ta winna przyjąć tę właśnie wartość, nawet jeśli zawiera ona inne, nierozstrzygalne argumenty; w przeciwnym razie formuła złożona jest nierozstrzygalna.

W późniejszej monografii *Introduction to Metamathematics* Kleene nazywa opisane wyżej funktory „silnymi" i oprócz nich wprowadza „słabe" funktory implikacji, koniunkcji i alternatywy, charakteryzując je tabelkami:[34]

→	p	i	f
p	p	i	f
i	i	i	i
f	p	i	p

∧	p	i	f
p	p	i	f
i	i	i	i
f	f	i	f

∨	p	i	p
p	p	i	p
i	i	i	i
f	p	i	f

[34] G. Malinowski, *Logiki wielowartościowe*, Warszawa 1990, s. 64-67.

Nowe tabelki mają opisywać użycie funktorów w odniesieniu do tych arytmetycznych form zdaniowych, których podstawową cechą jest rekurencyjność, czyli rozstrzygalność ich statusu prawdziwościowego przy użyciu efektywnych procedur obliczeniowych. Tabelki „słabych" funktorów zbudowane są wedle zasady: pojawienie się wartości *i* powoduje, że cała formuła przyjmuje wartość *i* — trzecia wartość jest „zaraźliwa". Arytmetycznym odpowiednikiem tej zasady jest reguła, że niezdeterminowanie na jakimś etapie obliczania czyni całą procedurę niezdeterminowaną.[35]

U podstaw konstrukcji systemu Boczwara leży zamysł rozwiązania paradoksów semantycznych, a sama konstrukcja jest „dwupoziomowa" — jedna warstwa pokrywa się ze słabą logiką Kleenego, druga — to logika klasyczna. Jej podstawą jest podział zdań na sensowne (takie, które są prawdziwe albo fałszywe) i bezsensowne (niepodlegające ocenie z punktu widzenia prawdy i fałszu). W logice Boczwara występują dwa rodzaje spójników: wewnętrzne i zewnętrzne; w obydwu grupach znajdują się odpowiedniki zwykłych funktorów negacji, koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności. Funktory wewnętrzne są zachowawczymi uogólnieniami funktorów klasycznych, natomiast zewnętrzne mają charakter metajęzykowy i przy ich użyciu opisywane są zależności między wartościami logicznymi zdań, które łączą. Do scharakteryzowania obu grup funktorów Boczwar wprowadził matryce trójwartościowe. Wewnętrzne spójniki „pokrywają się" ze „słabymi" spójnikami Kleenego (tabelki poszczególnych spójników obu logik są identyczne), podobnie rządząca nimi reguła jest repliką zasady Kleenego: zdanie złożone zawierające choć jeden bezsensowny składnik jest bezsensowne, w pozostałych przypadkach jego wartość logiczna jest wyznaczona klasycznie.

Logika oparta na opisanych wyżej matrycach byłaby logiką bez tautologii. Żadna formuła nie może bowiem przybierać wartości *p* przy wszystkich wartościowaniach jej zmiennych, gdyż gdziekolwiek pojawi się wartość *i*, staje się ona wartością całej formuły. Boczwar dodaje więc operator asercji (oznaczony symbolem T), który znaczy „prawdą jest, że …"

A	TA
p	p
i	f
f	f

Umożliwia mu to definiowanie funktorów zewnętrznych ($\sim, \times, +, \supset$) w następujący sposób: $\sim A = \neg TA$, $A \times B = TA \wedge TB$, $A + B = TA \vee TB$, $A \supset B = TA \to TB$. W rezultacie matryce dla funktorów zewnętrznych dają zawsze albo prawdę, albo fałsz i tylko klasyczne tautologie stale przyjmują wartość *p* przy wszystkich wartościowaniach ich składowych. Matryce dla funktorów zewnętrznych są więc trójwartościowymi tabelami logiki dwuwartościowej, gdzie *f* oraz *i* to rodzaje fałszu.

[35] Tamże, s. 67.

Wszystkie przedstawione do tej pory logiki posiadają matryce spełniające postulat normalności w rozumieniu Reschera. Tam mianowicie, gdzie formuła złożona ma tylko prawdziwe lub fałszywe argumenty, tabelki trójwartościowe przypisują jej tę samą wartość, co tabelki klasyczne.[36] Z rachunków nieczyniących zadość temu postulatowi warto wymienić logiki Posta, w których występuje cykliczna negacja, scharakteryzowana przez tabelkę:

