

# Józef Życiński

---

## Metafilozoficzne następstwa twierdzeń limitacyjnych

---

Studia Philosophiae Christianae 24/1, 145-158

---

1988

Artykuł został zdigitalizowany i opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej [bazhum.muzhp.pl](http://bazhum.muzhp.pl), gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

JÓZEF ŻYCIŃSKI

## METAFILOZOFICZNE NASTĘPSTWA TWIERDZEŃ LIMITACYJNYCH

1. Wstęp. 2. Ontologia versus pragmatyka w logice. 3. Rozstrzygalność i granice dowodu. 4. Metamatematyczne podstawy międzydy filozofów.

### 1. WSTĘP

Pytanie o to, jaką doniosłość dla filozofii mają udowodnione w metalogice twierdzenia limitacyjne, prowadzi do dwóch typów wzajemnie przeciwstawnych odpowiedzi. Część autorów usiłuje ekstrapolować twierdzenia Gödla, Churcha, Skolema i Löwenheima również na dziedzinę poznania filozoficznego utrzymując, iż odkrycia wymienionych autorów prowadzą do równie głębokich rewizji w naszych wyobrażeniach o poznaniu, jak przeprowadzona w fizyce rewolucja Einsteina — Plancka doprowadziła do rewizji w przed-relatywistycznych opracowaniach innych dyscyplin naukowych. Sympatycy przeciwnego ujęcia podkreślają, iż twierdzenia limitacyjne dowiedzione zostały dla języków sformalizowanych logiki pierwszego rzędu zaś próby ich epistemologicznego odniesienia do analiz fizyki czy filozofii pozostają nieprawomocne, z racji zasadniczej odmienności języka wymienionych dyscyplin.

W tradycyjnej krytyce drugiego z wymienionych stanowisk argumentowano, iż pewne ograniczenia nieuniknione dla języków sformalizowanych będą *a fortiori* niemożliwe do uniknięcia w językach o niższym poziomie uporządkowania logicznego<sup>1</sup>. Stanowisko takie zająłem w artykule *Wielość interpretacji*

<sup>1</sup> Zob. J. Woleński, *Metamatematyka i filozofia*, „Zagadnienia Fil. w Nauce”, 6 (1984) 10, gdzie pisze on m.in.: „Powstaje oczywiście pytanie, czy ... ekstrapolować rezultaty odnoszące się do sformalizowanych systemów matematycznych na całą wiedzę. Jedynym argumentem uzasadniającym odpowiedź negatywną, może być wykazanie, że formalizacja w sposób zasadniczy zniekształca intuicyjną semiotykę (nie tylko składnię i semantykę) języka wiedzy.... Ponadto przeciwnikom formalizacji można odpowiedzieć, że intuicyjne uzasadnienie twierdzeń limitacyjnych może być przeprowadzone w języku potocznym...”

*cji a jedność prawdy w filozofii*<sup>2</sup>, rozwijając w nim sformułowaną przez Woleńskiego tezę, która głosi, iż ignorowanie twierdzeń limitacyjnych w epistemologii byłoby równie niedopuszczalne, jak ignorowanie odkryć mechaniki kwantowej we współczesnych dyskusjach o indeterminizmie<sup>3</sup>. Na odmienne aspekty twierdzenia Löwenheima — Skolema zwróciła uwagę w swym opracowaniu Anna Lemańska<sup>4</sup>. Jej wartościowe rozróżnienia pozwalają określić m.in. różne typy wieloznaczności, która nie ma nic wspólnego z ograniczeniami ukazywanymi przez twierdzenie Löwenheima — Skolema. Kontrowersyjny wydaje się natomiast zamykający artykuł wniosek, który głosi: „To, że rzeczywistość może być opisywana przez odmienne teorie wynika, jak się wydaje, zarówno z wieloaspektowości tej rzeczywistości, jak i z nieadekwatności naszego aparatu poznawczego. Nie ma to jednak nic wspólnego z wnioskami z twierdzenia Skolema — Löwenheima”<sup>5</sup>.

Wniosek ten skłonny byłbym uznać przy specyficznej (prawdopodobnie niezamierzonej przez Autorkę) interpretacji wyrażenia „nie ma”. Rzeczywiście, przy obecnym poziomie zastosowania technik formalizacyjnych w filozofii efekty skolemowskie<sup>6</sup> albo nie mają wpływu na wynik sporów, albo też mają wpływ relatywnie niewielki. W językach systemów filozoficznych preferujących metaforykę i poetyckie przenośnie skolemowska wieloznaczność jest mało istotna i właściwe — a zarazem eufemistyczne — będzie ograniczenie się do zasygnalizowania „nieadekwatności naszego aparatu poznawczego”. Nie we wszystkich nurtach filozofii ceni się jednak intuicyjną metaforykę. Kontynuatorzy leibnizjańskiej tradycji ukazanej w *De arte combinatoria* usiłują wykorzystywać formalizację do położenia kresu wcześniejszym kontrowersjom dotyczącym podstawowych zagadnień ontologii. Uważam, iż w odniesieniu do podobnych prób twierdzenie Löwenheima — Skolema ma podstawową doniosłość. Z jego tzw. górnej wersji wynika bowiem, iż interpretacja wypracowana przez nas dla sformalizowanej postaci określonego argumentu ontologii czy filozofii

<sup>2</sup> „Studia Phil. Christ.”, 22 (1986) 1, 21—41.

