Gorzka, Cezary

A.N. Whiteheada metoda ekstensywnej abstrakcji

Acta Universitatis Nicolai Copernici. Logika 1 (224), 43-66

1991

ACTA UNIVERSITATIS NICOLAI COPERNICI
LOGIKA I — NAUKI HUMANISTYCZNO-SPOŁECZNE — ZESZYT 224 — 1991

Katedra Logiki

Cezary Gorzka

A. N. WHITEHEADA METODA EKSTENSYWNEJ ABSTRAKCJI

Część I

We wstępie do wydanej w 1914 roku książki pt. *Our Knowledge of the External World* Bertrand Russell zapowiadał ukazanie się kolejnego, czwartego tomu *Principia Mathematica*, którego jedynym autorem miał być Alfred North Whitehead, a tematem tego tomu miały być podstawy geometrii. Trudno obecnie ustalić, z jakich powodów tom ów się nie ukazał, w jakim stopniu praca nad nim była zaawansowana i czego dokładnie miał on dotyczyć[1]. Opierając się na zwięzłej uwadze Russella można przypuszczać, iż jedno z zagadnień, które miało tam być poruszone, dotyczyło empirycznej interpretacji podstawowych pojęć geometrycznych. Wyniki swoich badań nad tym problemem opublikował Whitehead dopiero w wydanej w 1919 roku w książce pt. *An Enquiry Concerning the Principles of Natural Knowledge* i późniejszej o rok książce pt. *The Concept of Nature*. Zawartą w tych pracach interpretację przedmiotów geometrycznych opartą na danych empirycznych nazwał on *metodą ekstensywnej abstrakcji* (method of extensive abstraction). Prace nad tą metodą Whitehead kontynuował również w późniejszym okresie swojej twórczości filozoficznej. W wydanym w 1929 roku swoim filozoficznym opus magnum, jakim jest *Process and Reality*, zamieścił zmodyfikowaną i udoskonaloną wersję tej metody, której omówieniu poświęcona będzie druga część tej pracy, a w tej części ograniczymy się wyłącznie do przedstawienia wersji wcześniejszej, tzn. tej z 1919 roku.

Aby zrozumieć istotę i potrzebę takiej metody z epistemologicznego punktu widzenia musimy przynajmniej pobieżnie naszkicować, jakie są i czym są zdaniem Whiteheada dane poznania empirycznego[2].

---

[1] Przed śmiercią Whitehead polecił zniszczyć wszystkie swoje manuskrypty i całość korespondencji.

[2] Szerzej zagadnienie to omawiam w art. *Podstawy Whiteheada wczesnej filozofii nauki*, Ruch Filozoficzny, t. 48.

Zgodnie z tradycją filozofii angielskiej przez dziedzinę tego, co empirycznie dane, rozumie Whitehead wszystko to, co jest przedmiotem poznania zmysłowego. Percepcja zmysłowa jest dla niego jedynym źródłem poznania czasoprzestrzennych własności przyrody; pisze bowiem:

"The whole investigation is based on the principle that the scientific concepts of space and time are the first outcome of the simplest generalisations from experience, and that they are not to be looked for at the tail end of a welter of differential equations" (PNK s. vi)[3].

Będąc radykalnym empirystą w kwestii znaczenia takich pojęć, jak czas, przestrzeń, kongruencja jest on zarazem zdecydowanym realistą i stanowczo odrzuca tzw. *rozwidlenie* przyrody (bifurcation of nature), czyli takie stanowisko teoriopoznawcze, zgodnie z którym termin „przyroda" jest dwuznaczny, gdyż może on odnosić się do:

"... two systems of reality, which, in so far as they are real, are real in different senses. One reality would be the entities such as electrons which are the study of speculative physics. This would be the reality which is there for knowledge; although on this theory it is never known. For what is known is the other sort of reality, which is the byplay of the mind. Thus there would be two natures, on is the conjecture and the other is the dream" (CN s. 30).

Dla Whiteheada nazwa „przyroda" jest jednoznaczna, a jej zakres zawiera również te wszystkie przedmioty[4], które obserwujemy w percepcji zmysłowej. W konsekwencji jednoznaczne są również nazwy „czas", „przestrzeń", „kongruencja". Jeżeli odrzucimy rozwidlenie przyrody, to ich znaczenie nie może ulec zmianie w zależności od tego, czy odnoszą się one do przedmiotów mikroskopowych, czy też makroskopowych. Obydwa rodzaje przedmiotów są bowiem w tym samym sensie składnikami jednej i tej samej przyrody. W koncepcji Whiteheada empiryzm i realizm są ze sobą nierozdzielnie splecione. Jeżeli geometria dostarcza wiedzy o faktycznych czasoprzestrzennych relacjach (a o tym, że tak jest, Whitehead nigdy nie wątpił), to empiryczną interpretację jej podstawowych pojęć należy skonstruować opierając się na danych percepcji zmysłowej.

