Majewski, Maksymilian

Namen- und Aussagenlogik im Traktat "De syllogismo hypothetico libri duo" von Boethius

Organon 20 21, 59-79

1984 1985

Artykuł umieszczony jest w kolekcji cyfrowej Bazhum, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych tworzonej przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego.

Artykuł został zdigitalizowany i opracowany do udostępnienia w internecie ze środków specjalnych MNiSW dzięki Wydziałowi Historycznemu Uniwersytetu Warszawskiego.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

MUZEUM HISTORII POLSKI

UNIVERSITAS VARSOVIENSIS

Maksymilian Majewski (Polen)

NAMEN- UND AUSSAGENLOGIK IM TRAKTAT *DE SYLLOGISMO HYPOTHETICO LIBRI DUO* VON BOETHIUS

I. EINLEITUNG, AUFSTELLUNG DES PROBLEMS

Anhand der logischen Forschungen der Professoren Jan Łukasiewicz (1878–1956)[1] und Heinrich Scholz (1884–1957)[2] ist es bekannt, daß die Griechen bereits zu Beginn der Entwicklung der formalen Logik zwei logische Theorien, die Aristotelische und die stoische, besassen. Die erstere war eine Namenlogik, die letztere hingegen eine Aussagenlogik, Dialektik.

Es wird in dieser Abhandlung bewußt keine Rücksicht genommen auf die diesbezüglichen Werke von Carl Prantl[3], Victor Brochard[4] und Edmund Zeller[5], denn sie sind in historischer Hinsicht nahezu wertlos für dieses Thema. Da die genannten Autoren keinen Unterschied zwischen der Aristotelischen Logik als einer Namenlogik und der stoischen Dialektik als einer Aussagenlogik sehen, konnten sie die letztere geradezu nicht begreifen, wodurch ihre Spekulationen nur von geringer wissenschaftlicher Bedeutung

---

[1] J. Łukasiewicz, „O logice stoików", *Przegląd Filozoficzny*, 30, Jahrgang (1927), Heft IV, 278. J. Łukasiewicz, *Elementy logiki matematycznej*, autorisiertes Skript, hrsg. v. Verlagsausschuß d. Math.-Phys. Studentenzirkels der Warschauer Universität (1929), 21 ff. J. Łukasiewicz, „Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls", *Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, XXIII 1930, Classe III, 75–77. J. Łukasiewicz, „Znaczenie analizy logicznej dla poznania", *Przegląd Filozoficzny*, 37. Jahrgang (1934), Heft IV, 369 ff.

[2] H. Scholz, *Geschichte der Logik*, Berlin 1931, 22–24.

[3] C. Prantl, *Geschichte der Logik im Abendlande* I, Leipzig 1855, 401–496, *passim*.

[4] V. Brochard, *Études de philosophie ancienne et de philosophie moderne*, Paris 1926, 221–239, *passim*.

[5] E. Zeller, *Die Philosophie der Griechen*, III. Teil, I. Abteilung, Leipzig 1923, 65–118, *passim*.

sind[6]. Unter Berücksichtigung der Differenzierung der formalen Logik bei den antiken Griechen kann man nachweisen, daß im Traktat *De syllogismo hypothetico libri duo* von Boethius (480–525) Elemente der Aristotelischen und der stoischen Logik[7] aufkommen, daß diese Elemente miteinander vermischt sind und, als Folgerung daraus, daß der stoische Syllogismus durch einige Bestandteile der Aristotelischen Logik verzerrt ist[8].

Eine gebührende Behandlung dieses Problems in der logischen Literatur bleibt noch aus. Das festgesetzte Thema bedarf einer Klärung derjenigen Fragen aus dem Traktat von Boethius, die gewissermaßen Projektionen der entsprechenden Elemente der zwei genannten antiken logischen Theorien sind. Es sind dies: die logische Zweiwertigkeit, die logischen (Aristotelischen) Namen- und (stoischen) Aussagenvariablen, der Aristotelische und stoische Begriff der formalen Implikation, der hypothetische Syllogismus und der Begriff der Disjunktion.

II. LOGISCHE ZWEIWERTIGKEIT

Die zweiwertige Logik gebraucht den Begriff der Wahrheit bzw. Falschheit. Boethius analysierte die Zweiwertigkeit der Logik in dem Werk *In libro de interpretatione*[...] *de futuris contingentibus* und kam zu dem Schluß, daß man über die Wahrhaftigkeit bzw. Falschheit nur im Falle von Sätzen, die vergangene oder gegenwärtige Situationen betreffen, entschieden urteilen könne; im Falle von Sätzen, die zukünftige und nicht unbedingt nötige Situationen betreffen, sei eine solche Gewißheit hingegen nicht möglich[9].

[6] Łukasiewicz, „Philosophische Bemerkungen,..": „So verdienstvoll auch das Werk Prantl's als eine Sammlung von Quellen und Materialien ist, vom logischen Standpunkt hat es kaum einen Wert. Zur Beleuchtung dieser Behauptung mag nur eines eingeführt werden. Sowohl Prantl, als auch alle späteren Autoren, die über die Logik der Stoa geschrieben haben, wie Zeller oder Brochard, haben diese Logik gänzlich mißverstanden. Für einen jeden Kenner der mathematischen Logik ist ohne weiteres klar, daß die stoische Dialektik die antike Form des modernen Aussagenkalküls ist [...] Die stoische Dialektik ist keine Fortbildung oder Ergänzung der Aristotelischen Logik, sondern eine Leistung, die der Aristotelischen ebenbürtig an die Seite tritt [...] Die Geschichte der Logik muß neu geschrieben werden, und zwar von einem Historiker, der die moderne mathematische Logik gründlich beherrscht."

[7] Boetii *De syllogismo hypothetico libri duo*, Migne, *Patrologia Latina*, Vol. 64, Parisiis 1847, 831–876, *passim*. Boethius' Autorschaft des Traktates *De syllogismo hypothetico* wird nicht in Frage gestellt: F. Überweg-Geyer, *Grundriß der Geschichte der Philosophie*, II, Berlin 1928, 135 ff.; Scholz, *op. cit.*

[8] In dieser Schrift unfaßt die Bezeichnung „Syllogismus" den Syllogismus im Aristotelischen und stoischen Sinne. J. Salamucha, *Zestawienie scholastycznych narzędzi logicznych z narzędziami logistycznymi*, in: *Myśl katolicka wobec logiki współczesnej*, Studia Gnesnensia XV, Poznań 1937, 17; J. Łukasiewicz, „Z historii logiki zdań," *Przegląd Filozoficzny*, 37. Jahrgang (1934), Heft IV, 421.

[9] *Boetii in librum Aristotelis de interpretatione libri sex*, editio secunda seu maiora commentaria, Liber tertius, Migne, *Patrologia Latina*, Vol. 64, Parisiis 1847, 518, C. „In [...] praesentibus et praeteritis definite una vera et altera falsa. In [...] futuris et contingentibus veritas et falsitas propositionum nulla definitione constringitur."

Darin folgt Boethius dem Beispiel von Aristoteles[10], dessen Logik, trotz gewisser Möglichkeiten der Deutung von Sätzen in futuro contingentium mit Hilfe des sog. dritten logischen Wertes, d.h. der Wahrscheinlichkeit, im Grunde genommen eine zweiwertige Logik ist, die den Begriff der Wahrheit bzw. Falschheit gebraucht[11]. Da Boethius in seinem Traktat nahezu ausschließlich de praesentibus spricht, verwendet er auch konsequent nur eine zweiwertige Logik, und zwar nach dem von ihm angenommenen Grundsatz: Omni veritati falsitas opponitur, omni etiam falsitati veritas[12].

Die stoische Aussagenlogik war ebenfalls zweiwertig. Sie stützte sich auf den Grundsatz, daß jede Aussage nur einen von den zwei logischen Werten, Wahrheit bzw. Falschheit, annehmen könne. Die Stoiker hielten sich an diesen Grundsatz, da sie sich bewußt der Meinung widersetzten, es gebe Sätze, die weder wahr noch falsch seien, d.h. Sätze, die zufällige künftige Ereignisse betreffen. Diesen Sätzen entspreche der dritte logische Wert, die Wahrscheinlichkeit. Jene vorwiegend in der epikureischen Schule verbreitete Meinung schrieben die Stoiker auch Aristoteles zu[13].

III. LOGISCHE NAMEN- UND AUSSAGENVARIABLEN

In seiner Analyse des Inhalts des hypothetischen Syllogismus sagt Boethius, er bestehe aus drei Termini und die beiden Prämissen hätten einen von ihnen gemeinsam[14]. Diese Termini werden repräsentiert von den Buchstaben *a*, *b*, *c* und *d*, die als logische Variablen auftreten.