<sup>3</sup> Woleński, *art. cyt.*, 14.

<sup>4</sup> A. Lemańska, *Twierdzenie Skolema-Löwenheima i jego konsekwencje*, „Studia Phil. Christ.”, 22 (1986) 2, 99—108.

<sup>5</sup> *Art. cyt.*, 108.

<sup>6</sup> Wyrażeń „efekty skolemowskie”, „skolemizacja”, „własności skolemowskie” etc. używam na określenie wieloznaczności sformalizowanych wypowiedzi wynikających z uwarunkowań ukazywanych przez twierdzenie Löwenheima-Skolema.

Boga nie jest bynajmniej jedyną dopuszczalną logicznie interpretacją. Równie prawomocne logicznie pozostają niezamierzone interpretacje (niestandardowe). Niektóre z nich mogą okazać się niesprzeczne z interpretacją zamierzoną. Mogą one dotyczyć komplementarnych aspektów lub stanowić wynik lepszego przybliżenia. Istnieje jednak również możliwość konstruowania alternatywnych interpretacji niezgodnych z interpretacją zamierzoną. Możliwość ta ma podstawową doniosłość dla wcześniejszych oczekiwań na „zgodę filozofów” akceptujących ten sam zbiór sformalizowanych argumentów. W mej opinii, z twierdzenia Löwenheima — Skolema wynika, iż ewentualna zgoda co do akceptacji syntaktycznej (teorioidowodowej) struktury określonego formalizmu nie implikuje identycznej treści dla sformalizowanych argumentów, lecz pozwala na wprowadzenie istotnie różnych modeli spełniających przyjęte aksjomaty.

Broniona przez mnie teza o metafizycznej doniosłości twierdzenia Löwenheima — Skolema może wywołać wielorakie zastrzeżenia. Nawet sam Thoralf Skolem odnosił się sceptycznie do górnego wariantu twierdzenia opatrywanego jego nazwiskiem. Pisał on m.in.: „Najgorszym zjawiskiem zachodzącym w literaturze matematycznej są wypowiedzi o nieskończonych zbiorach wyższej mocy formułowane bez komentarzy określających założenia metodologiczne”<sup>7</sup>. Uznanie określonego podejścia za „najgorsze” jest już wyrazem wartościowań określających hierarchię założeń epistemologicznych czy nawet ontologicznych. Refleksja nad nimi wydaje się celowa, m.in. i z tej racji, iż założenia te służą do uzasadniania krańcowo różnych opinii przy ocenie poznawczej doniosłości twierdzeń limitacyjnych.

## 2. ONTOLOGIA VERSUS PRAGMATYKA W LOGICE

W 1925 r., gdy John von Neumann pisał o ograniczeniach formalizacji ukazywanych przez twierdzenie Löwenheima, podkreślał on, iż „piętna nierzeczywistości”, które towarzyszy pojawiającym się w tej dziedzinie paradoksom, można by uniknąć po przyjęciu intuicjonizmu jako najwłaściwszej filozofii matematyki. W 60 lat później bardzo niewielu autorów skłaniało się do podobnej opinii. Zarówno platonicy, jak i formalści podkreślają, iż przyjęcie intuicjonizmu oznacza w praktyce rezygnację z około połowy twierdzeń uznawanych we współ-

<sup>7</sup> T. Skolem, *Selected Works in Logic*, Oslo 1970, 583.

czesnej matematyce. Ich zdaniem, poważne traktowanie zasad intuicjonizmu byłoby w swym liberalizmie podobne do podejścia, w którym nie wyklucza się definitywnie perspektywy interpretacyjnych sugerowanych przez zwolenników tezy o płaskości Ziemi<sup>8</sup>. Ta głęboka ewolucja dominujących ocen ma wyraźne podłoże pragmatyczne. Intuicjonizm jawił się w przeszłości jako atrakcyjna możliwość krytycznej i ostrożnej eliminacji trudnych zagadnień. Obecnie jawi się on jako filozofia intelektualnej amputacji, w której unika się trudnych kwestii i która „przetwraja tylko jako historyczne *curiosum*”<sup>9</sup>.