A	¬A
t_1	t_2
t_2	t_3
:	:
:	:
t_n	t_1

5. RODZAJE ARGUMENTACJI ZA OBOWIĄZYWALNOŚCIĄ LOGIK WIELOWARTOŚCIOWYCH

Trudno dziś spotkać logika, który by postulował jakąś globalną logikę wielowartościową. Wszelkie postulaty dotyczą raczej zastosowań lokalnych, dla specjalnych celów. Haack wyróżnia sześć rodzajów argumentacji w obronie logik wielowartościowych. Ogólnie można je podzielić na takie, w których motywacje za rewizją logiki klasycznej pochodzą z filozofii, oraz takie, w których pojawiają się one na terenie innych nauk: matematyki, fizyki lub informatyki. Haack nazywa te argumentacje, wskazując obszary wymagające (lub rzekomo wymagające) zastosowania jakiejś postaci logiki wielowartościowej. Są to: niekonieczne zdania o przyszłości, paradoksy semantyczne, bezsensowność, sens bez denotacji, zdania nierozstrzygalne oraz mechanika kwantowa.[37] Można dodać do tego zastosowania logik wielowartościowych w cybernetyce i teorii maszyn matematycznych, a także do badania nieostrości wyrażeń.* Znany jest też system logiki 4-wartościowej, skonstruowany przez Leonarda S. Rogowskiego, aby wyrazić intuicje zawarte w heglowskiej koncepcji zmiany.[38]

Wspomniano wyżej o argumentacji samego Łukasiewicza odwołującej się do niekoniecznych zdań o przyszłości. Haack rekonstruuje ją następująco. Przypuśćmy, że prawdą jest w chwili obecnej, że będę w Warszawie w przyszłym roku 21 grudnia

---

[36] Czyli matryce trójwartościowe są takie same jak klasyczne dla narożnych pozycji tych matryc.

[37] S. Haack, *Philosophy of Logics*, New York 1978, s. 208-213.

* Przykład zastosowania trójwartościowej logiki Kleenego do rozwiązywania problemu nieostrości podaje np. J. Odrowąż-Sypniewska w monografii *Zagadnienie nieostrości*, Biblioteka *Filozofii Nauki*, Wydawnictwo WFiS UW, Warszawa 2000 (przyp. red.).

[38] Chodzi o pracę L. S. Rogowski, *Logika kierunkowa a Heglowska teza o sprzeczności zmiany*, Toruń 1964.

w południe. Znaczy to, że nie mogę nie być wtedy w Warszawie, czyli jest konieczne, abym był w Warszawie w przyszłym roku 21 grudnia w południe. Z drugiej strony, przypuśćmy, że jest obecnie fałszem, że będę wtedy w Warszawie, czyli nie mogę być wtedy w Warszawie, a to znaczy, że jest niemożliwe, abym był w Warszawie 21 grudnia w południe. Tak więc, jeśli w chwili obecnej jest prawdą albo fałszem, że będę wtedy w Warszawie, to jest albo konieczne, albo niemożliwe, że będę wtedy właśnie w Warszawie. Jedynym sposobem uniknięcia tego fatalistycznego (deterministycznego) wniosku jest dla Łukasiewicza uznanie zdań o przyszłości przypadkowej, niezdeterminowanej, za ani prawdziwe, ani fałszywe, zanim nastąpi dane zdarzenie. Dwuwartościowość trzeba zatem odrzucić.

Rozumowanie powyższe jest, zdaniem Haack, niepoprawne, gdyż opiera się na paradoksie modalnym polegającym na przejściu od zdania (które jest prawdziwe): „Koniecznie (jeśli jest teraz prawdą [fałszem], że będę w Warszawie w przyszłym roku 21 grudnia w południe, to [nie] będę w Warszawie w przyszłym roku 21 grudnia w południe)" do zdania: „Jeśli jest teraz prawdą [fałszem], że będę w Warszawie w przyszłym roku 21 grudnia w południe, to koniecznie [nie] będę w Warszawie w przyszłym roku 21 grudnia w południe". Przejście od $L(A \rightarrow B)$ do $A \rightarrow LB$ (gdzie L jest funktorem konieczności) jest oczywiście nieuprawnione,[39] a więc fatalizm nie jest konsekwencją dwuwartościowości, nie ma zatem powodu do odrzucania logiki klasycznej.

Logika Boczwara została skonstruowana z zamiarem rozwiązania paradoksów semantycznych. Do najbardziej znanych z nich należy paradoks kłamcy: „To zdanie jest fałszywe" jest prawdziwe, jeśli jest fałszywe, i fałszywe, jeśli jest prawdziwe. Boczwar zaproponował, aby nie przypisywać mu klasycznych wartości: prawdy czy fałszu, lecz trzecią wartość — „paradoksalne" albo „bezsensowne". Według Haack, takie podejście to wchodzenie z deszczu — paradoks kłamcy — pod rynnę — podwójny paradoks kłamcy: „To zdanie jest albo fałszywe, albo paradoksalne" jest prawdziwe, jeśli jest fałszywe albo paradoksalne, i fałszywe, jeśli paradoksalne albo prawdziwe.