Przedmioty dane w percepcji zmysłowej Whitehead dzieli na dwa istotnie różne, wzajemnie nieredukowalne typy — na *zdarzenia* i *obiekty*. Pierwsze stanowią o dynamicznym, procesualnym charakterze przyrody, drugie zaś są jej niezmiennikami. Ponieważ w metodzie ekstensywnej abstrakcji obiekty nie

[3] Na oznaczenie prac Whiteheada używam następujących skrótów: PNK — *An Enquiry Concerning the Principles of Natural Knowledge,* Cambridge: Cambridge University Press, 2ed Ed. 1925; CN — *The Concept of Nature,* Cambridge: Cambridge University Press 1920; ET — *Einstein's Theory* (w *Essays in Science and Philosophy*), New York; The Philosophical Library, 1947; R — *The Principle of Relativity* (w F.S.C. Northrop, M. W. Gross — *Alfred North Whitehead,* An Antology, New York: The Macmillan Company 1953.

[4] Wyraz przedmiot rozumiem szeroko jako oznaczający cokolwiek, co posiada jakieś cechy i nie posiada cech sprzecznych. Zob. L. Gumański, *Logika tradycyjna a założenia egzystencjalne,* Toruń 1960.

odgrywają żadnej roli, więc nie będziemy ich omawiać i skupimy się wyłącznie na zdarzeniach.

Zdarzenia są ostatecznymi przedmiotami aktów percepcji zmysłowej. Obiekty spostrzegamy jedynie jako cechy, jakości określające zdarzenia. Każde zdarzenie jest procesem, pewnym dzianiem-się-czegoś. Nigdy nie jest ono ani momentalne, ani punktowe, zawsze jest pewną czasoprzestrzenną rozciągłością. Użycie w tym kontekście terminów „czas" i „przestrzeń" jest raczej niewłaściwe, gdyż w teorii Whiteheada czas i przestrzeń są jedynie abstrakcjami ze zdarzeń i bez nich w ogóle nie istnieją. Zdarzeniami są zarówno wybuch pocisku, jak i trwanie piramid. Są one niepowtarzalne i konkretne. Zdarzenia nie zmieniają się, lecz jedynie stają się częściami innych zdarzeń. Podstawową relacją wiążącą zdarzenia jest dwuargumentowa relacja *rozciągłości* (extension). Każde zdarzenie spostrzegamy jako wtopione tą relacją w inne zdarzenia.

Zdarzenia dzieli Whitehead na skończone i nieskończone resp. nieograniczone.

Do zdarzeń pierwszego rodzaju należy specyficzne dla epistemologii Whiteheada, tzw. zdarzenie *spostrzeżeniowe* (percipient event), które jest „cielesnym życiem wcielonego umysłu" (incarnate mind). W jego teorii poznania pełni ono ważną funkcję, gdyż jest „siedliskiem" (focus) w przyrodzie aktów percepcji zmysłowej i inne zdarzenia spostrzegamy tylko w odniesieniu do niego. Zdarzenie to nie jest umysłem, lecz czasoprzestrzennym „miejscem" skąd umysł postrzega. Dzięki istnieniu tego zdarzenia poznanie zmysłowe jest poznaniem od wewnątrz przyrody.

Akt percepcji zmysłowej wymaga dla swojego zaistnienia zawsze pary zdarzeń: zdarzenia spostrzeżeniowego i *trwania*. W sensie Whiteheada nazwa „trwanie" nie oznacza czasu, a pewne zdarzenie będące całym kontinnum „teraz obecnej" (dla pewnego zdarzenia spostrzeżeniowego) przyrody. Jest ono jednym nieskończonym zdarzeniem rozciągającym się na wszystkie pozostałe „teraz obecne" zdarzenia. Trwanie jest „płytą" (slab) przyrody ograniczoną czasowo a nieograniczoną przestrzennie.

