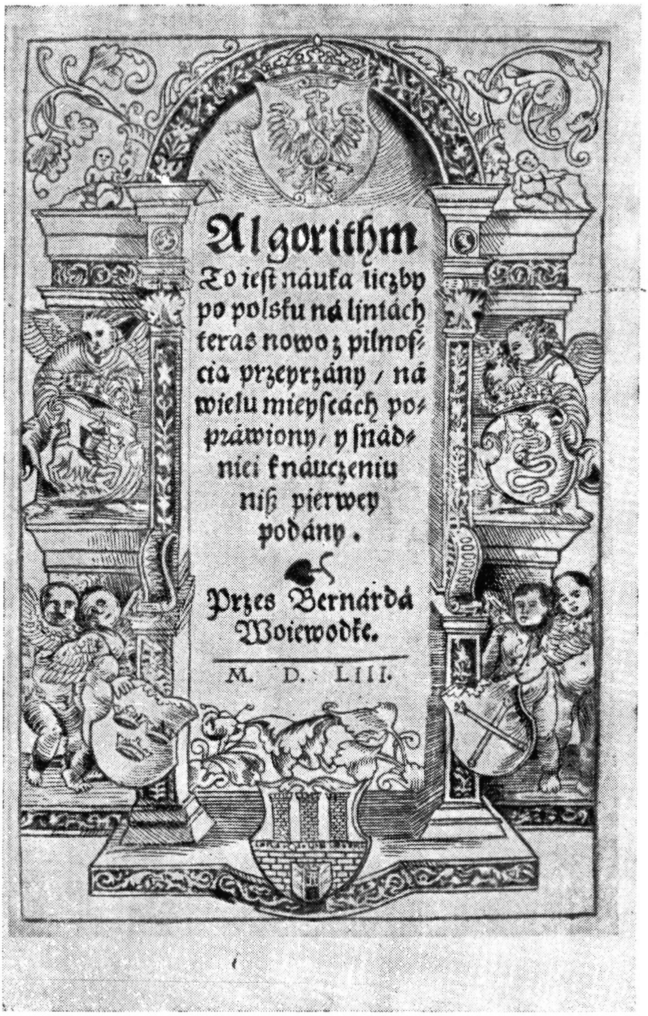
Dobrzycki, Stanisław

# Algorytm Bernarda Wojewódki (1553)

Kwartalnik Historii Nauki i Techniki 2/1, 3-28

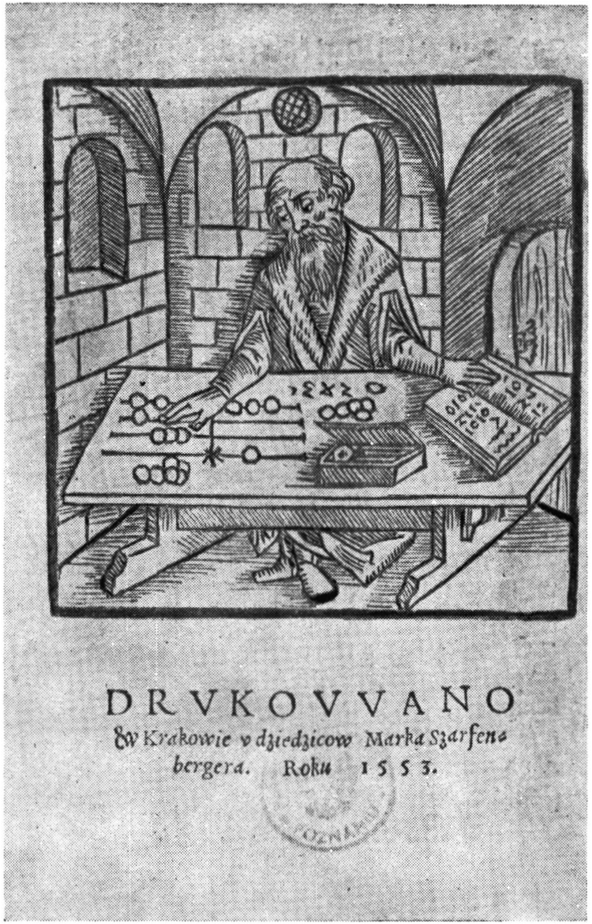
1957


Algorithm
To iest náuka liczby
po polsku ná liniách
teras nowo z pilnoś-
cią przeyrzány, ná
wielu mieyscách po-
práwiony, y snád-
niei k náuczeniu
niż pierwey
podány.

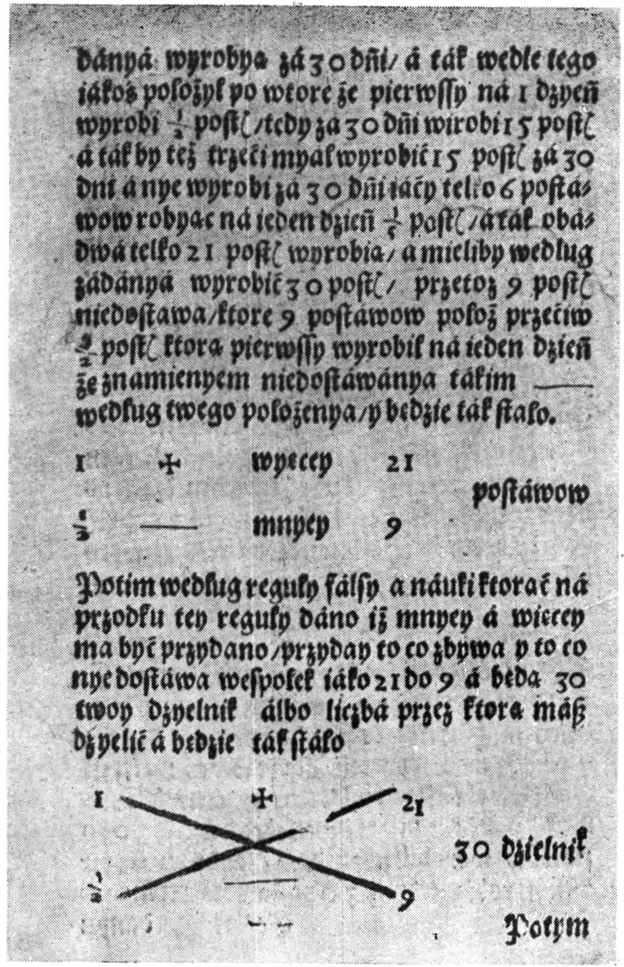
Przes Bernárdá
Woiewodke.

M. D. LIII.

Rys. 1. Karta tytułowa *Algorytmu* Bernarda Wojewódki




Rys. 3. Ostatnia karta *Algorytmu*


dányá wyrobya zá 30 dni/ á ták wedle tego
iákoś położył po wtore że pierwszy ná 1 dzyeń
wyrobi $\frac{1}{2}$ post/ tedy zá 30 dni wirobi 15 post
á ták by też trzeci myał wyrobić 15 post zá 30
dni á nye wyrobi zá 30 dni iácy telko 6 postá-
wow robyac ná ieden dzień $\frac{1}{5}$ post/ á ták obá-
dwá telko 21 post wyrobia/ á mieliby według
zádányá wyrobić 30 post/ przetoż 9 post
niedostawa/ ktore 9 postáwow położ przeciw
$\frac{1}{2}$ post ktora pierwszy wyrobił ná ieden dzień
że znamienyem niedostáwánya tákim —
według twego położenya/ y bedzie ták stało.

1 + wyecey 21
postáwow
$\frac{1}{2}$ — mnyey 9

Potim według reguły fálsy a náuki ktorać ná
przodku tey reguły dáno iż mnyey á wiecey
ma być przydano/ przydaj to co zbywa y to co
nye dostáwa wespołek iáko 21 do 9 á beda 30
twoy dzyelnik álbo liczbá przez ktora máß
dzyelić á bedzie ták stało

1 + 21
30 dzielnik
$\frac{1}{2}$ — 9

Potym

Rys. 2. Fragment tekstu *Algorytmu*. Na uwagę zasługują znaki + i — po raz pierwszy użyte w książce polskiej

*Stanisław Dobrzycki*

# ALGORYTM BERNARDA WOJEWÓDKI (1553)

W każdej niemal książce poświęconej arytmetyce, wydanej w XVI wieku, najczęściej na karcie tytułowej znajdujemy taki oto obrazek: w sklepionej izbie z małymi okienkami o okrągłych szybkach, po obu stronach ogromnego stołu siedzą rachmistrze. Jeden z nich operuje liczmanami [1], kładąc je na liniach poziomych, nakreślonych na stole; to abacysta, zwolennik arytmetyki liniowej, która drogą długiej ewolucji wytworzyła się z grecko-rzymskiego sposobu rachowania na abaku (o liniach pionowych). Drugi gęsim piórem zapisuje liczby na stole cyframi — to algorytmik, zwolennik arytmetyki cyfrowej, która razem z cyframi przywędrowała do Europy w XIII wieku z Indii za pośrednictwem Arabów.

Słowo „algorytm" oznaczało w średniowieczu, i jeszcze w XVI wieku, arytmetykę praktyczną w ogóle. Do połowy XIX wieku znaczenie tego wyrazu tłumaczono najróżniej; np. w *Algorytmie* Jana de Sacro Bosco z roku 1517 znajdujemy takie wyjaśnienie: „Algorismus dicitur ab algos graece, quod est ars latine, et rismus numerus, inde algorismus, quasi ars numerandi". W rzeczywistości wyraz „algorytm" jest zniekształceniem słowa Alchwarizmi (Al-Chorezmi), przydomku Muhammeda ben Muza Alchwarizmi (z Chorezmu, dzisiejszej Chiwy), autora znanych podręczników algebry i arytmetyki cyfrowej w IX wieku [2]. Obecnie używa się go do ozna-

---

[1] Kamyki do rachowania, żetony (łac. calculi, proiectilia, franc. jetons, niem. Rechenpfennige). Z łacińskiego „calculus" wywodzi się francuski „calcul" — rachunek. *Słownik Lindego* wyprowadza wyraz „liczman" od „liczbon", niem. „Rechenbohne" — groszek do rachowania.

[2] Traktat Alchwarizmiego o arytmetyce omawia szczegółowo A. P. J u s z k i e w i c z, „Trudy Instituta Istorii Jestestwoznanija i Tiechniki" tom 1, A.N. SSSR, Moskwa 1954, s. 85—127.

czenia różnych prawideł rachunkowych: algorytm Euklidesa, algorytm rachunku całkowego itp.