Haack wspomina następnie o argumentacji za potrzebą wprowadzenia logiki wielowartościowej, odwołującej się do zdań bezsensownych. Do opisu tego typu zdań miałaby służyć tzw. logika nonsensu Sörena Halldéna, która posiada takie same tabelki jak u Boczwara dla funktorów wewnętrznych, gdzie trzecia wartość — „bezsensowne" przechodzi na całą dowolną formułę złożoną, jeśli którejkolwiek jej składowej zostanie przypisana. Ten „zaraźliwy" charakter trzeciej wartości ma dość zaskakującą konsekwencję, mianowicie nie ma żadnych formuł dobrze zbudowanych, przy użyciu samych funktorów wewnętrznych, które przyjmują wartość prawdy dla wszystkich wartościowań ich argumentów. Podsumowując ten sposób argu-

[39] Nie ma poprawnego przejścia np. od $L(p \wedge q \rightarrow p)$ do $p \wedge q \rightarrow Lp$.

mentacji, autorka *Philosophy of Logics* stwierdza, że całe przedsięwzięcie „logik bezsensu" wydaje się jej ogromną pomyłką.[40]

Kolejnym obszarem, w którym miałaby zastosowanie logika Boczwara, jest język formalny zawierający pojęcia bezdenotacyjne. Dokładniej mówiąc, logika ta, zdaniem Haack, byłaby potrzebna, gdyby teoria Fregego zawierała również pojęcia bezdenotacyjne (Frege zastrzegł się, że takich pojęć nie zawiera). Frege utrzymywał, że denotacja (sens) wyrażenia złożonego zależy od denotacji (sensów) jego komponentów. Zdanie zawierające pojęcie, które nie ma denotacji, nie posiada wartości logicznej, a zdanie złożone, którego komponent nie ma wartości logicznej, również jej nie posiada. W logice trójwartościowej Boczwara przypisanie formule trzeciej wartości logicznej nie znaczy, że posiada ona wartość pośrednią, lecz że wcale nie ma wartości logicznej.[41] Matryce dla funktorów wewnętrznych nie przypisują żadnej wartości logicznej formule złożonej, jeśli dowolny jej komponent nie ma wartości logicznej, co odpowiada Fregowskiej zasadzie, że wyrażenie złożone nie ma denotacji, gdy jakiś jego komponent nie ma denotacji. Haack sądzi, że logika Boczwara doskonale przedstawia system formalny, który byłby rezultatem przyjęcia teorii sensu i denotacji Fregego. To, czy fakt ten przemawia za obowiązywalnością trójwartościowej logiki, zależy od akceptacji przedstawionego ujęcia wyrażeń bezdenotacyjnych.

Logika Kleenego, w zamierzeniu twórcy, miała dotyczyć nierozstrzygalnych zdań matematycznych. Trzecia wartość reprezentuje „nierozstrzygalne" — przypisanie jej formule nie znaczy, że nie jest ona ani prawdziwa, ani fałszywa, tylko że nie można stwierdzić, jaką ma wartość logiczną. Formuły nierozstrzygalne, w opinii Kleenego, są albo prawdziwe, albo fałszywe, i z tego powodu przyjmuje on zasadę, że formuła złożona zawierająca nierozstrzygalny komponent może być rozstrzygalna, jeśli wartości innych komponentów wystarczają, by stwierdzić, czy jest ona prawdziwa, czy fałszywa.[42] Zdaniem Haack, motywacje filozoficzne przyjęcia logiki trójwartościowej Kleenego są dość typowe, a sama logika nie stanowi, jak się wydaje, zagrożenia dla logiki klasycznej.

W literaturze przedmiotu najwięcej miejsca poświęca się argumentacji za stosowalnością logik wielowartościowych pochodzącej z mechaniki kwantowej. Pierwsze tego typu próby podjął Zawirski.[43] W 1931 r. pisał, iż „logika trójwartościowa daje jedynie możliwy sposób zrozumienia teorii komplementarności" oraz że „formuły nieoznaczoności Heisenberga i statyczny charakter praw fizyki, zmuszają nas do stosowania logiki nieskończenie-wielowartościowej".[44] Następne próby czynili m.in.

---

[40] S. Haack, *Philosophy of Logics*, s. 211.

[41] Ta sugestia pochodzi od T. J. Smiley'a. Por. T. J. Smiley, *Sense without denotation*, „Analysis" 20 (1960).

[42] Dla przykładu, jeśli p=*i* (p jest nierozstrzygalne), q=*t* (q jest prawdziwe), to $p \vee q = t$.

[43] Do przedwojennych, intuicyjnych idei Zawirskiego nawiązują współcześni fizycy, obdarzając je jednak solidną podbudową matematyczną.