W zmienionej sytuacji niewielu zwolenników znajdują sugestie, by właśnie w intuicjonizmie szukać środków chroniących przed paradoksalnymi konsekwencjami twierdzenia Löwenheima — Skolema. Zmiany, które zaszły, nie upoważniają jednak do ekstrapolacji tego twierdzenia na dziedzinę analiz metafizycznych. Zwłaszcza w kręgu przedstawicieli współczesnego formalizmu wyraźnie występują tradycje przeciwstawiające technikę matematyczną spekulacjom ontologicznym. Reprezentujący tę tradycję Y. Bar-Hillel twierdzi wręcz, iż uwolnienie teorii mnogości z balastu komentarzy i zastosowań ontologicznych stanowi warunek umożliwiający efektywne rozwiązanie rzeczywistych (nie zaś pozornych) problemów niesionych przez rozwój matematyki<sup>10</sup>. W ujęciu takim próby filozoficznego wykorzystania analiz matematyki jawią się równie ryzykowne i spekulatywne jak argumenty zwolenników teorii preformacji, którzy stosując metodę „całkowania po pokoleniach” usiłowali ongiś bronić wątpliwej antropologii przy pomocy dowolnych ekstrapolacji matematycznych. Ich niepowodzenia, podobnie jak arbitralność dążeń Leibniza do opisanego relacji między duszą i ciałem przy pomocy terminów rachunku różniczkowego, nie upoważniają jednak do generalnych wniosków dotyczących współistnienia matematyki z filozofią. Dlatego też, reprezentujący również formalizm, Abraham Robinson uważa podejście Bar-Hillela za przejaw „nonszalanckiego stylu”<sup>11</sup> i twierdzi, iż badania nad podstawami matematyki doprowadziły w naszym

<sup>8</sup> Por. J. Dieudonné, *Mathématiques vides et mathématiques significatives*, w: *Penser les mathématiques*, ed. du Seuil 1982, 33 n. Tamże francuski burbakista zamyka swój artykuł wnioskiem o konieczności przyszłej „collaboration féconde entre mathématiciens et philosophes en matière d'épistémologie” (s. 34).

<sup>9</sup> M. Kline, *Mathematics. The Loss of Certainty*, Oxford 1980. 241.

<sup>10</sup> Y. Bar-Hillel, *The Irrelevance of Ontology to Mathematics*, w: A. Robinson, *Selected Papers*, New Haven 1979, t. 2, 553.

<sup>11</sup> Replay, w: *Selected Papers*, t. 2, 554.

stuleciu do wielu odkryć o podstawowej doniosłości filozoficznej<sup>12</sup>. Wynik tych odkryć stanowią m.in. przeobrażenia w ujmowaniu relacji między matematyką a tzw. obiektywną rzeczywistością. W początkach naszego stulecia panowało przekonanie, iż fizyka mówi o rzeczywistości lecz jest niepewna, natomiast matematyka jest pewna, lecz nie mówi o rzeczywistości. Prace Russella i Whiteheada nad *Principia Mathematica* oraz okrycia twierdzeń limitacyjnych doprowadziły do głębokich rewizji we wcześniejszych wyobrażeniach na temat pewności matematyki i jej zależności od umysłu. Ograniczenia odkrywane w dyskusjach nad modyfikowaną aksjomatyką i w doświadczeniu nieprzekraczalnych barier racjonalnego dyskursu prowadziły do odejścia od Hilbertowskich wyobrażeń na temat rzeczywistości matematycznej.

Czynnikiem, który przyczynił się w dużym stopniu do wzrostu popularności platonizmu w dyskusjach nad podstawami matematyki, było odkrycie przez Gödla twierdzeń o niezupełności. Mimo iż epistemologiczna doniosłość tych twierdzeń nie budzi obecnie sprzeciwów, w pierwszej fazie dyskusji nad wynikami Gödla usiłowano kwestionować ich wartość nie tylko w filozofii, lecz także w logice. Do autorów, którzy w latach trzydziestych usiłowali wykazać nieprawomocność I twierdzenia o niezupełności, należał m.in. Stanisław Leśniewski. W próbach kwestionowania doniosłości tego twierdzenia Barzin usiłowwał wykazywać istnienie błędnego koła w rozumowaniu Gödla zaś Perelman twierdził, iż kontrowersyjne twierdzenie nie jest niczym więcej jak jedną dodatkową antynomią<sup>13</sup>.

Sygnalizowane przykłady świadczą, iż programowy krytycyzm i ostrożność deklarowane przez autorów reprezentujących minimalistyczne stanowisko w badaniach nad podstawami matematyki i twierdzeniami limitacyjnymi nie zawsze prowadziły do rozwinięcia wartościowych programów badawczych. Historia wiedzy dostarcza przykładów zarówno niekrytycznego łączenia treści ontologicznych z techniką matematyczną jak i minimalistycznego dyskredytowania twierdzeń o niewątpliwej doniosłości filozoficznej. W tej sytuacji programowe przyjęcie jednego z przeciwstawnych stanowisk wyrażałoby jedynie osobiste sympatie filozoficzne, nie przesądzając niczym o mery-

<sup>12</sup> *Concerning Progress in the Philosophy of Mathematics*, w: *Selected Papers*, 556 n.

<sup>13</sup> Omówienie i krytykę ich argumentów przedstawia J. Ladrière, *Les limitations internes des formalismes*, Louvain — Paris 1957, 141—150.

torycznej wartości zajętego stanowiska. Stanowiska tego nie można również usprawiedliwić przez odwołanie do ogólnych zasad filozofii matematyki. Wszystkie konkurencyjne stanowiska dotyczące podstaw matematyki borykają się bowiem obecnie z poważnymi trudnościami. Niewątpliwie jest tylko, iż największych trudności doświadcza intuicjonizm. Zdaniem socjologów nauki intuicjoniści stanowią nie więcej niż 5% w społeczności obecnych matematyków<sup>14</sup>. W tej sytuacji trudno przywiązywać większą wagę do tych prób uniknięcia „paradoksu” Skolema, które cieszyły się względną popularnością pół wieku temu. Problemem do przebadania pozostają natomiast kwestie: W jakim stopniu jesteśmy w stanie przeciwdziałać efektom skolemizacyjnym przy pomocy dodatkowych technik formalnych? W jakim stopniu zaś efekty te pozostają przejawem ograniczeń językowych, które pozostają nieuniknione w każdej wartościowej poznawczo dziedzinie dyskursu?