We Włoszech, gdzie cyfry hindusko-arabskie pojawiły się najwcześniej, arytmetyk liniowych nie było; znajdujemy je we Francji, w Anglii, a zwłaszcza w Niemczech, gdzie były bardzo rozpowszechnione. Nazywano je algorytmami liniowymi. Z Niemiec przeszły do Polski, gdzie cieszyły się także dużą popularnością.

Fakt, że cyfry hindusko-arabskie pojawiły się w Polsce dopiero w drugiej połowie XIV wieku [3], sprawił, że arytmetyki liniowe przeważały u nas w XVI wieku nad cyfrowymi (jeszcze w roku 1772 znajdujemy w arytmetyce Józefa Marquarta rozdział poświęcony arytmetyce liczmańskiej). Do roku 1553 ukazało się u nas drukiem 17 arytmetyk cyfrowych: Sacro Bosco (10 wydań), anonimowa *Arithmetices Introductio* (2), Peurbach (1), Glareanus (3), *Algorithmus novus* (1); liniowych 15, mianowicie: Stromer (3), Pawschner (1), Jan z Łańcuta (10) i Kłos (1). Razem 32, z czego autorów polskich, w języku łacińskim lub polskim, 13 (2 cyfrowe a 11 liniowych); jedynym podręcznikiem w języku polskim był *Algorytm* Tomasza Kłosa (1538). Przewaga ta jeszcze silniej zaznaczyła się w drugiej połowie XVI wieku.

Oprócz późnego wprowadzenia u nas cyfr hindusko-arabskich przyczyniło się do tej przewagi także i to, że arytmetyka liniowa, jako bardziej poglądowa, była przystępniejsza. Świadczą o tym wypowiedzi różnych autorów [4].

W przedmowie do swego *Algorytmu* Jan z Łańcuta oddał jej pierwszeństwo przed cyfrową, jako łatwiejszej i dogodniejszej dla kupców, Benedykt Herbest — autor niewielkiego, ale doskonałego podręcznika arytmetyki liniowej—wspomina w wydaniu z roku 1569, że książka, choć przeznaczona dla szkół, przystosowana jest do potrzeb kupców, którzy ten sposób rachowania przedkładali nad metody rachunku cyfrowego. Józef Naroński, autor nie wydanej arytmetyki (około r. 1655), mimo że nie jest zwolennikiem arytmetyki liniowej, przyznaje jej pewne zalety, np. przy dodawaniu liczb zawartych w rejestrach (dziś jeszcze używamy powszechnie odmiany

---

[3] J. D i a n n i, Referat na posiedzeniu Zespołu Odrodzenia Komitetu Historii Nauki PAN, Kraków, 6.XII.1955.

[4] Jak podaje francuski historyk matematyki M. C h a s l e s w *Comptes Rendus* paryskiej Akademii (1843), znakomity geometra Jean Victor Poncelet zapoznał się w Rosji, gdzie przebywał w r. 1813 jako jeniec wojenny, ze szczotami; po powrocie z niewoli, doceniając wielką wartość metodyczną tego przyrządu, będącego tylko pewną odmianą abaku, w nauce rachunku wprowadził obowiązkowo w szkołach Metzu liczydła na wzór szczotów.

abaku w postaci liczydła w szkole czy w biurze); dodaje przy tym, że nie potrzeba inkaustu i papieru, i że rachunki te palców nie mażą. Nazywają je „babim rachunkiem“ [5].

W 15 lat po książeczce Kłosa wychodzi z drukarni Szarfenbergera w Krakowie druga z kolei książka matematyczna w języku polskim: *Algorithm To iest náuka liczby po polsku ná liniach teras nowo z pilnością przeyrzány (na wielu mieyscách popràwiony) y snádniey k náuczeniu niż pierwej podány. Przez Bernárdá Woiewodkę. M. D. LIII.* (mała ósemka, druk gocki, 110 kart nieliczbowanych, arkusze oznaczone kolejno literami od *A* do *CC*).

Na odwrocie karty tytułowej, pod wizerunkiem herbu „Trzy trąby“ Spytka Jordana z Zakliczyna, podskarbiego Królestwa Polskiego, znajdujemy łaciński czterowiersz znanego muzyka Wacława z Szamotuł (1529—1572), profesora Akademii Krakowskiej, na cześć tegoż herbu. Przedmowa zawiera, jak każe zwyczaj ówczesny, pochwałę arytmetyki. Zwracając się do Spytka Jordana, któremu dzieło swe dedykuje, pisze w niej autor:

„...to dostátecznie wiesz i znasz, co zá użytek á iako wielki we wszech sprawach żywotá ludzkiego ma y czyni nauka liczby, o ktorey użythku á zacności żebych ja tu co miał pisáć, znam to do siebie żebych themu dosić uczynić nie mogł. Ponieważ Philip Melanchton człowiek wieku nászego wielce zácny a we wszech náukách wyzwolonych barzo biegły y dostátecznie náuczony na niektorym mieiscu tę náukę wysławiáiąc ták powiedźiał [6]. Bych sto ięzykow y sto mow miał, tedy bych nie mogł wyliczyć tego, iák w wielu rzeczách liczbá iest rzecz użyteczna y bárzo potrzebna. A ták są okazałe y przed oczymá ludzkiemi znáczne użytki nie telko sámei liczby, ále też y náuki iej, którąż to długie y stárością zaszłe á zátrudnione rzeczy á poczty dziwnie łacno á prędko rozwiązuie y odprawuie, ták iż też mym zdániem nie mász żadnego człowieká choćiaż náyprostszego ktoryby się y liczbie nie dziwował y o iej náuce dobrze trzymáć nie miał. Przetoż jeślibych tu ja długie o tych, ktore wielkie y rozmáite, liczbá y iej náuká ma y czyni, pożytkách i wychwalánie uczynić chćiał, rownie bych tak uczynił, iáko gdybych srzod biała dniá, gdy nalepiey widzieć, świecę láną dla świecenia zápálił“

W dalszym ciągu autor uzasadnia wyższość arytmetyki nad pozostałymi wyższymi sztukami wyzwolonymi:

---

[5] E. Stamm, *Z historii matematyki XVII w. w Polsce,* Warszawa 1935, s. 48.

[6] Wielki reformator i pedagog Melanchton, choć sam nie napisał żadnego dzieła z dziedziny matematyki, był gorącym jej zwolennikiem i opatrzył przedmowami kilku dzieł matematycznych, m. in. *Arithmetica integra* (Norymberga 1544), której autorem był niemiecki matematyk Michael Stifel (1487?—1567). „Niektórym miejscem“, o którym mówi Wojewódka, jest początek przedmowy do tego dzieła.

„Ale Pithágoras y insi starzy Philosophowie, iákmiarz wszyscy nieco Boskiego liczbie przywłaszczali, á snadź to nie bez przyczyny czynili. Abowiem ponieważ cztery są náuki ktore z greckiego ięzyká Máthemáticás zową, dla tego że práwie ná oko okázáne być mogą, a tym się ich rychley y snadniey każdy nauczyć może. Pierwsza z nich jestći Arithmetica, która náuki liczby naucza y która co zá moc albo co zá własnośći wszystki liczby máią, wypráwuie i okázuie. Drugać iest Musicá, która między głosmi á między zgodnym śpiewániem rożność obacza á rozeznánie czyni. Trzećia Geometria, którą wielkość ziemie y inszych rzeczi wymierzáć náucza. Czwarta iest Astrologia, kthora niebieskich biegow według przyrodzonego zámierzenia nieodmiennych náucza. A kto się tych náuczyć chce, tenći się pierwey Arithmetiki która do tych inszych drogę odwiera, dobrze poduczyć musi, bet ktorey ktym drugim nigdi przyść nie będzie mogł. Arithmetica bowyem od tich drugich niczego nie bierze, á na swim dosyć maiąc, y dostateczna w sobie będząc, nic cudzego nie żąda, ale ty drugie często od Arithmetiki pomocy żądaią, á tey potrzebuią".

Następnie Wojewódka opisuje okoliczności, w których powstała jego książka:

„Ja też bacząc tę náukę być ták zacną y potrzebną, przeszłego roku, gdy mię był pan Bog z łáski swey niemocą ciężką nawiedzić raczył, maiąc czasem głowę wolną, nie chciałem czásu próżnuiąc darmo tracić, wziąłem przed się Algorithm Polski przed tym wydány, na wielu miescach zátrudniony[7] y fáłszywy, tenem od przedku aże do końcá z wielką pilnośćią przezrzał, á gdzie w czym iákie omyłki á obłądzenia były, tim náprâwił, gdzie czego potrzebnego nie dostawało támem przydał, rzeczy zátrudnione tym iaśniey y łácwiey położył, tak iż kożdy máło nieco dowćipu maiąc może się już wybornie sam przez się z tego to Algorithmu wiele náuczyć".

Z tych słów autora wywnioskować można, że dzieło jego jest przeróbką książki Kłosa, jedynej arytmetyki w języku polskim, która ukazała się drukiem przed rokiem 1553. Wzory, na których opierał się autor, omówimy dalej, od razu jednak zaznaczymy, że przeróbka jest tak gruntowna, iż podobieństwo obu dzieł polega tylko na układzie treści. Układ ten odpowiada zresztą ówczesnej tradycji.

Wreszcie, zdając sobie sprawę z tego, że bardzo pilną potrzebą było wydanie arytmetyki cyfrowej w języku polskim, autor pisze, że

„chciał swoy Algorithm na cifrach (albo iáko Niemcy mowią ná piorku) przyłożyć, alem temu inszemi sprawámi á potrzebámi swemi ná then czas zátrudniony dosić uczynić nie mogł, ale gdy nászych Polakow tej iákieykolwiek prace mey, ktorąm około tego Algorythmu podiął, poprâwuiąc go y przy

[7] Tzn. niejasny.

prásie ustáwicznie będąc, wdzięczność obaczę, thedy ieśli mi pan Bog z łáski swey zdrowiá daley użyczyć będzie raczył, ten drugi Algorithm swoy na piorku ktory mam po gotowiu czás swoy ubaczywszy ięzykiem Polskim, abychmy tym nád ine narody upośledzeni nie byli, wszem ná pożytek wydám...“.

