

# Sylwester Hunek

---

## Niwelacja trygonometryczna o wysokiej dokładności

---

Acta Scientifica Academiae Ostroviensis nr 35-36, 173-184

---

2011

Artykuł został zdigitalizowany i opracowany do udostępnienia w internecie przez **Muzeum Historii Polski** w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej [bazhum.muzhp.pl](http://bazhum.muzhp.pl), gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

Sylwester Hunek

## Niwelacja trygonometryczna o wysokiej dokładności

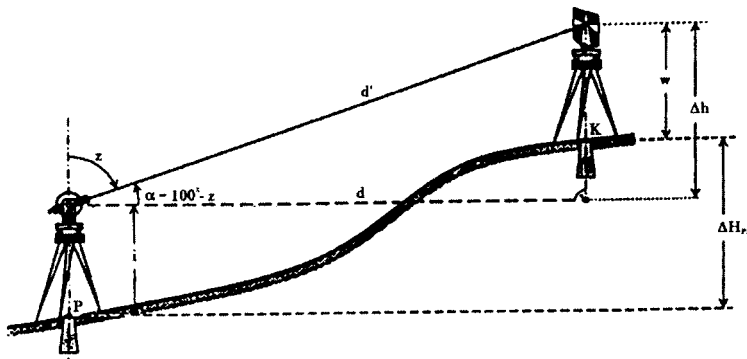
### 1. Wstęp

Wielu autorów podaje różne definicje niwelacji trygonometrycznej ja poniżej podaję jedną z nich, która wydała mi się najbardziej adekwatna do niniejszego wywodu. Niwelacją trygonometryczną nazywamy taką konstrukcję geodezyjną umożliwiającą wyznaczenie wysokości punktów na podstawie pomierzonych kątów pionowych  $\alpha$  lub długości zenitalnych  $z$  oraz długości  $d$  lub  $d'$ , które mogą być pomierzone albo obliczone. Niwelacja trygonometryczna w porównaniu do niwelacji geometrycznej ma mniejszą dokładność wyznaczenia wysokości ale znajduje zastosowania w miejscach w których tradycyjna niwelacja nie znajduje zastosowania. Z tego względu podstawową zaletą niwelacji trygonometrycznej jest możliwość pomiaru przy dowolnym nachyleniu osi celowej, co sprawia że pomiar kątów pionowych pozwala na wyznaczenie dużych różnic wysokości pomiędzy stanowiskiem a odległymi punktami. Niwelacja trygonometryczna jest stosowana między innymi do określenie wysokości punktów osnowy poziomej ich zabudowy np.: wież, sygnałów triangulacyjnych, wyznaczenie wysokości punktów wysokościowej osnowy pomiarowej, pomiar rzeźby terenu, stosowana jest również do zadań inżynierskich obsługa budowli, badań przemieszczeń, wychyleń oraz do wyznaczenia wysokości wysmukłych obiektów takich jak kominy, wieże, wysokie budowle. Zasada niwelacji trygonometrycznej jest przedstawiona na rysunku.

### 2. Wpływ błędów na dokładność pomiaru

Najważniejszymi czynnikami wpływającymi na błąd trygonometrycznego określenia wysokości należą:

- Dokładność pomiaru odległości -  $d'$
- Dokładność pomiaru kąta zenitalnego -  $z$
- Dokładność pomiaru wysokości instrumentu -  $i$  oraz sygnału -  $w$



Rys. 2.1 Zasada niwelacji trygonometrycznej

Stosując wzór na przewyższenie postaci:

$$\Delta h = d \operatorname{ctg} z \quad \text{lub} \quad [2.1]$$

$$\Delta h = d' \cos z \quad [2.2]$$

gdzie:  $\Delta h$  – przewyższenie,  $d$  – odległość zredukowana do poziomu,  $d'$  – odległość skośna,

