Witkowski, Lech

Filozofia nauki a historia matematyki : przyczynek do dyskusji

Acta Universitatis Nicolai Copernici. Filozofia 9 (157), 99-123

1985

ACTA UNIVERSITATIS NICOLAI COPERNICI
FILOZOFIA IX — NAUKI HUMANISTYCZNO-SPOŁECZNE — ZESZYT 157 — 1985

Zakład Filozofii

Lech Witkowski

FILOZOFIA NAUKI A HISTORIA MATEMATYKI
(Przyczynek do dyskusji)

Zarys treści: Problem „otwarcia" metodologicznego. Pytanie o status faktów. Znaczenie historii najnowszej. Niektóre zastrzeżenia. Od zbiorów do teorii kategorii i funktorów. Teza o kryzysie w historii matematyki.

WSTĘP

Paradoksem jest, że pomimo powszechnego podkreślania przez filozofię nauki faktu zachodzenia przełomowych zmian w matematyce współczesnej — faktu połączonego z postępującą równocześnie matematyzacją całego procesu poznania naukowego — dotąd nie wystąpiło kompleksowe uwzględnienie aktualnego stanu i specyfiki wiedzy matematycznej (czy chociażby określenie tej specyfiki). Filozoficzne implikacje tego przełomu nadal nie są w sposób właściwy (głęboki) uwzględniane w rozważaniach teoriopoznawczych jak i metodologicznych, rekonstruujących rozwój nauki. Podjęcie przez historię matematyki zadania syntetycznego opracowania obrazu i ewolucji matematyki, zwłaszcza współczesnej, mogłoby sytuację tę radykalnie zmienić, zarówno dla dobra filozofii nauki, metodologii nauki, jak i samej historii nauki oraz matematyki. Obecny stan rzeczy powoduje, że wiele z rozstrzygnięć epistemologicznych, dotyczących prawidłowości procesu poznawczego, jest nieadekwatnych. Przykładem jest pomijanie bądź błędna prezentacja matematyki w rekonstrukcjach idealizacji [1] jako metody badawczej w nauce, czy też bezrefleksyjne powielanie XIX-wiecznych wyobrażeń o matematyce jako odnoszącej się do stosunków ilościowych.

Artykuł przeciwstawia się, z jednej strony, modnym wśród niektórych filozofów i metodologów nauki postawom uznającym nieprzystawanie

[1] Por. moją krytykę próby R. Zielińskiej dostosowania idealizacyjnej teorii nauki L. Nowaka do poznania matematycznego: L. Witkowski, *O jedności świata, istotności czynników i analogonach*, Studia Filozoficzne, 1978, nr 11 (156), s. 79—85.

(irrelevance) historii nauki nie tylko do ich własnych „programów badawczych", ale wręcz brak jej znaczenia dla filozofii w ogóle (a przez to i dla zrozumienia samej nauki), a z drugiej strony odrzuca, jako naiwną poznawczo, apologetykę historii nauki powołującą się na jej rzekomo *a priori* dane walory dydaktyczne, czy utożsamiającą jej rangę jako dyscypliny ze znaczeniem odwoływania się do faktów historycznych. Wartość poznawcza samych dziejów nauki nie wystarcza do uzasadnienia potrzeby oddzielnego istnienia dyscypliny wiedzy zwanej historią nauki (i jej wartości), gdyż refleksję historyczną uprawia w pewnym zakresie prawie każdy badacz — nie czując potrzeby uczenia się czegokolwiek od zawodowych badaczy historii — a i refleksja uprawiana zawodowo nie wykracza często poza zdroworozsądkowy horyzont przedteoretycznego opisu minionych epizodów, dającego zbiór ciekawostek nie wywodzących się z głębszego namysłu filozoficznego, ani do takiego nie prowadzących.

Rozwinięciu powyższych sugestii poświęcone są niniejsze rozważania. Proponuję w nich własną ocenę sytuacji dotyczącej tak badań nad matematyką, jak i nad nauką jako całością [2]. Konkretne rozważania analityczne, ilustrujące i wspierające jako uzasadnienia tez ogólnych, prowadzone są na przykładzie matematycznej teorii kategorii i funktorów (a ściślej ich genezy i funkcji), niektórych problemów z podstaw matematyki oraz teorii grup. Postulat powiązania programu historii matematyki (zwłaszcza współczesnej) z ogólnymi problemami teoriopoznawczymi ma służyć w dalszej perspektywie osiągnięciu trzech celów:

— przybliżeniu rozważań z historii matematyki samym matematykom i wykorzystaniu ich kompetencji dla opracowania syntezy ważnej i aktualnej poznawczo dla filozofii nauki, wolnej od zdroworozsądkowej świadomości metodologicznej;

— wykorzystaniu historii matematyki dla skorygowania niektórych koncepcji epistemologicznych i metodologicznych — zarówno tych, które „grzeszą" tradycyjnym, eidetycznym partykularyzmem matematycznym [3], jak i tych, które uchylają się od uwzględnienia poznania matematycznego;

— podniesieniu historii matematyki na wyższy poziom naukowy poprzez dokładniejsze określenie jej programu badawczego i standardów metodologicznych, z uwzględnieniem zwłaszcza analiz, jakie zostały już przeprowadzone na gruncie frankofońskiego nurtu neoracjonalizmu.

---

[2] Autor jest z wykształcenia matematykiem, mającym za sobą samodzielną pracę badawczą w matematyce w ramach zespołu „Kategorie Grothendiecka i metody homologiczne" w Instytucie Matematyki UMK.

[3] Mam tu na myśli partykularyzm w sensie K. Manheima.

PROBLEM „OTWARCIA" METODOLOGICZNEGO

Trudno byłoby poddawać w wątpliwość fakt, że odpowiedź na pytanie o wartość metodologiczną historii nauki dla całej refleksji nad nauką i dla jej elementów składowych — jak metodologia nauki czy filozofia nauki, czy wreszcie dla pojedynczych nauk szczegółowych — jest istotnie uzależniona od tego, co przez historię nauki się rozumie (dzieje czy dyscyplinę je badającą — i to zarówno pod względem metody badania jak i obszaru badanych problemów), a zwłaszcza od sposobu wyznaczenia zakresu programowego zainteresowania pozostałych dyscyplin, tj. od konwencji stosowanej do wyznaczenia podziału między filozofią, metodologią i historią nauki oraz od tego, czy dostrzega się wagę perspektywy widzenia danej dyscypliny szczegółowej (tu: matematyki) w szerszym kontekście problemowym, a nie tylko w zawężeniu do specyfiki pytań i odpowiedzi uprawnionych na jej autonomicznie traktowanym gruncie.

Wiadomo dla przykładu, że przy pewnym, zawężonym rozumieniu filozofii nauki (np. redukującym ją do jej strony normatywnej — gdzie postulowane ograniczenia dotyczące dopuszczalnych procedur poznawczych wcale nie muszą się dostosowywać do empirycznie stwierdzanych reguł metodologicznych, jakie daje opis dziejów nauki czy aktualnie upowszechniona praktyka) może się okazać, że jest ona „w sensie logicznym od historii nauki niezależna, to znaczy, że żadne twierdzenie historyczne *nie może grać roli przesłanki dla jej twierdzeń*"[4]. Podobnie jest chociażby wtedy, gdy następuje programowe ograniczenie refleksji filozoficznej nad nauką do badania tzw. kontekstu uzasadniania — logicznej struktury teorii, czy też logiki odkryć naukowych, gdzie uznaje się, że program ten jest wystarczający dla pełnego wyjaśnienia natury nauki[5]. Sytuacja automatycznego zanegowania historii nauki poprzez odpowiednie zawężenie obszarów zainteresowania innych dziedzin wydaje się jednak nieprawomocna i nieciekawa. Chociaż często pojawia się ona w programach, zwłaszcza badań metodologicznych, jest ona niedopuszczalna właśnie metodologicznie. Nie powinno się bowiem zasadnie rozpoczynać i prowadzić badań nad nauką (realizować pewien program badawczy) pod wybranym kątem widzenia w sposób, który wyklucza od razu możliwość (a tym bardziej konieczność) poszerzenia go o inny aspekt. Metodo-

---

[4] Por. artykuł I. Dąmbskiej, *O znaczeniu historii nauki dla filozofii,* [w:] *O nauczaniu historii nauki,* red. W. Osińska, Wrocław 1974, s. 105—120 oraz pracę N. R. Hansona, *The irrelevance of history of science to the philosophy of science,* The Journal of Philosophy, 1962, nr 59.

[5] Interesującym wprowadzeniem w ten zakres problematyki jest artykuł S. Amsterdamskiego, *Nauka jako przedmiot humanistycznej refleksji,* Studia Socjologiczne, 1971, nr 2, s. 27—54.

logicznie oznacza to bowiem niepoprawne ograniczenie z góry stosowanych metod badawczych do ich pewnego zakresu, z jednoczesnym uznaniem już w punkcie wyjścia, że za ich pomocą można dotrzeć do istoty badanego problemu, co więcej, że inne aspekty są zupełnie nieistotne. Tymczasem to, czy pewien arsenał środków (np. formalnologicznych) wystarcza czy nie, może okazać dopiero zespół wyników, system uzyskanych wyjaśnień i weryfikacja ich adekwatności. Ten sposób widzenia związku między punktem wyjścia a rezultatami badań ujmuje „zasada retroakcji", jaką formułuje F. Gonseth w perspektywie antykartezjańsko zorientowanego racjonalizmu głosząc, że naturalną cechą badań naukowych jest potrzeba modyfikacji (nieraz radykalnej) przyjętego wcześniej punktu wyjścia (tzw. prawd elementarnych i założeń, składających się na wyjściową sytuację problemową badacza), w świetle rezultatów uzyskanych za jego pomocą [6]. Tego stanu rzeczy nie może zmienić — wbrew nadziejom kartezjańskim — najbardziej nawet radykalny namysł; punkt wyjścia musi zawsze pozostać nieostateczny i niedookreślony, gdyż każdorazowe dookreślenie obejmuje retroakcję (oddziaływanie zwrotne) wniosków na ich przesłanki. Przesłanek w procesie poznania nie można nigdy uznać za uprzednio uzasadnione. Związane jest to z odrzuceniem strategii fundamentalizmu [7] zarówno dla poznania naukowego, jak i dla jego filozoficznej rekonstrukcji.