Es erhebt sich die Frage, ob diese Buchstaben durch Namen von Sachen oder durch logische Sätze zu ersetzen sind[15]. Dies beantwortet Boethius selbst. In denjenigen Syllogismen, in denen er die Substitution verwendet, ersetzt er ausnahmslos alle Buchstabenvariablen durch allgemeine Namen von Sachen. Er tut dies, um die inhaltliche Wahrhaftigkeit der konstruierten syllogistischen Formeln zu veranschaulichen[16]. Substituiert werden Namen wie:

---

[10] *Aristotelis liber de interpretatione*, in: *Aristotelis opera omnia graece et latine*, Vol. I, Parisiis 1848, Cap X, „De oppositionibus in futuris contingentibus" (13), 30: „[...] manifestum est quod non est necessarium, omnis affirmationis aut negationis oppositarum alteram veram alteram falsam esse. Non enim, quaemadmodum in iis, quae sunt sic etiam se habet in iis, quae non sunt, aut esse possunt, aut non esse."

[11] J. Łukasiewicz, „Co dała filozofii współczesna logika matematyczna?" *Przegląd Filozoficzny*, 39. Jahrgang (1936), Helft IV, 326.

[12] *Boetii in librum Aristotelis de interpretatione libri duo.* Editio prima seu minora commentaria, Migne, *Patrologia Latina*, Vol. 64, Parisiis 1847, 317, D.

[13] Łukasiewicz, „O logice stoików", 278–279. J. Łukasiewicz, *Die logischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Kraków 1913, 75, *passim*.

[14] Boetii *De syllogismo hypothetico...*, 839, A/B.

[15] Łukasiewicz, *Die logischen Grundlagen...*, 56: „(Aristoteles) wollte Aussagen [...] so charakterisieren [...] Aussagen gerade solche Sätze sind, die [...] etwas behaupten, d. h. feststellen, daß etwas ist oder nicht ist. daß es so oder nicht so ist."

[16] Boetii *De syllogismo hypothetico...*, 855, B: „[...] exempla subiecimus [...]".

homo, nigrum, album, corpus, animatum, lapis, lignum, sensibile, rationale, medicus, aeger, artifex, anus u.ä.[17] Die angeführten Termini sind allgemeine Namen von Sachen bzw. Sachzuständen. Der hypothetische Syllogismus von Boethius enthält also nur Namenvariablen; er gehört zur Namenlogik. Nichts ändert daran der Umstand, daß Boethius in seinem Traktat von Aussagen spricht und sogar Pseudo-Aussagenfunktionen gebraucht, und zwar „est *a*", „est *b*", est *c*" u.ä.; wesentlich ist, daß den Ausgangspunkt seines hypothetischen Syllogismus die Namenvariablen *a*, *b*, *c* und *d* darstellen.

Im Aristotelischen Syllogismus gibt es auch drei Termini, ausgedrückt mit drei Großbuchstaben. Nötigenfalls ersetzt Aristoteles diese Buchstaben durch allgemeine Namen von Sachen[18]. Substitution mit Hilfe von leeren Einheits- und ganz allgemeinen Namen ist nicht gestattet[19]. Theoretisch pflegten Aristoteles und Boethius die Namenlogik, tatsächlich jedoch griffen beide manchmal auf das Gebiet der Aussagenlogik über, wie z.B. bei der vollständigen Charakteristik des Implikationszusammenhangs der Sätze. Es spricht dies für die Richtigkeit der Meinung von Geschichtsschreibern der Logik, man könne die Namenlogik weder pflegen noch konstruieren ohne frühere Berücksichtigung der Aussagenlogik[20].

Es erhebt sich nun die Frage, ob die in dem hypothetischen Syllogismus von Boethius als Namenvariablen auftretenden Buchstaben auch als Aussagenvariablen fungieren könnten. In der Formel des Gedankengangs:

Si est *a*, est *b*	$a - b$
et si est *b*, est *c*	$b - c$
si est *a*, est *c*.	$a - c$

seien ersetzt:

a durch: homo est animal rationale,
b durch: animal rationale est sensibile,
c durch: sensibile est vitale,

und daraus folgt der Satz:

Si est (homo est animal rationale), est (animal rationale est sensibile)
et si est (animal rationale est sensibile), est (sensibile est vitale),

---

si est (homo est animal rationale), est (sensibile est vitale).

---

[17] Ebenda, 845, B f.; 356, B; 874; B. T. Czeżowski, *Klasyczna nauka o sądzie i wniosku w świetle logiki współczesnej*, Wilno 1927, 30.

[18] Aristotelis *Analyticorum priorum*, in: *Aristotelis opera omnia graece et latine*, Vol. I, Parisiis 1848, L. I, C. IV (2) (3); c. XXIV, 20; L. I, c. XXV (1): „[...] termini tres [...] fuerint [...]".

[19] Łukasiewicz, *Elementy logiki*...; T. Kotarbiński, *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*, Lwów 1929, 210.

[20] Łukasiewicz, *Elementy logiki*...

Wir haben also einen weitschweifigen und stilistisch stümperhaften Konditionalsatz, den man (nach einem logischen und stilistischen Schliff) zu einer sinnvollen und glatten Aussage machen kann durch Hinzufügen des am Anfang formell gebührenden „si", durch Aufhebung der sechsmal aufkommenden Vokabel „est" und durch Beseitigung aller Einschaltungszeichen (...). Die ausgefeilte Form des erörterten Konditionalsatzes ist wie folgt:

„Si" si homo est animal rationale, animal rationale est sensibile
et si animal rationale est sensibile, sensibile est vitale,

---

si homo est animal rationale, sensibile est vitale.

Formell scheint dieser Satz ein peripatetischer Implikationssyllogismus innerhalb der Figur IV zu sein, jedoch ein solcher syllogistischer Modus ist in der Figur IV nicht vorhanden, und zwar wegen der Konklusion: $a - c$. Man muß also dem Beispiel von Bursius folgen und diesen Syllogismus der stoischen Logik zurechnen, obwohl er die Gestalt einer Folgerungsregel nicht hat; er drückt nämlich das Transitionsprinzip aus:

$$C\ K\ C\ p\ q\ C\ q\ r\ C\ p\ r.$$

Möglich ist darüber hinaus eine zweite Weise des Gebrauchs der im Traktat enthaltenen Namenvariablen als Aussagenvariablen. Es sei die Pseudo-Aussagenfunktion (Quasi-Aussagenfunktion) „est *a*" ersetzt durch den Passus „verum est *a*", „est *b*"/„verum est *b*" und „est *c*"/„verum est *c*"[21]. Es seien *a, b,* und *c* Symbole von Sätzen: *a* von: homo est animal rationale, *b* von: animal rationale est sensibile, *c* von: sensibile est vitale. Aus diesem Verfahren folgt ein Konditionalsatz:

„Si" si verum est hominem esse animal rationale,
verum est animal rationale esse sensibile
et si verum est animal rationale esse sensibile,
verum est sensibile esse vitale,

---

si verum est hominem esse animal rationale,
verum est sensibile esse vitale.

Auch dieses weitschweifige Implikationssatzgefüge scheint ein peripatetischer Syllogismus zu sein, wegen der Konklusion ($a - c$) ist es das aber nicht. Man muß es der stoischen Logik zurechnen. Nach Auslassung aller interpolierten „verum est" und Ersetzung der Namenvariablen *a*, *b* und *c* durch die Aussagenvariablen *p*, *q* und *r* ergibt sich ein implikativ-konjunktiver stoischer Syllogismus in der Form einer logischen These:

$$C\ K\ C\ p\ q\ C\ q\ r\ C\ p\ r$$ [22].

Der erörterte hypothetische Syllogismus des Boethius läßt sich formell

---

21 Salamucha, *Zestawienie scholastycznych narzędzi...*

22 Łukasiewicz, *Elementy logiki...*

bezeichnen als ein Gebilde aus dem Grenzgebiet der Namen- und der Aussagenlogik, jedoch unter Hervorhebung der Einwirkung der Namenlogik[23]. Derartige syllogistische Strukturen konnten nur infolge der Vermischung der Aussagenlogik mit der Namenlogik entstehen.