$z$  – długość zenitalna

Korzystając z [2.1] obliczamy pochodne cząstkowe funkcji:

$$\frac{\partial \Delta h}{\partial d} = \operatorname{ctg} z, \quad \frac{\partial \Delta h}{\partial z} = \frac{-d}{\sin^2 z},$$

a następnie stosując prawo przenoszenia się błędów średnich otrzymujemy:

$$m_{\Delta h} = \mp \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta h}{\partial d}\right)^2 m_d^2 + \left(\frac{\partial \Delta h}{\partial z}\right)^2 m_z^2}$$

$$m_{\Delta h} = \mp \sqrt{(\operatorname{ctg} z \cdot m_d)^2 + \left(\frac{-d}{\sin^2 z} m_z\right)^2}$$

$$m_{\Delta h} = \mp \sqrt{(\operatorname{ctg} z \cdot m_d)^2 + \frac{d^2}{\sin^4 z} m_z^2} \quad [2.3]$$

Przykład obliczeniowy:

Przykład dla następujących danych:  $d = 500m$ ,  $m_d = \mp 0.02m$ ,  $m_z = \mp 20''$

Kąt zenitalny	$\Delta h$	$m_{\Delta h}$ [m]
20	1538.842	0.176
40	688.191	0.053
60	363.271	0.028
80	162.460	0.018

Wynika z tego, że im mniejszy kąt zenitalny tym błąd wyznaczenia przewyższenia rośnie i na odwrót, im większy kąt zenitalny to dokładność wyznaczenia przewyższenie rośnie.

Teraz zwróćmy uwagę na sposób obliczenia różnicy wysokości oraz średniego błędu. Wysokości punktów P i K z uwzględnieniem wysokości instrumentu i sygnału oraz krzywizny Ziemi i refrakcji.

Zgodnie z rysunkiem [2.1], wysokość punktu K będzie dana następującym wzorem:

$$H_K = H_P + \Delta h + i - w \quad [2.4]$$

a różnica wysokości punktu początkowego P i końcowego K na podstawie powyższego wzoru przyjmują postać:

$$\Delta H = H_K - H_P = \Delta h + i - w \quad \text{gdzie: } \Delta h = d \operatorname{ctg} z + \frac{d^2}{2R} (1 - k) \quad [2.5]$$

więc ostatecznie

$$\Delta H = d \operatorname{ctg} z + \frac{d^2}{2R} (1 - k) + i - w \quad [2.6]$$

obliczamy pochodne cząstkowe, otrzymując:

$$\frac{\partial \Delta H}{\partial d} = \operatorname{ctg} z + \frac{d}{R} (1 - k), \quad \frac{\partial \Delta H}{\partial k} = -\frac{d^2}{2R}, \quad \frac{\partial \Delta H}{\partial z} = \frac{-d}{\sin^2 z}, \quad \frac{\partial \Delta H}{\partial i} = 1, \quad \frac{\partial \Delta H}{\partial w} = -1$$

$$m_{\Delta H}^2 = \left(\frac{\partial \Delta H}{\partial d}\right)^2 m_d^2 + \left(\frac{\partial \Delta H}{\partial z}\right)^2 m_z^2 + \left(\frac{\partial \Delta H}{\partial k}\right)^2 m_k^2 + m_i^2 + m_w^2$$

$$m_{\Delta H} = \sqrt{\left(\operatorname{ctg} z + \frac{d}{R}(1-k)\right)^2 m_d^2 + \left(\frac{-d^2}{2R}\right)^2 m_k^2 + \left(\frac{-d}{\sin^2 z}\right)^2 m_z^2 + m_i^2 + m_w^2}$$

[2.7]

Przykład obliczeniowy:

zakładamy, że:  $m_i^2 = m_w^2 = m_s^2$ ,  $i = w$ ,  $R = 6382 \text{ km}$ Dla terenów Polski przyjmuje się  $k = 0.13$ ,  $m_k = 0.03 \div 0.05$ 

Podstawiając przykładowe dane:

Przykład dla następujących danych:

 $d = 500 \text{ m}$ ,  $m_d = \mp 0.02 \text{ m}$ ,  $m_z = \mp 20^{\text{cc}}$ ,  $m_s = 0.01 \text{ m}$ ,  $m_k = 0.05$ 

Kąt zenitalny	$\Delta h$	$m_{\Delta h} \text{ [m]}$
20	1538.859	0.176
40	688.208	0.055
60	363.288	0.031
80	162.477	0.023