Słuszne jest stwierdzenie, że u podstaw każdego programu badań (nad nauką) leży pewna filozofia badanego obiektu, ale jest też tak, że niektóre z nich mogą okazać się metodologicznie, naukowo złym punktem wyjścia do badań. Matematyk (pracujący zwłaszcza poza podstawami matematyki) nie mógłby sobie pozwolić na zanegowanie w punkcie wyjścia (w swojej „filozofii" analizowanych obiektów) możliwości, iż jego podejście oraz zakres stosowanych metod i pojęć (język i techniki) jest nienajlepszy, nieadekwatny, że będzie trzeba zupełnie przewartościować całe swoje nastawienie badawcze, poszukując właściwego wyrazu formalnego dla powstających intuicji i intencji, że będzie trzeba zwrócić się w stronę technik i metod dotąd nieznanych czy nieobecnych.

Przystępując do badań nad jakąś klasą struktur algebraicznych, np. pierścieniem i jego kategorią modułów, matematyk nie może więc zakładać, że nie będzie musiał w dalszym ciągu zastosować metod, których w danym momencie nie stosuje, bądź które wydają mu się do tych badań zgoła nieprzydatne. W ciągu ostatnich 15 lat pojawił się w matematyce szereg prac, które pokazały, dla przykładu, że ogólne metody kategorialno-funktorialne mogą być stosowane jako narzędzia badania i cha-

---

[6] Por. szerzej L. Witkowski, *Filozofia nauki Ferdynanda Gonsetha (na tle problemów współczesnego racjonalizmu)*, Toruń 1983.

[7] Ibid.

rakteryzacji pewnych typów „bardziej konkretnych" obiektów, jak pierścienie czy algebry, jak też odwrotnie, że badanie pewnych klas kategorii sprowadza się do badania typów tzw. pierścieni topologicznych [8]. Właśnie bardzo interesującymi i cenionymi poznawczo wynikami w matematyce są nieoczekiwane odkrycia, polegające na wskazaniu ukrytych powiązań i zależności między jej różnymi sferami, na zastosowaniu metod pozornie odległych (z innego „świata") i nie tworzących pozornie widoków na sukces, na pokazaniu możliwości wyrażenia problemów i twierdzeń jednej teorii w terminach innej. Na ogół te właśnie wyniki otwierają nowe możliwości rozwijania jednej dyscypliny (kręgu problemowego) poprzez zastosowanie technik z innej sfery (np. teorii grafów w problematyce reprezentacji algebr Hopfa, czy metody topologii liniowej w teorii koalgebr) [9].

Oczywiście, w dziedzinie badań nad podstawami matematyki przyjmowane są czasami pewne filozofie (intuicjonizm Brouwera czy formalizm Hilberta), które mają charakter zanegowania innych podejść, jednak dotyczy to typów praktyki badawczej; są to filozofie tworzące nowy program badawczy w matematyce, filozofie podstawowej metody matematycznej. Jak wiadomo, konstruktywizm Brouwera — jako sprzeciw wobec „klasycznego" podejścia do matematyki — polegał w swoim węzłowym punkcie na stwierdzeniu, iż tezy o istnieniu obiektów matematycznych, oparte na procedurach i aksjomatach nieefektywnych, nie mają racji bytu. Matematyka nie powinna opierać się na postulatach i metodach nie dających sposobu wskazania istniejącego obiektu w postaci jego efektywnej konstrukcji. Mamy tu więc program wskazania konstruktywnego kryterium sensowności sądów egzystencjalnych w matematyce; jego znaczenie wykracza jednak poza spory o filozoficzne wizje matematyki; program ten otwiera bowiem możliwość uzyskiwania nowych wyników w samej matematyce. Program ten wytworzył całą nową gałąź matematyki, tzw. matematykę nieklasyczną, której wartość dla rozwoju matematyki współczesnej polega m.in. na tym, że podniosła ona rangę wysiłku zmierzającego do rozstrzygania, które z wyników uzyskiwanych dotąd za pomocą postulatów istnienia nieefektywnego (np. za pomocą aksjomatu wyboru) dają się poprawić na mocniejsze, tj. prawdziwe przy skromniejszych założeniach w świecie słabszym, opartym na procedurach efek-

[8] Por. U. Oberst, *Duality theory for Grothendieck categories and linearly compact rings*, Journal of Algebra, t. 15, 1970, nr 4, s. 473—542 oraz J. E. Roos, *Locally noetherian categories and generalized strictly linearly compact rings*, Applications, Springer Lecture Notes 1969, nr 92, s. 197—277.

[9] Por. np. L. Witkowski, *On coalgebras and linearly topological rings*, Colloquium Mathematicum, t. 40, 1979, nr 2, s. 207—218.

tywnych. Bardziej więc od filozoficznej wizji jest tu znacząca swoista „nadwyżka metodologiczna" [10].

Ograniczenia przyjmowane przez metodologów nauki często nie mają, jak sądzę, tego charakteru, są pozbawione owej „nadwyżki metodologicznej". Różnią się więc znacznie od filozofii, które mając tę nadwyżkę — wynikającą z silnego akcentu normatywnego, generującego nową praktykę badawczą, uznają niektóre metody za bezsensowne czy niedopuszczalne logicznie (jak wspomniany konstruktywizm i jego postulaty efektywności) [11]. Dodać jednak należy, za Lakatosem [12], iż w konsekwencji własnego podejścia szkoła formalizmu Hilberta ostro oddziela historię matematyki od filozofii matematyki (tę ostatnią zaś redukując do metamatematyki), gdyż „zgodnie z formalistyczną koncepcją matematyki nie istnieje właściwa historia matematyki". Nie widzę jednak racji, dla których Lakatos uznaje, iż dokonana w ujęciu Carnapa redukcji filozofii do logiki nauki ma być składową formalizmu (jako szkoły w filozofii matematyki). Lakatos zdaje się utożsamiać filozofię formalizmu z formalną teorią nauki. Krytykując przy tym tak rozumiany formalizm Lakatos stwierdza, że „historia matematyki pozbawiona przewodnictwa filozofii stała się ślepa, podczas gdy filozofia matematyki odwracająca się plecami wobec najbardziej intrygujących zjawisk w historii matematyki stała się pusta" [13]. Wspomniane zastrzeżenie wobec sugestii Lakatosa bieże się stąd, że jak na to już wskazywałem [14], w filozofii nauki szkoły „empiryzmu logicznego" istotne znaczenie mają tezy z obszaru teorii języka, których formalizm nie musi w takiej postaci podzielać. Po pierwsze mamy tu ostre przeciwstawienie zmienności znaczenia terminów tworzących treść (zawartość) nauki — niezmienności terminów, w których samo zjawisko „nauki" jest ujmowane. Jest to ostre przeciwstawienie autonomicznego poziomu terminów naukowych poziomowi terminów metanaukowych (hipoteza, wyjaśnienie, prawo, teoria, obserwacja); implikuje ono, rzeczywiście, uznanie, iż historyczne zmiany w tezach nauki nie mają nic wspólnego z filozofią nauki. Po drugie, mamy tu uznanie rozłączności

---

[10] Ten sposób myślenia zastosowałem już do pytania o znaczenie hipotetyzmu K. Poppera dla epistemologii — por. L. W i t k o w s k i, *Spór o Poppera (przeciw ograniczeniom metaepistemologicznego regionu popperyzmu)*, AUNC, Filozofia V, Toruń 1981, s. 83—106.

[11] Por. interesujący materiał w tej kwestii, pokazujący jak, zdaniem Gödla, filozoficzne nastawienie Skolema i Hilberta wpływało na ich działalność matematyczną: Hao W a n g, *From Mathematics to Philosophy*, Routledge, London 1974.

[12] Por. I. L a k a t o s, *Proofs and refutations (the logic of mathematical discovery)*, Cambridge 1976, s. 2.

[13] Ibid.; por. również I. D ą m b s k a, op. cit.

[14] Por. L. W i t k o w s k i, *Filozofia nauki F. Gonsętha...*, s. 41—43.

obszaru języka teorii oraz autonomicznego wobec niego języka elementarnych ustaleń sprawozdawczych (tzw. zdań protokolarnych) z obszaru doświadczenia. Po trzecie wreszcie, mamy tu założenie przyznające językowi charakter „dyskretny", tj. głoszące, że znaczenia terminów i pojęć, jakimi operuje nauka, dają się rozłożyć indywidualnie na atomy, określone z osobna — w sposób niezależny od pozostałych lub przez zewnętrzne powiązania formalnologiczne [15].

„Otwarta" filozofia badań, zdolna do wstecznego modyfikowania założeń wyjściowych (retroakcji), jest obca wielu programom metodologicznych dociekań nad nauką. Właśnie świadomość metodologicznej ograniczoności podejścia „zamkniętego", związanego z filozofią negującą z góry wartość wszystkiego, co nie wchodzi w zakres obranej płaszczyzny badań powoduje, iż zastanawiając się nad powiązaniami historii nauki z innymi sferami refleksji nad nauką jako całością czy jej konkretną dyscypliną szczegółową (matematyką), wychodzi się w epistemologii coraz częściej z pozycji „otwartych", tj. szukania tych powiązań i wpływów, a nie przesądzania o nich przez skrajne wyznaczenie linii demarkacyjnej (Bachelard, Gonseth). Dopiero gdyby przy takim podejściu okazało się, że wartość metodologiczna historii nauki dla całej refleksji nad nauką jest nikła i nieistotna, byłby to pewien wynik interesujący poznawczo. Innymi słowy, uznaje się, iż szukanie owej wartości musi się odbywać poza i ponad wszelkimi programami badań nad nauką, które o niej rozstrzygają z góry, zwłaszcza negatywnie.