### 3. ROZSTRZYGALNOŚĆ I GRANICE DOWODU

Podstawowa dla prowadzonych kontrowersji kwestia istnienia modeli niestandardowych pozostaje w ścisłym logicznym związku nie tylko z twierdzeniem Löwenheima — Skolema, lecz również z twierdzeniem Churcha i I twierdzeniem Gödla o niezupełności. Modele wprowadzane dla tej samej aksjomatyki są nieizomorficzne, gdyż istnieją kwestie nierozstrzygalne na gruncie wprowadzonych aksjomatów. Jeśli zdanie jest nierozstrzygalne na gruncie aksjomatyki  $A$ , wówczas możliwe jest wprowadzenie dla  $A$  zarówno modeli, w których przyjmuje się prawdziwość  $p$ , jak i takich, w których za prawdziwe uznaje się  $\sim p$ . W wyniku tego z tą samą aksjomatyką można łączyć istotnie różne modele<sup>15</sup>; mimo sformalizowania argumentów, można przypisywać im zasadniczo odmienne treści.

Podstawową formę przeciwdziałania negatywnym zjawiskom epistemologicznym związanym z tym faktem może stanowić rozszerzenie wcześniejszej aksjomatyki. Zdania nierozstrzygalne w systemie  $S_1$  mogą okazać się rozstrzygalne w rozszerzonym systemie  $S_k$ . Pojęcie rozstrzygalności jest zrelatywizowane

<sup>14</sup> Zob. P. J. Davis, R. Hersch, *The Mathematical Experience*, Boston 1981, 321 n.

<sup>15</sup> Pojęcie „istotnie różny” (*essentially different*) jest silniejsze od pojęcia nieizomorficzności. Dwa modele nazywane są istotnie różnymi wówczas, gdy istnieją zdania, które są prawdziwe w jednym z nich zaś fałszywe w drugim. Zob. J. Kemeny, *Undecidable Problems in Elementary Number Theory*, „Math. Ann.”, 135 (1958) 164.

do systemu. Stąd też w słynnych skądinąd monografiach można znaleźć zapewnienia, iż niezupełność systemów logicznych ma taki status, jak np. niemożność trysekcji kąta przy pomocy cyrkla i linijki. Niemożność ta — zapewniają autorzy<sup>16</sup> — nie ma większej doniosłości poznawczej, gdyż cel, którego nie można osiągnąć przy pomocy środków cenionych w starożytnej Grecji, osiągniemy np. przy pomocy kątomierza.

Ostatnie porównanie pojawia się bardzo często w tekstach autorów, którzy oceniają minimalistycznie epistemologiczną doniosłość twierdzeń limitacyjnych. Jest ono niewłaściwe choćby tylko z tej racji, iż sugeruje istnienie środków, przy pomocy których można skutecznie wyeliminować wszystkie ograniczenia ukazywane przez twierdzenia limitacyjne. Podstawowy problem tkwi w tym, iż środki takie nie istnieją. Obok pojęcia zrelatywizowanej do systemu nierozstrzygalności (*undecidability*) w metalogice ważną rolę pełni pojęcie nierozwiązalności (*unsolvability*). Nierozwiązalność ma charakter absolutny, tzn. nie możemy jej uniknąć przez przyjęcie nowych aksjomatów. Od czasu klasycznych prac Posta prowadzone są badania nad stopniami rekurencyjnej nierozwiązalności zagadnień. Przeciwstawienie im optymistycznej wiary w bliżej nieznaną możliwość logik wyższych rzędów czy logik nieklasycznych jest wyrazem optymizmu, który nie wszystkim został dany w jednakowym stopniu. Optymizm ten jest przejawem psychologicznego *commitment*<sup>17</sup>, którego nie sposób uniknąć w żadnej z dyscyplin, także i w logice.

Respektując prawo do optymistycznych prognoz w metamatematyce, osobiście uważam za bardziej uzasadnioną sceptyczną ocenę takich prognoz. Wyraża ją np. H. DeLong, pisząc: „możemy uniknąć niezupełności związanej z twierdzeniem Gödla np. przez przyjęcie za zbiór aksjomatów zbioru prawdziwych twierdzeń arytmetyki. System ten jest niesprzeczny i zupełny. Problem tylko w tym, że w przypadku ogólnym nie można stwierdzić czy aksjomat jest aksjomatem. W istocie więc, uogólnione twierdzenie Gödla po odniesieniu do tego systemu mówiliby, iż istnieje zdanie, co do którego niemożliwa jest decyzja, czy stanowi ono aksjomat, czy też nie. Wszystkie inne sposoby, w których usiłowano unikać znanych ograniczeń (znacznie subtelniejsze od sugerowanego) prowadziły do po-

<sup>16</sup> Por. np. E. Nagel, J. R. Newman, *Twierdzenie Gödla*, Warszawa 1966, 87, 67.