 $d = 500 \text{ m}$ ,  $m_d = \mp 0.05 \text{ m}$ ,  $m_z = \mp 20^{\text{cc}}$ ,  $m_s = 0.01 \text{ m}$ ,  $m_k = 0.05$ 

Kąt zenitalny	$\Delta h$	$m_{\Delta h} \text{ [m]}$
20	1538.859	0.226
40	688.208	0.084
60	363.288	0.046
80	162.477	0.028

 $d = 500 \text{ m}$ ,  $m_d = \mp 0.02 \text{ m}$ ,  $m_z = \mp 20^{\text{cc}}$ ,  $m_s = 0.05 \text{ m}$ ,  $m_k = 0.05$ 

Kąt zenitalny	$\Delta h$	$m_{\Delta h} \text{ [m]}$
20	1538.859	0.189
40	688.208	0.088
60	363.288	0.076
80	162.477	0.073

Na podstawie wzoru [2.7] i przeprowadzonej analizy wynika iż dla krótkich celowych dominujący wpływ na błąd średni różnicy wysokości mają błędy pomiaru wysokości instrumentu oraz sygnału.

Przy krótkich celowych uwzględnianie wpływu refrakcji oraz krzywizny Ziemi nie jest konieczne, a jako poziom odniesienia można przyjąć płaszczyznę.

Jeśli założymy że powstały w ten sposób błąd z odrzucenia ostatniego składnika ze wzoru [2.5] nie będzie przekraczał pewnej wartości  $c$  możemy obliczyć dla jakiej długości celowej nie zostanie przekroczona zadana wartość błędu.

$$\Delta h = d \operatorname{ctg} z + \frac{d^2}{2R}(1-k) \quad [2.8]$$

a zatem odrzucamy drugi składnik wzoru i przyjmujemy że nie powinien przekraczać pewnej wartości  $c$

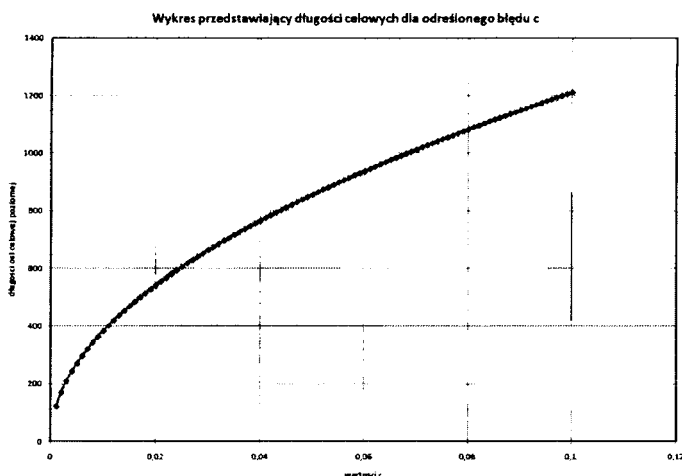
$\frac{d^2}{2R}(1-k) \leq c$  przekształcamy nierówność w poszukiwaniu odległości  $d$  otrzymując:

$$d \leq \sqrt{\frac{2R \cdot c}{1-k}} \quad [2.9]$$

Tabela przedstawia zestawienie wyników dla zadanych wartości błędu  $c$

Dla danych:  $R = 6382 \text{ km}$ ,  $k = 0.13$

$c$ [m]	$d$ [m]
0.001	121
0.005	271
0.01	383
0.05	856
0.10	1211
1.00	3830



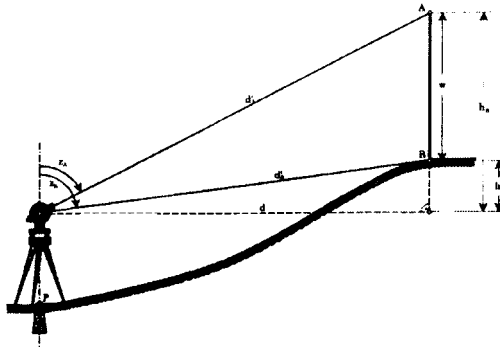
Na podstawie powyższej tabeli można wysunąć następujące wnioski: stosowanie uproszczonego wzoru do niwelacji trygonometrycznej wymusza na nas stosowanie określonej długości celowej w zależności od żądanej dokładności. Dla ominięcia wpływu refrakcji i krzywizny Ziemi nie przekraczającej jednego centymetra celowa nie powinna być dłuższa niż 300m.