[44] Z. Zawirski, *Próby stosowania logiki wielowartościowej do współczesnego przyrodoznawstwa*, „Sprawozdania Poznańskiego Towarzystwa Przyjaciół Nauk" 4 (1931), s. 40-42. S. Kiczuk

Fritz Zwicky, Paulette Destouches-Février, Carl Friedrich von Weizsäcker, Hans Reichenbach.[45] Haack prezentuje argumentację tego ostatniego za przyjęciem nieco zmodyfikowanej logiki trójwartościowej Łukasiewicza.

Rozumowanie Reichenbacha,[46] w interpretacji Haack, ma następującą strukturę: na gruncie logiki klasycznej mechanika kwantowa ma niemożliwe do przyjęcia konsekwencje — tzw. anomalie przyczynowe.[47] Anomalii tych można uniknąć, nie ingerując w mechanikę kwantową ani w fizykę klasyczną, jeżeli przyjmie się logikę trójwartościową zamiast dwuwartościowej. Reichenbach, podobnie jak Łukasiewicz, odczytuje trzecią wartość jako „nieokreślone", lecz przypisuje ją innego rodzaju zdaniom.

Właściwością mechaniki kwantowej jest to, że chociaż da się zmierzyć położenie i pęd cząstki, niemożliwe jest równoczesne ich zmierzenie. Niels Bohr i Werner Heisenberg sugerowali, aby twierdzenia mówiące zarówno o położeniu cząstki, jak i pędzie w danym czasie, uważać za bezsensowne lub źle sformułowane. Natomiast Reichenbach uważa je za sensowne, lecz ani prawdziwe, ani fałszywe, tylko nieokreślone.

Zdaniem Haack, argumentacja Reichenbacha budzi wiele wątpliwości, na przykład, czy trudności, z powodu których chce on modyfikować logikę, są autentyczne i czy jest metodologicznie właściwe, by modyfikować logikę po to, by uniknąć paradoksów w fizyce. Ponadto logika proponowana przez Reichenbacha przypisuje wartość „nieokreślone" nie tyko twierdzeniom powodującym anomalie, lecz także niektórym innym prawom. Haack konkluduje zatem, że jest wątpliwe, czy przedstawił on wystarczający powód przyjęcia logiki Łukasiewicza, choć nie wyklucza, że rozwój mechaniki kwantowej doprowadzi do przyjęcia jakiejś logiki nieklasycznej.

Należy wyraźnie stwierdzić, że w codziennej praktyce fizyka zajmującego się mikroświatem (na początku XXI w.) logika wielowartościowa nie ma zastosowania do rozwiązywania „bieżących" problemów. Niektórzy wprost piszą, iż „wnioskowa-

---

pisze, iż Zawirski nie wiedział, że teorie falowa i korpuskularna, dotyczące tego samego obiektu, nie są sprzeczne, lecz tylko przeciwne. Por. S. Kiczuk, *Stosowalność logik wielowartościowych w teoriach fizykalnych w ujęciu Z. Zawirskiego*, „Studia Philosophiae Christianae" 10 (1974), nr 2, s. 101-130 oraz tenże, *Zygmunta Zawirskiego koncepcja logiki mechaniki kwantowej*, „Roczniki Filozoficzne 23" (1975), z. 3, s. 75-94.

[45] Nie wspominamy tu o logice kwantowej G. Birkhoffa i J. von Neumanna, ponieważ jest to niedystrybutywna logika dwuwartościowa. Nowsze spojrzenie na logikę kwantową zob. J. Pykacz, *Quantum logic as a basic for computations*, „International Journal of Theoretical Physics" 39 (2000), s. 835-846.

[46] Przedstawione w pracach: H. Reichenbach, *The principle of anomaly in quantum mechanics*, „Dialectica" 2 (1948), s. 337-350, tenże, *Philosophic foundations of quantum mechanics*, Berkeley 1944 oraz tenże, *Les fondements logiques de la mécanique des quanta*, „Annales de l'Institut Henri Poincaré" 13 (1952-1953), s. 109-158.

[47] Chodzi o twierdzenia o zjawiskach mechaniki kwantowej przeczące klasycznym prawom fizyki dla przedmiotów obserwowalnych.

nie w nauce zawsze jest zgodne z prawami logiki klasycznej, bez względu na to, czy badamy obiekty kwantowe czy klasyczne".[48]

Grzegorz Malinowski wymienia inne, konkretne zastosowania logik wielowartościowych „o niekwestionowalnej wartości".[49] Zalicza do nich: zastosowanie matryc logicznych do dowodów niezależności i formalizacji funkcji intensjonalnych,[50] zastosowanie w teorii sieci elektrycznych[51] oraz w *computer science*. Wielowartościowość logiczna znalazła, zdaniem Malinowskiego, zastosowanie w teorii „architektury" komputerów (*hardware*) i oprogramowania (*software*). Opracowano teoretyczne podstawy zastosowania systemu wielowartościowego Rossera-Turquette'a w komputerowym wspomaganiu procesów projektowania i zarządzania.[52]