Na zakończenie przedmowy autor, przypisując i ofiarując swe dzieło Spytkowi Jordanowi, dziękuje za okazane przezeń łaski, życzy mu zdrowia i „fortunnego panowania“ i poleca się jego względom.

Dzieło dzieli się na trzy części: pierwsza *O liczbie całey y o iey częściach y o wszytkich rzeczych kniey potrzebnych*, druga *O regule Detri w cáłey liczbie potem y w łamaney z siedmią reguł* i trzecia *O regułach rozmáitych ku liczbie barzo pożitecznych.*

Część pierwsza (32 strony) omawia działania na liczbach całkowitych: liczenie, dodawanie, odejmowanie i dzielenie. Uwagę zwraca fakt, że Wojewódka, podobnie jak Kłos, nie wymienia tu podwajania i połowienia, które znajdujemy jeszcze jako oddzielne działania w niektórych współczesnych arytmetykach (np. Riese 1550) [8].

Działania te (species) wychodziły już wtedy z użycia; oto co pisze o nich Gema Frisius (1508—1555), profesor w Lowanium, autor bardzo rozpowszechnionej w Polsce arytmetyki (*Arithmeticae practicae methodus facilis*, Wittenberg 1548): „Solent nonnulli Duplationen et Mediationem assignare species distinctas a multiplicatione et divisione. Quid vero moverit stupidos illos nescio, cum et finitio et operatio eadem sit“.

Pierwsze działanie, liczenie, Wojewódka określa jako „każdey liczby słuszne wymowienie przes figury“. Figurami są 1, 2, 3, ..., 8, 9 (nazywano je czasem charakterami), a dziesiąta jest „cifra“, tj. zero (z arabskiego as-sifr — pusty). Następuje wyjaśnienie sposobu zapisywania liczb za pomocą dziesiętnego systemu pozycyjnego. Autor nie zna miliona (który pojawia się już u Kłosa, zresztą tylko w jednym miejscu, jako milon), miliarda itd., opisując je przez powtarzanie słowa tysiąc. Dla ułatwienia zaleca pisać kropkę nad jednostkami rzędu $10^4$, $10^7$, $10^{10}$, ... Liczbę 9032345936209 każe czytać tak: dziewięćkroć tysiąc tysiąc tysiąc tysięcy 32 tysiąc tysiąc tysięcy 300 tysiąc tysięcy 45 tysiąc tysięcy 900 tysięcy 36 tysięcy dwieście i dziewięć (podobnie jest w bardzo popularnej niemieckiej

[8] Adam Riese (1492—1559), urzędnik górniczy, napisał m. i. podręcznik arytmetyki liniowej i cyfrowej (wyd. w r. 1550). Sława Riesego jako rachmistrza była tak wielka, że w Niemczech, jeszcze dzisiaj, chcąc zaręczyć, że jakiś rachunek jest bez błędu, mówi się o nim, że jest „nach Adam Riese“.

arytmetyce Riesego). Następnie autor opisuje zasadę rachunku na liniach. Po raz pierwszy znajdujemy tu wyraz liczman (u Kłosa go nie ma) na oznaczenie kamyczka do liczenia oraz, jedyny zresztą w książce, rysunek abaku z 13 liniami.

Kłos nie określa działań, lecz od razu podaje przykłady do wyliczenia, dodając uwagę: „Próbuj przez odejmowanie". Wojewódka poprzedza przykłady definicjami działań i pewnymi uwagami natury teoretycznej oraz wyjaśnia sposób wykonania działania na liniach. Dodawanie nazywa, jak Kłos, „przydawaniem" i określa je jako „wiele liczb w iednę summę albo liczbę przywiedzienie". Wynik dodawania nazywa „summą". Po przykładach wyjaśnia, że próbę należy wykonać odejmując kolejno składniki otrzymanej sumy, „a ieśli po tem odeymowániu nic nie zostánie, tedyś dobrze czynił".

Określiwszy odejmowanie jako „iedney liczby od drugiey oddalenie iżby byłá tá suma ktora ostáłá", autor zwraca uwagę na to, że zawsze należy „mniejszą liczbę albo rowną odeymowáć od więtszej" (Kłos każe odejmować większą od mniejszej, co jest oczywistym błędem drukarskim). Wynik odejmowania nazywa się ostatkiem, a próba odbywa się przez dodawanie.

Definicja mnożenia orzeka, że „mnożenie iest liczby przes tákąż álbo przez inaką wydawszy niekthore dwie liczbie trzeciej nalezienie kthora tylekroć ma w sobie drugą snich ile iest iedności w drugiey", używając symboli algebry powiedzielibyśmy dzisiaj, że iloczynem liczb $a$ i $b$ jest trzecia liczba $x$ taka, że $x : a = b : 1$. Definicję tę spotykamy nie tylko u Jana z Łańcuta, ale także i w postępowej arytmetyce cyfrowej Gemmy Frisiusa. Po wyłożeniu długiej, dla niewtajemniczonego czytelnika zapewne trudno zrozumiałej reguły mnożenia na liniach autor zaleca nauczyć się „co przydzie z wodzenia z iedney figury w drugą", tj. tabliczki mnożenia „aż do dziesiątká", tabliczki tej jednak nie podaje. „Wodzenie" oznacza mnożenie na wzór łacińskiego ducere, producere, skąd productum — iloczyn. Mnożna to „liczba którąś mnożył", mnożnik „liczba mnożąca", a iloczyn nazywa się „produkt" albo „summa ktorać przyszłá z mnożeniá". Po przykładach, w których mnożnik ma 1, 2, 3, 4 cyfry, znajdujemy wskazówkę, że mnożyć należy wtedy, gdy zamienia się większe jednostki miar na mniejsze. Próba odbywa się przez dzielenie.

Definicja dzielenia jest dosłownie przetłumaczona z książki Jana z Łańcuta: „liczby większey na tylo części rozmierzenie ile iest iedności w mnieyszey liczbie", a więc iloraz liczb $a$ i $b$ jest to liczba $x$

taka, że $a : x = b : 1$. Iloraz nazywa Wojewódka, jak Kłos, kocjentem (łac. quotiens), dzielna to „oná liczbá którąś dzielił", dzielnik to „diwizor" (u Kłosa tego terminu nie ma) albo „dzielnik" albo „liczba przez ktorą masz dzielić". W wielu miejscach wynik różnych działań oznaczany jest jednym słowem „facit", np. „będzie iednáki facit". Że dzielenie należało do działań trudniejszych [9], świadczy reguła, którą za Janem z Łańcuta podaje Wojewódka:

„á przeto gdy iedną liczbę przes drugą chcesz dzielić, tedy tę ktorą masz dzielić położ na linie, a drugą liczbę, to iest przes kthorą masz dzielić, napisz sobie gdzie dlá pamięci albo ią pamiętai. Potem położ twoy palec na wyższej liniey gdzie leżą liczmany, a ilekroć liczbę przez kthorą dzielisz, możesz mieć w oney liczbie u ktorej pálec dzierżysz, telo liczmanow ná teiże liniey położ, a iéśli liczby przes kthorą dzielisz, cale á zupełnie nie możesz mieć w oney kthorą dzielisz ktora iest na liniach, tedy telko połowicę weźmi liczby przes którą dzielisz, á zá to odięćie położ liczman pod linią pod tą u ktorey pálec trzimasz, miásto kocienta á tákim obyczáiem czyń począwszy od wierzchniey liniey áż do niższey, aż wszytko dzielenie wypełnisz".

Dzielenie sprowadzone jest zatem do kolejnego odejmowania. Dzielić należy wtedy, gdy zamienia się mniejsze jednostki miar na większe (tę samą uwagę znajdujemy u Kłosa, który omawia mnożenie razem z dzieleniem). Próba odbywa się przez mnożenie.

Część pierwsza *Algorytmu* kończy się licznymi przykładami działań „w rozmáitych monetach y w wagach", tj. na tzw. liczbach wielorakich.

Druga część (71 stron), podobnie jak u Kłosa, poświęcona jest regule trzech i nauce o ułamkach zwykłych; ułamków sześćdziesiątkowych używali tylko astronomowie, a ułamki dziesiętne, wprowadzone w Samarkandzie w roku 1427 przez irańskiego uczonego Al-Kasziego, były jeszcze nie znane w Europie [10]. Wprowadził je pierwszy Stevin w roku 1585.

W przykładach na regułę trzech trzy wielkości dane nazywa Wojewódka, idąc za Janem z Łańcuta i Kłosem, pierwszym, drugim (albo średnim) i trzecim terminem, a wielkość niewiadomą wyznacza dzieląc iloczyn drugiego i trzeciego terminu przez pierwszy, po-

---

[9] Jak podaje G ü n t h e r (*Geschichte der Mathematik*, I. Teil, Leipzig 1908, s. 337) Melanchton, zachęcając za pomocą plakatów młodzież akademicką w Wittenberdze do słuchania wykładów arytmetyki, zapewniał, że początki tej nauki są całkiem łatwe i że przy pewnej pilności opanować można także i dzielenie.

[10] P. L u c k e y, *Die Rechenkunst bei Gamsid b. Masud al-kasi mit Rückblicken auf die ältere Geschichte des Rechnens*, Wiesbaden 1950.

dobnie jak my to czynimy. Innymi słowy, jeżeli $a : b = c : x$, to $x = bc : a$. Próbę przeprowadza przez „odwrócenie", tj. przez wiązanie proporcji $c : x = a : b$, w której $b$ uważa za niewiadomą. W licznych przykładach mowa jest o różnych towarach: sukno, purpurian, satyna, adamaszek, atłas, żelazo, pieprz, szafran (ulubiony towar we wszystkich arytmetykach tego okresu), gwoździki, cynamon, oliwa, ryż, migdały, masło, gałki muszkatowe, cukier, wino, ryby, owies, pszenica. Do wszystkich zadań podaje autor „facit", tj. odpowiedź. Niektóre z nich omawia dokładnie, przeprowadzając cały rachunek, np. zadanie następujące (u Kłosa podobne zadanie nosi tytuł: Dworska liczba):

„Item Krol nász namiłośćiwszy Zygmunt wyiął z swego skárbu 321 400 złotych zá ktore chce mieć służebne jezne y piesze ná podole, ták iż dwie części chce mieć iezdnych á trzećią pieszych, do roku dawáiąc káżdemu iezdnemu 10 złotych na czwierć roku, á pieszemu 5 złotych. Jest pytánie wiele tym obyczáiem może mieć iezdnych y pieszych za 321400 złotych".