Jest to kierunek poszukiwań charakterystyczny szczególnie dla tzw. neoracjonalizmu we frankofońskiej epistemologii XX wieku. Zasygnalizować w tym kontekście warto, że ten kierunek analiz epistemologicznych podejmuje próbę rewizji tradycyjnego ujęcia poznania matematycznego, charakteryzującego się: a) eidetyczną perspektywą interpretacyjną, b) opisem tego poznania poprzez uznane definicje jego przedmiotu i metody, c) uwypukleniem rangi postulatu definiowania pojęć i metody liniowego dyskursu dedukcyjnego, opartego na ostro określonym fundamencie aksjomatycznym jako wzorcu. Szczególnie wyraźnie ujmuje to F. Gonseth, przeciwstawiając się związanej z tym podejściem strategii fundamentalizmu i atomizmu epistemologicznego [16] oraz związanej z nią „doktrynie słownika", w myśl której obowiązkiem filozofa jest założenie gotowego zestawu pojęć, jakimi będzie się posługiwał. Gonseth argumentuje, rekonstruując rozwój matematyki, że nawet ona nie respektuje ideału poznania, jaki się jej tradycyjnie przypisuje, a ten klasyczny par-

[15] Język funkcjonuje tu na poziomie „solidarności pojęciowej", wg terminologii G. Bachelarda, por. moją rekonstrukcję: L. Witkowski, *Filozofia nauki F. Gonsetha...*, s. 44.

[16] Ibid.

tykularyzm matematyczny epistemologii należy porzucić na rzecz ujęcia pokazującego zbieżność rozwoju matematyki z modelem rozwoju nauk przyrodniczych, jaki daje hipotetyzm. Perspektywa ta pojawiła się także w rezultacie ewolucji szkoły K. Poppera. Przypomnijmy bowiem, że w szkole tej sam jej mistrz przypisuje Lakatosowi zasługę wskazania na fakt podpadania także poznania matematycznego pod popperowski schemat rozwoju wiedzy [17].

PYTANIE O STATUS FAKTÓW

Emile Borel, znakomity współczesny matematyk francuski, powiedział kiedyś, że „historia matematyki jest tak bogata w fakty, że wybierając z nich jedynie niektóre można udowodnić dowolną, z góry zadaną tezę ogólną" [18]. Istotnie, historia rozwoju nauki jest często traktowana jako magazyn faktów, z którego — w zależności od potrzeb — wyciąga się odpowiednie zestawy ilustrujące (choć mylnie uważa się je za dowodzące) odpowiednie tezy ogólne. Podanie dwudziestu przykładów z rozwoju matematyki świadczących o tym, że nie wypływały z żadnych potrzeb praktycznych czy innych zewnętrznych wobec matematyki oddziaływań społecznych, nie dowodzi niczego rozstrzygającego o ogólnym charakterze rozwoju matematyki tak samo jak dwadzieścia przykładów pokazujących, iż badania matematyczne związane są z konkretnymi potrzebami i zastosowaniami praktycznymi [19]. Przykłady takie mogą mieć zresztą i tak jedynie charakter ilustracyjny, a nie teoretyczno-wyjaśniający, chyba że służą jako wyjściowa baza empiryczna dla formułowania schematów interpretacyjnych, których zasadność konfrontuje się z materiałem poza nie wykraczającym.

Oczywiście, odrzucenie siły dowodowej (konkluzywności i jednoznaczności) pojedynczych faktów wcale nie zmusza do przekreślenia wartości odwoływań do historii nauki. Wskazuje to jedynie na konieczność szukania wartościowego metodologicznie wykorzystania historii nauki w innej płaszczyźnie. W poszukiwaniach tych nie wystarcza, rzecz jasna, stwierdzenie, iż stan aktualny wiedzy współczesnej jest już faktem historycznym z chwilą, gdy można nad nim dokonać refleksji metodologicznej czy filozoficznej [20]. Nie chcąc popadać w zbytnie uproszczenie całej sytuacji

---

[17] Por. K. Popper, *Unended Quest, an intellectual autobiography*, Fontana 1974.

[18] Por. G. Kaceveli, *Matematika i dejstvitelnost'*, Istoriko-matematičeskie issledovania, wyrażenie XX, s. 11—27.

[19] Por. fikcyjną rozmowę między bourbakistą a materialistą G. Kaceveli, op. cit.

[20] Por. I. Dąmbska, op. cit.

trzeba wyraźnie odróżniać odwoływanie się do dziejów matematyki — sięganie do faktów z historii jej rozwoju — od uprawiania historii matematyki, która jako dyscyplina ma ewentualnie dawać jakieś odpowiedzi prawomocne teoretycznie i interesujące poznawczo dla samej matematyki, jej filozofii, ogólnej teorii poznania naukowego itp., tworząc systemy wyjaśnień—interpretacji, a nie ograniczając się do zestawiania faktów, mającego charakter perswazji. Chcąc więc wykazać pozytywną wartość historii nauki dla innej dyscypliny nie wystarczy odwołanie do argumentu, że perspektywa historyczna jest konieczna w badaniach. Przy tak ogólnym sformułowaniu argument ten może okazać się banałem niczego nie dowodzącym albo — w przeciwnej, skrajnej interpretacji — może być uznany za nieprawdziwy, jeśli pod nim szukać postulatu „paleontologii teoretycznej". Innymi słowy, ogólna i abstrakcyjna dla matematyka, fizyka itd. wartość faktów historycznych nie przekonuje o znaczeniu dyscypliny, jaką jest (chce być) historia matematyki. Nierzadko zresztą można spotkać się ze zdecydowanymi stwierdzeniami, iż „w dziedzinie matematyki, fizyki [...] coraz bardziej zbliżamy się do stanu, kiedy prawdą będzie, że przeszłość nauczyła nas już wszystkiego, czego nas mogła nauczyć" [21].

Co więcej, wątpliwości dotyczące wartości historii matematyki związane są czasami z uznaniem, iż ta nie reprezentuje sobą poziomu refleksji naukowej, że sama nie jest nauką [22]. Duży krok do przodu został tu dokonany w związku z ewolucją przedmiotu i metody badań historycznych nad nauką od zapisu chronologii wydarzeń i odkryć oraz skrupulatnej faktografii biograficznej uczonych, poprzez analizę rozwoju poszczególnych idei i koncepcji naukowych, do prób syntetycznego wyjaśnienia logiki rozwoju nauki współczesnej, w ramach np. najnowszej historii przyrodoznawstwa czy innych nauk szczegółowych. W koncepcjach neoracjonalistycznych akcentuje się potrzebę poszukiwania w materiale historycznym schematu interpretacyjnego, który wywodząc się z realnego procesu poznania (a przez to nie konstytuowany arbitralną decyzją badawczą) posłuży następnie do interpretacji tego materiału, nadając jej charakter teoretyczny, czego konsekwencją może być modyfikacja założonego, roboczego, schematu interpretacji. Jak wiadomo, F. Gonseth sformułował tu „schemat czterech faz", równoważny znane-

[21] Por. T. Kotarbiński, *Rozmyślania o rodzajach przydatności dziejów nauki*, [w:] *O nauczaniu...*

[22] W 1933 r. radziecki fizyk i historyk nauki S. I. Wawiłow stwierdził, iż „można żywić nadzieję, że historia nauki kiedyś sama stanie się nauką", a ponadto uznał, że „dziedzina ta jest konieczną, a nawet dostateczną przesłanką planowania nauki, w związku z czym nauką stać się powinna, prędzej czy później" — por. *Istoria i metodologia jestestvennych nauk*, Moskva 1933.

mu ujęciu hipotetyzmu K. Poppera[23]. W takim ujęciu refleksja historyczna nad nauką może mieć status teoretyczny tylko wtedy, gdy posługuje się schematem interpretacyjnym, którego zasadność rozpoznaje się równolegle z jego stosowaniem. Rozwijając hipotetyzm Lakatos formułuje tu postulat racjonalnej rekonstrukcji, co prowadzi do podejścia równoważnego koncepcji Gonsetha, jak zwracałem na to uwagę w cytowanej już książce. To pojęcie racjonalności różni się od wspomnianego postulatu teoretyczności, który (np. w podejściu J. Kmity) oznacza zerwanie z porządkiem materiału rejestrowanego przez świadomość potoczną.

Znaczące w dokonanym postępie jest także połączenie badań nad nauką z szeroką płaszczyzną i kontekstem społecznym — miejsca, roli i funkcji nauki w kulturze, jej związków z polityką, ideologią, itp. Oczywiście, nie można zapominać, że rozwój ten nie odbywa się bez trudności, rodzi on wraz ze sobą nowe problemy natury metodologicznej; uznaje się często, że historyk nauki chcąc z rozwoju jakiejś dziedziny wyprowadzić ważne i poprawne wnioski ogólnofilozoficzne, metodologiczne czy historyczne, powinien znać tę dziedzinę na poziomie reprezentowanym przez jej specjalistów. Można by podawać wiele przykładów wskazujących jak odległy kontakt z analizowaną dziedziną (wiedza z drugiej ręki) prowadzi do mylnych analiz filozoficznych. Uznając, że ostatni postulat jest nierealny, można jednak przyjąć jednocześnie, że łączenie analiz z dalszej perspektywy historycznej ze śledzeniem problemów rozwoju współczesnego nauki, powiązanie tych analiz z pytaniami ważnymi aktualnie (w nowej sytuacji problemowej) może istotnie pomóc.