Zdaniem Whiteheada zarówno zdarzenia skończone, jak i trwania są przedmiotami percepcji zmysłowej. Wyjaśnienia percepcji zdarzeń nieskończonych dostarcza tzw. *teoria znaczenia* (significance). W myśl tej teorii całość zdarzeń, które są przedmiotem pojedynczego aktu percepcji zmysłowej, można podzielić na dwie grupy. Na zdarzenia, które spostrzegamy wraz z ich indywidualnym, jakościowym uposażeniem oraz na zdarzenia, które uświadamiamy sobie jako jedynie spełniające czasoprzestrzenne relacje do zdarzeń pierwszej grupy. Ponieważ żadnego zdarzenia nie spostrzegamy w izolacji, lecz zawsze wraz z jego czasoprzestrzennymi relacjami, więc każde zdarzenie jest nam dane wraz z nieskończonym tłem. Nie znamy wszystkich szczegółów tego tła, lecz znamy jego czasoprzestrzenną strukturę. Teoria znaczenia zakłada, że czasoprzestrzenne relacje są przedmiotem bezpośredniej percepcji i że są one jednostajne (uniform)[5]. To ostatnie założenie oznacza, że wzajemne, czasoprzestrzenne relacje, jakie zachodzą między np. bezpośrednio spostrzeżonymi dwiema książkami, są w swoim geometrycznym aspekcie identyczne z czasoprzestrzennymi relacjami, jakie zachodzą między tymi książkami a wszystkimi pozostałymi zdarzeniami we wszechświecie. W opinii Whiteheada

"... the essential relatedness of any perceived field of events to all other events requires that this relatedness of all events should conform to the ascertained disclosure derived from the limited field." (R. s. 339)

W języku geometrii jednostajność tych relacji wyraża się stałością krzywizny czasoprzestrzeni.

W teorii Whiteheada przyroda jest systemem zdarzeń powiązanych relacją rozciągłości i relacją współbieżności[6]. Bezpośrednio czasoprzestrzenna struktura tego systemu nie daje się opisać w języku geometrii. Umożliwia to dopiero metoda ekstensywnej abstrakcji. Jej istota polega na definiowaniu na podstawie tych dwóch relacji pewnych zbiorów zdarzeń, które następnie utożsamia się z podstawowymi przedmiotami geometrycznymi. Dzięki tej metodzie Whitehead nie musiał zakładać, że punkty, proste itp. są składnikami przyrody ani traktować geometrii jako jedynie wygodnego narzędzia opisu zjawisk pozbawionego jakiejkolwiek interpretacji empirycznej.

W pierwszym akapicie zaznaczyliśmy, iż w części pierwszej tej pracy omówimy wyłącznie pierwotną wersję metody ekstensywnej abstrakcji zawartą w PNK i CN. Nasza prezentacja tej metody różni się od oryginału w następujących punktach:

— aksjomaty i niektóre definicje zapisane są w języku symbolicznym; Whitehead posługiwał się wyłącznie językiem potocznym, co w niektórych przypadkach utrudnia jednoznaczne odczytanie jego intencji;

— tylko aksjomaty I–VI są wyraźnie sformułowane przez Whiteheada; natomiast pozostałe aksjomaty stanowią próbę eksplikacji tych własności zdarzeń, które implicite zakłada on w swojej teorii;

— niektóre definicje, np. p-śladu, matrycy drogi są sformułowane nieco inaczej niż w pracach Whiteheada, jednakże wprowadzone zmiany nie zmieniają zasadniczych idei pierwowzoru.

1. RELACJA ROZCIĄGŁOŚCI

Niech $z, z_1, \ldots, z_n$, będą zmiennymi przebiegającymi zdarzenia, a litera

---

[5] Dokładniej problem ten omawiam w *Geometria a przyroda we wczesnej filozofii A. N. Whiteheada*, Ruch Filozoficzny, t. 48.

[6] Zob. p. 6.

K oznacza relację rozciągłości. Symbol „zKz_1" czytamy „zdarzenie z rozciąga się na zdarzenie z_1" lub „zdarzenie z_1 jest częścią zdarzenia z". W PNK znajdujemy listę następujących aksjomatów:

I. $(z)(z_1)(zKz_1 \rightarrow z \neq z_1)$,

II. (i) $(z)(Ez_1)(zKz_1)$,

(ii) $(z)(Ez_1)(z_1Kz)$,

III. $(z)(z_1)(z_2)(zKz_1 \wedge z_1Kz_2 \rightarrow zKz_2)$,

IV. $(z)(z_1)((z_2)(zKz_2 \rightarrow z_1Kz_2) \wedge z \neq z_1 \rightarrow z_1Kz)$,

V. $(z)(z_1)(zKz_1 \rightarrow (Ez_2)(zKz_2 \wedge z_2Kz_1))$,

VI. $(z)(z_1)(Ez_2)(z_2Kz \wedge z_2Kz_1)$.

W CN Whitehead ogranicza dziedzinę zmiennych z, z_1 w aksjomacie VI do zdarzeń skończonych[7]. Z aksjomatu I wynika, że rozciągłość jest relacją niezwrotną a z I i III, że jest ona relacją niesymetryczną. Symbolem „$\underline{K}$" oznaczymy zwrotną relację rozciągłości, tzn. $z\underline{K}z_1$ wtw $zKz_1 \vee z = z_1$. Zgodnie z II(i) nie istnieje zdarzenie minimalne w sensie relacji K, a na mocy II(ii) nie istnieje zdarzenie maksymalne. Aksjomat V wyraża jeden z aspektów ciągłości zdarzeń. R. Palter twierdzi[8], że aksjomat II(ii) jest zbędny, wynika bowiem z VI. W przypadku zdarzeń skończonych rzeczywiście tak jest. Natomiast w przypadku zdarzeń nieskończonych ze względu na ograniczenie nałożone na VI w CN aksjomat II(ii) nie jest konsekwencją VI. Wydaje się, że Whitehead niepotrzebnie ograniczył VI wyłącznie do zdarzeń skończonych. Obiekcji Boarda[9] można uniknąć zakładając, iż tylko jedno ze zdarzeń z lub z_1 w VI jest skończone. Gdy przyjmiemy ten słabszy warunek, to istotnie aksjomat II(ii) staje się zbędny zarówno dla zdarzeń skończonych, jak i nieskończonych. Na podstawie IV i niesymetryczności K łatwo pokazać, że $(z)(z_1)((z_2)(zKz_2 \equiv z_1Kz_2) \rightarrow z = z_1))$. *Relację przecięcia* dwóch zdarzeń oznaczamy symbolem "*sec*" i definiujemy $z\,sec\,z_1$ wtw $(Ez_2)(zKz_2 \wedge z_1Kz_2)$, natomiast *relację oddzielenia* oznaczamy przez "*nsec*" i określamy $z\,nsec\,z_1$ wtw $\neg(z\,sec\,z_1)$. Relację *częściowego przykrywania* oznaczamy symbolem "*sec!*" i definiujemy $z\,sec!\,z_1$ wtw $(z\,sec\,z_1) \wedge \neg(z\underline{K}z_1 \vee z_1\underline{K}z)$.

Dla zdarzeń iloczyn daje się określić tylko w szczególnych przypadkach. Nie istnieje bowiem zdarzenie puste, a niektóre zdarzenia mogą przecinać się w taki sposób, że ich wszystkie zdarzenia wspólne nie tworzą jednego zdarzenia, co ilustruje rys. 1. Aby określić taką sytuację wprowadzimy następujący predykat: 'zdarzenie z jest *pseudoiloczynem* zdarzeń z_1 i z_2', który oznaczymy symbolem '*psec*'. Jego definicja jest następująca:

---

[7] Ograniczenie to wprowadził Whitehead w następstwie krytyki C. D. Boarda, który w *Critical Notes: The Principles of Natural Knowledge by A. N. Whitehead* (Mind XXIX 1923, 211–231) zauważył, iż bez tego ograniczenia aksjomat VI wyklucza istnienie nierównoległych trwań.

[8] *Whitehead's Philosophy of Science*, Chicago: The University of Chicago Press 1960, s. 45.

[9] Por. przypis 7.

$psec(z, z_1, z_2)$ wtw $z_1 \underline{K} z \wedge z_2 \underline{K} z \wedge (z_3)(z\, sec\, z_3 \wedge z_1 \underline{K} z_3 \wedge z_2 \underline{K} z_3 \rightarrow z \underline{K} z_3)$.

Dla przecinających się zdarzeń istnienie pseudoiloczynów zabezpiecza następujący aksjomat (jest on niezależny od pozostałych):

VII. $(z)(z_1)(z_2)(z_1 \underline{K} z \wedge z_2 \underline{K} z \rightarrow (Ez_3)(z_3 \underline{K} z \wedge psec(z_3, z_1, z_2)))$.

W Whiteheada teorii zdarzeń aksjomat ten jest prawdziwy pod warunkiem, że przynajmniej jedna ze zmiennych z_1 lub z_2 przebiega zdarzenia skończone (przypadkiem, gdy obydwie zmienne przebiegają trwania zajmiemy się w pkt. 3). Jeżeli dla pary przecinających się zdarzeń istnieje dokładnie jeden pseudoiloczyn, to o takich zdarzeniach mówimy, że przecinają się *jednokrotnie* a ich pseudoiloczyn nazywamy krótko *iloczynem* i oznaczamy przez '$z \cap z_1$'.

W PNK, s. 102, znajdują się następujące stwierdzenia:

(1) $(z)(z_1)((z_2)(z_2\, sec\, z \rightarrow z_2\, sec\, z_1) \rightarrow z_1 K z \vee z_1 = z)$,

(2) $(z)(z_1)(z K z_1 \rightarrow (Ez_2)(z K z_2 \wedge z_2\, nsec\, z_1))$.