Haack podaje przykład 12-wartościowej logiki użytecznej przy tworzeniu programów komputerowych do obróbki materiału dotyczącego chorób roślin.[53] Wartości logiczne są tam interpretowane następująco: 1 — „prawdziwe w styczniu", …, 12 — „prawdziwe w grudniu". Można dzięki temu bardziej ekonomicznie klasyfikować zdania, na przykład: „Czerwone plamki pojawiają się" — wartość 2. Autorka zauważa, że zdania, którym przypisuje się dwie klasyczne wartości („Czerwone plamki

[48] J. Pykacz, *The Many-Valued Logic of Jan Łukasiewicz in the Foundations of Quantum Mechanics*, Gdańsk 2003, s. 63-64. Niemniej prowadzone są teoretyczne badania nad możliwością takiego przeformułowania podstaw mechaniki kwantowej, by była ona „oparta" na logice wielowartościowej. Pykacz dowodzi, że logika kwantowa w sensie Birkhoffa-von Neumanna jest izomorficzna z pewną rodziną wielowartościowych form zdaniowych z częściowo określonymi operacjami Łukasiewicza — możliwa jest więc unifikacja dwóch przeciwstawnych nurtów w logiczno-algebraicznych podstawach mechaniki kwantowej: wielowartościowego i dwuwartościowego. Operacje logiczne Łukasiewicza są jednak lepszymi modelami koniunkcji i alternatywy eksperymentalnie weryfikowalnych stwierdzeń dotyczących obiektów kwantowych niż używane dotychczas operacje kratowe kresu dolnego i górnego, w szczególności zastosowanie operacji Łukasiewicza pozwala na bardziej precyzyjny opis eksperymentów interferencyjnych. Zob. także: J. Pykacz, *Quantum logic as partial infinite-valued Łukasiewicz logic*, „International Journal of Theoretical Physics" 34 (1995), s. 1697-1710 oraz tenże, *Many-valued logics in foundations of quantum mechanics*, w: W. E. Herfel (red.), *Theories and Models in Scientific Processes*, Amsterdam 1995, s. 401-423.

[49] G. Malinowski, *Logiki wielowartościowe*, s. 120.

[50] Malinowski ma tu na myśli formalizację dokonaną przez J. Łosia, która pokazuje, że możliwe jest uzyskanie zgodnej z dwuwartościowymi intuicjami wielowartościowej interpretacji pewnych epistemicznych funkcji intensjonalnych. Zob. J. Łoś, *Logiki wielowartościowe a formalizacja funkcji intensjonalnych*, „Kwartalnik Filozoficzny" 17 (1948), s. 59-78.

[51] Wiadomo powszechnie, że algebry Boole'a są owocnie wykorzystywane w teorii sieci elektrycznych, czego efektem stały się konstrukcje maszyn liczących. Na tej samej zasadzie wielowartościowe algebry Posta i Moisila zastosowano w technice przełączników. Traktowanie wyrażeń tych algebr jako funkcji przełączania pozwala uzyskiwać różne techniki analizy i minimalizacji sieci o złożonych parametrach. Do najbardziej wymiernych korzyści płynących ze stosowania wielowartościowych analiz należy zaliczyć możliwość eliminacji zakłóceń przełączania poprzez (teoretyczną) syntezę sieci na drodze algebraicznej.

[52] M. A. Partyka, *Logika wielowartościowych procesów decyzyjnych*, Warszawa 2002.

[53] S. Haack, *Philosophy of Logics*, s. 214.

pojawiają się w styczniu" itd.) oraz te, którym przypisuje się 12 wartości nieklasycznych („Czerwone plamki pojawiają się") różnią się od siebie. To z kolei prowadzi do bardziej ogólnego i ważnego wniosku, mianowicie to, co wygląda na przypisywanie niestandardowych wartości standardowym formułom może okazać się wytłumaczalne jako przypisywanie standardowych wartości niestandardowym formułom.

6. UWAGI KOŃCOWE

Po zbadaniu wszystkich poważniejszych argumentów Haack stwierdza, że propozycje logik wielowartościowych wynikają z nieporozumień dotyczących nośników prawdy. Jej zdaniem najbardziej przekonujące argumenty to te, gdzie wartości pośrednie rozumiane są jako warianty epistemologiczne klasycznych wartości logicznych, jako przypisanie klasycznych wartości nieklasycznym ich nośnikom, albo jako brak klasycznej wartości logicznej.