Oto rozwiązanie i próba:

„Nadrzewiey bacz wiele biorą dwá iezdni do roku, bowiem dwie części chcę mieć iezdnych á są 80 złotych. Potem bácz wiele ieden pieszy bierze do roku á są 20 złotych ktore przyłoż do 80 a będą 100, potem ták włoż w regułę 1000 fl (błąd druku, ma być 100) dáią mi 3 iezdnych y pieszych społem, wiele mi dádzą 321400 fl iezdnych y pieszych społem Facit oboich 9642.

A ieśli chce wiedzieć wiele będzie iezdnych osobno á wiele pieszych, dźiel 9642 przes 3, bowiem trzećia część ma być pieszych.

facit pieszych 3214.

Ktore 3214 pieszych odeymi od 9642 oboich á ostáną 6428 iezdnych.

Probá ieśli tego chcesz doświadszyć tedy thák włoż w regułę. 1 iezdny bierze 40 fl do roku wiele biorą 6248 iezdnych á czyniąc podług reguły detry

facit 257120 fl.

Potem zásie włoż w regułę 1 pieszy bierze 20 fl. do roku wiele złotych biorą 3214 pieszych

facit 64280 fl.

Ktore 64280 fl. przydai do pierwych 257120 fl. á przydą zasię 321400 fl. á ták y insze będźiesz probował".

Rozdział o regule trzech kończy się zadaniami o złocie i srebrze. Każda grupa zadań poprzedzona jest zestawieniem miar i wag.

Następny rozdział części drugiej, zatytułowany *Algorytm albo nauka liczby lamaney,* podaje wiadomości o ułamkach (łamanie, liczba łamana, frakta). Kłos poprzestaje na informacji, że licznik pisze się nad kreską, „mianowacz" pod nią. Wojewódka wyjaśnia znaczenie licznika i mianownika. „Licznik známionuie á liczy części tego łamánia, á mianowacz známionuie na wiele części cáła rzecz jest rozdzieloná". Znajdujemy tu uwagę, że jeżeli licznik jest równy mianownikowi, to ułamek „práwie známionuie cáłą rzecz", tzn. jest równy 1, jeżeli licznik jest większy wzgl. mniejszy od mianownika, to „łamánie więcey waży niźli cáła rzecz" względnie „nie waży cáłey rzeczy".

Sprowadzanie ułamków do wspólnego mianownika nazywa się „przywodzeniem rożnego miánowaniá liczby łamaney ku iednákiemu miánowániu" i odbywa się tak, że wspólnym, „pospolitym" albo „pospelnym" mianownikiem jest iloczyn mianowników, a liczniki znajduje się przez mnożenie na krzyż. Podobnie znajduje się wspólny mianownik kilku ułamków, jako iloczyn wszystkich mianowników; autor nie podaje tu sposobu znalezienia najmniejszej wspólnej wielokrotnej. Ułamek ułamka „2 trzeciźnie trzech ćwierci iedney połowice" zapisuje w postaci

$$\frac{2}{3}\,\frac{3}{4}\,\frac{1}{2}$$

i „przywodzi" go w „proste łamánie" mnożąc wszystkie liczniki i mianowniki. Jeżeli jedna z tych liczb jest całkowita, zamienia ją na ułamek „podkłádájąc" jej 1.

Ułamek „w wielkim mianowaniu", tj. o dużym liczniku i mianowniku, można „przymieść ku námnieyszemu miánowániu", tj. uprościć „troim obyczáiem". Pierwszy polega na tym, że licznik i mianownik „połowiczy się" dopóki to jest możliwe, tzn. tak długo jak pierwsze figury (tj. cyfry jednostek) wzgl. liczby liczmanów na pierwszej linii są „cetno", parzyste. Jeżeli licznik albo mianownik, albo jeden i drugi „przydzie w licho", stanie się nieparzysty, połowiczenie już nie jest możliwe. Wtedy próbuje się dzielić licznik i mianownik „aże do końca wszytki liczby lichem", tj. przez liczby nieparzyste 3, 5, 7, ... Wojewódka ilustruje to dokładnie, bo aż na trzech stronach, na przykładzie ułamka $\frac{468}{936}$, podkreślając przy tym pożytki upraszczania ułamka: „káżda spráwa álbo ráchowanie łáćwiey przydzie przez $\frac{1}{2}$ niźli przez $\frac{468}{936}$".

Drugi „obyczaj" upraszczania ułamka polega na stosowaniu algorytmu Euklidesa, w którym kolejne dzielenia zastępuje się kolejnym odejmowaniem. Przykładu na to Wojewódka nie podaje; u Kłosa znajdujemy ten sam sposób, zastosowany do ułamka $\frac{189}{243}$ który upraszcza się przez 27. Postępowanie to przedstawić można krótko tak:

$$243 - 1.189 = 54$$
$$189 - 3.54 = 27 \qquad (189,243) = 27,$$
$$54 - 1.\underline{27} = \underline{27} \qquad \frac{189}{243} = \frac{7.27}{9.27} = \frac{7}{9}.$$

Wreszcie trzeci „á nayprędszy obyczay" upraszczania ułamka, to zwykły algorytm Euklidesa, z przykładem ułamka $\frac{2850}{4350}$. Największy wspólny dzielnik licznika i mianownika nazywa autor „naywiętszą liczbą albo miárą ktorá wymierzy liczniká y miánowáczá"; w uwadze zaznacza, że jeżeli po zastosowaniu drugiego lub trzeciego sposobu licznik lub mianownik stanie się równy 1, to ułamek już nie daje się uprościć. W przeciwieństwie do Kłosa Wojewódka nie omawia przypadków szczególnych, gdy ostatnie cyfry licznika i mianownika są równe 5 albo 0.

Dodawanie ułamków odbywa się tak, jak to czynimy dzisiaj [11]. Chcąc dodać trzy ułamki, należy najpierw dodać dwa pierwsze, a do ich sumy trzeci. Osobno omawia autor dodawanie „łámániá łámániá" do „prostego łámániá" i liczby całkowitej do ułamka. Przy odejmowaniu należy najpierw zbadać, który z ułamków jest większy, sprowadzając je do wspólnego mianownika przez mnożenie na krzyż i porównując otrzymane liczniki.

Reguły i przykłady na podwojenie i „rozdwoienie albo połowiczenie" ułamka (które pojawiają się tu niespodziewanie wbrew temu, że działania te autor pominął przy liczbach całkowitych) podane są według Widmana. Każde z nich wykonuje się dwoma sposobami (podwojenie licznika albo „rozdwoienie" mianownika wzgl. odwrotnie).

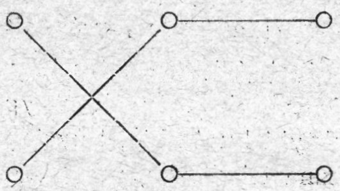
Mnożenie ułamków odbywa się tak, jak to robimy obecnie. Przy mnożeniu ułamka przez liczbę całkowitą (autor pisze: mnożyć „w liczbę" na wzór łacińskiego: ducere in) albo przez liczbę mieszaną („cáła liczba złamána") zamienia się ją na ułamek. Dzielenie ułamków wykonuje się tak, jak to czynimy obecnie, przy czym autor

---

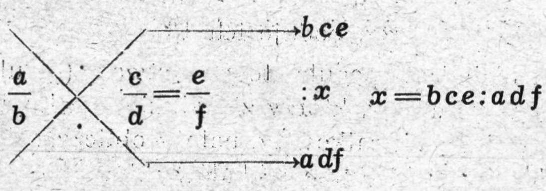
[11] Z tym zastrzeżeniem, że przy sprowadzaniu do wspólnego mianownika mianowniki się mnoży.

dodaje uwagę: „Mnożenie y dzielenie w liczbie łamáney ma się ináczey y przeciwnym obyczáyem niźli w liczbie całey, bo liczby całey przybywa przes mnożenie á przes dzielenie ubywa. Potem to bácz iż łamánia lepak ubywa przes mnożenie á przybywa go przes dzielenye co się widzi być dziwno y przeciw słowom". Przy dzieleniu ułamka przez liczbę całkowitą dzieli przez nią licznik albo mnoży mianownik.

Wzorując się na *Algorytmie* Baltazara Lichta (Lipsk 1509, pierwsze wyd. 1500) Wojewódka rozbija regułę trzech dla ułamków na 7 reguł (znajdujemy je także np. w arytmetyce Alberta (Wittenberga 1550), zależnie od tego, czy w proporcji $a : b = c : x$, której autor oczywiście nie pisze, z danych wielkości $a$, $b$, $c$ jedna, dwie lub trzy są ułamkami lub liczbami mieszanymi. W każdej z reguł postępowanie polega na sprowadzeniu proporcji do liczb całkowitych przez uwolnienie od mianowników. Np. w regule piątej proporcję $a : \frac{b}{c} = \frac{d}{e} : x$ Wojewódka zastępuje proporcją $ace : b = d : x$, której 3 pierwsze wyrazy są już liczbami całkowitymi. Kłos podaje tu tylko dwie reguły wraz ze schematem mnemotechnicznym



który daje się zastosować w każdym z siedmiu przypadków (znajdujemy go już u Widmana):




W pierwszej regule Kłosa trzy dane wyrazy proporcji są ułamkami wzgl. liczbami mieszanymi. W drugiej niektóre są liczbami całkowitymi i wtedy „podkłada" się pod nie 1, zamieniając je na ułamki.