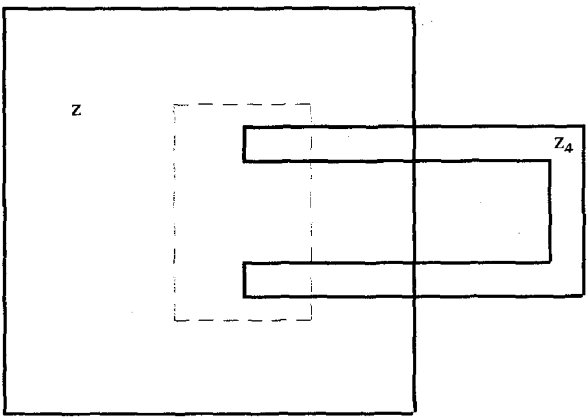
Z ich kontekstu można sądzić, że Whitehead uważał je za prawdziwe i wynikające z aksjomatów I–VI. Aby wykazać, że aksjomaty te są niewystarczające dla udowodnienia (1) lub (2), rozpatrzmy następującą interpretację: niech dany będzie pewien punkt p na płaszczyźnie R^2. Przez zdarzenie rozumieć będziemy dowolne koło otwarte o środku w punkcie p i niezerowym promieniu, a relację rozciągłości zinterpretujemy jako relację inkluzji właściwej. Łatwo sprawdzić, iż aksjomaty I–VI są spełnione w tej interpretacji. Rozpatrzmy dwa koła a i b takie, że $a \supset b$. Ponieważ środki wszystkich kół leżą w punkcie p, więc każde koło, które przecina a, zarazem przecina b, co jest niezgodne z (1). Podobnie nie istnieje koło c takie, że $a \supset c$ i $b \cap c = \emptyset$, co przeczy (2). Z kolei w CN, s. 186, czytamy "... every event is known as being related to others events which it does not include. This fact, that every event is known as possessing the quality of exlusion, shows that exlusion is as positive a relation as inclusion". Również i w tym przypadku aksjomaty podane przez Whiteheada nie gwarantują istnienia zdarzeń oddzielonych, a tym samym nie mogą one wyrażać wszystkich istotnych własności zdarzeń. Sądzimy, iż będziemy w zgodzie z intencjami Whiteheada, jeżeli (1) dołączymy do aksjomatów. Oznaczymy go numerem IV′, gdyż po dołączeniu go do aksjomatów I, II, III, V, VI aksjomat IV staje się twierdzeniem, podobnie jak twierdzeniem jest wówczas (2). Na podstawie IV′ i II(i) można dowieść, że $(z)(Ez_1)(z\, nsec\, z_1)$, co jest formalnym wyrazem faktu, że "... exlusion is as positive a relation as inclusion".

Ważną relacją między zdarzeniami jest dwuargumentowa relacja *połączenia* (junction). Whitehead pisze o niej, że "the concept of the continuity of nature arises enterely from this relation..." (PNK, s. 102). Określenia tej relacji, którą oznaczymy symbolem "*junc*", zawarte w PNK i CN różnią się i są następujące:

PNK $z\, junc\, z_1$ wtw $(Ez_2)(z_2\, sec\, z \wedge z_2\, sec\, z_1) \wedge \neg(Ez_3)(z_2 K z_3 \wedge z_3\, nsec\, z \wedge z_3\, nsec\, z_1)$,

CN $z\, junc\, z_1$ wtw $(Ez_2)(z_2 K z \wedge z_2 K z_1) \wedge \neg(Ez_3)(z_2 K z_3 \wedge z_3\, nsec\, z \wedge z_3\, nsec\, z_1)$.

Te dwa wyrażenia Whitehead skomentował uwagą: "If either of these alternative definitions is adopted as the definition of junction, the other definitions appears as an axiom respecting the character of junction as we know it in nature" (CN, s. 76). Zdanie to Palter interpretuje jako stwierdzające ich logiczną równoważność na gruncie aksjomatów I–VI. Prosta interpretacja pokazuje, że tak nie jest. Zinterpretujmy relację rozciągłości jako relację inkluzji właściwej, a zdarzenia jako zbiory otwarte, ograniczonej płaszczyzny R^2 i takie, że ich dopełnienia w R^2 są łukowo spójne. Wówczas aksjomaty I–VI są spełnione. Rozważmy zbiór taki, jak pokazano na rys. 1.



Rys. 1

W myśl definicji z PNK zbiory z, z_1 są w relacji połączenia (linią przerywaną zaznaczono zbiór z_2 wymagany przez tę definicję), natomiast nie są w takiej relacji w myśl definicji z CN. Dopełnienie zbioru $z \cup z_1$ nie jest bowiem łukowo spójne, czyli definicje nie są równoważne.