ZNACZENIE HISTORII NAJNOWSZEJ

Problem właściwego wyjaśnienia roli analiz historycznych w naukach szczegółowych (zwłaszcza w kręgu przyrodoznawstwa) jest istotny także z tego powodu, że odpowiedzi nie uwzględniające specyfiki tych dyscyplin, a formułowane w ogólnikach, mogą wywierać wręcz odwrotny skutek. Matematyk czy fizyk nie zgodziłby się zapewne z nieraz formułowanym zdaniem, że aby skonstruować koncepcję teoretyczną, musi się uprzednio dokonać całej wstępnej pracy empirycznej z zakresu historii, bowiem ta właśnie praca historyczna dopiero umożliwia wyodrębnienie nowych abstrakcji wyjściowych. Zwłaszcza, jeśli się nie wskaże, jak daleko ma to historyczne wgłębianie się sięgać, przyrodnik czy matematyk uzna, że takie stwierdzenie jest nieporozumieniem, gdyż jego praktyka badawcza pokazuje, że tworzenie nowych pojęć i teorii nie musi być poprzedzone ową paleontologią teoretyczną. Nic więc dziwnego, że takie przekonywanie go o wartości i roli historii nauki może być odbierane jako

[23] Por. L. Witkowski, *Spór o Poppera...*

nierzetelność. A chyba można tu powiedzieć coś bardziej konkretnego i zrelatywizowanego do typu adresata. Nie jest przecież prawdą, że historyczna refleksja nad nauką ma taką samą wagę i rolę dla dyscyplin szczegółowych, jak dla filozofii czy jej działów. Filozofia nauki i metodologia nauki także wykazują zróżnicowane zapotrzebowanie na materiał historyczny i jego syntezę. Co więcej, nawet poszczególne problemy w obrębie jednej dyscypliny, np. filozofii nauki (matematyki), w różnym stopniu wymagają odniesienia do historii nauki (matematyki). Jasne jest także, iż istnieją pytania w obrębie metodologii nauki, które dają się formułować i rozstrzygać przy zastosowaniu czystego podejścia formalnologicznego czy modelowego, nie wchodzą one w zakres historii nauki. Tak więc mówienie o wartości historii nauki musi polegać na wskazaniu, jak może ona pomóc w rozwiązywaniu konkretnych problemów i zadań podejmowanych przez daną dyscyplinę. Istnieje szereg prób takiego pogłębionego i zróżnicowanego podejścia. Trzeba być jednak wytrawnym filozofem i doskonałym znawcą olbrzymiej połaci wiedzy filozoficznej i dyscyplin szczegółowych, tak jak Izydora Dąmska i Tadeusz Kotarbiński[24], by móc z lekkością obracać się na tym szczeblu megaanalizy. Ze względu na ograniczoną kompetencję w tych sprawach matematyka i filozofa podejmują zadanie skromniejsze; chcę podjąć własną próbę cząstkowej choćby odpowiedzi na pytanie o konkretne znaczenie zawartej refleksji historycznej nad matematyką właśnie dla filozofii matematyki (szerzej — filozofii nauki) jak i samej matematyki, sięgając do obszaru algebry współczesnej. Historia najnowsza matematyki jest bowiem tą dyscypliną, która, ze względu na wręcz rewolucyjny charakter rozwoju matematyki w ostatnim stuleciu, niesie w sobie konieczność (nieuświadamianą na ogół) przewartościowania szeregu poglądów funkcjonujących wśród metodologów nauki, epistemologów jak i wśród samych matematyków.

Postulat wyjątkowej pozycji historii nauki najnowszej nie jest czymś bardzo dziwnym, gdyż dojrzewa od dawna świadomość metodologiczna tego, że analizy historyczne powinny być skierowane odwrotnie niż proces rozwoju nauki, który opisują (A. Koyré, G. Bachelard). Oznacza to, że początek takiej analizy (jej cel) powinien być związany bardziej z końcem (tj. obecnym etapem) niż z początkiem procesu badanego. Chodzi tu o fakt, że jakościowe przełomy następujące w nauce danego okresu powodują często konieczność zmiany dotychczasowych interpretacji samego procesu poznawczego, rozwoju tej czy innej dyscypliny — znów więc pojawia się waga zasady retroakcji. Dla filozofii nauki stan współczesny wiedzy okazuje się zatem bardziej zasadniczy dla adekwatnej syntezy historycznej i rekonstrukcji procesu poznania naukowego niż cały do-

[24] Por. powoływane wyżej artykuły w zbiorze *O znaczeniu...*

tychczas nagromadzony zapas modeli interpretacji czy wyjaśnień. „Nowy duch nauki" (wg Bachelarda) prowadzi do przewartościowania ducha badań nad nauką[25]. Tylko brak bezpośredniego kontaktu ze strony większości filozofów, metodologów czy historyków nauki z którymś ze współczesnych nurtów badań szczegółowych powoduje, że nie jest to uznawane za słuszne. Tymczasem związanie pracy badawczej w matematyce z próbami refleksji filozoficznej nad nauką przekonuje o słuszności tej tezy. Ów brak bezpośredniego kontaktu z matematyką (współczesną) ze strony piszących o niej filozofów i historyków powoduje, że ich wizje specyfiki przedmiotu, pojęć i metod matematycznych zatrzymują się w najlepszym przypadku na opracowaniach słynnej grupy matematyków piszących pod pseudonimem Nicolas Bourbaki[26]. Oczywiście w niektórych pracach wspomina się również o dalszych stadiach rozwoju matematyki, np. o teorii kategorii, lecz w ślad za tym nie idą wnioski ani analizy teoriopoznawcze. Odnotowuje się informacyjnie fakt jej istnienia, jakby nie miał żadnego znaczenia dla opisu specyfiki poznania matematycznego[27]. Opracowania te tymczasem nie popularyzują przełomowych zmian, jakie rozpoczęły się w latach pięćdziesiątych w matematyce, a związanych z pojawieniem się teorii kategorii i funktorów. Nowy język, nowe metody, nowe syntetyczne spojrzenie na całą matematykę niesie w sobie zasadnicze implikacje dla filozoficzno-metodologicznego obrazu natury i rozwoju poznania matematycznego. Wyjaśnię to niżej[28]. Stwierdźmy je-

[25] Por. G. Bachelard, *Le nouvel esprit scientifique*, Paris 1942.

[26] Najczęściej powoływana jest koncepcja sformułowaną przez bourbakistów w 1948 r. w artykule *L'architecture des mathématiques* zawartym w książce *Les grands courants de la pensée mathématique*, Cahier du Sud, s. 35—47; por. tłumaczenie rosyjskie: *Architektura matematiki. Očerki po istorii matematiki*, Moskva 1963, s. 245—249.

[27] Por. N. J. Vilenkin, J. A. Šreider, *Ponjatija matematiki i obiekt nauki*, Voprosy Filosofii, 1974, nr 2, s. 116—126.

[28] Najważniejsze prace i artykuły stanowiące o tym przełomie to: D. Buchsbaum, *Exact categories and duality*, Trans. Amer. Math. Soc., 1955, nr 80, s. 1—34; H. Cartan, S. Eilenberg, *Homological Algebra*, Princeton 1956; A. Grothendieck, *Sur quelques points d'algebre homologique*, Tohoku Math. Journal, t. 9, 1957, nr 2, s. 119—123; nr 3, s. 185—221. Od tego czasu nastąpił olbrzymi szturm na ten „nowy świat" matematyki; w roku 1962 pojawiła się niezwykle znacząca dla całej matematyki współczesnej praca P. Gabriela, *Des categories abeliennes*, Bull. Soc. Math. France, nr 90, s. 323—448; w roku 1964 to nowe podejście zostało udostępnione ogółowi matematyków w podręcznikowej już formie przez P. Freyda, *Abelian categories*, New York 1964. Od tego czasu teoria kategorii zajęła pełnoprawne miejsce w całej matematyce, pełniąc jednocześnie rolę i samodzielnej dziedziny, i unifikatora całej matematyki. Tymczasem w roku 1968 ukazała się książka J. Ładosza, *Szkice z epistemologii matematyki*, w której teoria ta została skwitowana jedynie zdaniem: „pojawiają się coraz częściej głosy, że teoria mnogości nie jest najbardziej ogólną dyscypliną matematyczną oraz że podejmuje się próby bu-

szcze tylko, że obok teorii kategorii i funktorów istnieją co najmniej trzy dalsze aspekty matematyki współczesnej, mające ważne — choć na ogół zupełnie nie dostrzegane — konsekwencje filozoficzne. Pierwszy z tych aspektów to fakt, iż centralne miejsce w wielu teoriach matematycznych zajmują tzw. problemy klasyfikacji i reprezentacji, związane z próbami podziału i charakteryzacji klas badanych obiektów. Fakt ten rzuca istotne, moim zdaniem, światło na stronę metodologiczną matematyki, w szczególności na typ idealizacji stosowanej na jej gruncie. Drugi aspekt dotyczy ogólnego stanu podstaw matematyki. Niektórzy filozofowie wkładający matematykę w ogólne ramy epistemologiczne byliby, jak sądzę, zdziwieni stwierdzeniem A. Mostowskiego, sformułowanym w 1972 r., iż „problem podstaw teorii zbiorów pozostaje tak otwarty dzisiaj, jak był otwarty jakieś 75 lat temu, kiedy Burali-Forti i Russell odkrywali pierwsze antynomie" [29]. Miał on na myśli fakt, że nie ma kryterium pozwalającego wśród wielu możliwych aksjomatyzacji „nieklasycznej" części teorii mnogości wyróżnić którąś spośród innych. Głębsza refleksja historyczna nad podstawami matematyki i wysiłkami badaczy na przestrzeni całego stulecia zmusiłaby, zapewne, do zweryfikowania szeregu obiegowych formuł epistemologicznych, w szczególności filozoficznej interpretacji statusu aksjomatów w matematyce (niektórzy błędnie sądzą: aksjomatów matematyki). Wreszcie wyjątkowe miejsce w matematyce współczesnej pod względem znaczenia filozoficznego zajmuje tzw. teoria katastrof René Thoma. Trudno jeszcze w tej chwili w pełni analizować, jak głębokie i dalekosiężne implikacje pociągnie za sobą; nie ulega jednak wątpliwości, że mamy oto do czynienia z kolejnym przełomem, który zwłaszcza jeśli chodzi o tradycyjne w filozofii wiązanie matematyki ze zmianami i stosunkami „ilościowymi", jako podstawą zmian jakościowych, może mieć zasadnicze reperkusje (por. sławetną formułę Engelsa, której mogą już bronić jedynie karkołomne reinterpretacje).