Po siedmiu regułach następuje kilkanaście przykładów na ich zastosowanie, zakończone przykładami „zwikłanymi". Niektóre z nich wzięte są z książek Widmana, Riesego i Alberta, ze zmienionymi danymi liczbowymi lub też bez żadnych zmian. Ostatnie z tej grupy zadań przytoczymy w całości:

„Item ieden kupiec hogáty yechał do Skármierzá y kupił woz yáiec po 7 iay zá kwartnik á przywiózł ie do Krákowá na targ y przedał zasię po 6 zá ieden kwartnik y zyskał 4 złote. Jest pytánie wiele było iáiec ná onem woźie y zacz ie sam miał w skarmirzu. Tak to czyń: naypirwey się dowiedz zacz kupił 6 iay ktore przedáł za ieden kwártnik, mówiąc: kupił 7 iay zá kwártnik zacz 6 iay, facit $\frac{6}{7}$ kwartniká, które odeimy od iednego kwartniká, zostánie $\frac{1}{7}$ kwártnika zysku ná 6 iáy. Przeto ieśli chcesz wiedziec wiele było iáiec ná wozie, ták połoz: $\frac{1}{7}$ kwartniká zysku dáią mi 6 iay, wiele iáiec dádzą 4 fl. zysku. A czyniąc podług reguły facit 30240 iáiec, á telo było yáiec wszystkich ná onem woźie. A iesli chcesz wiedziec zacz ie sam miáł, ták położ: kupił 7 iay zá 1 kwartnik, zacz 30240 yay, facit 24 złotych. Potym iesli chcesz wiedzieć zacz ie przedał wkrakowie, tak położ: przedał 6 iay zá jeden kwartnik, zacz dał 30240 iáiec. Facit 28 fl. od ktorych odeimy 24 fl. za ktore kupił iaica w skármirzu, zostaną 4 fl. zysku“ (1 fl. tj. złoty = 180 kwartników).

Druga połowa książki (106 stron) poświęcona jest omówieniu reguł kupieckich „rozmáitych á bárzo potrzebnych“. Reguły te są zastosowaniem reguły trzech do różnych przypadków szczególnych; na skutek potrzeb praktyki kupieckiej i życia codziennego powstała już w XV wieku znaczna ich liczba, przy czym autorzy prześcigali się w powiększaniu ich liczby i nadawaniu im różnych nazw [12]. Dopiero Tartaglia w dziele *General trattato* (1556) zaprowadził w tym chaosie reguł pewien ład. U Widmana jest ich aż 28, Wojewódka, nieco skromniejszy, podaje ich 16.

Pierwszą z nich jest „reguła towarzystwa“ (regula societatis): znając udziały wspólników, którzy złożyli się „na kupią“ (w gotówce czy w towarze) i zysk całkowity, należy obliczyć, ile zysku przypada na każdego z nich. Sumę wkładów bierze Wojewódka jako pierwszy „termin“ proporcji, zysk całkowity jako drugi i wkłady poszczególnych wspólników jako trzeci, a „czyniąc podług reguły detry przydzie co każdemu ma przyć“. Regułę trzech stosuje tyle razy, ilu jest wspólników. Oznaczając udziały przez $u_1$, $u_2$, ... $u_n$,

---

[12] T r o p f k e, *Geschichte der Elementar-Mathematik* t. I, 1930, s. 192.

szukane części zysku przez $x_1, x_2, \ldots x_n$, a zysk całkowity przez $z$, wyrazić to można wzorami

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_n : z = u_1 : x_1, \ldots$$

skąd

$$x_1 = \frac{u_1 z}{u_1 + u_2 + \ldots + u_n}, \ldots$$

Regułę ilustruje autor 10 przykładami: w rozwiązaniach dba o przejrzyste rozmieszczenie danych liczbowych, trudności stopniuje. W zadaniu trzecim trzej wspólnicy kupują dom za 500 fl., przy czym udziały ich wynoszą odpowiednio $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{7}$; ponieważ suma tych ułamków wynosi $\frac{41}{42}$, autor oblicza udziały wspólników w stosunku do 41, a nie do 42, i otrzymuje poprawne wyniki $256\frac{4}{41}$ fl., $170\frac{30}{41}$ fl., $73\frac{7}{41}$ fl.[13]. Podobnie jest w zadaniu o trzech towarzyszach, którzy wieźli pszenicę przez wodę i płacą przewoźnikowi 120 korcy; zadanie to, za Widmanem, powtarzają Licht i Jan z Łańcuta.

Bardzo dawne jest także ostatnie zadanie tej grupy[14]:

„Item niektory człowiek będąc ná śmiertelney pośćieli maiąc brzemienną żonę uczynił taki testáment: ieśli żona moiá porodzi syná, chcę aby syn myał dwie częśći moiego dobra ktore wáży 1000 złotych, a żoná trzećią część to iest ostátek, ále iesli porodzi dziwkę, tedy chcę iżby żona miáła dwie częśći a dziewka trzećią część, á tak uczyniwszy testáment umarł. Potym gdy przyszedł czás porodzenia żoná porodziłá dwoie bliźniąt to iest syná y dziewkę. Jest pytanie wiele káżdy stych dzieci ma wziąć podług obyczáyu testámentu".

Zajmował się nim już rzymski prawnik Salvianus Julianus (II w. n. e.) jako zagadnieniem z dziedziny prawa spadkowego; rozwiązał je tak, że majątek podzielił na 7 części, przyznając z nich 4 synowi, 2 matce a 1 córce. Tak samo czyni Wojewódka. Zadanie to powtarza się prawie we wszystkich arytmetykach, zwłaszcza niemieckich, XV i XV wieku, przy czym autorzy zmieniają dane

---

[13] Takie „niemożliwe" zadania, często spotykane w podręcznikach XVI wieku, znajdujemy już w papirusie R h i n d a (1800—1700 przed n.e.): w jednym z nich chodzi o podział 700 chlebów między 4 osoby tak, by pierwsza miała $\frac{2}{3}$ druga $\frac{1}{2}$, trzecia $\frac{1}{3}$, czwarta $\frac{1}{4}$,

[14] T r o p f k e, *Geschichte der Elementar-Mathematik* t. I, 1930, s. 214.

w ten sposób, że na świat przychodzą nie bliźnięta, lecz trojaczki (Widman i i.), a nawet pięcioraczki (Ramus, *Arithmetica*, 1592).

W regule „towarzystwa o czasie" chodzi o podział zysku w przypadku, gdy wspólnicy wnoszą swe udziały na różne okresy czasu. Pierwsze zadanie Wojewódka podaje dosłownie za Janem z Łańcuta (poprawiając jednak błąd drukarski); rozwiązanie polega na rozwiązaniu względem x proporcji

$$(u_1 t_1 + u_2 t_2 + u_3 t_3) : z = u_i t_i : x_i \ (i = 1, 2, 3),$$

w której $u_i$ oznaczają udziały, $t_i$ czas, $z$ zysk całkowity, $x_i$ zyski poszczególnych wspólników.

Zadanie drugie znajdujemy w anonimowym *Algorytmie* niemieckim (Lipsk 1507): wspólnicy zawierają spółkę handlową na okres roku, w ciągu którego zmniejszają wzgl. zwiększają swe udziały. W dalszych czterech zadaniach tej grupy (Widman), z których jedno znajdujemy także u Kłosa, wspólnicy wnoszą w „towarzystwo" bądź towary, bądź srebro na różne okresy czasu. Chcąc wyrazić, że w podziale zysku udziały pierwszego i drugiego mają być w stosunku 5 : 6, a drugiego i trzeciego w stosunku 7 : 9, Wojewódka pisze, idąc za Kłosem:

„á iako często pirwy z zysku brał 5 fl. táko często wtory brał 6 fl., a ile ras wtory brał 7 fl., tyle ras trzeci brał 9 fl. zysku".

Osobno omawia Wojewódka „towárzystwo w liczbie łamáney". W drugim zadaniu tej grupy (Widman) czterej wspólnicy dzielą się zyskiem czy „szkodą" 305 fl. tak, że pierwszemu przypada o $\frac{1}{3}$ więcej niż drugiemu, drugiemu o $\frac{2}{3}$ więcej niż trzeciemu, a trzeciemu o $\frac{3}{5}$ więcej niż czwartemu. Jakie były ich udziały? „Probá kázdego towárzystwá" podana jest dosłownie za Janem z Łańcuta.

„Regułá rowności" (regula equalitatis, sic.) wyjaśniona jest na siedmiu przykładach. W pierwszym zadaniu (Peurbach, Kłos), sługa otrzymał od pana 100 fl. na zakup jednakowej ilości gwoździków po 60 gr., imbieru po 12 gr., pieprzu po 11 gr., gałek po 10 gr. i kminu po 2 gr. za funt. Ile będzie funtów każdego z tych korzeni? Autor rozumuje tak: płacąc 60 + 12 + 11 + 10 + 2 = 95 gr. otrzyma po funcie każdego towaru, więc 95 gr.: 1 = 100 fl. : x, skąd, wobec 100 fl. = 3000 gr., otrzymuje facit $31 \frac{11}{19}$ funtów.

Następna „regułá myeszániá (regula ligar) pozwala obliczyć, ile należy dodać towaru o znanej cenie do kilku innych gatunków tego towaru, aby otrzymać mieszaninę o danej cenie. Regułę ilustrują dwa zadania. Jak wszędzie, autor podaje sposób rozwiązania, lecz sposobu tego nie uzasadnia. W pierwszym zadaniu (Widman) mieszanina składa się z czterech gatunków szafranu: 10 łutów po 10 d. (denarów), 20 łutów po 23 d., 30 łutów po 18 d. i niewiadomej ilość czwartego po 4 d., a łut mieszaniny kosztuje 9 d. Myśl rozwiązania jest mniej więcej taka: ponieważ cena łuta mieszaniny jest 9 d., więc niższa od ceny trzech pierwszych gatunków, niedobór wynosi $10\ 10 - 9 + 20\ 23 - 9 + 30\ 18 - 9 = 560$ d.; będzie on pokryty, jeżeli szafranu czwartego gatunku weźmiemy $560 : 9 - 4 = 112$ łutów.

Zadania o mieszaninie różnych gatunków wina rozwiązuje „regułá ustáwy (regula legis): w jednym z nich zapytuje autor, ile należy zmieszać jednego gatunku po 20 d., drugiego po 15 d., trzeciego po 10 d. i czwartego po 8 d., by otrzymać wino w cenie 12 d. za kwartę (cenę tę nazywa „śrzednyą"). Prowadzi to do równania nieoznaczonego

$$20x + 15y + 10z - 8\ 1 - x - y - z = 12$$

czyli

$$12x + 7y + 2z = 4$$

z warunkiem

$$0 < x + y + z < 1,\ x > 0,\ y > 0,\ z > 0.$$

Rozwiązań jest nieskończenie wiele[15]. Wojewódka, idąc za Widmanem, znajduje tylko jedno z nich: najpierw zapisuje

„20
15
12 meyszánia",
10
8

następnie, jak widać z rachunku, przyjmuje z góry, że ilości wina I i II gatunku są jednakowe, tak samo ilości wina III i IV gatunku; wreszcie od ceny 2 kwart wina I i II gatunku, t. od 35 d., odejmuje podwojoną cenę średnią 2.12 d i otrzymuje 11 d., niedobór z tego tytułu wynosi więc 22 d.; pokrywa w ten sposób, że od 2.12 d.