Na podstawie identycznego kontrprzykładu Palter[10] rozważa następnie problem: które spośród wyrażeń, to z PNK, czy też to z CN, należy przyjąć jako definicję relacji połączenia zgodną z teorią Whiteheada? W konkluzji stwierdza, że:

a) w metodzie ekstensywnej abstrakcji zdarzenia takie, jak na rys. 1 nie są wykorzystywane, nie można też za pomocą tej metody zdefiniować ich brzegu;

b) jako definicję połączenia należy przyjąć wyrażenie z CN, bowiem „definicja z PNK jest zbyt słaba, ponieważ nie wyklucza przypadków podobnych do tych na rysunku".

Prawdą jest, iż metoda ekstensywnej abstrakcji wyklucza z dziedziny zdarzeń, które znajdują w niej zastosowanie, zdarzenia z „dziurami". Z tego

[10] *Whitehead's Philosophy of Science*, s. 46.

faktu jednak nie wynika — jak to sugeruje Palter — iż tego rodzaju zdarzenia w ogóle nie mieszczą się w teorii Whiteheada. Przeciwnie, taki przedmiot jak trwanie metalowego pierścienia jest na gruncie jego epistemologii i teorii zdarzeń pełnoprawnym zdarzeniem i rozważając ogólne własności zdarzeń nie należy go pominąć. Niezrozumiałe jest również, co Palter ma na myśli twierdząc, że definicja z CN wyklucza ten kontrowersyjny typ zdarzeń. Ani ta definicja, ani żadna inna nie pozwala na gruncie aksjomatów I–VI odróżnić zdarzeń z „dziurami" od innych zdarzeń.

W tej sytuacji proponujemy, aby relację między tymi wyrażeniami zinterpretować następująco: wyrażenie z PNK przyjąć jako definicję relacji połączenia, zaś wyrażenie z CN uznać jako nowy aksjomat (jest on niezależny od pozostałych), który gwarantuje dla dowolnej pary zdarzeń będących w relacji połączenia istnienie zdarzenia będącego ich sumą. Istnienie takiego zdarzenia Whiteheda wyraźnie stwierdza: "... two events with junction make up exactly one event which is in a sense their sum" (CN, s. 76).

VIII. $(z)(z_1)(z\, junc\, z_1 \rightarrow (Ez_2)(z_2 \underline{K} z \wedge z_2 \underline{K} z_1 \wedge \neg(Ez_3)(z_2 K z_3 \wedge z_3\, nsec\, z \wedge z_3\, nsec\, z_1)).$

Zdarzenie, którego istnienie stwierdza ten aksjomat, nazywać będziemy *sumą* zdarzeń z i z_1 i oznaczać symbolem „$z+z_1$". Należy zaznaczyć, że przyjęta tutaj definicja połączenia jest ograniczona włącznie do zdarzeń skończonych. Przypadek, gdy obydwa zdarzenia są trwaniami, omawiamy w p. 3.

Szczególnym przypadkiem relacji połączenia jest relacja *dołączenia* (adjunction), którą oznaczamy symbolem "*junc'*" i definiujemy $z\, junc'\, z_1$ wtw $z\, junc\, z_1 \wedge z\, nsec\, z_1$.

Kolejną relacją jest relacja *przyłączenia* (injunction) zdarzeń. Oznaczymy ją symbolem "*inc*" i definiujemy $z\, inc\, z_1$ wtw $z \underline{K} z_1 \wedge (Ez_2)(z_1\, junc'\, z_2)$.

Poniższe trzy aksjomaty wraz z II, V i VI stanowią pełną charakterystykę ciągłości zdarzeń.

IX. (i) $(z)(Ez_1)(z\, junc'\, z_1)$,

(ii) $(z)(Ez_1)(z \neq z_1 \wedge z\, inc\, z_1)$.

Zauważmy na koniec, że z aksjomatu IX(ii) wynika, że $(z)(Ez_1)(z\, sec!\, z_1)$. Twierdzenie to wraz z twierdzeniem ze strony 48 stanowią pełny, formalny wyraz faktu, że "every event is known as being related to others event which it does not include".

2. ABSTRAKCYJNE KLASY ZDARZEŃ

Pojęcie abstrakcyjnej klasy zdarzeń stanowi podstawę metody ekstensywnej abstrakcji. Po raz pierwszy pojawiło się ono wraz ze szkicem tej metody w artykule pt. *La Theorie Relationniste de l'Espace*[11] będącym auto-

[11] Revue de Metaphysique et Morale, t. 23, s. 423–454, 1916.

referatem odczytu, jaki Whitehead wygłosił na Międzynarodowym Kongresie Filozoficznym w Paryżu w 1914 r.

Przez *abstrakcyjną klasę zdarzeń* (w skrócie a.k.z.) rozumiemy zbiór α zdarzeń, który spełnia następujące warunki:

(i) $\alpha \neq \emptyset$,

(ii) $(z)(z_1)(z \neq z_1 \wedge z, z_1 \in \alpha \rightarrow zKz_1 \vee z_1Kz)$,

(iii) $\neg(Ez)(z_1)(z_1 \in \alpha \rightarrow z_1Kz)$.