NIEKTÓRE ZASTRZEŻENIA

Stwierdzone zostało powyżej, że jeśli historia nauki, metodologia nauki czy epistemologia są traktowane jako dziedziny badań, mające za cel rekonstrukcję zjawiska, jakim jest rozwój nauk i jego prawidłowości (nauki rozumianej globalnie, jak i w odniesieniu do konkretnej dyscypli-

---

dowania dyscyplin od niej ogólniejszych, np. teorii kategoryj, teorii niezmienników wszelkich przekształceń itp." (s. 8); oczywiście pewne opóźnienie w odbiciu filozoficznym jest naturalne, choć niepokoi w sytuacji przełomowych zmian w nauce zwłaszcza, że obecnie opóźnienie jest jeszcze większe.

[29] Por. A. Mostowski, *Some problems in the Axiomatic theory of classes*, Bolletino UMI (4) 9, Suppl. fasc. 2, 1974, s. 161—170.

ny szczegółowej — matematyki), to dla dyscyplin tych historia najnowsza nauki — zwłaszcza historia najnowsza matematyki (współczesnej) — ma znaczenie zasadnicze. Jest to związane z faktem, że ostatnich 80 lat rozwoju matematyki przyniosło ze sobą przełom (jeśli nie kilka przełomów) — dotąd nie w pełni uświadomiony przez niespecjalistów, którego pełne wykorzystanie powinno stać się zasadniczym celem wszystkich trzech działów refleksji nad nauką.

Muszę tu zrobić pewne uściślenie. Program badań historycznych mógłby dotyczyć pytania, na czym ten przełom w istocie polega (chodziłoby o jego syntetyczny obraz jako faktu historycznego) i jak wpływa na obraz całości historycznego rozwoju matematyki; w centrum badań filozoficznych powinien stanąć problem uwzględnienia tak wydobytej wiedzy o specyfice poznania matematycznego dla jej interpretacji teoriopoznawczej i dla koniecznej korekty ogólnych koncepcji epistemologicznych; metodologicznie zasadnicze byłoby wyjaśnienie natury idealizacji matematycznych i stworzenie koncepcji obejmującej zarówno to, co dzieje się w ramach nauk formalnych, jak i w wysoko rozwiniętych naukach empirycznych, także jeśli chodzi o metodę idealizacji. Oczywiste jest, że tak ujęte programy przenikałyby się wzajemnie, stanowiąc swoiste dopełnienia; problem ontologicznej natury obiektów matematycznych może być rozpatrywany zarówno w języku ogólnej płaszczyzny filozoficznej, jak i metodologicznie poprzez typ stosowanej idealizacji.

Trzeba poczynić jednak jeszcze jedno zastrzeżenie. Otóż niejednokrotnie słyszy się pogląd, że filozoficzne problemy związane z rozwojem nauki jako całości, bądź którejś z nauk szczegółowych (zwłaszcza nauk przyrodniczych), sprowadzają się do sfery czysto metodologicznej i stąd w ramach metodologii tej czy innej nauki mogą zostać rozwiązane [30]. Implikuje to uznanie, że ogólnopoznawcze pytania mają być rozstrzygnięte w ogólnym systemie epistemologii z góry, jak gdyby z wyprzedzeniem rozwoju danej nauki. Pogląd taki jest jednak w perspektywie konsekwencji rozwoju matematyki współczesnej, jak się wydaje, błędny. Co więcej, próby niektórych metodologów „szycia gotowych ubrań" interpretacji metodologicznych rozwoju nauki, nie wypływających ze zrozumienia sytuacji np. w matematyce, a zmierzające do wtłoczenia jej w gotowy schemat wydobyty z analizy innej sytuacji poznawczej (np. w fizyce) są jak dotąd niewystarczające, jeśli nie skazane na niepowodzenie. Trudno przecież uznać za mający szanse powodzenia wysiłek filozoficznej refleksji nad całością matematyki (tym bardziej całej nauki) przy rozumieniu matematyki sięgającym do jej stanu z wieku XIX, bądź

[30] Pogląd taki wygłosił np. w odniesieniu do fizyki Z. Majewski z UW, w czasie konferencji filozoficznej w Kortowie w 1976 r.

przy naginaniu jej do formuł nie uwzględniających ani jej rewolucyjnych przemian, ani tym bardziej jej aktualnej specyfiki poznawczej.

Kolejne zastrzeżenie dotyczy pojęć „historia matematyki" oraz „filozofia matematyki". Otóż wiadomo, że szereg pytań tradycyjnie filozoficznych zyskało rozwiązania matematyczne w trakcie rozwoju samej logiki formalnej. Fakt ten powoduje, że zwłaszcza matematykom trudno jest uznać, iż może istnieć filozofia matematyki jako dyscyplina różna od samej matematyki (ściślej — metamatematyki) [31]. Wątpią też w istnienie historii matematyki jako dyscypliny o wartości naukowej. Otóż, kiedy w naszym przypadku mówi się o filozofii matematyki, to nie chodzi o wydzieloną, odrębną gałąź filozofii; nie ma tu odrębnej metody, a i pytania, jakie się stawia, funkcjonują jedynie w kontekście ogólnej teorii poznania. Potraktowana jako samodzielna dyscyplina filozoficzna może ona być jedynie w sensie wymaganego przygotowania i kwalifikacji oraz języka, w kręgu którego się częściowo obraca; przedmiot i metoda służą tu ostatecznie rekonstrukcji poznania naukowego. Traktuję zatem filozofię matematyki jako bardziej nakierowaną na rozstrzygnięcie problemów teoriopoznawczych niż matematycznych, dotyczących samych podstaw matematyki. Sądzę bowiem, że ten drugi kierunek poszukiwań nie może funkcjonować w oderwaniu od posługiwania się metodami matematycznymi czy metamatematycznymi [32]. Innymi słowy, przyjmuję, iż filozofia matematyki — w odróżnieniu od filozofii matematycznej Kreisela czy szkoły formalizmu w ujęciu Lakatosa — jest częścią filozofii, która poprzez perspektywę analizy współczesnego stanu matematyki (syntetyczna rola historii matematyki) wyjaśnia filozoficzną specyfikę poznania mate-

---

[31] Interesujące są w tym zakresie uwagi zawarte w artykule: G. Kreisel, *Perspectives in the philosophy of pure mathematics*, [w:] *Logic. Methodology and Philosophy of Science*, IV, Proceedings of IV International Congress for Logic, Methodology and Philosophy of Science, Bucarest 1971, North Holland — PWN, 1973, s. 255—277; Kreisel uznał, że całość logiki matematycznej nie przekonuje o takiej możliwości. Wskazał, że jedynie dowód matematyczny może stać się przedmiotem bardziej filozoficznej niż matematycznej analizy, mającej szanse powodzenia; szans takich nie widzi on dla — tradycyjnie uznawanych za problemy filozoficzne — pytań o charakter istnienia tworów matematycznych i źródła pewności w matematyce.

[32] Tu zgadzam się z Kreiselsem, że tak rozumiana „filozofia matematyczna" nie może istnieć poza logiką matematyczną; por. G. Kreisel, op. cit. Jeśli z kolei uznać za A. Robinsonem, że podstawowy problem filozofii matematyki dotyczy istnienia, realności czy obiektywności zbiorów nieskończonych *(infinite totalities)*, to widać, że tu zasadniczą wręcz jest metoda filozoficzna i ogólny kontekst teoriopoznawczy; por. A. Robinson, *Concerning progress in the philosophy of mathematics*, [w:] H. E. Rose, J. C. Shapherdson, eds., *Logic*, Colloqium '73, North Holland Co. 1975.

matycznego, z jednoczesnym uwzględnieniem jej w ogólnym systemie epistemologii [33].

Jeśli zaś chodzi o historię matematyki, to mim zdaniem nie może być ona uznana za dyscyplinę naukową, ważną i interesującą tak dla matematyka jak i dla filozofii nauki, jeśli część badań nad matematyką współczesną nie będzie stanowić jej osi centralnej. Oczywiście nie oznacza to, że badanie zamierzchłych dziejów ma być zastąpione analizą ostatniego stulecia, nie może być ono jednak całkowicie oderwane od pytań, jakie niesie współczesność. Wierne nawet opisanie (zarejestrowanie) jakiegoś fragmentu wiedzy matematycznej z przeszłości, np. chronologiczny opis rozwoju pojęcia funkcji, jest ważne, ale stanowi dopiero wstępną część pracy. Tak jak wyrwanie pojedynczego pojęcia czy fragmentu badań nie wyjaśnia jego miejsca nawet w analizowanym okresie rozwoju matematyki, tak drobiazgowe zestawienie faktów z danego okresu dziejów nie wyjaśnia jego samego w strukturze matematyki, bez powiązania go ze stanem współczesnym poprzez syntezę historyczną. Brak postulowanego podejścia wyjaśnia po części, dlaczego w dotychczasowych badaniach teoriopoznawczych obecność historii matematyki redukuje się do kręgu ciągle powielanych, znanych przykładów z dziejów matematyki, bez ich głębszego powiązania w całości. Powoduje to rzecz jasna szereg uproszczeń. Jednym z jaskrawych przykładów niedopuszczalnego upraszczania historycznego, jeśli chodzi o rozwój matematyki, jest nagminne pomijanie w omawianiu przejścia od geometrii euklidesowej do nieeuklidesowych faktu, że już w starożytności występowały rozwinięte elementy geometrii sferycznej [34]. Wszystko to razem powoduje, że pomimo wiel-