Przyjrzyjmy się nieco dokładniej argumentacji Łukasiewicza za wprowadzeniem logiki trójwartościowej. Argumentacji tej postawiono wiele zarzutów. Arthur Norman Prior wskazał, że przy takim, jak w systemie $Ł_3$, rozumieniu funktorów koniunkcja dwóch zdań sprzecznych posiadających trzecią wartość logiczną nie jest odrzucona, co powinno nastąpić zgodnie z powszechnymi intuicjami dotyczącymi koniunkcji.[54] W Polsce już Tadeusz Kotarbiński wypowiedział się nader sceptycznie o nadziejach Łukasiewicza na obalenie determinizmu za pomocą logiki wielowartościowej, chociaż o samej tej logice przyznał, iż stanowi ona interesujące osiągnięcie. Sobociński oraz Aleksander Zinowiew wskazywali, że aby skonstruować logikę trój- czy wielowartościową trzeba posługiwać się intuicyjnie zakładaną logiką dwuwartościową.

Inni autorzy twierdzą, że Łukasiewicz nie wzbogacił podziału zdań na prawdziwe i fałszywe o nowy człon. Według Romana Suszki logika Łukasiewicza (i każda inna strukturalna logika) jest logicznie dwuwartościowa, trzy zaś wartości matryc wskazują trzy możliwe korelaty semantyczne zdań (trzy referenty), z których jeden zachodzi (wartość *p*), dwa zaś pozostałe nie zachodzą (*i*, *f*).[55]

Klasyczny podział zdań co do wartości logicznych na prawdziwe i fałszywe nie może być uzupełniany, podobnie jak nie może być uzupełniany podział: byt — niebyt, z uwagi na jego dychotomiczność. Jest to, zdaniem Suszki, podział fundamentalny, zakładający klasyczną koncepcję prawdy i wiążący się z najbardziej istotnym

---

[54] A. N. Prior, *Three-valued logic and future contingents*, „The Philosophical Quarterly" 3 (1953), s. 326. Uzasadnione jest więc podejrzewanie negacji i (lub) koniunkcji logiki $Ł_3$ o jakieś idiosynkrazje znaczeniowe.

[55] R. Suszko, *The Fregean Axiom and Polish mathematical logic in the 1920's*, „Studia Logica" 36 (1977), s. 377-380. Z tezą Suszki polemizuje Malinowski uważając, że każda strukturalna logika jest logicznie trój- lub dwuwartościowa. Zob. G. Malinowski, *Suszko i wielowartościowość*, w: M. Omyła (red.), *Idee logiczne Romana Suszki*, Warszawa 2001, s. 151-160.

dla rachunku logicznego podziałem wyrażeń na tautologie i nie-tautologie.[56] Zgodnie z klasyczną koncepcją prawdy albo zachodzi *adequatio* — zgodność poznania z rzeczywistością — albo nie zachodzi.[57] Innymi słowy, pomiędzy *adequatio* a jej brakiem, podobnie jak między sprzecznymi stanami rzeczy, nie może być nic pośredniego. Podział fundamentalny jest podziałem zastanym w języku naturalnymi i odgrywa podstawową rolę w klasycznej teorii wnioskowań. Według Suszki dla charakterystyki pojęcia wynikania semantycznego mają znaczenie tylko dwa zbiory: zbiór, którego jedynym elementem jest wartość wyróżniona — prawda, oraz dopełnienie tego zbioru, czyli zbiór wartości niewyróżnionych, przy czym nie jest istotne, czy ten ostatni jest jedno- czy więcej elementowy.[58]

Zdaniem Suszki, istnieją dwa sposoby charakterystyki systemu przez matryce wielowartościowe, które nie naruszają fundamentalnego podziału zdań na prawdziwe i fałszywe. Chodzi o to, że podział fundamentalny nie wystarcza do pewnych celów badawczych, gdyż jest „zbyt gruby i niedokładny", dlatego może być on uzupełniany (wysubtelniany) przez inne podziały z nim zgodne. Podział jest niezgodny z podziałem fundamentalnym, jeśli w pewnym jego członie znajdują się dwa zdania, z których jedno jest prawdziwe, a drugie fałszywe. Podziałami zgodnymi z podziałem fundamentalnym są te podziały, które są od niego dokładniejsze. Otrzymujemy je przez skrzyżowanie z dowolnym podziałem ekstensjonalnym lub przez „rozdrobnienie" wartości prawdy i fałszu, uwzględnianych w matrycy związanej z podziałem fundamentalnym.[59]

Wedle Suszki, podział zdań implikowany przez matrycę systemu $Ł_3$ nie jest zgodny z podziałem fundamentalnym, gdyż w zbiorze zdań o wartości *i* (czyli w jednym członie podziału) mieszczą się sprzeczne zdania o zdarzeniach niezdeterminowanych (dla $p=i$, $\neg p=i$). Podział zdań implikowany przez matrycę Łukasiewicza nie jest zatem podziałem ze względu na wartości logiczne, lecz ze względu na to, co te zdania denotują. Suszko wskazuje, że Łukasiewicz w swojej logice uchylił nie zasadę dwuwartościowości, lecz aksjomat Fregego głoszący, że istnieją dwa korelaty semantyczne zdań: Prawda i Fałsz. Dlatego przeciwstawianie logiki wielowartościowej zasadzie dwuwartościowości i logice na niej opartej nie ma większego znaczenia.[60]

Można zapytać, czy każda logika jest dwuwartościowa w sensie Suszki. Wydaje się, że odpowiedź powinna być twierdząca, pod warunkiem, że dana logika jest nie-

---

[56] R. Suszko, *Formalna teoria wartości logicznych*, cz. I, „Studia Logica" 6 (1957), s. 226.