A.k.z. oznaczać będziemy literami α, β, γ.

Aby powyższa definicja a.k.z. była całkowicie zgodna z rozumieniem tego pojęcia przez Whiteheada, musimy dołączyć do niej pewne ograniczenie rodzaju zdarzeń, jakie mogą być elementami a.k.z. Rozpatrzmy następujący przykład. Niech P oznacza ciąg $p, p_1, \ldots, p_k, \ldots$ koncentrycznych pierścieni otwartych na płaszczyźnie R^2, których promień wewnętrzny wynosi 1, a promień wewnętrzny odpowiednio $2, \ldots, 2 - \sum_{n=1}^{k} \frac{1}{2^n}, \ldots$ Jeżeli tak zdefiniowane pierścienie zinterpretujemy jako zdarzenia, zaś relację K jako relację inkluzji właściwej, to ciąg P będzie a.k.z. w sensie powyższej definicji. Jednakże o takim ciągu zdarzeń Whitehead wyraźnie stwierdza, iż nie tworzy on a.k.z. Pisze bowiem "... The abstractive class has neither a smallest event nor does it converge to a limiting event which is not a member of the set" (CN, s. 79), w przypadku ciągu P takim granicznym „zdarzeniem" mogłoby być koło o promieniu 1. Musimy więc zbiór zdarzeń, które mogą tworzyć a.k.z., ograniczyć do takich zdarzeń, które nie spełniają warunków naszego przykładu, czyli poglądowo rzecz biorąc są pełne (nie posiadają dziur)[12]. Relacja rozciągłości jest logicznie zbyt słaba, aby zdefiniować ten rodzaj zdarzeń, więc musimy przyjąć, że zdarzenie *pełne* jest dodatkowym pojęciem pierwotnym i że elementami a.k.z. są wyłącznie zdarzenia tego rodzaju.

Zanim podamy formalne definicje różnych relacji między a.k.z., wskażmy zwięźle powody, dla których pojęcie a.k.z. stanowi podstawę metody ekstensywnej abstrakcji.

Niech $z_1, \ldots, z_n, \ldots$ będzie ciągiem nieskończonym złożonym z elementów pewnej a.k.z. Na gruncie teorii Whiteheada nie istnieje zdarzenie, które byłoby granicą tego ciągu. Nie istnieje bowiem elementarne, pozbawione części zdarzenie. Każde, nawet dowolnie małe, zdarzenie rozciąga się na inne, różne od siebie zdarzenia. Oznaczmy przez $q(z_1), \ldots, q(z_n), \ldots$ ciąg, którego element $q(z_i)$ $(i = 1, \ldots, n, \ldots)$ jest zbiorem mierzalnych własności (cech) określających ilościowy charakter zdarzenia z_i, przez $Q_1, \ldots, Q_n, \ldots$ ciąg, którego element Q_i jest zbiorem liczbowych wartości miar każdej własności ze zbioru $q(z_i)$. Whitehead twierdzi, że ciąg $q(z_1), \ldots, q(z_n), \ldots$ zbiega do pewnego granicznego zbioru własności q, których liczbowymi miarami są matematyczne granice

[12] W języku topologii o takich zdarzeniach powiedzielibyśmy, że są homeomorficzne z kulą otwartą w przestrzeni R^4.

ciągów liczbowych zawartych w ciągu $Q_1, ..., Q_n, ...$, i odwrotnie — granice ciągów liczbowych z $Q_1, ..., Q_n, ...$ wyznaczają pewien zbiór granicznych własności q. O tym zbiorze Whitehead pisze:

"... the set q does indicate an ideal simplicity of natural relations, though this simplicity is not the character of any actual event. We can make an approximation to such a simplicity which, as estimated numerically, is as close as we like by considering an event which is far enough down the series towards the small end." (CN, s. 81).

Zbiór granicznych własności nazywa Whitehead *wewnętrznym charakterem* (intrinsic character) ciągu $z_1, ..., z_n, ...$, zaś własności związane z relacją rozciągłości, w terminach której ciąg ten został zdefiniowany, nazywa jego *zewnętrznym charakterem* (extrinsic character).

"The fact that the extrinsic character of an abstractive set determines a definite intrinsic character is the reason of the importance of the precise concepts of space and time" (CN, s. 82).