### 3. Wyznaczenie różnicy wysokości za pomocą różnych konstrukcji geometrycznych

Wyznaczanie różnicy wysokości punktów z wykorzystaniem tradycyjnych metod pomiaru kątów za pomocą teodolitu bez możliwości pomiaru jednocześnie odległości sprawia, że musimy korzystać z konstrukcji geometrycznych, których zadaniem będzie pośrednie wyznaczenie odległości do punktu czy także wyznaczenie względnych lub bezwzględnych wysokości obiektu.

Zatem można rozpatrywać następujące przypadki dla przypomnienia:

1. Wyznaczenie wysokości gdy można pomierzyć odległość do obiektu.



$$w = h_A - h_B$$

$$h_A = d \operatorname{ctg} z_A$$

$$h_B = d \operatorname{ctg} z_B$$

$$w = d \operatorname{ctg} z_A - d \operatorname{ctg} z_B$$

$$w = d(\operatorname{ctg} z_A - \operatorname{ctg} z_B)$$

[3.1]

Rys. 3.1

W przypadku kiedy pomierzmy odległość skośną  $d'_A$  i  $d'_B$  przy założeniu, że odcinek AB jest prostopadły do horyzontu instrumentu to możemy zastosować następujące wzory:

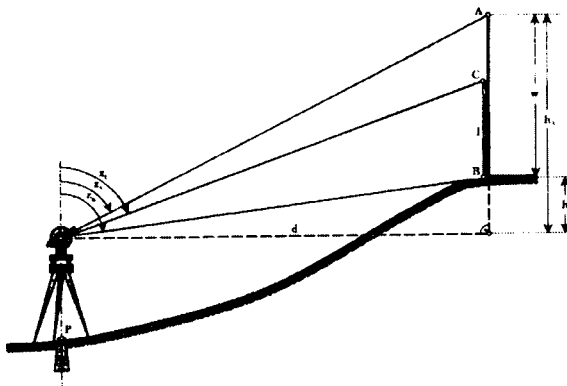
$$d = d'_A \sin z_A \text{ podstawiamy do wzoru } h_A = d \operatorname{ctg} z_A$$

$$\text{otrzymujemy } h_A = d'_A \sin z_A \cdot \operatorname{ctg} z_A$$

$$\text{czyli: } h_A = d'_A \cos z_A \text{ i}$$

$$h_B = d'_B \cos z_B$$

2. Wyznaczenie wysokości gdy obiekt jest dostępny ale nie można pomierzyć bezpośrednio odległości.



$$l = d(\operatorname{ctg} z_C - \operatorname{ctg} z_B)$$

[3.2]

$$d = \frac{l}{\operatorname{ctg} z_C - \operatorname{ctg} z_B}$$

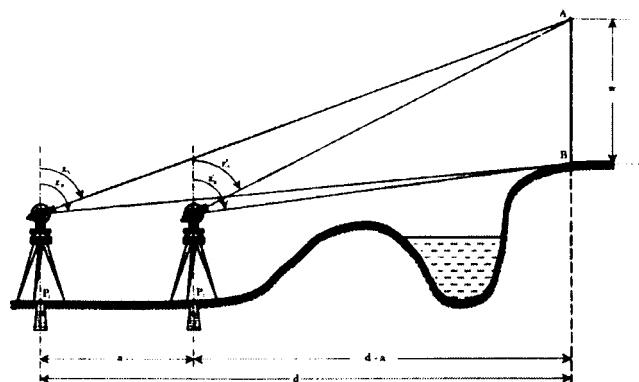
[3.3]

$$w = l \frac{\operatorname{ctg} z_C - \operatorname{ctg} z_B}{\operatorname{ctg} z_C - \operatorname{ctg} z_B}$$

[3.4]

