Roman Murawski

Dowód w matematyce : dziś i jutro

Filozofia Nauki 21/2, 201-203

2013

Filozofia Nauki
Rok XXI, 2013, Nr 2(82)

Roman Murawski

Dowód w matematyce — dziś i jutro

Krzysztof Wójtowicz, *O pojęciu dowodu w matematyce*, Monografie Fundacji na rzecz Nauki Polskiej, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń 2012

Dowód stanowi w matematyce podstawowe i w zasadzie jedyne narzędzie uzasadniania głoszonych tez. Tylko stwierdzenia zaopatrzone w dowód mogą być zaliczone do korpusu wiedzy matematycznej. Ani autorytet, ani eksperyment nie są tu dopuszczalne czy akceptowalne — przynajmniej teoretycznie.

Recenzowana monografia poświęcona jest właśnie pojęciu dowodu w matematyce, a dokładniej procesowi tworzenia matematyki, który polega głównie na dowodzeniu nowych twierdzeń. Autor analizuje status i swoistość dowodów matematycznych, podkreślając pewną ewolucyjność standardów dowodowych akceptowanych przez matematyków. Książka dotyczy więc strony metodologicznej matematyki. Autora interesują trzy zasadnicze zagadnienia: kwestia relacji między realnymi dowodami występującymi w praktyce badawczej matematyków a idealnymi dowodami występującymi i badanymi w teorii dowodu, problem eksplanacyjnej roli dowodów matematycznych i rozumienia w matematyce oraz problem elementów empirycznych w dowodach matematycznych.

Monografia składa się z pięciu głównych rozdziałów poprzedzonych wstępem, w którym przedstawia się treść całości, oraz zakończonych podsumowaniem. Dołączono do niej także dodatek, w którym zawarto uwagi i wyjaśnienia dotyczące obliczeń kwantowych, które stanowią przedmiot rozważań jednego z rozdziałów, bibliografię, wykaz używanych skrótów i symboli, streszczenie angielskie książki oraz indeks nazwisk i indeks rzeczowy.

Rozdział 1 przynosi uwagi historyczne dotyczące dwóch wizji dowodu: dowodu jako procesu mającego charakter treściowy oraz dowodu jako pewnej procedury sformalizowanej odwołującej się jedynie do reguł składniowych. Za paradygmatycznego przedstawiciela pierwszej koncepcji uznany został Kartezjusz, a drugiej — Berkeley. Autor omawia jednak także stanowisko Peacocka, Pascha, Hilberta i Fregego, rozważając m.in. program Hilberta i dyskusje między Hilbertem a Fregem oraz prace Pascha i Hilberta na temat geometrii.

Rozdział 2 nosi tytuł „Antyfundacjonalizm Lakatosa" i poświęcony jest poglądom Imre Lakatosa. Zgodnie z jego koncepcją dowodzenia istotne są pewne kwestie, dla których nie było miejsca w formalistycznej wizji dowodu w stylu Hilberta, a mianowicie znaczenie kontekstu odkrycia, opis realnych mechanizmów zdobywania wiedzy matematycznej, problem adekwatności formalnych parafraz czy problem rozumienia pojęć matematycznych i eksplanacyjnej funkcji dowodów w matematyce. Lakatos podkreśla, że matematyka nie ma charakteru wiedzy ostatecznej i niezmiennej, rozwija się przez dowody i kontrprzykłady.

Rozdział 3 dotyczy problematyki dowodów komputerowych. Omawia się tu tę kwestię na kanonicznym niejako przykładzie dowodu twierdzenia o czterech barwach. Analizuje się przy tym takie zagadnienia, jak problem zależności między dowodami znanymi z praktyki badawczej a ich sformalizowanymi wersjami, kwestię wyjaśniania w matematyce i eksplanacyjny status dowodów matematycznych, w tym dowodów komputerowych czy wspomaganych komputerowo, oraz rolę czynników empirycznych w procesie zdobywania wiedzy matematycznej. Ta ostatnia sprawa związana jest z faktem, że użycie komputera w procesie dowodzenia jakiegoś twierdzenia może być uważane za eksperyment fizyczny. Czy ma to jakiś wpływ na status wiedzy matematycznej, czy nie traci ona przez to charakteru apriorycznego, który od zawsze jej przypisywano i nie staje się wiedzą w istocie (po części) aposterioryczną i empiryczną?