Neben der Symbolik der Kleinbuchstaben des lateinischen Alphabets gebraucht Boethius die Ordinalzahlen „primum" und „secundum" als logische Variablen. Die Buchstabensymbolik ist eine Projektion der syllogistischen Symbolik des Aristoteles und in der Zahlwortsymbolik wird hingegen die stoische Dialektik projiziert, denn „stoici porro numeros usurpant, ut 'si' primum, secundum; atqui primum; secundum igitur". Indem Boethius die Zahlwortsymbolik von den Stoikern übernimmt, verzerrt er sie auch durch das Hinzufügen der logischen Konstante „est". Dies weisen die Texte von Boethius nach: „Si est primum, secundum esse necesse est; si secundum non fuerit, non erit primum"[24]. Sind „primum" und „secundum" Namen- oder Aussagenvariablen? In der stoischen Dialektik waren sie Aussagenvariablen. Boethius betrachtet sie als Namenvariablen, indem er z.B. „primum" durch „homo" und „secundum" durch „animal" ersetzt. Die „est primum" und „est secundum" von Boethius muß man also für Pseudo-Aussagenfunktionen halten, ähnlicherweise wie im Falle der früher erörterten Pseudo--Funktionen „est *a*" und „est *b*"; auch diese zeugen von einer Verzerrung der stoischen Aussagenlogik durch Interpolation mit Hilfe von Elementen der Aristotelischen Namenlogik.

In einem 1938 während des IV. Internationalen Kongresses für die Einheit der Wissenschaft zu Cambridge gehaltenen Vortrag über die Aussagenlogik im Mittelalter[25], geschrieben unter dem Einfluß der Abhandlung „Aus der Geschichte der Aussagenlogik"[26] von Łukasiewicz und des Buches *Geschichte der Logik*[27] von H. Scholz, befaßt sich der Zürcher Professor Karl Dürr (1888–1970) mit der Theorie des hypothetischen Syllogismus des Boethius vom Standpunkt der zeitgenössischen formalen Logik aus und kommt zu einem bedenklichen Schluß. Dürr behauptet, es gebe in der Logik des Boethius Variablen, die man für Aussagenvariablen halten müsse. Es seien dies „*a* est", „*b* est", „*c* est" und „*d* est". Jeder Passus im ganzen (nicht nur die Buchstaben *a*, *b*, *c* und *d*) sei als eine Aussagenvariable zu betrachten[28].

---

[23] T. Czeżowski, *Teoria klas*, Lwów 1918, 32, Anm. 1: „Zusammenhänge von Urteilen [...] von Klassen".

[24] Boetii *De syllogismo hypothetico*..., 836, C.

[25] K. Dürr, „Aussagenlogik im Mittelalter", *Erkenntnis* VII, B. 1937/38, 160–168, *passim*.

[26] Łukasiewicz, „Z historii logiki...," 417–437, *passim*. J. Łukasiewicz, „Zur Geschichte der Aussagenlogik," *Erkenntnis* V, B. (1935–1936), 111–131, *passim*.

[27] Scholz, *op. cit.*, *passim*.

[28] Dürr, *Aussagenlogik*..., 161: „In der Logik des Boethius finden sich Variablen, die als Aussagenvariablen zu bezeichnen sind; es sind dies folgende vier Ausdrücke: »*a* est«, »*b* est«, »*c* est«, »*d* est«. Es sei hervorgehoben, daß die zusammengesetzten Zeichen »*a* est«, »*b* est« usw. und nicht die einzelnen Buchstaben *a*, *b* usw. als Aussagenvariablen anzusehen sind."

Dürrs Meinung nimmt keine Rücksicht auf den Text von Boethius. Nirgends betrachtet jener Logiker die Redewendungen „*a* est" und „*b* est" im ganzen als Aussagenvariablen. Im Gegenteil: Er hält die in ihnen vorhandenen Buchstaben *a*, *b* und *c* für Namenvariablen und das Bindeglied „est" (bzw. dessen grammatische Abarten) für eine logische Konstante. Nirgends ersetzt Boethius die Redewendungen „*a* est" und „*b* est" im ganzen durch einfache atomare noch durch logisch zusammengesetzte Sätze; die Buchstaben *a*, *b* und *c* ersetzt er nur durch Namen von Sachen bzw. Sachsituationen, wobei er die logische Konstante „est" unverändert läßt. Die Redewendungen „*a* est" und „*b* est" sind keine Aussagenvariablen, sondern Pseudo-Aussagenfunktionen, in denen Namenvariablen sowie die zur Namenlogik gehörende logische Konstante „est" auftreten[29]. Die Pseudo--Aussagenfunktionen sind nicht Aussagenvariablen im ganzen, da sich aus ihnen, infolge der Ersetzung der in ihnen auftretenden Namenvariablen durch Namen, einfache Sätze ergeben.

Neben den Redewendungen „*a* est" und „*b* est" findet man noch in dem Traktat von Boethius die gleichwertigen Redewendungen „est primum" und „est secundum", die er gleichfalls nirgends im ganzen durch Sätze ersetzt, indem er sich auf Ersetzung der Namenvariablen durch die entsprechenden Namen von Sachen beschränkt. Man darf also annehmen, daß in der Theorie des hypothetischen Syllogismus des Boethius weder Aussagenvariablen noch Substitutionsverfahren mit logischen Sätzen vorhanden sind; enthalten sind darin hingegen Elemente der stoischen Aussagenlogik, und zwar mit Elementen der Aristotelischen Namenlogik vermischt, wessen Folge die Entstehung der Pseudo-Aussagenfunktion ist.

Die Logik des Boethius hält Dürr für Aussagenlogik auch in seinem späteren Werk *Die Aussagenlogik des Boethius*[30]. Dieses Werk ist eine Erweiterung des Inhalts der *Aussagenlogik im Mittelalter*. Eine ähnliche Stellung nahm dazu Bocheński, indem er in der *Formalen Logik* schrieb: „[...] ist offenbar die Formulierung einer Einsetzungsregel für Aussagenvariablen"[31]: er wiederholt diese Meinung in der *Antiken formalen Logik*[32] und in der *Geschichte der formalen Logik*[33]. Kotarbiński verhielt sich hingegen in seinen *Vorlesungen über die Geschichte der Logik* zurückhaltend gegenüber der Meinung von Dürr und Bocheński über den Charakter der logischen Variablen in dem hypothetischen Syllogismus des Boethius. Er schrieb: „Die Idee [...] des (reinen hypothetischen) Syllogismus (im ganzem;

---

[29] Kotarbiński, *Elementy...*, 158.

[30] K. Dürr, *The Propositional Logic of Boethius*, Amsterdam 1951, 22 ff.

[31] J. M. Bocheński, *Formale Logik*, München 1956, 157: „[...] jest wyraźne formułowanie pewnej reguły podstawiania na miejsce zmiennych zdaniowych".

[32] J. M. Bocheński, *Ancient Formal Logic*, Amsterdam 1957, 106: "But there is Boethius' logic an important innovation which obliges us to take them for propositional variables: he constantly substitutes propositional functions for variables."

[33] J. M. Bocheński, *A History of Formal Logic*, New York 1970, 137, 24.08: "He is evidently aiming at the formulation of a rule of substitution for propositional variables."

mit Aussagenvariablen) lasse sich erst bei Boethius mit guten Gründen vermuten"[34]. Diese äußerst strittige Meinung wiederholte er in der französischen Fassung seines Werkes[35]. Nach der *Geschichte der Logik* von W. und M. Kneale sei der hypothetische Syllogismus des Boethius unter dem Einfluß der peripatetischen Logik (Namenlogik) und der stoischen Dialektik (Aussagenlogik) entstanden[36]. Unter jenen Umständen sei die stoische Aussagenlogik verzerrt worden durch fremdartige Elemente der Aristotelischen Aussagenlogik. Boethius war sich des Unterschieds zwischen diesen Systemen der antiken Logik nicht bewußt.

IV. BEGRIFF DER IMPLIKATION

Die Aussagenimplikation bei Boethius hängt mit dem Begriff des Bedingunssatzes zusammen, den man auch als hypothetischen bzw. Konditionalsatz bezeichnet. Ein Implikationsbedingungssatz kann in zwei Weisen entstehen: durch zafällige Zusammensetzung der Glieder bzw. durch nichtzufällige, absichtliche Zusammensetzung der Glieder, die auf einer ontischen Abhängigkeit beruht, auf einem Kausalzusammenhang zwischen denjenigen Sachen, auf die sich die Glieder-Sätze beziehen. Als Beispiel des ersten Falls dient der Satz: Wenn das Feuer wärmt, so ist der Himmel (das Firmament) kuppelförming; den zweiten Fall veranschaulicht hingegen der Satz: Wenn etwas ein Mensch ist, so ist es ein Tier. Die Glieder dieser Implikation dürfen nicht umgestellt werden. Ihre Folge beruht auf einem natürlichen Zusammenhang derjenigen Realien, auf die sich diese Glieder-Sätze beziehen, nicht aber auf einer beliebigen Aufstellung der Sätze. Jedoch in manchen Fällen kann eine Implikation auftreten, und zwar sowohl wegen des natürlichen Zusammenhangs derjenigen Realien, auf die sich das (Implikations-)Bedingungssatzgefüge bezieht, als auch ohne Rücksicht auf die Reihenfolge der einzelnen Sätze, aus denen es besteht. Dies kann das folgende Bedingungssatzgefüge veranschaulichen: Wenn es Nacht ist, so fehlt die Sonne über dem Horizont, und umgekehrt: Wenn die Sonne über dem Horizont fehlt, so ist es Nacht. Nur diese zwei Abarten der Implikation sind sicher und nützlich bei der Beweisführung[37].