[57] Prawdziwość w sensie klasycznym jest niestopniowana, niezmienna, niezależna od tego, kto i w jakich okolicznościach uznaje dane zdanie. A. B. Stępień, *Wstęp do filozofii*, Lublin 1989, s. 126.

[58] Teza Suszki prowadzi do definiowania zbioru wartości logicznych jako minimalnego zbioru niezbędnego do charakterystyki pojęcia wynikania semantycznego.

[59] R. Suszko, *Formalna teoria wartości logicznych*, s. 226-228. H. Greniewski zwolenników logik wielowartościowych, które to logiki posiadają tak uzyskaną matrycę zalicza do „obozu dwuwartościowców". Por. H. Greniewski, 2^{n+1} *wartości logicznych*, „Studia Filozoficzne" 2 (1957), s. 91.

[60] R. Suszko, *Remarks on Łukasiewicz's three-valued logic*, „Bulletin of the Section of Logic" 4 (1975), s. 87-90.

sprzeczna i zawiera jakieś tezy. Przykładem logiki niezawierającej żadnej tezy jest trójwartościowy system nieokreśloności Kleene'ego oraz logika wewnętrzna Boczwara, z uwagi na „zaraźliwy" charakter trzeciej wartości *i*.

Niektórzy autorzy wskazywali także na fakt, iż logika $Ł_3$ jest niezgodna z filozoficznymi założeniami, które legły u podstaw jej konstrukcji. Borkowski dostrzegł ekwiwokacyjny charakter rozumowania Łukasiewicza, mianowicie brak rozróżnienia dwóch pojęć prawdy: absolutnego, niezrelatywizowanego do parametrów czasowych i zrelatywizowanego do czasu (dziś prawdziwe).[61] Twórca logiki $Ł_3$, nie zwracając dostatecznej uwagi na różnicę między „prawdziwy" i „dziś prawdziwy", ujął swoje stanowisko jako odrzucenie zupełności podziału zdań na prawdziwe i fałszywe, podczas gdy faktycznie wprowadził nowy podział zdań. Łukasiewicz podzielił zdania na: dziś prawdziwe (zdanie jest dziś prawdziwe, gdy dziś istnieją fakty, które spowodują zaistnienie stanu rzeczy opisywanego przez to zdanie), zdania dziś fałszywe (gdy dziś istnieją fakty, które wykluczają zaistnienie stanu rzeczy opisywanego przez zdanie) i zdania, które dziś nie są ani prawdziwe, ani fałszywe (gdy dziś nie istnieją ani fakty pierwszego rodzaju, ani fakty drugiego rodzaju).

Podział zdań zaproponowany przez Łukasiewicza w niczym nie narusza zasady dwuwartościowości. Borkowski pisze, iż zgodnie ze współcześnie sformułowaną w metalogice klasyczną definicją prawdy, pojęcie prawdziwości nie może być uzupełnione żadnymi określeniami czasowymi. Zdanie „Od dziś za rok będę w Warszawie" jest prawdziwe (w myśl klasycznej definicji prawdy), gdy od dziś za rok będę w Warszawie, a fałszywe, gdy od dziś za rok w Warszawie nie będę. Zdanie to, które według Łuaksiewicza ma trzecią wartość logiczną, jest — wedle Borkowskiego — prawdziwe lub fałszywe, choć nie jest ono ani dziś prawdziwe, ani dziś fałszywe. Łukasiewicz interpretował wartości swej trójwartościowej matrycy semantycznie, odwołując się do trójczłonowego podziału zdań o przyszłych zdarzeniach. Jednak jego ogólna charakterystyka logik wielowartościowych jest już czysto formalna, niezwiązana z żadną interpretacją wartości matrycy. Żadnej z wartości matrycy logiki $Ł_3$ nie można interpretować jako klasycznie pojętej prawdziwości (fałszywości). Zatem budując jakiś system logiki wielowartościowej (dla którego nie istnieje adekwatna matryca dwuwartościowa), nie musimy zakładać, że oprócz prawdy i fałszu istnieją inne wartości logiczne, jeśli termin „wartość logiczna" jest rozumiany semantycznie, podobnie jak terminy „prawda" i „fałsz".