[15] Łatwo je znaleźć, interpretując je jako punkty płaszczyzny $12x + 7y + 2z = 4$ leżące wewnątrz czworościanu, którego wierzchołkami są punkty 0,0,0, 1,0,0, 0,1,0, 0,0,1.

odejmuje cenę 2 kwart wina III i IV gatunku, tj. 18 d. i otrzymuje 6. Stąd, wobec 2.6 + 2.11 = 34 szukane ilości $\frac{6}{34}, \frac{6}{34}, \frac{11}{34}, \frac{11}{34}$. [16]

Następną z kolei jest „regułá położenia" (regula positionis): ile kupić należy za daną kwotę $k$ fl. różnych towarów $x$, $y$, $z$ o danych cenach $a$, $b$, $c$, jeżeli ilości ich mają być w stosunku danym $x:y:z = \alpha:\beta:\gamma$. Pierwsze zadanie na tę regułę zapożyczone jest od Widmana.

„Regułá pomnożenyá" (regula augmenti) zilustrowana jest jednym przykładem, zaczerpniętym z niemieckiego algorytmu anonimowego (1507): kupiec ma pewną kwotę, jeżeli kupi za nią 9 funtów cyny, zostanie mu 13 gr., jeżeli zaś kupi 14 funtów, zostanie mu 1 grosz. Ponieważ za 12 gr. może kupić 5 funtów cyny, 1 funt kosztuje $2\frac{3}{5}$ gr., skąd wynika, że kupiec ma $9.2\frac{2}{5} + 13 = 34\frac{3}{5}$ gr.

„Regułę zbytku" (regula residui) pokazuje Wojewódka na dwóch przykładach (Widman): w pierwszym z nich kupiec sprzedał adamaszku za 33 fl., od każdego złotego (fl.) stracił 12 gr. Za ile go kupił? Ponieważ 1 fl. = 30 gr., strata wynosi $\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$, cena sprzedaży 33 fl. stanowi więc $\frac{3}{5}$ jego „ścizny", tj. kapitału włożonego w kupno, cena kupna wynosi zatem 55 fl.

„Regula fusti", dla której autor nie podaje polskiej nazwy (poprawniej byłoby fusci, fuscus — zanieczyszczony [17]), zapożyczona jest od Widmana (znajdujemy ją także u Riesego i Alberta). Wyjaśnia ją na jednym zadaniu: ile kosztowało 2781 funtów gwoździków czystych i skruszonych, jeżeli na 100 funtów czystych (cena 23 gr. za funt) przypada 13 funtów skruszonych (cena 12 gr.)? Rozwiązuje się je przez dwukrotne zastosowanie reguły trzech.

„Regula pagamenti", dla której Wojewódka również nie zna polskiej nazwy, odpowiada temu, co nazywa się regułą łańcuchową. Autor przytacza ją za Widmanem, który zapożyczył ją zresztą od Leonarda z Pizy (1228). Jako przykład oblicza, ile kupiec dostanie u „brakárza" (w kantorze wymiany) pieniędzy tj. denarów

---

[16] Sprowadza się to do układu równań

$$35x + 18y = 12$$
$$2x + 2y = 1$$

mającego jedno rozwiązanie: $\frac{6}{34}, \frac{11}{34}$.

[17] Tropfke, *Geschichte der Elementar-Mathematik* t. I, 1930, s. 209.

wiedeńskich za 30 norymberskich, jeżeli 7 wiedeńskich mają wartość 9 linceńskich, 8 linceńskich itd. Rozwiązanie podane jest w formie schematu

$$\begin{array}{ccccccc} \text{wied.} & \text{linc.} & \text{bas.} & \text{wilz.} & \text{reg.} & \text{num.} & \text{norb.} \\ 7 \text{---} & 9 & 12 & 13 & 8 & 18 & 30 \\ & 8 & 11 & 15 & 10 & 5 & 4 \end{array}$$

(tu Wojewódka błędnie połączył kreską 7 i 9, zamiast 7 i 8), co dziś napisalibyśmy tak:

$$30 \text{ den. nor.} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 15 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 30}{9 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 10 \cdot 18 \cdot 4} = 13\frac{23}{429} \text{ den. wied.}$$

Na regułę „frymárków" (regula commutationis) podaje Wojewódka 11 przykładów; dwa spośród nich znajdujemy u Kłosa, a 7 zapożyczonych jest od Widmana. Dwaj kupcy „kłádą na frymárku' (wymieniają) dwa rodzaje towarów tak, „iżby frymárk był rowno a iżby ieden od drugiego nie był zdrádzon", tzn. żeby zyski były proporcjonalne do cen kupna. Oto dla przykładu jedno z nich:

„Item dwá chcą frymarczyć społem, ieden má wełnę á drugi iedwáb, á cetnár wełny kosztuie $21\frac{1}{3}$ fl. gotowych pieniędzy, ktory kłádzie na frymárku zá 24 fl. á chce myec $\frac{1}{6}$ gotowych pyenyedzy, a yeden funr iedwábyu kosztuie fl. $4\frac{1}{3}$ Jest pytánie w wyelu złotych ten iedwáb má być położon na frymárk, ták iżby frymárk był rowny. Ták czyń: ten co má wełnę kłádzye cetnár zá 24 fl. a chce myeć $\frac{1}{6}$ gotowych pyeniędzy, á tá $\frac{1}{6}$ jest 4 fl., á ieszcze ostáną 20 fl., a tyle ma wzyąć towarem: odeymi ty 4 fl. gotowych ktore mu má przydáć od $21\frac{1}{3}$ fl. zostaną $17\frac{1}{3}$ fl., á przeto má myeć 20 fl. w lupi, álbo w towarze. Potym rzecz $17\frac{1}{3}$ fl. gotowych pyeniędzy dáią 20 fl. na frymárku, wiele dádzą $4\frac{1}{3}$ fl. gotowych facit 4 fl. 15 szelągów $2\frac{4}{13}$ halerzá".

Dla wyjaśnienia dodajmy, że 1 fl. = 20 szelągów, a 1 szeląg = = 12 pieniędzy (halerzy). Zadania na regułę frymarków należą do najtrudniejszych w całej książce.

„Regułę o zgádnyenyu iáko wiele kto má pyenię̨dzy“ ilustruje autor przykładem, zapożyczonym od Rudolffa (1546 pierwsze wyd. 1526), który nazywa ją Schimpfrechnung. Należy ona do gatunku zagadek arytmetycznych: jeżeli liczbę, którą mamy odgadnąć, podzielimy kolejno przez 3, 5 i 7 a reszty pomnożymy odpowiednio przez 70, 21 i 15, to dzieląc sumę tych iloczynów przez 105 otrzymamy liczbę niewiadomą. „Sztuczka“ opiera się na tożsamości.

$$70\, r_1 + 21\, r_2 + 15\, r_3 - 105$$

w której $x$ oznacza liczbę niewiadomą a $r_1$, $r_2$, $r_3$ reszty z podzielenia jej przez 3, 5, 7. Przykładu liczbowego Wojewódka na to nie podaje.

„Regułá o sędzye“, tj. o beczce, podana jest według Widmana; należy ona do klasycznego typu zadań o rurach i zbiorniku. Datują się one jeszcze od Herona z Aleksandrii (I w. przed n.e.). „Sąd“ tj. beczka, zawierająca 8 wiader wody, ma 3 czopy: w ilu godzinach opróżni się beczka, o ile otworzymy wszystkie czopy, jeżeli pierwszym czopem woda wypłynie w 1 godzinie, drugim w 2 godzinach, trzecim w 3 godzinach? Wojewódka sprowadza ułamki $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{3}$ do wspólnego mianownika: $\frac{6}{6}, \frac{3}{6}, \frac{2}{6}$, zamieniając 6 godz. na minuty, dzieli je przez $6 + 3 + 2 = 11$, otrzymując szukany czas $32\frac{8}{11}$ min. Odpowiada to rozwiązaniu równania $\frac{x}{1} + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 1$.

Tego samego typu są dwa zadania pod tytułem „regułá o budowániu“, zapożyczone od Widmana: o czterech cieślach, budujących dom, ... mniej budujący przykład lwa, wilka i psa, które wspólnie pożerają owcę. Lew zjadłby ją w 1 godzinie, wilk w dwóch, a pies w trzech; zatem w 12 godzinach lew zjadłby ich 12, wilk 6, a pies 4, razem 22 owce. Następnie Wojewódka tak „sádzi w regulę“:

„22 dáyą iednę godźynę, wiele dáyą 12“.

Ponieważ 12 nie da się podzielić przez 22, zamienia 12 godzin na 720 minut i trzymuje rozwiązanie proporcji $22 : 1 = 720 : x$, skąd $x = 720 : 22 = 32\frac{3}{11}$ min.

Regułę „o złocye y o srebrze“ wyjaśnia autor na 11 zadaniach wziętych z książki Widmana, dodając do nich próby, których u Widmana nie ma. W jednym z nich „yeden má 20 uncyi złotá ktore má na probie 12 kárát, a chce uczynić iżby miáło na probie 10 kárát. Jest pytánie wiele mosiądzu mám przysádzyć ták iżby ono złoto myáło 10 kárát. Náprzod pátrzáy wiele iest czystego złotá we 20 uncyi, mnożąc 20 uncyi przez 12 kárátow, á są 240 kárát, ktore dzyel przez 10 przyidą 24 uncyi, od ktorich odeymi 20 uncyi zostáną 4 uncye, á tilo mosiądzu má przysádzyć".