---

[34] T. Kotarbiński, *Wyklady z dziejów logiki*, Łódź 1957, 52.

[35] T. Kotarbiński, *Leçons sur l'histoire de la logique*, Warszawa 1965, 69: „Mais ce n'est pas là non le syllogisme hypothétique pur dans toute sa généralité, avec des variables propositionnelles. On n'a sans doute le droit de supposer la présence assez nette d'un pareil syllogisme que chez Boèce [...]".

[36] W. and M. Kneale, *The Development of Logic*, editio septima, Oxford 1978, 191: "But since the theory is derived from a Peripatetic source, it seems more likely that the letters are to be taken as representatives of common nouns, such as homo and animal, and that *est* means either »it is« or »there is«. There are some clear traces of Stoic influence at the beginning of the *De Syllogismo Hypothetico* in the discussion of arguments which are not totally hypothetical [...]".

[37] Boetii *De syllogismo hypothetico...*, 835, B, C, *passim*.

Aus jedem Bedingungssatzgefüge, aus jedem hypothetischen Satz sondert Boethius zwei einfache, nichtzusammengesetzte Sätze aus. Den ersten bezeichnet er als Vordersatz, den zweiten hingegen als Nachsatz[38]. Der Vorder- und der Nachsatz seien Glieder einer Implikation. Weiter fragt er, was das logische Folgen eigentlich ist: „[...] quae sit propositionum consequentia, consideremus". Bei seiner Erörterung des Implikationsfolgens gebraucht Boethius drei Ausdrucksweisen: 1° durch Beispiele, in denen die Buchstaben *a* und *b* als logische Variablen auftreten; 2° durch Bedingungssätze, und 3° durch Beispiele, in denen die Ordnungszahlen „primum" und „secundum" als logische Variablen auftreten. Manchmal werden die drei Ausdrucksweisen miteinander durchgeflochten, woraus eine eigenartige symbolisch-lexikalische Mischung entsteht. So findet man zu Beginn einer langen Ausführung über die Implikation Beispiele mit Buchstabenvariablen, worauf Satzbeispiele folgen, und weiter gibt es Beispiele mit Zahlenvariablen; zuletzt kommen Beispiele mit Buchstaben- und Zahlenvariablen, mit Bedingungssätzen, und schließlich mit Zahlenvariablen.

Es folgt eine kurzgefaßte Wiedergabe der Erwägungen des Boethius über die Implikation nach der ersten Ausdrucksweise (mit Buchstaben):

a) „... si est *a*..., *b* esse necesse sit..."	*Cpq*	*C*11
b) „... si *b* non fuerit, ... *a* non esse necesse est".	*CNqNp*.	*C*00
c) „Si non fuerit *a*, ... *b* esse necesse erit."	*CNpq*.	*C*01

Gegeben sind also drei Möglichkeiten des Bestehens eines Implikationszusammenhangs. Unmöglich ist darin ein mangelnder Nachsatz bei vorhandenem Vordersatz (Impossibile est.... non esse *b* et esse *a*). Boethius versucht es mit Hilfe des Kontradiktionsgesetzes nachzuweisen. Nach dem logischen Kontradiktionsprinzip muß einer von zwei gegenseitig widersprüchlichen Sätzen (*p*, *Np*) falsch sein. Als wahrhaftig wird der Satz *p* über den in *Cpq* – *C*11 ausgedrückten Sachzustand vorausgesetzt. Es sei angenommen, daß der Satz *p* nicht den Satz *q*, sondern den im Widerspruch zu ihm stehenden Satz *Nq* impliziert. Die Falschheit des Nachsatzes *Np* führt zu er Schlußfolgerung, daß der Satz *p* (als Vordersatz) *Np* falsch ist. Das Ergebnis stellen zwei widersprüchliche Sätze *p* und *Np* (*KpNp*) dar. Wie vorausgesetzt, ist jedoch der Satz *p* wahrhaftig. Infolgedessen muß der Satz *Np* falsch sein, denn der Fall, in dem ein wahrhaftiger Satz *p* einen falschen Satz *Nq*, $C10 \neq 1$ impliziert, ist unmöglich[39].

Nach der zweiten Ausdrucksweise folgert Boethius mit Hilfe von Satzaussagen, die aus den Pseudo-Aussagenfunktionen „est *a*" und „est *b*" entstehen.

Wenn es die Humanität gibt, so gibt es die Animalität.	$C11 = 1$
Wenn es keine Animalität gibt, so gibt es keine Humanität.	$C00 = 1$

[38] Ebenda, 835, D f.

[39] Ebenda, 836, B-837, A, *passim*.

Wenn es keine Humanität gibt, so gibt es keine Animalität (animal). $C00 = 1$

Wenn es keine Hummanität gibt, so kann es Animalität (brutum) geben. $C01 = 1$

Kurz gesagt, folgt die Wahrheit aus allem und alles folgt aus der Falschheit. Eine Implikation kann nicht mit Wahrheit anfangen und mit Falschheit schließen[40].

Außer dem Implikationszusammenhang zweier Sätze muß der Implikationszusammenhang eines einzigen Satzes und einer Implikation berücksichtigt werden, wie z.B. Si est *a*, cum sit *b*, est *c*. (Si homo est, cum (= si) sit animal est Substantia) (*CpCqr*)[41], sowie derjenige zweier Implikationen, wie z.B. Si cum (= si) sit *a*, est *b*, cum (= si) sit *c*, est *d*. (Si cum sit homo, est medicus, cum sit animatum, est artifex) (*CCpqCrs*)[42]. „Cum" tritt hier natürlich als „si" auf. Boethius hält sie für austauschbar, indem er schreibt: „Cum homo est, equus non est; quae enuntiatio propositionis eiusdem potestatis est, cuius ea, quae hoc modo proponitur: Si homo est, equus non est[43]". Das Implikationsprinzip bleibt unverändert[44].

Es erhebt sich die Frage, was Aristoteles (384–322) zur Implikation meint. Der Stagirit bringt eine zutreffende Charakteristik des Implikationszusammenhangs, indem er schreibt, man dürfe keinen falschen Satz von wahren Sätzen ableiten, und aus falschen Sätzen könne sich hingegen manchmal ein wahrer Satz ergeben[45]. Etwas weiter fügt er hinzu: Wenn die Schlußfolgerung falsch ist, so müssen auch alle bzw. einige von denjenigen Sätzen, die sie begründen, falsch sein. Sei die Schlußfolgerung hingegen wahr, so müßten nicht unbedingt alle Prämissen (bzw. zumindest eine von ihnen) wahr sein. Es könne nämlich vorkommen, daß die Schlußfolgerung sich als wahr erweise, obwohl kein wahrer Satz unter den Prämissen des Syllogismus vorhanden sei. Dies komme daher, daß man bei einem Folgenverhältnis zweier Sätze aus der Wahrhaftigkeit des Vordersatzes über diejenige des Nachsatzes und aus der Falschheit des Nachsatzes über diejenige des Vordersatzes schließen sollte, ohne aus der Wahrhaftigkeit des Nachsatzes über diejenige des Vordersatzes schließen zu dürfen[46]. Die obigen Äußerungen

---

[40] Ebenda, 836, B, C, 837, A

[41] Ebenda, 837, C.

[42] Ebenda, 837, D.

[43] Ebenda, 834, C.

[44] Ebenda, 877, D: „Consequentia quidem eadem est."

[45] Aristotelis *Analyticorum priorum*, l.c., lib. II, c. II (2).