<sup>17</sup> Por. M. Polanyi, *Personal Knowledge. Towards a Post-Critical Philosophy*, Chicago 1962, 299—324.



dobnych wyników. Świadczy to, iż mamy tu do czynienia z ważnym zagadnieniem epistemologicznym. Wiele wysiłku podjęto, aby skonstruować system, w którym nie obowiązywałyby twierdzenia Gödla, Churcha czy Skolema. Wszystkie te wysiłki zakończyły się niepowodzeniem. „Sukcesy” podobne do opisanych uprzednio... stanowią jedynie fiasko połączone z wysokimi mniemaniami”<sup>18</sup>.

O tym, iż sceptycyzm DeLonga nie jest bynajmniej odosobniony, świadczą zarówno klasyczne już prace, jak i wyniki nowych badań. Ich epistemologiczną wymowę najlepiej określił Jean Ladrière charakteryzując istotną dysproporcję między zbiorem prawd, które ujmujemy intuicyjnie a zbiorem prawd możliwych do ścisłego sformalizowania. Niemożliwe jest wypracowanie uniwersalnego systemu aksjomatów, który wyrażałby jednoznacznie naszą wiedzę ujmowaną przy pomocy intuicji i środków pozaformalnych. „Niewątpliwie — pisze Ladrière — można konstruować systemy, do których nie będzie się stosować ani rozumowanie Gödla, ani podobne rozumowania. W wyniku tego systemy te nie będą zawierać zdań nierozstrzygalnych. Będą to jednak albo systemy ubogie, wyrażające bardzo ograniczoną dziedzinę matematyki intuicyjnej, albo też systemy, w których pewne pojęcia przybierają sens całkowicie różny od sensu łączonego z nimi na poziomie intuicji. ... Nie można więc usunąć dualizmu między tym, co obiektywne i tym, co subiektywne. Formalizacja nie może dostarczyć obiektywnego modelu myślenia; nie jest one w stanie ogarnąć całości tego, co poznawalne (*l'intelligible*). ... Myśl zawiera więcej niż można wyrazić w ścisłych granicach rachunku logicznego”<sup>19</sup>.

Dwa ostatnie z cytowanych zdań Ladrière'a uważam za podstawowe dla mej próby rozciągnięcia twierdzeń limitacyjnych zarówno na dziedzinę sformalizowanych teorii przyrodniczych, jak i sformalizowanych argumentów filozoficznych. Niewątpliwie pojęcia ostatnich dyscyplin różnią się od ekstensjonalnych pojęć logiki, podobnie jak różnią się stosowane metody badań. Ważne różnice epistemologiczne znajdują m. in. wyraz w tym, iż w fizyce pojawiają się dodatkowe ograniczenia bądź to natury technicznej (np. związane z błędem pomiaru), bądź teoretycznej (np. z racji obowiązywania zasady nieoznaczoności). W filozofii ograniczenia te będą występować już na poziomie wie-

<sup>18</sup> H. DeLong, *A Profile of Mathematical Logic*, London 1971, 196.

<sup>19</sup> J. Ladrière, dz. cyt., 412 n.

dzy intuicyjnej. Podczas gdy w matematyce, mimo trudności z jednoznacznym sformalizowaniem pojęcia „liczby naturalnej”, możemy intuicyjnie uznać prawdziwość zdania „Pałac Kultury nie jest liczbą naturalną”, odwołanie do naszych intuicji okazuje się często zawodne przy kwestiach filozoficznych. Stąd też ocena prawdziwości zdania „Przeżycie fascynacji zawiera element niesprawdzalny do czynników materialnych” zależeć będzie nie od uniwersalnych intuicyjnych odczuć, lecz od ukrytych założeń ontologicznych, które uzewnętrzniają się w ocenach uważanych za przejaw intuicji, zdrowego rozsądku, etc. Ten związek wiedzy intuicyjnej z krypto-ontologią sprawia, iż w formalizacjach filozofii efekty skolemowskie odgrywają znacznie większą rolę niż w formalizacjach innych dyscyplin. W tych ostatnich istnieją określone przez paradygmat naukowy wzorce interpretacji uważanych za standardowe. W filozofii nie ma szans na stworzenie jednego paradygmatu. Standardy interpretacyjne sympatyków pozytywizmu są różne od standardów fenomenologów i podobne różnice występują między innymi systemami. Próba absolutyzowania „jedynie słusznej” interpretacji oznaczałaby próbę apriorycznego rozstrzygnięcia kwestii o podstawowej doniosłości. Stąd też dopuszczalna przez twierdzenie Skolema wielość treści przypisywanych tej samej formalizacji może, w mej opinii, stwarzać znacznie więcej problemów w filozofii niż w logice.