Rys. 3.2

3. Wyznaczenie wysokości obiektu gdy obiekt jest niedostępny.



$$d = \frac{a \cdot n}{n - m} \quad [3.5]$$

$$w = \frac{a \cdot m \cdot n}{n - m} \quad [3.6]$$

gdzie:

$$m = \text{ctg } z_A - \text{ctg } z_B$$

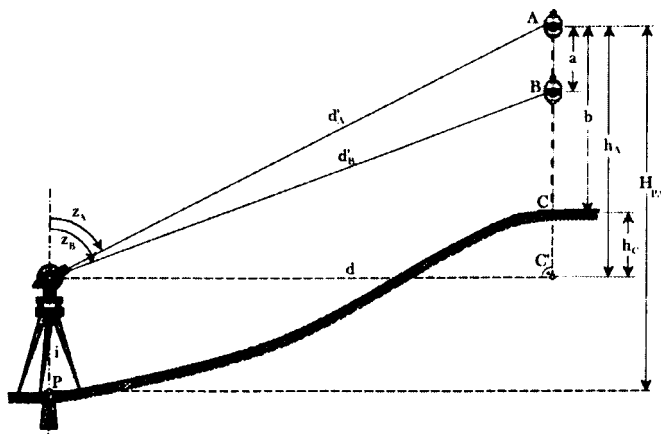
$$n = \text{ctg } z'_A - \text{ctg } z'_B$$

Rys. 3.3

#### 4. Wykorzystanie tyczki dwuprzyzmatycznej w pomiarach geodezyjnych, pomiar i obliczenia

Innym sposobem pomiaru przewyższeń oraz wysokości niż opisano powyżej jest metoda poprzez zastosowanie dwóch lub więcej przyzmatów umieszczonych na jednej tyczce.

Na rysunku pokazano tyczkę dwuprzyzmatyczną z podstawowymi oznaczeniami charakteryzującymi ją.



Rys. 4.1

Najważniejszą wielkością charakteryzującą tego typu tyczką (rekitową) jest współczynnik proporcji  $\lambda$ . Współczynnik ten wyraża się następującym wzorem:  $\lambda = \frac{b-a}{a}$  [4.1] Istnieją dwie metody obliczeń uproszczona – przy założeniu, że tyczka jest prostopadłe ustawiona do płaszczyzny horyzontu instrumentu, i druga precyzyjna

której stosowanie wiąże się z wyznaczeniem współrzędnych przestrzennych. Należy pamiętać aby tyczka podczas pomiaru była w jak najmniejszym stopniu narażona na zruszenia jej położenia w przestrzeni, jeżeli taka sytuacja nastąpi należy powtórnie dokonać pomiaru.

Pierwsza metoda pomiaru zakłada, że wszystkie punkty ABCC' leżą na jednej prostej i ta prosta jest prostopadła od płaszczyzny horyzontu utworzonej przez koło poziome instrumentu to pomierzone długości  $d_A$ ,  $d_B$  zredukowane po poziomu przyjmują zbliżoną wartość jeżeli warunek jest zachowany. Pomierzone kąty zenitalne  $z_A$ ,  $z_B$ , pozwalają na obliczenie wielkości  $a$  charakteryzującą tyczkę dwuprzymatyczną. Na podstawie porównania wartości  $a$  obliczonego i teoretycznego jesteśmy w stanie skontrolować dokładność wykonanego pomiaru.

Jeżeli  $a$  obliczone na podstawie pomiaru nie przekracza o dopuszczalną wartość  $a$  teoretycznego można liczyć przewyższenie i stosując się do tradycyjnych wzorów [2.5], [2.6].

W przypadku drugiej metody pomiaru z wykorzystaniem tyczki dwuprzymatycznej mierzone są takie wielkości jak:  $d'_A$ ,  $d'_B$  lub  $d_A$ ,  $d_B$ ,  $z_A$ ,  $z_B$ , a także kierunki  $k_A$ ,  $k_B$ . Na podstawie tych danych obliczamy współrzędne przestrzenne w układzie lokalnym, bądź geodezyjnym, punktów charakterystycznych dla lustra:  $A_{XYH}$ ,  $B_{XYH}$ . A na podstawie współrzędnych tych punktów obliczamy współrzędne punktu  $C$ . Ostatnim zadaniem jest obliczenie przewyższenia na podstawie współrzędnych przestrzennych pomiędzy stanowiskiem a lustrem lub pomiędzy lustrem a lustrem.