Jakimś uzasadnieniem dla podziału zdań wprowadzonego przez Łukasiewicza byłoby kryterium podmiotowe, a nie ontologiczne. Dla podmiotu ważna jest przewidywalność zdarzeń zdeterminowanych. Trójpodział zdań systemu $Ł_3$ z perspektywy

[61] L. Borkowski, *Kilka uwag o zasadzie dwuwartościowości*, s. 473-474. Interesującą argumentację za tezą głoszącą, że krokiem zbytecznym było wprowadzenie przez Łukasiewicza trzeciej wartości logicznej jako środka mającego zapobiec popadnięciu w determinizm, podaje T. Placek, *„O determinizmie" J. Łukasiewicza po latach*, w: J. Perzanowski, A. Pietruszczak (red.), *Byt, Logos, Matematyka*, Toruń 1997, s. 199-207.

ontologicznej wydaje się nienaturalny, gdyż umieszcza w jednej grupie jakby byty z niebytami. Naturalny dla niego byłby podział zdarzeń na dające się przewidzieć i niedające się przewidzieć.[62] Podobnie na epistemologicznym podłożu oparty jest trójpodział zdań w logice Kleenego na zdania dowodliwe, obalalne i nierozstrzygalne. Wartości te — to, w terminologii Haack, warianty epistemologiczne klasycznych wartości logicznych. Z kolei w logice Boczwara mamy właściwie dwa podziały zdań na: sensowne i bezsensowne oraz prawdziwe i fałszywe. Tak jak w logice klasycznej, zdania bezsensowne nie podlegają ocenie pod względem prawdy i fałszu. Przypisanie im jakiejś trzeciej wartości logicznej jest sprawą całkowicie arbitralną i nie może sprawić, by podział fundamentalny był naruszony.

Kolejnym zarzutem pod adresem logiki trójwartościowej Łukasiewicza, wysuniętym przez Borkowskiego, jest fakt, iż w logice tej można udowodnić formułę głoszącą, że jeśli dwa zdania są możliwe, to możliwa jest ich koniunkcja. Jest ona oczywiście fałszywa, gdy zdarzenia opisywane przez te zdania wykluczają się.[63] Jeszcze inny problem związany z $Ł_3$ podniósł Tomasz Bigaj i nazwał go paradoksem implikacji. W logice tej implikacja dwóch zdań o zdarzeniach niezdetereminowanych, czyli posiadających wartość *i*, jest prawdziwa. Może ona jednak stać się fałszywa w momencie, gdy poprzednik stanie się zdaniem o wartości *p*, czyli zdaniem o zdarzeniu zdeterminowanym pozytywnie, a następnik zdaniem o wartości *f*, tj. zdaniem o zdarzeniu zdeterminowanym negatywnie. A więc w logice $Ł_3$ można skonstruować bardzo proste zdanie, które zmienia swoją wartość logiczną z prawdy na fałsz.[64]

Tytułem podsumowania można stwierdzić, że logika wielowartościowa nie musi wymagać uznania żadnych dodatkowych wartości logicznych obok prawdy i fałszu klasycznie rozumianych, czyli nie wymaga odrzucenia dwuwartościowości. Wydaje się zatem, że zagrożenie wobec logiki klasycznej ze strony tych logik jest tylko pozorne. Z tej racji trudno mówić o możliwości stosowania logik wielowartościowych, można co najwyżej mówić o wykorzystywaniu wielowartościowych rachunków formalnych (algebr). Sam Sobociński, zdaje się, dopuszczał taką możliwość, kiedy pisał o ich zastosowaniu do opisu jakiegoś wyabstrahowanego fragmentu rzeczywistości, analizowanego ze specjalnego punktu widzenia.[65] Mimo to, Sobociński uważał odkrycie logik wielowartościowych za doniosły wkład do nauki, ponieważ fakt ten nie tylko postawił olbrzymią ilość zagadnień natury czysto formalnej, lecz także przyczynił się do lepszego i głębszego zrozumienia logiki dwuwartościowej.

---

[62] M. Lechniak, *Interpretacje wartości matryc logik wielowartościowych*, Lublin 1999, 176. Zob. także Z. Kowalski, *Pojęcie prawdy i fałszu a logiki wielowartościowe*, „Zeszyty Nauk Społeczno-Ekonomicznych WSInż w Lublinie”, Lublin 1974, s. 191-200.

[63] L. Borkowski, *W sprawie intuicyjnej interpretacji logiki trójwartościowej Łukasiewicza*, „Roczniki Filozoficzne” 25 (1978), z. 1, s. 64.

[64] T. Bigaj, *Uwagi o logice trójwartościowej*, „Filozofia Nauki” 3 (1997), 117. Autor szkicuje zarys rachunku trójwartościowego, który konsekwentniej niż $Ł_3$ realizuje filozoficzne intuicje Łukasiewicza.

[65] B. Sobociński, *Jan Łukasiewicz*, s. 38.