Nie uważam również, by można było kwestionować stosowność twierdzenia Löwenheima — Skolema do nauk realnych na tej podstawie, iż suponuje ono istnienie zbiorów nieskończonych. Na terenie fizyki nie formułuje się wszak praw dla skończonego zbioru przebadanych przypadków. Prawa te określone są dla potencjalnie nieskończonej klasy zjawisk. Otwarta pozostaje kwestia, czy we wszechświecie znajduje również realizację nieskończoność aktualna bądź to przestrzenna (jak w modelach kosmologicznych z ujemną krzywizną), bądź tzw. nieskończoność „w głąb”. Sam fakt, iż o tej ostatniej pisał Lenin, nie powinien jednak stanowić racji do jej definitywnego dyskredytowania. Podobny wydaje się status pojęcia nieskończoności w filozofii. Nieznane są mi ontologie, które byłyby wynikiem prostego uogólnienia wniosków dotyczących przebadanych bytów jednostkowych. Podstawowe tezy ontologiczne mają z zasady charakter uniwersalny i mało istotna jest kwestia mocy zbiorów bytów, do których można je stosować. W niektórych argumentach filozoficznych pojęcie nieskończoności aktualnej pojawia się nawet *explicite*. Przykładu

dostarcza choćby Tomaszowe *Opusculum de aeternitate mundi contra murmurantes*, gdzie Akwinata *expressis verbis* twierdzi, iż Bóg mógł stworzyć odwieczny wszechświat jako nieskończoność aktualną *per accidens*.

Niewątpliwie istnieje wiele różnic epistemologicznych, które decydują o odmienności nauk realnych i formalnych. Dla przykładu — w tradycyjnej filozofii nierzadko stosuje się argumenty *ad hominem* czy wręcz chwytły erystyczne, których nie wprowadza się do dyskursu nauk formalnych. Żadna z istniejących różnic nie upoważnia jednak, w mej opinii, do podważenia prawomocności ekstrapolacji twierdzeń limitacyjnych na dziedzinę sformalizowanych argumentów nauk realnych. Dlatego też uważam, iż twierdzenia te odsłaniają „niewspółmierność ideałów człowieka i jego możliwości”<sup>20</sup>, która występuje nie tylko w matematyce i w logice lecz w innych interesujących poznawczo dziedzinach naszej refleksji. Od czasów Leibniza do współczesnych prac nad aksjomatyzacją teorii naukowych oczekiwano, iż formalizacja może przynieść złagodzenie tej niewspółmierności. W niektórych konkretnych kwestiach oczekiwania te zostały spełnione. Równocześnie jednak odkryto, iż formalizacja niekontrowersyjnych intuicji stwarza możliwość wprowadzania niestandardowych interpretacji i odsłania surrealistyczny wymiar słynnych marzeń Leibniza.

#### 4. METAMATEMATYCZNE PODSTAWY NIEZGODY FILOZOFÓW

Od czasów Kanta w filozofii zjawiskiem naturalnym zdążyły się już stać deklaracje o kolejnych przewrotach kopernikańskich, które odsłaniają wreszcie ostateczną filozofię bytu. Elementy podobnej wiary w ostateczne odkrycie „jedynie słusznej” filozofii można wskazać w pozytywizmie Comte’a i w marksizmie, w pierwszej filozofii Wittgensteina i w programie Koła Wiedeńskiego, w „naukowej filozofii” Reichenbacha i w demistyfikującej socjobiologii Wilsona. W okresie szczególnego rozwoju nauk przyrodniczych oraz zainteresowania problematyką formalizacji teorii naukowych oczekiwania na nową postać „ostatecznej” filozofii zaczęto łączyć zarówno z jej interdyscyplinarną otwartością, jak i z formalizacją argumentów filozoficznych. Kiedy współpracownicy J. D. Sneeda rozwijają ambitny program „burbakizacji fizyki”, nie stroniąc od efektownych formuł o „sneedyfikacji nauki”<sup>21</sup>, oraz kiedy z tzw.

<sup>20</sup> H. DeLong, *dz. cyt.*, 226.

<sup>21</sup> Zob. np. W. Stegmüller, *The Structure and Dynamics of Theories*, „Math. Rev.”, 55 (1978) 13.

neognozą naukową łączy się nadzieje na definitywne rozstrzygnięcie dawnych kontrowersji ontologicznych, uwzględnienie metafizycznych następstw twierdzeń limitacyjnych może chronić przed kolejnymi iluzjami.