Prześledźmy schemat obliczeń dla modelu stanowisko-lustro z przykładowymi danymi:

Jednostka długości: metr z dokładnością do milimetra.

Dane z pomiaru:  $d_A$ ,  $d_B$ ,  $z_A$ ,  $z_B$ ,  $k_A$ ,  $k_B$

Dane znane:  $X_P$ ,  $Y_P$ ,  $H_P$ ,  $i$ ,  $b$ ,  $a$ , lub  $\lambda$

Szukane:  $H_{PA}$ ,  $X_C$ ,  $Y_C$ ,  $H_C$

$$d_A = 44.298$$

$$d_B = 43.951$$

$$z_A = 100.0440^g$$

$$z_B = 101.5840^g$$

$$k_A = 399.8480^g$$

$$k_B = 000.4750^g$$

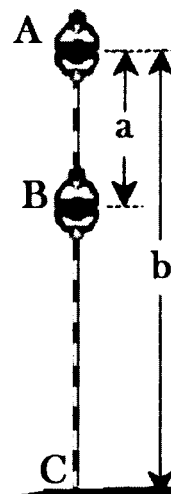
$$X_P = 100.000$$

$$Y_P = 100.000$$

$$H_P = 100.000$$

$$i = 1.500$$

$$a = 1.200$$





$$b = 1.800$$

1. Obliczamy wielkość współczynnika lambdiastego.

$$\lambda = \frac{b-a}{a}, \lambda = \frac{1.800-1.200}{1.200}, \lambda = 0.5$$

2. Obliczamy współrzędne przestrzenne punktów A i B w układzie współrzędnych orientacji instrumentu.

$$\Delta x_{PA} = d_A \cos k_A, \Delta x_{PA} = 44.298$$

$$\Delta y_{PA} = d_A \sin k_A, \Delta y_{PA} = -0.106$$

$$X_A = X_P + \Delta x_{PA}, X_A = 144.298$$

$$Y_A = Y_P + \Delta y_{PA}, Y_A = 99.894$$

$$H_A = H_P + i + h_A, H_A = H_P + i + d_A \operatorname{ctg} z_A, H_A = 101.469$$

$$\Delta x_{PB} = d_B \cos k_B, \Delta x_{PB} = 43.950$$

$$\Delta y_{PB} = d_B \sin k_B, \Delta y_{PB} = 0.328$$

$$X_B = X_P + \Delta x_{PB}, X_B = 143.950$$

$$Y_B = Y_P + \Delta y_{PB}, Y_B = 100.328$$

$$H_B = H_P + i + h_B, H_B = H_P + i + d_B \operatorname{ctg} z_B, H_B = 100.406$$

3. Obliczamy współrzędne punktu C tyczki dwuprzmatycznej na podstawie znanych wzorów z geometrii.

$$X_C = X_B + \lambda \cdot (X_B - X_A)$$

$$Y_C = Y_B + \lambda \cdot (Y_B - Y_A)$$

$$H_C = H_B + \lambda \cdot (H_B - H_A)$$

$$X_C = 143.776$$

$$Y_C = 100.545$$

$$H_C = 99.875$$

4. Przeprowadzenie kontroli obliczeń.

Kontrolą poprawności dokonanych obliczeń jest obliczenie na podstawie współrzędnych punktów A i B, wielkości  $a$  i  $b$  i porównanie ich z wielkościami znanymi charakterystycznymi dla tyczki.

$$X_A = 144.298$$

$$Y_A = 99.894$$

$$H_A = 101.469$$

$$X_B = 143.950$$

$$Y_B = 100.328$$

$$H_B = 100.406$$

$$\Delta X_{AB} = -0.348$$

$$\Delta Y_{AB} = 0.434$$

$$\Delta H_{AB} = -1.063$$

$$\Delta X_{AC} = -0.522$$

$$\Delta Y_{AC} = 0.651$$

$$\Delta H_{AC} = -1.594$$

$$a = \sqrt{\Delta X_{AB} + \Delta Y_{AB} + \Delta H_{AB}}, a = 1.200$$

$$b = \sqrt{\Delta X_{AC} + \Delta Y_{AC} + \Delta H_{AC}}, b = 1.799$$

5. Obliczenie różnicy wysokości pomiędzy stanowiskiem  $P$  a punktem  $C$  oraz odległości zredukowanej i przestrzennej.