[46] Ebenda, Lib. II, c. IV (15) (16): „[...] quando sit conclusio falsa necesse esse et ea falsa esse, ex quibus argumentis constat, aut omnia, aut nonnulla; quando autem conclusio vera sit, non necesse esse, vera esse, aut aliquid aut omnia ex quibus argumentis conficitur; sed fit, ut nihil sit verum in syllogismo et nihilominus conclusio vera existat [...] hoc quidem (posterius) quum non sit nec alterum (prius) futurum sit, at quum illud (posterius) sit non tamen necessarium sit (prius) esse". D. Mercier, *Logika*, übersetzt v. W. Kosiakiewicz, II Aufl., Warszawa 1906, 112 ff.

des Aristoteles könnte man ordnen und in der folgenden Form ausdrücken: Aus Wahrheit ergibt sich nur Wahrheit (Wahrheit kann nicht als Berechtigung der Falschheit gelten), Falschheit ergibt sich nur aus Falschheit, alles ergibt sich aus Falschheit, Wahrheit ergibt sich aus allem. Die Implikation kann also als eine Konditionalaussage charakterisiert werden, in der sich alles aus Falschheit und Wahrheit aus allem ergibt. Diese Aussage wäre nur dann nicht wahr, wenn sie mit Wahrheit anfinge und mit Falschheit schlösse.

In seinem Kommentar zu dem behandelten Text des Aristoteles schreibt Boethius; Von wahren Prämissen darf man keine falsche Schlußfolgerung ableiten, von falschen Prämissen kann man hingegen manchmal eine wahre Schlußfolgerung ableiten[47]. Weiter fügt er hinzu: Wenn die Schlußfolgerung falsch ist, so müssen alle Prämissen derselben bzw. einige von ihnen falsch sein. Wenn die Schlußfolgerung hingegen wahr ist, so müssen die Prämissen, seien es alle oder nur einige, nicht wahr sein (sie dürfen falsch sein)[48]. Kürzer gesagt: Aus Wahrheit ergibt sich Wahrheit, aus Falschheit ergibt sich Wahrheit, Falschheit ergibt sich aus Falschheit, Wahrheit ergibt sich aus Falschheit. Synthetisch aufgefaßt: Wahrheit ergibt sich aus allem, aus Falschheit ergibt sich alles; eine Implikation kann also nicht mit Wahrheit anfangen und mit Falschheit schließen. Aufgrund der analysierten Äußerungen des Boethius und des Aristoteles darf man annehmen, daß die Charakteristik der Implikation bei Boethius und diejenige des Aristoteles dieselben sind.

In der dritten Art, sich über die Implikation auszudrücken, gebraucht Boethius die logische Sprache der Stoiker: „[...] in consequentia hypothetica [...] a) si sit primum, consequi, ut sit secundum, b) si non sit secundum, consequi, ut non sit primum, c) si vero non sit primum, non consequi, ut sit vel non sit secundum. Nam et illud apparet, d) si sit secundum, non consequi, ut sit vel non sit primum[49]". Die Stoiker beschrieben die Implikation in der folgenden Form: Eine Implikationsaussage beginnt a) mit einem wahren Glied, wobei sie auch mit einem wahren Glied schließt, z.B.: Wenn es Tag ist, so ist es hell; b) oder mit einem falschen Glied, wobei sie auch mit einem falschen Glied schließt, z.B.: Wenn die Erde fliegt, so hat die Erde Flügel; c) oder mit einem wahren Glied, wobei sie mit einem falschen Glied schließt, z.B.: Wenn die Erde existiert, so fliegt die Erde; d) oder schließlich mit einem falschen Glied, wobei sie mit einem wahren Glied schließt, z.B.: Wenn die Erde fliegt, so existiert die Erde. Die Stoiker halten nur diejenige von diesen Aussagen für nichtkonklusiv,

---

[47] *Priorum Analyticorum Aristotelis libri duo*, An. Manl. Sev. Boetio interprete, Migne, *Patrologia Latina*, Vol. 64, Parisiis 1847, Lib. II, C. II, B, C, 686: „[...] Ex veris [...] non est falsum syllogisare. Ex falsis autem est verum syllogisare [...]".

[48] Ebenda, Lib. II, C. IV, 691, D: „[...] quando sit conclusio falsa, necesse est ea, ex quibus est oratio falsa esse, aut omnia, aut aliqua; quando autem vera, non necesse est verum esse nec aliquid quidem, nec omnia".

[49] Boetii *De syllogismo hypothetico...*, 836, D; 837, A.

die mit einem wahren Glied beginnt und mit einem falschen schließt; die übrigen seien hingegen konklusiv[50]. Nichtkonklusiv sei also nur eine solche Implikation, die mit Wahrheit beginne und mit Falschheit schließe ($C10 = O$)[51].

In der stoischen Struktur der Implikation sind „primum" und „secundum" Symbole, Anzeichen logischer Sätze. Wie Sextus Empiricus schreibt, meinen die Stoiker, indem sie den Begriff des Anzeichens derstellen wollen, es sei dies ein Vordersatz-Urteil in einer Implikationsfolge von Sätzen, in der es den Inhalt des Nachsatzes-Urteils enthülle.

Das Anzeichen ist also ein Urteil-Vordersatz in einer Implikationsfolge von Sätzen und vermag den Inhalt des Urteils-Nachsatzes in dieser Satzfolge zu enthüllen. Das Anzeichen (der Urteil), das (der) die Bedeutung des Vordersatzes der Implikation darstellt, bestimmt die Bedeutung des Nachsatzes dieser Implikation[52]. Als Beispiel der Rolle des Anzeichens in einer Implikation möge der folgende Satz dienen: Wenn Schweißtropfen durch die Körperoberfläche durchsickern, so gibt es geistig faßbare Poren in der menschlichen Haut. Da „primum" vorfällt, fällt auch „secundum" vor[53]. Der Inhalt des Vordersatzes-Urteils der Implikation ist ein Anzeichen des Inhalts des Nachsatzes-Urteils dieser Implikation; er bestimmt den Inhalt des Nachsatzes der Implikation.

Aus dem obigem Beispiel ist zu ersehen, daß die Ordnungszahlen (primum, secundum) in den Implikationsformeln Symbole, Anzeichen von logischen vollständigen Sätzen sind. Die von Boethius stammende Implikation über die Zahlenvariablen „est primum" und „est secundum" ist das Ergebnis einer Verzerrung der stoischen Implikationsstruktur durch Hinzugabe der logischen Konstante „est" und Ersetzung der Rolle der Ordnungszahlen als Aussagenvariablen durch die Rolle der Namenvariablen. „Est primum" und „est secundum" sind nur Pseudo-Aussagenfunktionen von stoischem Gepräge.

V. HYPOTHETISCHER SYLLOGISMUS

Bevor Boethius zur Erarbeitung des hypothetischen Syllogismus überging, hatte er das Problem des kategorischen und hypothetischen Satzes erörtert. Der kategorische Satz erfülle seine logische Funktion durch das Aussagen selbst, der hypothetische hingegen durch Abhängigmachen eines seiner Glieder

---

[50] Sextus Empiricus – *Sextusa Empiricusa Zarysów Pirrońskich księga pierwsza, druga i trzecia*, übersetzt u. mit einem Vorwort v. Adam Krokiewicz, Kraków 1931, Buch II, 105, 71.

[51] Ebenda, Buch II, 110, 72.

[52] Ebenda, Buch II, 104, 71. Łukasiewicz ist der Meinung, die stoische Schule habe Philons Definition (der Implikation) angenommen. Sextus... schreibt diese Definition schlankweg den Stoikern zu. Łukasiewicz, „Z historii logiki...," 423 f. Anm. 19.

[53] Sextus Empiricus, in Anm. 50 zit. Werk, Buch II, 142, 79.

von einem zweiten. Ein aussagender Satz ist einfach und ein Konditionalsatz besteht aus zwei einfachen Sätzen, welche mit Hilfe des Bindeglieds „wenn... so" („si" – „cum") miteinander verbunden sind. Ein aussagender Satz charakterisiert sich durch ein Subjekt und ein Prädikat (prädikatives Bindeglied und Prädikatsnomen; sein Subjekt nimmt gewissermaßen das entgegen, was in diesem Satz ausgesagt wird (homo est animal rationale). In einem Konditionalsatz wird nicht mit Hilfe des Vordersatzes über den Nachsatz ausgesagt, sondern eine solche Wechselbeziehung derselben betont, bei der auch der letztere obwaltet, wenn der erstere vorliegt. Ein aus aussagenden Sätzen konstruierter Syllogismus wird als kategorisch, ein aus Konditionalsätzen konstruierter hingegen als hypothetisch bezeichnet. Ob man die hypothetischen Syllogismen als sachlich wahr betrachten kann, hängt von ihrem Wert in der kategorischen Form ab. Die kategorischen Syllogismen scheinen den hypothetischen die zum Folgen nötige Kraft zu erteilen[54]. Will man sich also mit dem hypothetischen Syllogismus von Boethius befassen, so muß man notwendigerweise an seinem kategorischen Syllogismus anknüpfen. Es folgt dessen Form:

Omne iustum (*M*), bonum (*P*) est.	*M a P*	
Omnis virtus (*S*), iusta (*M*) est.	*S a M*	I
Omnis igitur virtus (*S*), bona (*P*) est.	*S a* P	

In dieser Formel treten drei logische Variablen, *S*, *M* und *P* auf, und zwar in drei Aussagenfunktionen, *M a P*, *S a M* und *S a P*, welche nach Ersetzung der Namenvariablen *S*, *M*, und *P* durch entsprechende allgemeine Namen von Sachen zu drei kategorischen Sätzen werden. Deswegen ist der kategorische Syllogismus des Boethius sowohl seiner Struktur als auch seinem Inhalt nach ein traditioneller Syllogismus und als solcher in Fassungen zu finden, die zur peripatetischen Logik gehören:

Jedes *M* ist *P*	*M – P.*	
Jedes *S* ist *M*.	*S – M.*	I
Jedes *S* ist also *P*.[55]	*S – P.*	

Es seien nun die drei Strukturen des hypothetischen Syllogismus des Boethius wiedergegeben:

---

[54] Boetii *De syllogismo cathegorico*, Migne, *Patrologia Latina*, Vol. 64, Parisiis 1847, 762–832, *passim*. Boethius, De syllogismo hypothetico..., 832, C. „[...] praedicativa propositio vim suam non in conditione, sed in sola praedicatione constituit, in conditionali vero consequentiae ratio ex conditione suscipitur; praedicativa simplex est propositio, conditionalis vero non poterit, nisi ex praedicativis propositionibus coniungatur [...] praedicativa [...] propositio habet unum subiectum terminum, alterum praedicatum [...] necesse est categoricos syllogismos hypotheticis vim conclusionis ministrare".

[55] Boetii *De syllogismo cathegorico*, 822, C; Łukasiewicz, *Elementy*...; F. X. Maquart, *Elementa philosophiae*, Tomus primus, *Logica*, Parisiis 1937, 146.

1° Si est *a*, est *b*.	*C p q*.	
Atqui est *a*.	*p*.	*m.p.p.*
Est igitur *b*[56].	*q*.	
2° Si est *a*, est *b*,	Si *a* – *b*.	
et si est *b*, necesse est esse *c*,	Si *b* – *c*.	IV?
tunc enim si est *a*, etiam *c* necesse est[57].	Si *a* – *c*.	
3° Si est *a*, non est *b*,	Si *a* – *Nb*.	
et si non est *b*, non est *c*,	Si *Nb* – *Nc*.	IV?
hic enim si est *a*, necesse est non esse *c*[58].	Si *a* – *Nc*.	

Der erste Syllogismus repräsentiert die stoische Folgerungsregel: modus ponendo ponens. Nach Beseitigung der Interpolation „est" und Wiederherstellung der den Buchstabenvariablen anhaftenden Funktion der Aussagenvariablen: *a*/*p*, *b*/*q*, nach Anwendung der stoischen Anweisung zur Umwandlung der Folgerungsregel in eine logische These und mit Hilfe der syllogistischen Symbolik gelangt man zu der folgenden These:

C K p C p q q.

Der zweite Syllogismus kommt wegen der Lage des Mittelwortes *b* wie ein peripatetischer Modus der Figur IV vor, aber damit steht dessen Konklusion Si *a*–*c* im Widerspruch. In der Figur IV ist ein solcher syllogist ischer Modus nicht vorhanden. Er gehört zur Aussagenlogik und nicht zur Namenlogik: es ist dies ein durch Interpolationen aus dem Bereich der Namenlogik verzerrter stoischer implikativ-konjunktiver Syllogismus, der das Transitionsprinzip repräsentiert. Nach Beseitigung jener Zutaten, nach Hinzufügen des das Ganze bindenden Funktors „si" gelangt man sofort zu der folgenden implikativ-konjunktiven logischen These:

C K C p q C q r C p r.

Dies gilt auch für den dritten Syllogismus. Nach einem entsprechenden stilistisch-logischen Schliff gelangt man auch hier zu einer implikativ--konjunktiv-negativen logischen These:

C K C p N q C N q N r C p N r.

Bei Übertragung der nächsten syllogistischen Formen des Boethius in Strukturen der Aussagenlogik wird man den Umstand ausnutzen können, daß dieser Logiker des öfteren das nichtpräpositionale „cum" an Stelle von „si" verwendet („cum" – „si")[59]. Das beseitigte „cum" wird durch das gleichwertige „si" ersetzt. In Boethius' Traktat treten hypothetische Syllogismen

[56] Boethius, *De syllogismo hypothetico*..., 845, B.

[57] Ebenda, 856, B.

[58] Ebenda, 857, B.

[59] Ebenda, 834, C: „[...] cum homo est, equus non est; quae enuntiatio propositionis eiusdem potestatis est cuius ea, quae hoc modo proponitur, si homo est, equus non est".

stoischen Typs mit zwei, drei und vier logischen Buchstabenvariablen auf: *a*, *b*, *c* und *d*[60]. Ein Merkmal dieser Syllogismen ist ihre Struktur „Si... Atqui... Igitur..." Nach Ersetzung der logischen Variablen durch entsprechende Redewendungen wird ein Syllogismus von diesem Typ nicht zu einem einzigen Konditionalsatz, sondern zu drei Sätzen, die mit Hilfe jener logischen Konstanten („Si... Atqui... Igitur") abgesondert werden. Ein solcher Syllogismus ist keine logische These, sondern eine Folgerungsregel[61]. Boethius scheint sich nicht bewußt gewesen zu sein des strukturellen Unterschieds zwischen einer logischen These, einem hypothetischen Syllogismus Aristotelischer Abstammung einerseits und einer Folgerungsregel, einem Syllogismus stoischer Abstammung andererseits. Die hypothetischen Syllogismen des Boethius können bekanntlich als Folgerungsregeln, durch Erfüllung von bereits früher erwähnten Bedingungen zu logischen Thesen gemacht werden. Die gegenwärtige Vorschrift für eine solche Umgestaltung unterscheidet sich von der stoischen; sie empfiehlt, zu den beiden Prämissen des Syllogismus Implikationsfunktoren hinzuzufügen, und diese mit seiner Konklusion in einer Zeile auszuschreiben; nach der stoischen Vorschrift sollte man hingegen die beiden Prämissen des Syllogismus durch einen Konjunktionsfunktor verbinden, der Konjunktion einen Implikationsfunktor vorausschicken und ihn mit der Konklusion des Syllogismus in einer Zeile schreiben. Aus dem Syllogismus

$$\frac{\begin{array}{r} C\ p\ q. \\ p. \end{array}}{q.}$$

ergibt sich infolgedessen nach der gegenwärtigen Vorschrift *C C p q C p q*, und nach der stoischen Vorschrift *C K p C p q q*. Da die Syllogismen des Boethius das Konjunktionsbindeglied „et" enthalten, eignen sie sich ausgesprochen zur Anwendung der stoischen Vorschrift.

Es folgt eine Gruppe von logischen Thesen, die sich aus hypothetischen Syllogismen mit zwei logischen Variablen ergeben (es wurde vom Gesetz der Kommutation von Kunjunktionsgliedern Gebrauch gemacht)[62]:

1. *C K p C p q q.*	2. *C K N q C p q N p.*
3. *C K N p C N q q.*	4. *C K p C p N q N q.*
5. *C K N p C N p N q N q.*	6. *C K q C p N q N p.*
7. *C K N q C N p q p.*	8. *C K q C N p N q p.*

Diesen folgen logische Thesen, die sich aus hypothetischen Syllogismen mit drei logischen Variablen ergeben[63]:

---

[60] Ebenda, 837, D.

[61] Łukasiewicz, *Z historii logiki...*, 421.

[62] Boethius, *De syllogismo hypothetico...*: 845, B/C; 846, D; 845, D; 845, C; 846, B; 847, B; 847, D; 848, B.

[63] Ebenda, 851, C; 851, C; 851, D; 851, D; 851/52, D/A; 852, A; 852, A; 852, B; 852, A; 852, A; 852, A; 852, A; 852, A; 852, A; 852, A; 852, A/B; 852, B; 852, B; 852, B; 852, B; 856, D; 857, A/B; 857, C; 857, C; 857, D; 857/D–858/A.