[33] Interesująca jest tu więc następująca uwaga A. R o b i n s o n a, op. cit., s. 51: „Oczekuję, że przyszłe prace nad formalizmem mogą objąć rozważania ogólnoepistemologiczne, a nawet ontologiczne. Istotnie, sądzę, że istnieje prawdziwa potrzeba w formalizmie i poza nim łączenia naszego rozumienia matematyki z naszym rozumieniem świata fizycznego. Pojęcia obiektywności, istnienia, nieskończoności są ważne tak dla jednego jak i dla drugiego [...] i dyskusja tych pojęć w kontekście czysto matematycznym jest, z tego powodu, niepełna". Warto dodać, że także H. Weyl podkreślał „jak ściśle spleciona jest swymi podstawami matematyka z ogólnymi problemami poznania" — por. H. W e y l, *Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft*, [w:] *Handbuch der Philosophie*, München—Berlin 1927, s. 33. Także A. Mostowski uznając, że w zakres podstaw matematyki wchodzą problemy dotyczące natury pojęć matematycznych stwierdził, iż „problemy te są natury filozoficznej i nie możemy oczekiwać, że je rozwiążemy w granicach samej matematyki i stosując metody matematyczne" — por. A. M o s t o w s k i, *The present state of investigations on the foundations of mathematics*, Rozprawy matematyczne IX, Warszawa 1955.

[34] Por. G. F. M a t v i ë v s k a j a, *O predistorii neevklidovoj geometrii*, Izvestia Ak. Nauk. Uzb. SSSR, 1977, nr 1, s. 21—23, czy G. A u j a c, *Spherique et spheropée en Grece ancienne*, Historia Mathematica 1976, nr 3, s. 441—447.

kiej tradycji badań historycznych nad matematyką (porównywalnych jedynie z historią medycyny) historia matematyki jest w stadium stawania się, tzn., iż ma ona jeszcze przed sobą osiągnięcie poziomu umożliwiającego tworzenie syntezy uczącej czegoś samych matematyków i dającej podstawę głębszych analiz teoriopoznawczych.

OD ZBIORÓW DO TEORII KATEGORII

Ponieważ już kilkakrotnie odwoływałem się do argumentu o zasadniczym znaczeniu nowych jakościowo zjawisk w matematyce współczesnej dla filozofii i metodologii nauki, wskazując na ten obszar zjawisk jako centralny dla historii matematyki (nauki), chciałbym wyjaśnić to bliżej sięgając do historii teorii kategorii i funktorów. Oczywiście muszę ograniczyć się do pobieżnego szkicu uznając, że pełna analiza problemów z tym przykładem związanych wykracza poza ramy artykułu.

Wśród nielicznych nawiązań do teorii kategorii i funktorów w literaturze filozoficznej pojawiło się wiele nieporozumień związanych z próbami naginania sytuacji w matematyce do gotowych wyobrażeń epistemologicznych. Oto np. N. J. Wilienkin i J. A. Szreider twierdzą, że „współcześni matematycy byliby zgoła zdziwieni, gdyby się okazało, że jakiegoś obiektu matematycznego nie należy interpretować jako z b i o r u [podkr. L. W.] z pewną strukturą relacji na nim" [35]. Podobnie C. P. Buter twierdzi, że „teoria kategorii bada po prostu klasy z b i o r ó w [podkr. L. W.] posiadających pewne struktury..." [36] Tymczasem dopiero w ostatnich latach prace takich matematyków jak P. Gabriel, J. E. Roos, U. Oberst pokazały zgoła nowatorskimi metodami, że pewne typy kategorii, jak lokalnie skończenie przedstawialne, lokalnie noetherowskie kategorie Grothendiecka, są „dualne" w ściśle zdefiniowanym sensie do kategorii, dla których powyższe uwagi o interpretacjach poprzez zbiory byłyby słuszne. Innymi słowy, stwierdzenie typu „badanie danej kategorii sprowadza się do badania klasy zbiorów" jest pewnym wynikiem, który musi być uzasadniony.

Wykażę, że powyżej przytoczone błędy związane są z nieuchwyceniem przez ich autorów dwuetapowej historii badań nad kategoriami.

Pierwszy etap polegał na dostrzeżeniu możliwości ujęcia niektórych równolegle rozwijanych teorii struktur algebraicznych, w sensie Bourbaki, w jeden schemat. Oto w ważnym dla tego etapu podręczniku z algebry homologicznej H. Cartan i S. Eilenberg napisali, iż

> ...inwazja nastąpiła na trzech frontach poprzez konstrukcję teorii kohomologii dla grup, algebr Lie i algebr łącznych. Te trzy przedmioty przeszły niezależny, ale

[35] Por. N. J. V i l e n k i n, J. A. Š r e i d e r, op. cit.

[36] Por. C. P. B r u t e r, *Sur la nature des mathématiques*, Paris 1973, s. 8.

równoległy rozwój. Prezentujemy niniejszym jedną jednolitą *(single)* teorię kohomologii (a także homologii) obejmującą wszystkie trzy; każdą uzyskuje się z tej przez odpowiednią specjalizację. Unifikacja ta posiada wszystkie zwykłe zalety. Jeden dowód zastępuje trzy. W dodatku, ma miejsce oddziaływanie między tymi trzema przypadkami szczegółowymi, jeden wzbogaca dwa pozostałe. Ta jednolita teoria ma także szerszy zakres *(enjoys a broader sweep)*. Stosuje się do sytuacji nie objętych tymi przypadkami [37].

W tej samej książce, w dodatku, D. A. Buchsbaum wskazał na pożytki płynące z uogólnienia rozważań dotyczących funktorów na kategoriach modułów nad pewnymi pierścieniami do funktorów określonych na kategoriach abstrakcyjnych, tj. składających się z obiektów, których natury się nie określa (oczywiście nie chodzi tu o żadną definicję). Szerszy język pozwalał *explicite* sformułować twierdzenia matematyczne dotyczące pewnych typów dualności pojęć stosowanych w wyższej sytuacji i ograniczyć ilość dowodów poprzez proces dualizacji. Ponadto podkreślił, że

...dalsze zastosowania teorii funktorów pochodnych pokazują *(are bound to schow)*, że rozważanie modułów nad pierścieniem będzie niewystarczające. Trzeba rozważać pierścienie z dodatkową strukturą, taką jak gradacja, różniczkowanie, topologia itd. Przy teorii rozwiniętej abstrakcyjnie uogólnienia te są łatwo dostępne [38].

Z kolei cytowana już praca A. Grothendiecka

...bierze swój początek z próby zbadania analogii formalnej między teorią kohomologii przestrzeni o współczynnikach w snopie a teorią funktorów pochodnych funktorów na modułach, dla uzyskania wspólnych ram pozwalających objąć te teorie jak i inne [39].

Ważna dla zrozumienia tego, co działo się wówczas w abstrakcyjnej teorii kategorii, jest następująca uwaga Grothendiecka:

...zająłem się zwłaszcza podaniem wygodnych kryteriów, przy pomocy pojęcia sum i produktów nieskończonych w kategoriach abelowych, istnienia „dostatecznej ilości" obiektów injektywnych lub projektywnych w kategorii abelowej, bez czego zasadnicze techniki homologiczne nie mogą być stosowane... [40]

Szybko okazuje się, że język teorii kategorii unifikuje różne inne teorie matematyczne, co więcej, że daje on możliwość stworzenia alternatywnego, wobec teorii mnogości i jej pojęcia zbioru, podejścia do podstaw matematyki [41]. Pojawiają się metody badania obiektów bez korzystania

[37] Por. H. Cartan, S. Eilenberg, op. cit.

[38] Ibid., s. 379—386.

[39] Por. A. Grothendieck, op. cit., s. 119.

[40] Ibid.

[41] Por. F. W. Lawyers, *The category of categories as a foundation for mathematics*, Proceedings of the Conference on Categorical Algebra, La Jolla 1965, Springer—Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, s. 1—20.

z tego, że składają się z jakichś elementów, bez zakładania, że są zbiorami; pokazano też, że do kategorii można podchodzić w języku bezobiektowym. Wszystko to powoduje, że pojawiają się dalej problemy związane z badaniem typów kategorii, ich charakteryzacji i klasyfikacji (drugi etap). Okazuje się, że zakładanie, że coś jest zbiorem, jest czasem silnym ograniczeniem w abstrakcyjnym świecie obiektów.

Pierwszy etap badań związanych z teorią kategorii można by nazwać etapem unifikacji i generalizacji, w przeciwieństwie do dalszego, drugiego etapu charakteryzacji i klasyfikacji. To, że układ ten nie jest niczym specjalnie wyróżniony, pokażemy odwołując się do ewolucji teorii grup topologicznych w ujęciu Ł. S. Pontriagina [42]. Otóż najpierw wiele konkretnych przykładów, sytuacji zgodnego występowania na pewnych zbiorach jednocześnie struktury topologicznej oraz grupowej dało pojęcie grupy topologicznej.

Fakt, że takiego typu obiekty topologiczno-algebraiczne całkiem często spotyka się w matematyce, sam przez się nie mógłby stanowić przekonywającego uzasadnienia dla ich badania. Okazało się jednak, że nakładając na obiekt topologiczno-algebraiczny ograniczenia (aksjomaty) dosyć ogólnego charakteru, dochodzimy do niezwykle konkretnych pojęć matematycznych. Dla przykładu, ciągłe ciało algebraiczne, jeśli jest spójne i lokalnie dwuzwarte, jest izomorficzne albo z ciałem liczb rzeczywistych, albo z ciałem liczb zespolonych, albo z ciałem kwaternionów [...] odkryłem też, że między przemiennymi grupami zwartymi i przemiennymi grupami dyskretnymi istnieje wzajemnie naturalna odpowiedniość [...]. Takiego typu fakty uczyniły teorię grup topologicznych treściową i przyciągnęły ku niej uwagę [43].