By bliżej określić, w czym ujawniają się iluzje oczekiwania na jedyną i jedynie prawomocną filozofię, rozpatrzmy relacje między obiektywną rzeczywistością  $R$ , jej poznawczym odpowiednikiem  $P$  zawierającym niesformalizowaną wiedzę o  $R$  oraz zbiorem sformalizowanych argumentów czy teorii filozoficznych  $F$ , które tłumaczyłyby strukturę ontyczną  $R$ . Tradycyjnym marzeniem filozofów jest jednoznaczne określenie wzajemnych związków między  $R$ ,  $P$  i  $F$ . Marzenie to z wielu powodów okazuje się niemożliwe do spełnienia. Już przy ogólnej próbie odpowiedzi na pytanie: „Czym jest obiektywna rzeczywistość” pojawiają się zasadnicze rozbieżności. Współczesne dyskusje nad implikacjami nierówności Bella czy tzw. eksperymentu Einsteina — Podolsky’ego — Rosena zamykane bywają często wnioskami, iż tradycyjne zdroworozsądkowe pojęcie rzeczywistości nie da się pogodzić z mechaniką kwantową i trzeba je poddać głębokiej rewizji. Kierunek sugerowanych rewizji zależy m. in. od stosunku poszczególnych autorów do realizmu poznawczego. Jedynie sympatycy realizmu naiwnego czy tzw. teorii odbicia skłonni są sądzić, iż między elementami dziedziny  $R$  i ich korelatami poznawczymi w  $P$  można określić jednoznaczne przyporządkowanie. Zwolennicy krytyczniejszej teorii poznania przyjmują, iż tym samym zdarzeniom i obiektom z  $R$  muszą nieuchronnie odpowiadać różnorodne przedstawienia, opisy czy interpretacje na poziomie naszej niesformalizowanej wiedzy  $P$ . Wiedzę tę można z kolei wyrażać przy pomocy różnorodnych formalizacji  $F_1, F_2, \dots, F_k$ . Ten typ *l'embarras de richesse* nie stanowi jednak problemu, tym bardziej, że alternatywne formalizacje mogą dotyczyć odmiennych aspektów rzeczywistości, różnić się w precyzji lub ogólności ujęcia, etc. Problem pojawia się, kiedy zwrócimy uwagę na niejednoznaczny charakter związków zachodzących w przeciwnym kierunku, tzn. na fakt, iż dla nietrywialnych informacyjnie formalizacji argumentów filozoficznych można określać — zgodnie z twierdzeniem Löwenheima — Skolema — istotnie różne modele  $M_1, M_2, \dots, M_k$ , które na poziomie  $P$  będą wyrażać istotnie różne treści dotyczące rzeczywistości  $R$ .

Od czasu, gdy stało się oczywiste, że nie istnieją tzw. czyste fakty i że próby przekładu terminów teoretycznych na obserwacyjne są utopijną ekspresją sztuki dla sztuki, nie należy spo-

dziewać się, by poszczególnym terminom określonej formalizacji przypisywano identyczne treści na poziomie wiedzy P. Ponieważ nie istnieją czyste fakty, lecz tzw. interpretofakty, preferencje dotyczące wyboru modeli dla formalizacji  $F_1$  będą uzależnione od wcześniejszych założeń epistemologicznych, teorii racjonalności, ontologicznego zdeklarowania poszczególnych autorów, etc. Przy konkretnych kwestiach logiki można wprowadzić konwencję ustalającą np. iż ograniczamy uwagę badawczą wyłącznie do modeli standardowych; przy formalizacji argumentów filozoficznych podobna decyzja oznaczałaby w praktyce zastosowanie brzytwy Ockhama eliminującej niestandardowe ontologie. Pomijając nawet fakt, iż nadużycia brzytwy Ockhama prowadziły w przeszłości niejednokrotnie do rozwiązań pozornych, trzeba podkreślić, iż nie widać możliwości racjonalnego określenia zasad, na podstawie których określałoby się „standardowość” modeli wprowadzanych dla sformalizowanych argumentów ontologii. Jeśli np. termin „s” oznaczający w przyjętej formalizacji „substrat fizyczny”, w modelu przyjmowanym przez materialistę ma oznaczać odwieczną materię zaś w modelu sympatyka myśli Wschodu złudną mają, to na podstawie jakich kryteriów uznać któryś z alternatywnych modeli za standardowy? Odwołanie do założeń epistemologicznych dominujących w danej epoce czy w określonym środowisku niesie w takim przypadku ryzyko absolutyzowania tego, co względne. Historia filozofii ukazuje liczne przykłady filozoficznych guru, którzy w kręgu zachwyconych wyznawców usurpowali sobie prawo do ostatecznego określania standardów filozoficznych i korespondujących z nimi „jedynie słusznych” interpretacji. Aprioryczne uznanie określonego zbioru modeli za standardowe mogłyby eliminować wiele dylematów interpretacyjnych. Byłoby ono jednak wyrazem preferowania określonych konwencji, nie zaś wynikiem uzasadnionych merytorycznie rozstrzygnięć. Powszechna akceptacja tych konwencji miałaby raczej uwarunkowania psychosocjologiczne niż logiczne. Zastępując słowo „matematyki” terminem „filozofii”, można powtórzyć za Johnem Myhillem jego epistemologiczny komentarz głoszący: „lekcja, której uczy nas twierdzenie Löwenheima — Skolema sprowadza się do tego, iż formalny przekaz matematyki zakłada nieformalną wspólnotę zrozumienia”<sup>22</sup>.

---

<sup>22</sup> J. Myhill, *Symposium: On the Ontological Significance of the Löwenheim-Skolem Theorem II*, w: *Academic Freedom, Logic and Religion*, Philadelphia 1953, 70.