Nielada trudności musiał mieć czytelnik *Algorytmu*, który chciał zapoznać się z „regułą fałszu" (regula falsi), znaną już w średniowieczu matematykom „arabskim":

Regułá fáłszu dla tego rzeczoná, iż ze dwoiey liczby fáłszywey wzyętey ná wolą ráchuiącego przyidzie prawdzywá á pytáná liczbá. A dla tego się też regułá na troie rozdzieliłá bowiem wydáwszy dwoię liczbę fáłszywą, álbo oboiá niedostánie, álbo oboiá przewyszy, álbo idená z nich przewyszy á drugá niedostánie. Jeśli oboiá niedostanie, álbo ieśli oboiá przewyszy, tedy mnieyszy niedostátek od wyętszego odeymi, ono co zostánie chowáy zá liczbę dzyelącą, potym káżdą liczbę na wolą położoną mnoż na krzyż przez ono łgárstwo drugiey liczby, a po mnożeniu produktum mnieysze odeymi od wyętszego, a ostátek ieśli będzie dzielon przez liczbę dzielącą drzewyey schowáną, tedy kocyent ukáże práwdziwe pytánie".

Reguła ta służyła od dawna do rozwiązywania równań pierwszego stopnia bez pomocy symboli algebry. Przypuśćmy, że chodzi o rozwiązanie równania

$$(1) \qquad ax + b = c \qquad (a,\ b,\ c \text{ dane})$$

„Kładąc na wolą" na miejsce $x$ dowolne liczby $x_1$ i $x_2$ (niech np. $x_1$ $x_2$) otrzymujemy zamiast $c$ liczby $c_1$ i $c_2$:

$$ax_1 + b = c_1,$$
$$ax_2 + b = c_2\,.$$

Przypuśćmy, że „oboiá niedostánie", tzn. $c_1$ i $c_2$ są mniejsze od $c$ i niech np. $c_1 < c_2$. Niedostatki czyli „łgárstwa" wynoszą wtedy

$c - c_1 = \delta_1$

$c - c_2 = \delta_2$

i $\delta_1 > \delta_2$. Liczbą dzielącą czyli dzielnikiem będzie różnica $\delta_1 - \delta_2$. Pisząc następnie

$$\begin{array}{ccc} x_1 & & \delta_1 \\ & \times & \\ x_2 & & \delta_2 \end{array} \qquad \delta_1 - \delta_2 - \text{dzielnik}\,,$$

mnożąc na krzyż, odejmując od $x_2\delta_1$ iloczyn $x_1\delta_2$ i dzieląc przez $\delta_1 - \delta_2$ otrzymujemy szukaną wartość $x$, mianowicie

$$x = \frac{x_2\delta_2 - x_1\delta_2}{\delta_1 - \delta_2}$$

Łatwo przekonać się, że wartość ta spełnia równanie (1). Podobną regułę podaje Wojewódka dla przypadku, gdy „iedná z liczb nie dostánie a drugá zbędzie“, tzn. gdy $c_1 < c < c_2$.

Zadania do tej reguły, w większości zapożyczone u Riesego, są jeszcze o tyle ciekawe, że znajdujemy w nich po raz pierwszy w polskiej książce znaki + i —: plus w formie krzyża maltańskiego, minus w formie długiej kreski poziomej. Znaki te nie oznaczają jednak jeszcze dodawania i odejmowania; wprowadzając je, Wojewódka pisze obok nich „więcey“ i „mniey“, używa ich tylko jako znaków „zbytku“ i „niedostawanya“. Czyni to jeszcze niepewnie, bo w następnych zadaniach pisze słowami: „mniey“ i „więcey“, albo „niedostánye“.

Stosując kilkakrotnie regułę fałszu Wojewódka rozwiązuje m.i. takie zadanie:

„Item trzey kráwcy máyą wyrobić 30 postawów sukna tym obyczáyem, iż gdy pierwszy y wtory będą społem robić, tedy tych 30 postawów sukny wirobyą zá 20 dni. A kiedy wtory z trzecim będą pospołu robyc, tedy tich 30 postawow sukná wyrobyą zá 25 dni, a gdy zaś trzeci z pierwszym będą pospołu robic, tedy tich 30 postawów sukna wyrobyą zá 30 dni. Jest pytánie kyediby wszysci trzey razem robili, iákoby rychło tich 30 postawow sukna wyrobyli“.

W ostatnich czterech zadaniach (Widman, Riese), ilustrujących „regułę detri wywroconą“ (regula detri conversa), omawia Wojewódka przykłady wielkości odwrotnie proporcjonalnych.

Na ostatniej karcie dzieła znajdujemy tradycyjny wizerunek brodatego rachmistrza, zajętego liczeniem na abaku, a pod nim napis: „Drukowano w Krakowie u dziedzicow Marka Szarfenbergera. Roku 1553“.

*

* *

Zakres materiału, jaki obejmuje książka Wojewódki, jest ten sam, co u Kłosa: pięć działań na liczbach całkowitych [18] (liczenie,

[18] Jan z Łańcuta i Herbest (1561) wymieniają jeszcze jedno działanie: progressio (postęp).

dodawanie, mnożenie i dzielenie), działania na ułamkach zwykłych, reguła trzech dla liczb całkowitych i ułamków, wreszcie, jako zastosowanie reguły trzech, reguły kupieckie różnego rodzaju. Jakkolwiek arytmetyki liniowej uczono także w szkołach (Herbest), to jednak sposób opracowania różnych działów arytmetyki i dobór przykładów świadczy o tym, że książka Wojewódki przeznaczona była nie dla szkół (język łaciński), lecz dla kupców. Materiał potraktowany jest w niej znacznie obszerniej niż u Kłosa, układ tego materiału jest bez porównania bardziej systematyczny. Na książce Kłosa wzorował się autor tylko w nieznacznej mierze; błędne byłoby mniemanie, że książka jego jest przeróbką *Algorytmu* Kłosa. W pierwszej połowie dzieła opierał się więcej na *Algorytmie* Jana z Łańcuta, tu i ówdzie znajdujemy reguły ujęte według *Algorytmu Lichta* (na którym opierał sią Jan z Łańcuta); w drugiej połowie poświęconej regułom kupieckim (Niemcy nazywali to Regelbüchlein) większość przykładów czerpał autor, jak widzieliśmy, z arytmetyki Widmana z roku 1489, ostatnie wydanie 1526 (zresztą i Widman, zgodnie z ówczesną praktyką, czerpał wraz z innymi obficie m.i. z wiedeńskiego algorytmu rękopiśmiennego [19] z połowy XV wieku, a dalsze ślady prowadzą do Włoch).

Podanych reguł autor nie uzasadnia, podobnie jak inni autorzy. Ilustruje je jednak licznymi przykładami, podając przy nich sposób sprawdzenia rozwiązania. Obok praktycznych wskazówek podaje także, co prawda jeszcze w niewielkim zakresie, trochę wiadomości natury teoretycznej. Szczególnie dokładnie opracowany jest rozdział o ułamkach. Nie ustalona jeszcze terminologia, w zasadzie ta sama co u Kłosa, i chęć dokładnego wyjaśnienia każdej czynności rachunkowej (bez symboliki algebraicznej) sprawiły, że dzieło obfituje w długie, trudne czasem do zrozumienia reguły; czytelnik, kupiec czy samouk musiał mieć przy czytaniu niemałe trudności [20].

Wreszcie warto podkreślić dbałość, z jaką książka została wydana, estetyczny układ czcionek i piękne inicjały. Niewątpliwie

---

[19] E. Rath, *Über ein deutsches Rechenbuch aus dem 15. Jahrhundert.* Bibliotheca Mathematica (3. Folge) Bd. 13, 1912—13, s. 22.

[20] Wydana w r. 1561 łacińska *Arithmetica linearis* jezuity Benedykta Herbesta (dalsze wydania 1564, 1566, 1569, 1577), przeznaczona przede wszystkim dla szkół, obejmowała ten sam materiał, a pod względem zwięzłości i jasności wykładu znacznie przewyższała *Algorytm* Wojewódki. Herbest był jednak zawodowym pedagogiem, a Wojewódka, jakbyśmy dzisiaj powiedzieli, tylko amatorem.

sam autor dopilnował jej druku. Następne wydania książki mają już znacznie skromniejszą szatę zewnętrzną.

Książka Wojewódki cieszyła się zapewne dużą poczytnością wśród kupców i samouków, skoro ukazały się jeszcze dwa jej wydania. Jedno ukazało się w Krakowie w roku 1574 w drukarni Stanisława Szarffenbergera. Jest ono dosłownym — o ile pominiemy minimalne zmiany (jak zastąpienie słowa „facit" przez „czyni" itp.) — przedrukiem pierwszego. Wydawca nie umieścił w nim jednak nazwiska autora i usunął jego przedmowę, zastępując ją własną dedykacją. Trzecie wydanie wyszło z druku w Wilnie w roku 1602, również jako dosłowny przedruk bez nazwiska autora; wierszowaną przedmowę do czytelnika, zawierającą pochwałę nauki i wyliczającą pożytki arytmetyki, napisał do niego Antoni Desserani. Przedmowa kończy się wezwaniem:

Nie lituy tedy groszá, Czytelniku miły,
Ponieważ bez niey twe są niedołężne siły.
Nic ty bez Artmetiki porządnie nie spráwisz,
Jeśliś iey nieuk prożno ráchubą mysl báwisz,
Tu się pokwápiáy y stąd náucz się ráchowáć
A potym tráfisz zácz mász tę Książkę kupowáć.

W roku 1874 Adam i Stanisław Pilińscy wydali w Paryżu przedruk pierwszego wydania. Zarówno trzy dawniejsze wydania, jak i ten przedruk są dzisiaj wielką rzadkością.

W późniejszej o przeszło 100 lat arytmetyce, której rękopis znajdował się przed ostatnią wojną w Bibliotece Krasińskich, Józef Naroński[21] tak pisał o książce Wojewódki: „Algorithm, iakoby goły rythm, albo przypomnienie temu, który się iuż aritmetiki uczył. Może tę o nim sentencyę powiedzieć. Że mądremu nic po niey, a głupi nic się z niey nie nauczy, ani zrozumie, co w niey iest". *Arytmetyka* Narońskiego, która zresztą w druku się nie ukazała, przewyższa *Algorytm* Wojewódki tym, że jest arytmetyką cyfrową (jest w niej także mowa o arytmetyce liniowej) i że zakres jej jest obszerniejszy; jednak niektóre rozdziały *Algorytmu* (np. o regule trzech) w niczym nie ustępują Narońskiemu.