1. *C K p C p C q r C q r.*
2. *C K C q N r C p C q r N p.*
3. *C K p C p C q N r C q N r.*
4. *C K C q r C p C q N r N p.*
5. *C K p C p C N q r C N q N r.*
6. *C K C N q N r C p C N q r N p.*
7. *C K p C p C N q N r C N q r.*
8. *C K C N q r C p C N q N r N p.*
9. *C K C p q C C p q C N r N s C N r N s.*
10. *C K p C N p C q r C q N r.*
11. *C K C q N r C N p C q r p.*
12. *C K C q r C N p C q r N p.*
13. *C K N p C N p C q N r C q N r.*
14. *C K C q r C N p C q N r p.*
15. *C K N p C N p C N q r C N q r.*
16. *C K N p C N p C N q r C N q N r.*
17. *C K C p N q C C p N q C N r s C N r s.*
18. *C K C N q r C N p C N q r N p.*
19. *C K N p C N p C N q N r C N q N r.*
20. *C K C N q r C N p C N q N r p.*
21. *C K p K C p q C q N r N r.*
22. *C K p K C p N q C N q r r.*
23. *C K N p K C N p q C q r r.*
24. *C K N p K C N p q C q N r N r.*
25. *C K N p K C N p N q C N q r r.*
26. *C K N p C N p N q C N q r N r.*

Mit Hilfe der Matrizenprüfung von logischen Thesen gelang es, die Falschheit der folgenden Thesen in der obigen Gruppe vom Implikationen sowie der ursprünglichen hypothetischen Syllogismen festzustellen: 5, 7, 10, 16 und 20.

Es folgen logische Thesen, die sich aus hypothetischen Syllogismen mit vier logischen Variablen ergeben[64];

1. *C K C p q C C p q C r s C r s .*
2. *C K C r N s C C p q C r s C p N q.*
3. *C K C p q C C p q C r N s C r N s.*
4. *C K C r s C C p q C r N s C p N q.*
5. *C K C N p q C C N p q C r s C r s.*
6. *C K C r N s C C N p q C r s C N p N q.*
7. *C K C p q C C p q C N r s C N r s.*

[64] Ebenda, 872, A; 872, A; 872, A; 872, A; 872, D; 872, D; 872, A/B; 872, B; 872, B; 872, B; 872, B; 872, B; 872, B; 872, B; 872, B/C; 872, C; 872, C; 872, C; 872, C; 872, C; 872, C; 872, C; 873, A; 873, A; 873, A; 873, A; 873, A; 873, A; 873, A; 873, A/B; 873, B; 874, A; 874, A; 874, A; 874, A.

8. *C K C N r N s C C p q C N r s C p N q.*
9. *C K C p q C C p q C N r N s C N r N s.*
10. *C K C N r s C C p q C N r N s C p N q.*
11. *C K C p N q C C p N q C r s C r s.*
12. *C K C p q C C p N q C r s C r N s.*
13. *C K C r N s C C p N q C r s C p q.*
14. *C K C r s C C p N q C r s C p N q.*
15. *C K C p N q C C p N q C r N s C r N s.*
16. *C K C r N s C C p N q C r N s C p q.*
17. *C K C p N q C C p N q C N r s C N r s.*
18. *C K C p q C C p N q C N r s C N r N s.*
19. *C K C N r N s C C p N q C N r s C p q.*
20. *C K C N r s C C p N q C N r s C p N q.*
21. *C K C p N q C C p N q C N r N s C N r s.*
22. *C K C N r s C C p N q C N r N s C p q.*
23. *C K C N p q C C N p q C N r N s C N r N s.*
24. *C K C N r s C C N p q C N r N s C N p N q.*
25. *C K C N p N q C C N p N q C r s C r s.*
26. *C K C N p q C C N p N q C r s C r N s.*
27. *C K C r N s C C N p N q C r s C N p q.*
28. *C K C N p N q C C N p N q C r N s C r N s.*
29. *C K C r s C C N p N q C r N s C N p q.*
30. *C K C N p N q C C N p N q C N r s C N r s.*
31. *C K C N p q C C N p N q C N r s C N r s.*
32. *C K C N r N s C C N p N q C N r s C N p q.*
33. *C K C N r s C C N p N q C N r s C N p N q.*
34. *C K C N p N q C C N p N q C N r N s C N r N s.*
35. *C K C N r s C C N p N q C N r N s C N p q.*

In der obigen Gruppe der sich aus hypothetischen Syllogismen ergebenden logischen Thesen sind, nach der Matrizenprüfung, die folgenden Thesen falsch: 4, 10, 16, 18, 19, 21, 26 und 32.

VI. DISJUNKTION UND ALTERNATIVE

In Boethius' Auffassung besteht die Disjunktion aus einander entgegenstehenden Sätzen und hat die folgende Forme „aut est *a*, aut est *b*". Disjunktionsfunktor ist das Bindeglied „aut"; formell *D p q*. Liegt einer der Sätze in *D p q* vor, so fehlt der zweite, und zwar gemäß den folgenden Implikationsmöglichkeiten[65]:

A) 1. Si est *a*, non est *b*. *C p N q = D p q.*
2. Si non est *a*, est *b*. *C N p q = A p q.*

[65] Ebenda, 839, B/C.

3. Si sit *b*, non erit *a*. $C\ q\ N\ p = D\ q\ p$.
4. Si non sit *b*, erit *a*. $C\ N\ q\ p = A\ q\ p$.

Aus einer Matrizenprüfung dieser Zusammenstellungen geht hervor, daß

1. $C\ p\ N\ q$ bei $p = 1$ und $q = 1$ nicht erfüllt wird. Mit den beiden wahren Gliedern ist es falsch; deshalb entspricht $C\ p\ N\ q$ er Disjunktion – $D\ p\ q$.
2. $C\ N\ p\ q$ bei $p = 0$ und $q = 0$ nicht erfüllt wird. Mit den beiden falschen Gliedern ist es falsch; deshalb gleicht es nicht der Disjunktion – $D\ p\ q$, sondern der Alternative – $A\ p\ q$.
3. $C\ q\ N\ p$ bei $q = 1$ und $p = 1$ nicht bestätigt wird. Mit den beiden wahren Gliedern ist es falsch; deshalb entspricht $C\ q\ N\ p$ der Disjunktion – $D\ q\ p$.
4. $C\ N\ q\ p$ bei $q = 0$ und $p = 0$ nicht bestätigt wird. Mit den beiden falschen Gliedern ist es falsch; deshalb gleicht es nicht der Disjunktion – $D\ p\ q$, sondern der Alternative – $A\ p\ q$.

Diese Analyse zeugt davon, daß der Passus $D\ p\ q$, mit einer Implikation mit negiertem Nachsatz zusammengestellt, in Punkt 1 und 3 eine Disjunktion, eine stärkere Alternative ist; in Punkt 2 und 4, mit negiertem Vordersatz, ist er hingegen eine schwächere, einfache Alternative – $A\ p\ q$. Aus ihnen können zwei implikativ-disjunktive und zwei implikativ-alternative Syllogismen konstruiert werden:

1^1. $C\ C\ p\ N\ q\ D\ p\ q$, 3^1. $C\ C\ q\ N\ p\ D\ q\ p$.
2^1. $C\ C\ N\ p\ q\ A\ p\ q$, 4^1. $C\ C\ N\ q\ p\ A\ q\ p$.

In den Zusammenstellungen 1^1 und 3^1 ist der Disjunktionsdefiniens vorhanden, den man im gegenwärtigen Implikations- und Negationssystem der Satzrechnung anwendet: $D\ p\ q^{df}\ C\ p\ N\ q$; in den Zusammenstellungen 2^1 und 4^1 ist degegen der alternative Definiens vorhanden, der in derselben Satzrechnung auftritt: $A\ p\ q^{df}\ C\ N\ p\ q$.

Im zweiten Buch seines Traktates über den hypothetischen Syllogismus befaßt sich Boethius mit der Möglichkeit eines Zusammenhangs der Disjunktion (Alternative) mit der Implikation, indem er zu manchen Pseudo-Aussagenfunktion die Negationsfunktoren „non" – N hinzufügt[66].

B) 1. Si est *a*, est *b*. – $C\ p\ q$.
Aut est *a*, aut est *b*. – $D\ p\ q$.
2. Si non est *a*, non est *b*. – $C\ N\ p\ N\ q$.
Aut non est *a*, aut non est *b*. – $D\ N\ p\ N\ q$.
3. Si est *a*, non est *b*. – $C\ p\ N\ q$.
Aut est *a*, aut non est *b*. – $D\ p\ N\ q$.
4. Si non est *a*, est *b*. – $C\ N\ p\ q$.
Aut non est *a*, aut est *b*. – $D\ N\ p\ q$.

---

[66] Ebenda, 873, C/D.