„Wspólnoty zrozumienia” nie można zredukować do przyjęcia określonego języka czy zasad inferencji logicznych. Obejmuje ona bowiem również kryteria selekcji, na podstawie których pewne modele filozoficzne odrzucamy jako niezamierzone produkty skolemowskich własności języka. Kandydaci na kolejnych rewolucjonistów filozoficznych będą jednak zawsze wyłamywać się z tej wspólnoty, deklarując, iż dopiero ich niestandardowy model odsłania ostateczną prawdę o naturze bytu. Logiczna prawomocność podobnych deklaracji nie prowadzi do relatywizmu prawdy. Możliwa jest racjonalna dyskusja nad założeniami, które inspirowały wybór niestandardowego modelu proponowanego jako wyraz kolejnego przewrotu w filozofii. Jej ewentualne rozstrzygnięcie nie przekreśla jednak możliwości przyszłego poszukiwania innych niestandardowych modeli dla sformalizowanych teorii filozoficznych. Niezgoda filozofów ma głębokie podstawy językowe odsłaniane przez metamatematykę.

Przedstawiona przeze mnie interpretacja twierdzeń limitacyjnych miała na celu przeciwdziałanie nierealistycznym programom przeceniającym rolę formalizacji w filozofii. Z podobnymi programami łączono pół wieku temu nadzieje na wyjątkowy rozwój nauk przyrodniczych po sformalizowaniu ich podstawowych teorii. Iluzoryczność wcześniejszych oczekiwań stwierdził m. in. C. G. Hempel, uprzednio zwolennik formalizacji, pisząc w 1970 r.: „oświecenie filozoficzne, jakie można otrzymać po przedstawieniu teorii w zaksjomatyzowanej postaci, wynika raczej ze specyficznej aksjomatyzacji odpowiedniego typu, nie zaś z dowolnej, ekonomicznej czy eleganckiej aksjomatyzacji”<sup>23</sup>.

Obok teorii filozofii szukającej racjonalnych, ścisłych i sformalizowanych argumentów, istnieje wiele innych alternatywnych koncepcji filozofii. Jedną z możliwości charakteryzuje Friedrich Waismann pisząc: „Żaden z argumentów filozoficznych nie jest zobowiązujący (*compelling*) logicznie ... Nie mają one charakteru dedukcyjnego, stąd też nie są ścisłe. Stąd też nie dowodzą niczego. ... Żaden z argumentów filozoficznych nie kończy się formułą *quod erat demonstrandum*. Jakkolwiek mocny byłby — nigdy nie zmusza. W filozofii nie ma żadnego zmuszania ani przez logikę, ani poprzez język. ... Celem (argu-

---

<sup>23</sup> C. G. Hempel, *On the Standard Conception of Scientific Theories*, „Minnesota Stud. in the Phil. of Science”, 4 (1970) 152.

mentów filozoficznych) jest otwarcie naszych oczu, stworzenie nowej perspektywy ujmowania zdarzeń”<sup>24</sup>.

Na teren pojętej równie liberalnie filozofii nie można, z oczywistych powodów, rozciągać ograniczeń ukazywanych przez twierdzenia limitacyjne. Trudno jednak byłoby również wskazać, czym tak pojęta filozofia różni się od poezji czy — ogólniej — sztuki. W filozofii pojętej jako racjonalne i wolne od sprzeczności tłumaczenie świata twierdzenia limitacyjne ukazują nieprzekraczalne ograniczenia racjonalnego dyskursu. Ograniczeń tych nie należy przeceniać z tych samych powodów, jak nie należy przeceniać np. ograniczeń ukazywanych przez zasadę nieoznaczoności Heisenberga. Znajomość tej zasady nie pozwala już jednak bronić determinizmu w wersji propagowanej ongiś przez Laplace’a. Uznanie, iż filozof nie dysponuje środkami, które byłyby w stanie wyeliminować ograniczenia językowe ukazywane przez twierdzenia limitacyjne, chroni przed metafizycznym demonem Laplace’a. Jego obecność w niektórych systemach filozofii miała gwarantować ostateczne i jedynie słuszne rozstrzygnięcie wszystkich diskutowanych zagadnień.

#### METAPHILOSOPHICAL CONSEQUENCES OF THE LIMITATIVE THEOREMS

##### Summary

The paper expounds the thesis of the metaphysical relevance of undecidability and non-categoricity that are disclosed by the limitative theorems of metalogic. Developing the ideas that were earlier proposed, among others, by J. Ladriere, H. DeLong, and W. Yourgrau, the author applies the upward version of the Löwenheim-Skolem theorem to formalised philosophical arguments. The possibility of a general „philosophers’ accordance” is excluded because non-intended models can be found for any cognitively valuable formalisation of philosophical discourse.

#### OD REDAKCJI

W półroczniku *Studia Philosophiae Christianae* w numerze 22 (1986) 1 został zamieszczony artykuł ks. Józefa Życińskiego: *Wielość interpretacji a jedność prawdy w filozofii*, natomiast w numerze 22 (1986) 2 tegoż

<sup>24</sup> F. Waismann, *Contemporary British Philosophy: Personal Statements*, 470 n; cyt. za P. K. Bastable, *Logic: Depth Grammar of Rationality*, London 1980, 367.