$$\Delta X_{PC} = 43.776$$

$$\Delta Y_{PC} = 0.545$$

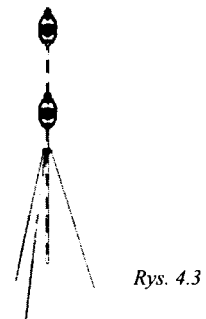
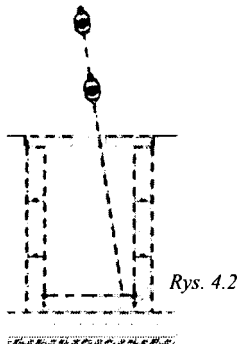
$$\Delta H_{PC} = -0.125$$

$$H_{PC} = \Delta H_{PC}, H_{PC} = -0.125$$

$$d_C = \sqrt{\Delta X_{PC} + \Delta Y_{PC}}, d_C = 43.779$$

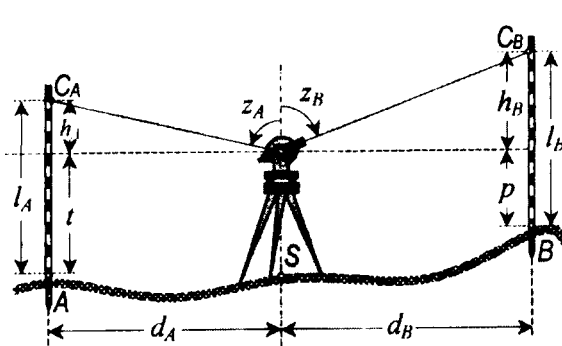
$$d_{3D} = \sqrt{\Delta X_{PC} + \Delta Y_{PC} + \Delta H_{PC}}, d_{3D} = 43.780$$

Tyczkę dwuprzmatyczną można wykorzystać do wielu różnych celów między innymi do pomiaru wszelkiego rodzaju trudnodostępnych lub całkowicie nie dostępnych dla tradycyjnego pomiaru obiektów. Zasady obliczeń są takie same jak przedstawiono powyżej.



### 5. Trygonometryczny pomiar ciągów wysokościowych

Ciągi trygonometryczne stosuje się głównie na terenach o dużych różnicowaniach wysokościowych gdzie niwelacja geometryczna ze względu na potrzebę zastosowania dużej liczby stanowisk staje się uciążliwa a czasami i niemożliwa do zastosowania. Przy wykorzystaniu niwelacji trygonometrycznej do zakładania ciągów wysokościowych stanowiska instrumentu mogą znajdować się na końcach boków lub wewnątrz boków, stosując niwelację ze środka podobnie w niwelacji geometrycznej wyznaczamy przewyższenia pomiędzy dwoma stanowiskami lustra bez uwzględniania wysokości instrumentu. Stosując metodę pomiaru ze środka pozbywamy się potrzeby pomiaru wysokości instrumentu i tym samym czynnika wpływającego na końcową dokładność pomiaru przewyższenia.



Rys. 4.4

$$\Delta H_{AB} = (l_A - l_B) - (h_A - h_B) \quad [5.1]$$

$$h_A = d_A \operatorname{ctg} z_A \quad [5.2]$$

$$h_B = d_B \operatorname{ctg} z_B \quad [5.3]$$

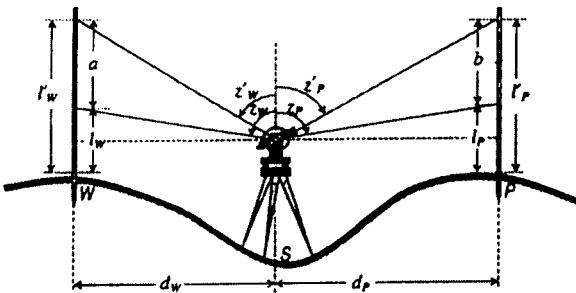
jeśli założymy, że:  $l_A = l_B$

to otrzymamy:

$$\Delta H_{AB} = -(h_A - h_B)$$

$$\Delta H_{AB} = h_B - h_A \quad [5.4]$$

Przy zastosowaniu jednakowej wysokości przymiaru jesteśmy w stanie wyznaczyć różnice wysokości poprzez obliczenie różnic przewyższeń zgodnie ze wzorem [5.4] co powoduje uproszczenie obliczeń. A jeżeli wprowadzimy dodatkowy pomiar kątów pionowych oraz odczyty  $l'_A, l'_B$  będziemy w stanie pośrednio obliczyć odległości celowych za pomocą wzorów [5.6] i [5.6] a następnie korzystając ze wzorów [5.2] i [5.3] obliczyć przewyższenia.