Żałować należy, że przedwczesny zgon Wojewódki (1554) nie pozwolił mu wydać zapowiedzianego algorytmu cyfrowego; w każdym razie za wzbogacenie bardzo ubogiej literatury matematycznej w języku polskim w XVI wieku żywimy dla niego tę wdzięczność, o któ-

[21] E. Stamm, *Z historii matematyki XVII w. w Polsce*, „Wiadomości Matematyczne" t. XL, Warszawa 1935, s. 13.

rej wspomina w przedmowie do swego dzieła. Na arytmetykę cyfrową w języku polskim czekać musieli czytelnicy aż do roku 1647; wydał ją J. A. Gorczyn.

*

* *

W dziełach poświęconych historii Reformacji w Polsce, od najstarszych Sandiusa i Węgierskiego (powołujących się na rękopis Budzyńskiego) do najnowszych (*Bibliografia literatury polskiej Odrodzenia),* znajdujemy wzmianki o tym, że Wojewódka, mieszczanin krakowski, wysoce wykształcony drukarz, światły uczeń Erazma z Rotterdamu, był uczestnikiem tajnych zebrań, na których gromadziły się w Krakowie w latach 1540—1550 wybitne osobistości, sympatyzujące z ruchem reformacyjnym: obaj Trzeciescy, Andrzej Frycz Modrzewski, Jakub Przyłuski, Franciszek Lismanin, prowincjał franciszkanów i spowiednik królowej Bony i i.[22].

Czy istotnie Wojewódka był uczniem Erazma, o tym wątpić należy, ani w korespondencji Erazma, ani w innych *Erasmianach* nie ma na to dowodu. Raczej przypuszczać można, że Wojewódka był tylko wielbicielem Erazma, a uwielbienie to wpoił mu starszy Trzecieski, który jeszcze w r. 1527 próbował nawiązać korespondencję z wielkim humanistą [23].

W aktach wójtowsko-ławniczych Krakowa nazwisko Wojewódki spotykamy już w roku 1546, od tego czasu występuje on wielokrotnie jako pełnomocnik, później jako ławnik (scabinus), wreszcie w roku 1551 jako wójt (advocatus), tj. przewodniczący sądu ławniczego. Na skórzanej, bogato zdobionej renesansowej oprawie potężnego foliału, zawierającego protokóły rozpraw sądu z roku 1551, widnieje napis: „Acta Advocati Civitatis Cracoviensis Anni Domini MCLI", herb Krakowa i medalion z monogramem wójta B.W., jego znakiem na tarczy i dewizą w otoku:

*Virtus non sanguis generositas*

Na pierwszej karcie znajdujemy ozdobny napis: „Processus causarum Judicii Civitatis Cracoviensis Presidente Famato Bernhardo Woijewodka Advocato delegato Anno Domini MDLI".

[22] S p y t k o J o r d a n, któremu dedykowane jest dzieło Wojewódki, był także zwolennikiem tego ruchu.

[23] K. M i a s k o w s k i, *Erasmiana*, Paderborn 1900, s. 29-30.

O tym, że Wojewódka już w Krakowie zajmował się drukarstwem, świadczyłaby jego wzmianka w przedmowie do *Algorytmu* „... przy prásie ustáwicznie będąc...“, a także i to, że utrzymywał korespondencję z księciem pruskim Albrechtem, który chciał w Królewcu założyć polską drukarnię; Wojewódka pośredniczył nawet w wyjeździe do Królewca krakowskiego drukarza Hieronima Viętora. Jak przypuszcza Ulanowski [24], Wojewódka miał także służyć radą, a może i pomocą, Jakubowi Przyłuskiemu przy założeniu jego drukarni w Szczucinie.

Poza drukarstwem zajmował się Wojewódka także przekładami psalmów, Nowego Testamentu i pism reformatorów niemieckich. W roku 1553 Mikołaj Radziwiłł Czarny, wojewoda wileński, gorący zwolennik Reformacji, założył w Brześciu Litewskim drukarnię dla tłumaczenia i wydawania dzieł ewangelickich. Do kierowania nią powołał Wojewódkę i Andrzeja Trzecieskiego (młodszego). W Brześciu wydał Wojewódka trzy książki, tzw. *Katechizm brzeski* (Brückner przypuszcza, że dzieło to jest jego pióra) i dwie inne. Unikaty te (opisane przez F. Pułaskiego) spłonęły w pożarze Biblioteki Krasińskich w roku 1944. Krótko trwała działalność Wojewódki w Brześciu; w lipcu roku 1554 utonął w czasie przeprawy przez rzekę, a wraz z nim cenne rękopisy (m.i. także i Reja). Jak się dowiadujemy z listu Szymona Zacjusza do krakowskiego introligatora Moellera, wdowa po Wojewódce, Dorota, sprzedała drukarnię Matysowi Wierzbięcie (drukarzowi Reja), ale zachowała rękopisy [25]. Jeszcze na synodzie w Pińczowie w roku 1556 Stanisław Wiśniowski apelował w imieniu wdowy o wydanie książek przetłumaczonych przez Wojewódkę i wypłacenie jej wynagrodzenia. Co się z rękopisami stało, nie wiadomo.

## L I T E R A T U R A

M. B a r a n i e c k i, *Arytmetyka,* Warszawa 1884 (Wstęp).

*Algoritmus* Tomasza K ł o s a, wydanie M. Baranieckiego, Kraków 1889.

P. D z i w i ń s k i, *O algorytmie Bernarda Wojewódki.* „Muzeum“ rocznik V, Lwów 1889.

J. T r o p f k e, *Geschichte der Elementar-Mathematik* t. I, Berlin, Leipzig 1930.

---

[24] *Reformacja w Polsce,* 1922, nr 8, s. 251.

[25] *Reformacja w Polsce,* 1937-9, s. 433.

## АЛГОРИТМ БЕРНАРДА ВОЕВОДКИ

Среди учебников арифметики, изданных в Польше на протяжении XVI в., преобладали учебники линейной арифметики. Это следует объяснить тем, что индийско-арабские цифры появились в Польше лишь во второй половине XIV в. и постепенно нашли распространение в XV в. Кроме того, линейная арифметика являлась более наглядной, чем цифровая, и поэтому была более доступной. В XVI в. вышли на польском языке только две книги об арифметике: алгоритмы (линейные) Тамаша Клосса (1538) и Бернарда Воеводки (1553).

Алгоритм Воеводки, значительно более обширный, чем книга Клосса, состоит из трех частей: 1. арифметика целых чисел, 2. тройное правило и учение о дробях, 3. купеческие правила. В первой части автор обсуждает пять действий над целыми числами (вычисление, сложение, вычитание, умножение и деление) без возведения в квадратную степень и извлечения квадратного корня. Вторая, более обширная часть посвящена дробным числам. Автор не обосновывает приведенных им правил, а лишь помещает многочисленные примеры и способы проверки решений. Наряду с практическими указаниями в книге содержится некоторое количество сведений теоретического характера. Способ составления книги и приведенные примеры свидетельствуют о том, что алгоритм был предназначен не для школ, а для купеческого сословия и самоучков. Первое издание отличается тщательным техническим оформлением. Два последующие издания (Краков 1574, Вильно 1602) вышли без изменений, но фамилия автора не указана. В 1874 году в Париже было выпущено факсимиле первого издания.

Первая часть книги составлена на основе линейных алгоритмов Б. Лихта (1507) и Яна из Ланьцута (1513 и другие издания); третья часть, посвященная купеческим правилам арифметики, содержит примеры, которые автор привел из арифметики И. Видмана (1489, последнее издание в 1526 г.).

Бернард Воеводка, краковский мещанин, печатник и горячий почитатель Эразма Роттердамского, участвовал в тайных собраниях, устраивавшихся в Кракове в течение 1540—1550 гг. на которые приходили выдающиеся люди того времени, в том числе Анджей Тшэцеский, Анджей Фрич Моджевский, Якуб Пшилуский и другие. С 1553 по 1554 год, то есть до самой смерти, Воеводка руководил работой типографии, основанной в Бресте Литовском князем Николаем Радзивиллом и предназначенной для переводов и печатания работ выдающихся деятелей реформации.

## THE ALGORITHM OF BERNARD WOJEWÓDKA

Among the textbooks of arithmetic appearing in print in Poland in the course of the sixteenth century the geatest number consisted of linear arithmetics. The reason for this most probably lies in the fact that Ando-Arabic figures had not been introduced into Poland until as late as the second half of the fourteenth century and came to be universally used only in the course of the fifteenth; probably, too, in the circumstance that, having a more concrete character than the numeral, linear arithmetic was easier to grasp. Only two books of arithmetic appeared in Polish in the sixteenth century: they were the algorithms linear by Tomasz Kłos, in 1538, and by Bernard Wojewódka, in 1553.

Wojewódka's algorithm, much exceeding in size the little booklet written by Kłos, is composed of three parts: the arithmetic of whole numbers, the rule of three, including a study of fractions, and commercial accountancy rules. In the first part, the author discusses the five rules on whole numbers (counting, addition, subtraction, multiplication, division), without doubling or halving. There is a very exhaustive chapter on fractions, in which, however, doubling and halving are still preserved. The author does not give any grounds for the rules he is presenting, but illustrates them with numerous examples and provides a method of checking the results. Besides practical instructions, he also gives some, still rather modest, information of a theoretical nature. The manner in which the problems are presented, as well as the type of examples selected indicate that the algorithm was intended for the use of merchants and self-taught students rather than schools. The first edition of the book is remarkable for its careful print. The two following (Cracow, 1574, and Vilna, 1602) are literal copies of the first, only omitting the name of the author. A facsimile copy of the first edition appeared in Paris in 1874.

The first part of the work is based on linear algorithms of B. Licht (1507) and of Jan of Łańcut (1513, and numerous further editions); in the second, which discusses a dozen or so commercial rules, the author used for his model the arithmetic of J. Widman (1489, last ed. 1526).

Bernard Wojewódka, a burgher of Cracow and printer by profession, was an admirer of Erasmus of Rotterdam and had participated in secret meetings attended by such eminent personalities, sympathizers with the Reformation movement, as Andrzej Trzecieski (both senior and junior), Andrzej Frycz Modrzewski, Jakub Przyłuski, and others. During the years 1553—1554, ie. until his death, Wojewódka managed the printing-house in Brześć Litewski which had been founded by prince Nicholas Radziwiłł for the purpose of translating and publishing the works of eminent reformers.