Problematyka dowodów komputerowych stanowi wstęp do rozważań zawartych w rozdziałach 4 i 5, poświęconych teorii obliczeń kwantowych i hiperobliczeniom. Dowody kwantowe to dowody przeprowadzane z pomocą obliczeń kwantowych. Są one na razie jedynie czymś hipotetycznym. Teoria takich obliczeń rozwija się jednak w ostatnich latach bardzo dynamicznie. Ich atrakcyjność wynika z faktu, że szereg algorytmów klasycznych to algorytmy o złożoności wykładniczej (tzn. długość koniecznych obliczeń rośnie w sposób wykładniczy wraz ze złożonością rozważanego problemu), a zatem w praktyce bezużyteczne. W przypadku pewnych jednak zagadnień można stworzyć algorytmy operujące na innej strukturze danych i wykorzystujące zjawiska kwantowe. Urządzenia, które byłyby implementacją i realizacją tej idei, nie istnieją w tej chwili. Zasadne i interesujące jest jednak badanie, jaki wpływ miałyby one na kwestię statusu wiedzy matematycznej i jaka byłaby wartość poznawcza wyników uzyskanych z ich wykorzystaniem. I tym właśnie zajmuje się autor w rozważanym rozdziale.

Ostatni rozdział książki, rozdział 5, dotyczy — znów hipotetycznego tylko — zastosowania w dowodzeniu twierdzeń matematycznych obliczeń niestandardowych, wykraczających poza model zaproponowany przez Alana Turinga, a zwanych w literaturze hiperobliczeniami. Jest więc w pewnym sensie kontynuacją rozważań z rozdziału 4. Autor podkreśla tu, że zastosowania takie ukazują nowe oblicze empirycznego uwikłania matematyki.

Trzeba podkreślić, że rozważania rozdziałów 4 i 5 mają inny charakter niż te z rozdziałów 1–3. Tamte dotyczyły rzeczywistych zjawisk obecnych w praktyce badawczej matematyków, te zaś mają charakter „gdybania" — w zasadzie mówi się w tych rozdziałach o pewnych kwestiach z informatyki, które być może, jeśli opisywane procedury uda się zrealizować i zaimplementować, znajdą pewne zastosowania w matematyce, a dokładniej w praktyce dowodowej matematyków. Nie ma więc w tych rozdziałach analizy kognitywnej, analizy rzeczywistego procesu dowodzenia w matematyce, a jedynie rozważania, co by było, gdyby jakieś procedury dało się stosować.

Należy zaznaczyć, że autor dobrze orientuje się w rozważanej problematyce, dobrze zna stosowną literaturę, z najnowszą włącznie. Zwraca uwagę jego erudycja i wielostronna kompetencja (zarówno filozoficzna, jak i matematyczna). Ze swadą i jednocześnie precyzją pisze o skomplikowanych problemach, potrafi zgrabnie ująć zagadnienia. Książka napisana jest też w zasadzie poprawnym i ładnym językiem. Razi mnie neologizm „(anty)fundacjonalizm'' oraz jego pochodne. Nie ma wprawdzie w języku polskim prostego odpowiednika angielskiego „(anti)foundational", ale czy zamiast tworzyć źle brzmiące neologizmy nie lepiej stosować bardziej opisowy termin „(nie) w duchu podstaw matematyki"? Lepiej byłoby też zapewne, gdyby w bibliografii podawano zawsze najpierw oryginalne wersje prac z datami ich publikacji, a potem dopiero ewentualnie uwagi o istniejących przekładach czy przedrukach — niosłoby to więcej informacji. Taką zresztą konwencję stosuje się na ogół w literaturze. I jeszcze jedna uwaga krytyczna: autor w niektórych miejscach myli niezależność zdania od teorii z jego nierozstrzygalnością w teorii (zob. np. s. 33 i 179). To pierwsze oznacza, jak wiadomo, że dane zdanie jest niedowodliwe w teorii, a to drugie, że ani rozważane zdanie, ani jego negacja nie są twierdzeniami teorii. Zatem to pierwsze pojęcie jest zawarte w tym drugim. Warto te sprawy precyzyjnie odróżniać.

Te uwagi krytyczne nie umniejszają żadną miarą mojej wysokiej oceny recenzowanej książki. Stanowi ona niewątpliwie ważny wkład do filozofii matematyki i toczonych w niej aktualnie dyskusji. Dodajmy jeszcze, że książka została ładnie i starannie wydana w nowym, funkcjonującym od nieco ponad roku, formacie Monografii Fundacji na rzecz Nauki Polskiej. Dobrze, że problematyka filozoficzna związana z matematyką znalazła swoje miejsce w tej serii.