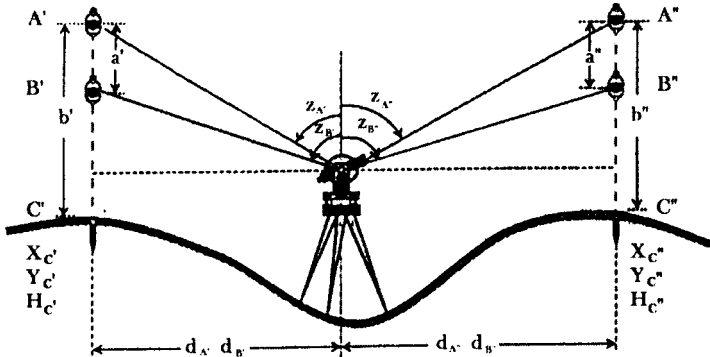
Rys. 4.5

$$d_A = \frac{l'_A - l_A}{\operatorname{ctg} z'_A - \operatorname{ctg} z_A} \quad [5.5]$$

$$d_B = \frac{l'_B - l_B}{\operatorname{ctg} z'_B - \operatorname{ctg} z_B} \quad [5.6]$$

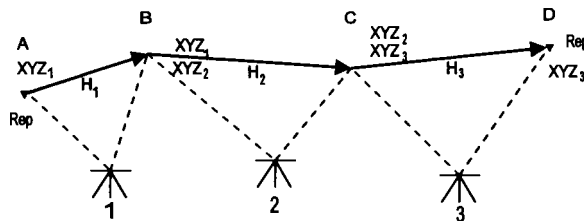
Przy zastosowaniu tyczki dwuprzyrmatycznej przed rozpoczęciem pomiaru należy tyczkę umieścić w stabilnym stojaku [rys. 4.3] dla zwiększenia dokładności pomiaru.

Obliczenia wykonywać należy w ten sam sposób jak w przykładzie powyżej, następnie należy po obliczeniu współrzędnych obu stanowisk tyczek obliczyć różnice wysokości każdego stanowiska.



Rys. 4.6

Schemat ciągu trygonometrycznego z wykorzystaniem tyczki dwuprzyrmatycznej wygląda następująco:



Rys. 4.7

Różnice wysokości w ciągu niwelacji trygonometrycznej przedstawiają wzory:

$$\Delta H_{AD \text{ teor.}} = H_D - H_A \quad [5.7]$$

$$\Delta H_{AD \text{ prak.}} = H_1 + H_2 + H_3 \quad [5.8]$$

Długość ciągu można obliczyć na podstawie sumy długości boków cząstkowych:

$L$  - długość całkowita ciągu trygonometrycznego.

$i$ - liczba boków tworzących ciąg.

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + \dots = [L_i] \quad [5.9]$$

$$L_1 = \sqrt{\Delta X_{AB}^2 + \Delta Y_{AB}^2} \quad [5.10]$$

pozostałe długości boków wyrażają wzory analogiczne do wzoru [5.10]

**Literatura**

1. Jagielski A., *Geodezja I*, Kraków 2005.
2. Jagielski A., *Geodezja II*, Kraków 2003.
3. Jagielski A., *Przewodnik do ćwiczeń z geodezji II*, Kraków 2006.
4. Krzyżek R., *Wykłady z geodezji II*, Kraków.
5. Skórczyński A., *Niwelacja trygonometryczna w pomiarach szczegółowych*, Warszawa 2000.
6. Wójcik M., *Niwelacja trygonometryczna w zastosowaniach inżynierskich*, Poznań 1996.