W dalszym ciągu i tu problemy klasyfikacyjne zajęły dominujące miejsce.

Sądzę, że historia matematyki współczesnej mogłaby potwierdzić, że tak jak u podstaw nowej teorii nowego pojęcia leży duża klasa przykładów, które to nowe pojęcie unifikuje, tak zamykającym — w pewnym sensie — tę teorię jest problem pełnej klasyfikacji i opisu obiektów związanych z tym pojęciem. Mamy więc oto ramy pewnego modelu rozwoju matematyki, związane z dwoma typami płyszczyzn cyklicznie się powtarzających — płaszczyzny unifikacji-generalizacji oraz płaszczyzny klasyfikacji-reprezentacji. Model taki ma charakter lokalny, zrelatywizowany do pojedynczych teorii i ich ciągów, a nie do całej matematyki globalnie. Płaszczyzny te nie wyznaczają zatem faz rozwoju matematyki, lecz fazy ewolucji poszczególnych teorii matematycznych. Różnica między tymi fazami rozwoju teorii matematycznej (tu w odniesieniu do struktur algebraicznych i teorii kategorii, chociaż jak sądzę stosuje się również np. do teorii powierzchni i krzywych) jest — dla metodologicznych

---

[42] Por. L. S. Pontragin, *Neprerivnye gruppy*, Moskva 1973.
[43] Ibid.

interpretacji typu idealizacji stosowanej w matematyce — zasadnicza. Otóż właśnie na drugim etapie budowy teorii (czy może lepiej — na drugim szczeblu teorii) obiekty rozpatruje się jako takie, o których wiemy tylko tyle, ile mówią aksjomaty wydobyte z charakteryzowanych własności znanych przykładów leżących u podstaw unifikacji i uogólnień. Opis przykładów nie polega na drobiazgowym zestawieniu ich cech, ale na wyjaśnieniu, jakie ogólne fakty są odpowiedzialne za ich naturę. Tu przedmiotem badań stają się klasy obiektów, które matematyk stara się scharakteryzować dodatkowymi aksjomatami czy tzw. niezmiennikami. Możemy pytać, jak duża jest ta klasa, na jakie typy się dzieli itd. Ważne tu jest, że idealizacja dociera nawet do tak zasadniczej (podstawowej) cechy jak cecha bycia zbiorem. Poznawczo nie powinno to być czymś dziwnym. Wiele przecież obiektów w układach i systemach także w świecie rzeczywistym oddziaływuje na siebie jako całości, oddziaływania te przy tym nie redukują się do zależności między pojedynczymi elementami; struktura wewnętrzna takich obiektów często nie jest znana bądź nie wystarcza do zrozumienia całego mechanizmu tych oddziaływań.

Nie spotkałem dotąd żadnej pracy z metodologii nauki, w której rekonstrukcja naukowej metody badawczej uwzględniłaby ten nowy szczebel tworzenia abstrakcji — typ badań i idealizacji stosowanej w naukach matematycznych (w ich współczesnym kształcie — z uwzględnieniem faktu, że ostatni skok jakościowy w matematyce, wbrew przekonaniu niektórych filozofów i historyków nauki, nie polegał na pojawieniu się struktur w sensie Bourbaki)[44]. Bez rzetelnego przeprowadzenia przez filozofię i historię matematyki syntezy dotyczącej przejawiania się tej idealizacji trudno oczekiwać sukcesu czy nawet drobnego postępu w wysiłkach metodologów próbujących stworzyć model rozwoju poznania naukowego tylko przy wykorzystaniu wysoko rozwiniętych nauk empirycznych. Historia najnowsza matematyki pojawia się więc jako dyscyplina fundamentalna dla filozoficznej i metodologicznej rekonstrukcji poznania matematycznego, rekonstrukcji, która z kolei jest nieodzowna dla tworzenia adekwatnego wyjaśnienia rozwoju poznania naukowego przez filozofię i metodologię nauki, pozwalającego podnieść refleksję historyczną na wyższy poziom teoretyczny. Formuła Lakatosa: filozofia nauki bez historii nauki jest pusta, a historia nauki bez filozofii nauki jest ślepa — stanowi kwintesencję nastawienia, jakiego tu próbuję bronić.

---

[44] Trudno za taką uznać propozycję wyjaśnienia tej idealizacji na gruncie esencjalistycznej koncepcji L. Nowaka — por. R. Zielińska, *Analogony teorii idealizacyjnej w naukach matematycznych*, [w:] *Teoria i Rzeczywistość, Poznańskie Studia z Filozofii Nauki*, 1976, z. 1, s. 163—188; problem wartości tego podejścia do idealizacji zasługuje na odrębne omówienie krytyczne, por. L. Witkowski, *O jedności świata...*,

Zastanawia też fakt, jak wielu filozofów nauki uznaje za nadal w pełni adekwatne stwierdzenie Engelsa, iż przedmiotem matematyki są „stosunki ilościowe i formy przestrzenne świata", bez głębszej refleksji nad współczesnym typem idealizacji matematycznej. W ujęciu neoracjonalizmu np. Gonsetha pojawiła się już opozycja wobec samej sugestii, iż określenie przedmiotu nauki — dyscypliny szczegółowej — może być punktem wyjścia do jej charakteryzacji. Wszelkie takie „definicje" stają się w tym ujęciu problematyczne, jako spuścizna nastawienia pozytywistycznego.

Wskażmy jeszcze jeden przykład charakteryzacji metody idealizacyjnej w nauce, która nie uwzględnia poznania matematycznego. Chodzi o podejście w ramach esencjalizmu L. Nowaka, gdzie jako ważny element teorii czynników istotnych dla danego zjawiska występuje założenie, iż zjawisko takie niesie w sobie jedną jedyną strukturę takich czynników, której wydobycie staje się zadaniem poznania. Poznać zjawisko — to wykryć jego strukturę czynników istotnych. Otóż teoria przestrzeni topologicznych pokazuje, że to samo zjawisko może być charakteryzowane w terminach czynników istotnych układających się w rozłączne zbiory. Pojęcia domknięcia, otwarcia, rodzin zbiorów otwartych, domkniętych, operacji wnętrza itd. pozwalają równoważnie zadawać tę samą klasę przestrzeni. Zwracałem na to uwagę argumentując za nieadekwatnością próby uściślenia teorii idealizacyjnej przez I. Nowak [45].

TEZA O KRYZYSIE W HISTORII MATEMATYKI

Niejednokrotnie podkreśla się w refleksji nad nauką, że „historia nauki jest najważniejszą częścią historii społeczeństwa ludzkego i jego kultury" oraz że „znaczenie historii nauki będzie dla samej nauki wzrastać" [46]. Otóż powtórzmy, wydaje się jednak, że wartości tej nie można wyznaczać z góry, w dużym bowiem stopniu zależeć ona będzie od poziomu teoretycznego owej refleksji historycznej, jej rzetelności naukowej, jedności badań nad nauką współczesną i tych bardziej odległych w czasie, a także od wagi problemów, do których rozwiązania refleksja ta będzie się faktycznie przyczyniać. Fakty z dziejów nauki są chyba najbardziej podatnym na nadużycia środkiem, jaki metodolog czy filozof ma do swojej dyspozycji; świadczą o tym przykłady częstego operowania zdaniami typu „w zasadzie jest X", „na ogół zachodzi Y", przy czym „dowodzi" się ich ilustrując je odpowiednio dobranymi zestawami faktów; zdarza się więc, że tezy wobec siebie przeciwne są uznawane na tej pod-

[45] Por. moje uwagi do analiz I. Nowak w pracy *O jedności świata...*

[46] Por. B. V. Gnidenko, *Rol' istorii fiziko-matematičeskich nauk w razvitii sovremennoj nauki. Istoria i metodologia jestestvennych nauk*, Moskva 1966, s. 5—14.

stawie za słuszne. Próba nowego sformułowania podejścia do materiału historycznego z rozwoju nauki przez nurt neoracjonalizmu wynika z przekonania, że dotąd samoświadomość metodologiczna w historii nauki nie dorastała do zadań, jakie się jej stawiało. Stąd — może zabrzmi to paradoksalnie — najważniejsze filozoficznie rozważania G. Bachelarda czy F. Gonsetha w zakresie teorii nauki polegają na próbach nowej analizy materiału historycznego (!), wydobywającej nowe znaczenie tego materiału.

Wydaje się więc, że rzetelne stosowanie argumentu i analizy historycznej i oparcie w historii nauki (jako dyscyplinie) może w nie mniejszym stopniu unaukowić filozofię nauki jak — czasem zbyt usilne nawet i pretensjonalne — dążenie do jej matematyzacji. Dość często pojawiające się ujęcia, które obracają się jedynie w kręgu elementarnego formalizmu logicznego, nie zastąpią głębszego sięgania do refleksji nieformalnej, zwłaszcza jeśli etap formalizacji problemu filozoficznego, będący środkiem badawczym, staje się jego celem; tworząc pozór ścisłości ujęcia te są nie mniej narażone na błędy. Separacja niektórych szkół metodologii w kręgu ubogiego języka formalnego wycisnęła już ślad na rzetelności niektórych analiz (np. problem ciągłości w rozwoju nauki ujmowany przez pryzmat „zasady korespondencji" N. Bohra) [47].