Die Matrizenprüfungen zeitigen keinen Zusammenhang:

1^1. $C\ p\ q \neq D\ p\ q$.	$C\ C\ p\ q\ D\ p\ q = 0$.
2^1. $C\ N\ p\ N\ q \neq D\ N\ p\ N\ q$.	$C\ C\ N\ p\ N\ q\ D\ N\ p\ N\ q = 0$.
3^1. $C\ p\ N\ q \neq D\ p\ N\ q$.	$C\ C\ p\ N\ q\ D\ p\ N\ q = 0$.
4^1. $C\ N\ p\ q \neq D\ N\ p\ q$.	$C\ C\ N\ p\ q\ D\ N\ p\ q = 0$.

Aufgrund der obigen Zusammenstellungen von Implikationen und Disjunktionen B) 1.2.3.4. können keine richtigen implikativ-disjunktiven Syllogismen konstruiert werden. Die konstruierten Syllogismen sind falsch. Ebenso falsch sind die sich auf diese gründenden implikativ-alternativen Syllogismen:

1^2. $C\ C\ p\ q\ A\ p\ q$. . . . . $= 0$.
2^2. $C\ C\ N\ p\ N\ q\ A\ N\ p\ N\ q = 0$.
3^2. $C\ C\ p\ N\ q\ A\ p\ N\ q$ . . . $= 0$.
4^2. $C\ C\ N\ p\ q\ A\ N\ p\ q$ . . . $= 0$.

Wesentlich in der Disjunktion ist die Ausschließung eines ihrer Glieder durch den zweiten (simul eas esse non posse). Der Disjunktion entspricht deshalb eine Implikation mit negiertem Nachsatz, der Alternative hingegen eine Implikation mit negiertem Vordersatz. Boethius übersetzt die Disjunktionsfälle aus Punkt B) in Implikationen mit (zusätzlich) negiertem Vordersatz und gelangt zu den folgenden Strukturen:

C) 1. Aut est *a*, aut est *b*. – $D\ p\ q$. $\neq$ Si non est *a*, est *b*. $C\ N\ p\ q$[67].
2. Aut non est *a*, aut non est *b*. – $D\ N\ p\ N\ q$. $\neq$ Si non non est *a*, non est *b*. $C\ N\ N\ p\ N\ q$[68].
3. Aut est *a*, aut non est *b*. – $D\ p\ N\ q$. $\neq$ Si non est *a*, *non est b*. $C\ N\ p\ N\ q$[69].
4. Aut non est *a*, aut est *b*. – $D\ N\ p\ q$. $\neq$ Si non non est *a*, est *b*. $C\ N\ N\ p\ q$[70].

Die Matrizenprüfungen weisen nach, daß die obigen Disjunktionen keine Äquivalente der betreffenden Implikationen sind. Würden diese Disjunktionen hingegen als Alternativen betrachtet, so wären sie Äquivalente dieser Implikationen. Aus ihnen könnte man vier implikativ-alternative Syllogismen konstruieren:

1^1. $A\ p\ q = C\ N\ p\ q$.	– $C\ A\ p\ q\ C\ N\ p\ q$ . . . . . $= 1$.
2^1. $A\ N\ p\ N\ q = C\ N\ N\ p\ N\ q$.	– $C\ A\ N\ p\ N\ q\ C\ N\ N\ p\ N\ q = 1$.
3^1. $A\ p\ N\ q = C\ N\ p\ N\ q$.	– $C\ A\ p\ N\ q\ C\ N\ p\ N\ q = 1$.
4^1. $A\ N\ p\ q = C\ N\ N\ p\ q$.	– $C\ A\ N\ p\ q\ C\ N\ N\ p\ q = 1$.

Über die Argumente der Disjunktion schreibt Boethius: „neque simul utraque esse posse et si unum non fuerit, consequi, ut sit alterum"[71]. Dagegen „utraque (argumenta) simul vera sunt" in den Äußerungen A) 2) und

[67] Ebenda, 873, D/874, C.
[68] Ebenda, 875, A.
[69] Ebenda, 875, C.
[70] Ebenda, 876, A.
[71] Ebenda, 874, C.

A) 4). Sie sind die echten Alternativen. Die Äußerungen A) 1) und A) 3) kommen hingegen dem Postulat nach, daß die Argumente *p* und *q* nicht „quolibet modo" wahr seien[72]. Sie sind die echten Disjunktionen. Boethius unterschied also nicht die Alternative – *A p q* von der Disjunktion – *D p q*. Der frühere Platoniker Galenos (131–201) war sich, in seiner *Institutio logica*, des Unterschieds zwischen Alternative und Disjunktion bewußt gewesen[73]. Boethius scheint es nicht zu wissen. Seine Haltung in Sachen Disjunktion ähnelt derjenigen der Stoiker (des Chrysipp). Unter ihren fünf unbeweisbaren Äußerungen war die vierte eine Disjunktion und die fünfte eine Alternative. Die Stoiker sahen keinen wesentlichen Unterschied zwischen ihnen[74]. Da diese Distinktion auch bei Boethius fehlte, konnte er keine disjunktiven Syllogismen konstruieren; diejenigen, die er konstruierte, erwiesen sich als alternativ:

1. *C K D N p N q p N q* = 0[75].
   C K A N p N q p N q = 1.
2. *C K D p N q N p N q* = 0[76].
   C K A p N q N p N q = 1.
3. *C K D N p q p q* = 0[77].
   C K A N p q p q = 1.

Wie daraus zu ersehen ist, sind diese Syllogismen in ihrer disjunktiven Fassung falsch, in der alternativen dagegen wahr.

Boethius macht auch beim Aufbau einer Disjunktion (Alternative) Gebrauch von den Pseudo-Aussagenfunktionen „est *a*" und „est *b*", in denen die Namenvariablen *a* und *b* auftreten. Deswegen kann man mit Recht behaupten, daß die stoische Disjunktion (Alternative), als eine Äußerung aus dem Bereich der Aussagenlogik, bei Boethius durch Bestandteile der Namenlogik verzerrt wurde. Nach Beseitigung dieser Verzerrungen und Erläuterung durch Sätze wird die Disjunktion (Alternative) des Boethius zu einer logischen und stilistisch glatten Aussage.

Die im Traktat enthaltenen logischen Verzerrungen, durch mangelnde Unterscheidung der Namenlogik von der Aussagenlogik verursacht, machten sich wegen des großen wissenschaftlichen Ansehens des Boethius auch in späteren Jahrhunderten bemerkbar und beeinträchtigten die Entwicklung der formalen Logik in Europa[78]. Jene Verzerrungen findet man immer noch

---

72 Ebenda, 875, A.

73 Łukasiewicz, „Z historii logiki...," 424, Anm. 21.

74 Ebenda, 424 f.

75 Boethius, *De syllogismo hypothetico...*, 875, A.

76 Ebenda, 875, C.

77 Ebenda, 876, B.

78 M. Grabmann, *Die Geschichte der scholastischen Methode*, I, Freiburg in Breisgau 1911, 167 ff. Überweg-Geyer, *op. cit.*, 150.

in vielen, auch hochgeschätzten, Lehrbüchern der traditionellen, philosophischen Logik[79].

Solamen miseris socium habere malorum. Kein geringer Socius ist es: der Philosoph und Staatsmann, der letzte Römer und einer der hervorragendsten Logiker im frühmittelalterlichen Westen, der viernamige Anitius Manlius Torquatus Severinus Boethius[80].

---

[79] J. Śleszyński, *Teoria dowodu*, Band I, Kraków 1925, 48; „[...] bemerkenswert sind drei polnische Lehrbücher der Logik, die zu den allerbesten gehören und den ausländischen Werken in keiner Hinsicht nachstehen. Es sind dies: *Logika ogólna* (1907), von Lutosławski; *Logika ogólna* (1912), von Pfarrer Gabryl; und *Teoria logiki* (1912), von Biegański. Besonders empfehlenswert ist das Buch von Lutosławski." W. Lutosławski, *Logika ogólna*, London 1906, 298. W. Biegański, *Teoria logiki*, Warszawa 1912, 433. F. Gabryl, *Logika ogólna*, Kraków 1912, 165. Jos, Gredt, *Elementa philosophiae Aristotelico-Thomisticae*, Vol. I, Freiburg Brisgoviae 1926, 67. Ch. Sigwart, *Logik*, 5. Aufl. I B, Tübingen 1924, 440.

[80] Überweg-Geyer, op. cit., 655. J. M. Bocheński O. P., *Tradycja myśli katolickiej a ścisłość*, in: *Myśl katolicka wobec logiki współczesnej*, Poznań 1937, 37. P. Stanoszek, *Boethius* in: *Słownik pisarzy antycznych*, Warszawa 1982, 119.