Oczywiście nie oznacza to przekreślania przeze mnie wartości stosowania metod formalnych w refleksji nad nauką [48] i całkowicie zgadzam się z W. N. Trostnikowem, że niestety samo „słowo — formalizm — nabrało z powodów historycznych tak negatywnego dla materialistów przedsmaku, że nierzadko już sam dźwięk tego słowa wywoływał uprzedzenie" [49]. Jasne, że przy takim nastawieniu trudno by było o adekwatną analizę specyfiki poznania matematycznego i o uznanie wartości metod formalnych w metodologii nauki. Nie należy jedynie przeciwstawiać sobie wartości tych różnych metod, które się przecież uzupełniają, stosowane na odpowiednio wysokim poziomie teoretycznym.

O konieczności bliższego kontaktu historyków i filozofów nauki z matematyką współczesną świadczą też nieporozumienia, jakie są związane z rzekomo trwającym aktualnie kryzysem w podstawach matematyki, który miał wybuchnąć wraz z pojawieniem się na przełomie stulecia tzw. paradoksów teorii mnogości. Podobno kryzys ten „coraz bardziej niepokoi uczonych" [50]. Pozornie także cytowane już stwierdzenie A. Mostowskie-

[47] Por. L. Witkowski, *O dyskusji w Polsce nad zasadą korespondencji w nauce*, Studia Filozoficzne, 1976, nr 12 (133), s. 65—77, patrz też tegoż, *O jedności świata...*

[48] Bardzo obiecujące są np. wyniki szkoły R. Wójcickiego.

[49] Por. V. N. Trostnikov, *O vzaimootnošenii matematiki i filozofii*, Voprosy Filosofii, 1972, nr 8, s. 86—96.

[50] Por. W. Kupcow (red.), *Filozofia a nauka*, Warszawa 1976, s. 156.

go mogłoby być uznane za świadectwo tego kryzysu. Mówiąc o antynomiach w matematyce I. Aimonetto posuwa się nawet tak daleko, że stwierdza:

...poddają one poważnie w wątpliwość tę nową gałąź matematyki, odkrytą przez Cantora, którą jest teoria pozaskończoności *(del trasfinito)* [...]. Z tego to powodu systemy aksjomatyczne usiłowały ograniczyć zawrotny obszar zbiorów przez aksjomaty, które są niestety nie tylko arbitralne, ale na dodatek *contra rationem*. Ograniczają kaprysem to, co przez koherencję logiczną nie może być ograniczane [...]. Wydaje się oczywiste, że jeśli chce się dać prawomocne podstawy teorii zbiorów, nie można uciekać się do aksjomatów arbitralnie ograniczających, postawionych ad hoc dla uniknięcia sprzeczności [51].

Powoływanie się na kryzys w matematyce współczesnej jest dość modne, przy czym rzadko filozof czy historyk właściwie oddaje charakter trudności leżących w podstawach matematyki. Tymczasem, jak słusznie zauważa radziecki historyk matematyki Trostnikow

...niepoprawne byłoby przedstawianie wydarzeń (jak to czasami czynią historycy nauki) tak, jak gdyby w rezultacie opublikowania paradoksów teoriomnogościowych matematykę ogarnął niezwykle ostry kryzys, a gmach całej nauki matematycznej, a za nim i gmach kultury ludzkiej w ogóle, zatrzeszczał i był gotów nieomal runąć. Nic podobnego nie miało miejsca [52].

Inny przykład, gdzie synteza historii matematyki jest konieczna dla poprawnego rozwiązania problemu z filozofii nauki, stanowi pytanie o ciągłość poznania naukowego. Wielu metodologów uznaje za ogólnie ważne wyjaśnienia związane z tzw. zasadą korespondencji, formułując ją w kontekście fizycznym i stwierdzając jedynie hipotetycznie, że zasada ta w obranym brzmieniu jest spełniona także w matematyce. Nie miejsce tu, rzecz jasna, na głębsze tego rozstrząsanie, więc poprzestaniemy na stwierdzeniu, że takie podejście można poddać zasadnej krytyce [53]. Z drugiej strony zdarza się, że pomijając stronę formalizmu matematycznego teorii fizycznych twierdzi się (np. J. Kmita), że nie ma możliwości porównywania formalnologicznego różnych teorii, że teorie są niewspółmierne, nieprzekładalne, a analiza zależności formalnych między teoriami jest pozornym rozwiązaniem problemu ciągłości poznania przez nie reprezentowanego. I w tym przypadku naturalność takich więzi — i w konsekwencji ciągłości — w całości matematyki (więc i zmatematyzowanych teorii) prowadzi do poddania w wątpliwość owe filozofie „nieprzekładal-

---

[51] Por. I. A i m o n e t t o, *Le antinomie logiche e matematiche. Filosofia*, Torino 1975, s. 3, 67.

[52] Por. V. N. T r o s t n i k o v, op. cit., s. 91.

[53] Por. Ch. C a s t o n g u a y, *Meaning and existence in mathematics*, Springer-Verlag, Wien, New York 1972 (zwłaszcza rozdział IV, s. 111—143).

ności", modne zwłaszcza w świetle efektownych rozważań P. Feyerabenda.

Na marginesie dotychczasowych rozważań po części sformułowana została też odpowiedź na pytanie o wartość historii matematyki dla samych matematyków. Sądzę, że realizacja sformułowanych wyżej postulatów mogłaby służyć z jednej strony przybliżeniu rozważań historii matematyki samym matematykom, a z drugiej umożliwiłaby wykorzystanie ich kompetencji do opracowania syntezy historyczno-filozoficznej, ważnej i aktualnej poznawczo, wykraczającej poza zdroworozsądkową świadomość metodologiczną.

Równocześnie sądzę, że opracowanie przez historię matematyki syntezy dotyczącej filozoficznych poglądów na matematykę u poszczególnych, najwybitniejszych matematyków i filozofów ostatniego stulecia mogłoby znacznie pomóc w pogłębieniu świadomości historycznej u współczesnych matematyków, jak i skonfrontować ją ze sposobem jej pojmowania w filozofii. Stanowiłoby to podstawę do podjęcia próby wyjaśnienia ewentualnych powiązań między typem zakładanej filozofii matematyki a możliwościami badawczymi w samej matematyce — zwłaszcza mogłoby to pomóc w szukaniu kryterium dla podstaw matematyki, na podstawie których rozstrzygnięto by, jakie z wielu aksjomatów spoza „klasycznej" teorii zbiorów należy przyjąć. Nie ulega też wątpliwości, że kompetentnie napisana monografia dotycząca rozwoju matematyki współczesnej w jej aspekcie historycznym, filozoficznym i metodologicznym mogłaby być wartościowym wzbogaceniem wizji matematyki przez pracujących w niej specjalistów i studiującą młodzież; zapotrzebowanie na taką pracę jest, wbrew pozorom, olbrzymie. Rzecz tylko w tym, jak długo taka praca będzie czekać na swego autora.

*

* *

Przedstawione powyżej rozważania zostały celowo ujęte w formę dyskusyjną, szkicową, czasami ostrą i zdecydowaną. Chciałem w ten sposób zwrócić uwagę na moim zdaniem jeden z centralnych aspektów metodologicznej wartości historii nauki dla filozoficznej refleksji nad nauką, mianowicie na problem właściwego zaprogramowania historii matematyki, zwłaszcza współczesnej, dla powiązania jej z ogólnymi problemami teoriopoznawczymi. Rozwój dalszych badań — przy wykorzystaniu dorobku zwłaszcza przedstawicieli nurtu neoracjonalizmu — pokaże, w jakim stopniu zaprezentowane oceny i propozycje są słuszne i mogą dać interesujące rezultaty.

PHILOSOPHY OF SCIENCE AND HISTORY OF MATHEMATICS (A CONTRIBUTION TO DISCUSSION)

Summary

The paper opposes both the approach of some philosophers and methodologists who consider history of science to be irrelevant for epistemology, and the stand of those who are a priori apologetic for historical facts, irrespective for their theoretical analysis. The author strives to show a key importance for philosophy of science of the most recent developments of mathematical theories like the theory of categories and functors, the topological groups theory and the foundations of mathematics.

In the introduction author questions methodological validity of those methodologies which reject history of science unless they have a certain „normative surplus" (like Brouwer's intuitionism or Popper's hypothetism), bringing in new results in scientific research. A priori negation of value of history of science for philosophy must be replaced by an „open" approach, based on a „retroaction principle" (named after Gonseth's idoneism), claiming for naturality of modifications brought by results of research into preliminary assumptions of a given problem situation. It is discussed in a paragraph on „methodological openness".

The author indicates towards considerations of an epistemological stream called „neorationalism" (Gonseth, Bachelard, Popperian school) which try to modify a traditional approach to mathematics, with its eidetic perspective, strive for definitions, its foundationalism and atomism in epistemology, and it is argued that neorationalism introduces a new theoretical level of historical and philosophical analysis.

In a paragraph on „status of facts" it is shown that not every reference to historical factuality is theoretically valid and it is pointed towards idea of „rational reconstruction" of neorationalism, where facts are interpreted through a schematic model of interpretation which in its turn is taken as a working hypothesis from historical material at a preliminary stage of investigation.

The importance of recent developments in mathematics is illustrated by arguments showing that view upon mathematical cognition through the notions of sets and quantitative relationships does not keep up with the stage of algebra where abstract objects categories are considered. The present reality of algebra is described with reference to works by such mathematicians as Gabriel, Grothendieck, Roos, Oberst, Cartan, Eilenberg and Pontriagin. All this is introduced in a paragraph „from sets to the theory of categories", containing basic empirical material of the paper. It is argued that the type of idealization in mathematics, characteristic for development of mathematical theories is not adequately reflected by some methodologies, e.g. L. Nowak's one, and that one should see there two stages connected with strive for unity and generality and then strive for characterization and classification.

The final section of the paper deals with a thesis about crisis in the history of mathematics, usually connected with emergence of paradoxes in the theory of sets.

To conclude the author suggests a necessity for closer connection between investigations in the history of contemporary mathematics and general epistemological analysis, supporting Lakatos's formulation: history of science without philosophy of science is blind, philosophy of science without history of science is empty.

Tłum. autora