W świetle tych uwag widać, że zasadnicza idea metody ekstensywnej abstrakcji polega na uogólnieniu i logicznym skodyfikowaniu na gruncie teorii zdarzeń powszechni stosowanych w fizyce metod przybliżonego określania relacji czasoprzestrzennych. Uzasadnieniem zastosowania w tej metodzie a.k.z. jest fakt, iż każda taka relacja znajduje swój odpowiednik w zewnętrznym charakterze pewnej a.k.z. W pewnych przypadkach różne a.k.z. mogą mieć podobny zewnętrzny charakter i wykazywać tę samą zbieżność. Aby precyzyjnie określić tego rodzaju sytuacje, Whitehead wprowadza następujące definicje:

A.k.z. α *przykrywa* a.k.z. β, co symbolicznie zapisujemy $\alpha\, cov\, \beta$ wtw $(z)\,(z \in \alpha \rightarrow (Ez_1)\,(z_1 \in \beta \wedge zKz_1)$. W zbiorze wszystkich a.k.z. relacja *cov* jest zwrotna i przechodnia.

O dwóch a.k.z. α i β mówimy, że są *K-równoważne*, co symbolicznie zapisujemy $\alpha \overset{K}{\equiv} \beta$ wtw $\alpha\, cov\, \beta \wedge \beta\, cov\, \alpha$. Relacja K-równoważności jest zwrotna, symetryczna i przechodnia, a więc jest relacją równoważności w zbiorze wszystkich a.k.z. Symbolem $[\alpha]$ oznaczać będziemy klasę abstrakcji tej relacji generowaną przez α. Taką klasę abstrakcji, która jak wiadomo nie zależy od wyboru reprezentanta, nazywa Whitehead *elementem abstrakcyjnym*.

Niech α będzie a.k.z. a z pewnym zdarzeniem. Mówimy, że α *tkwi* w z i symbolicznie oznaczamy $t(\alpha, z)$ wtw $(Ez_1)\,(z_1 \in \alpha \wedge zKz_1)$.

Dwie a.k.z. α i β przecinają się, co zapisujemy $\alpha\, sec\, \beta$ wtw $(E\gamma)\,(\alpha\, cov\, \gamma \wedge \beta\, cov\, \gamma)$.

Powyższą definicję łatwo uogólnić na przypadek przecięcia się dowolnej skończonej ilości a.k.z. Jeżeli $\alpha_1, ..., \alpha_n$ są takimi klasami, to relację przecięcia zapisujemy $sec\,(\alpha_1 ... \alpha_n)$.

Niech A oznacza pewien zbiór a.k.z.

Abstrakcyjną klasę α nazywamy *A-minimalną* (*A-maksymalną*) wtw $\alpha \in A \wedge (\beta)\,(\beta \in A \rightarrow \beta\, cov\, \alpha)\,(\alpha \in A \wedge (\beta)\,(\beta \in A \rightarrow \alpha\, cov\, \beta))$.

Jeżeli w zbiorze A istnieją A-min (A-max) a.k.z. to są one K-równoważne, tzn. należą do tego samego elementu abstrakcyjnego. W ogólnym przypadku element abstrakcyjny generowany przez pewną A-min (A-max) a.k.z. nie musi zawierać się w zbiorze A.

Zbiór A nazywamy *regularnym* ze względu na min (max) wtw $(E\alpha)$ $(\alpha$ jest A-min$) \wedge [\alpha] \subset A$ $((E\alpha)$ $((\alpha$ jest A-max$) \wedge [\alpha] \subset A))$.

Oznaczmy przez 'EA' zbiór wszystkich elementów abstrakcyjnych, a zmienne przebiegające ten zbiór przez '$\underline{X}$', '$\underline{Y}$', '$\underline{Z}$'. Symbolem '$\underline{cov}$' oznaczmy określoną w zbiorze EA relację będącą odpowiednikiem relacji cov. Będziemy nazywać ją również relacją *przykrywania,* gdyż nie powinno prowadzić to do nieporozumień. Jej definicja jest następująca:

$\underline{X}\ \underline{cov}\ \underline{Y}$ wtw $(E\alpha)(E\beta)(\alpha \in \underline{X} \wedge \beta \in \underline{Y}\ \alpha\, cov\, \beta)$.

Łatwo sprawdzić, że relacja $\underline{cov}$ jest zwrotna, antysymetryczna i przechodnia, a więc para $(EA,\ \underline{cov})$ jest zbiorem częściowo uporządkowanym. Relację tkwienia elementu abstrakcyjnego $\underline{X}$ w zdarzeniu z oznaczamy przez '$\underline{t}$' i definiujemy: $\underline{t}(\underline{X}, z)$ wtw $(E\alpha)(\alpha \in \underline{X} \wedge t(\alpha, z))$. Relację przecięcia dla elementów abstrakcyjnych określamy podobnie jak dla abstrakcyjnych klas zdarzeń.

3. MOMENTY. SYSTEMY CZASOWE

Opierając się jedynie na relacji rozciągłości nie można zdefinować różnicy między zdarzeniami nieskończonymi a skończonymi. W pierwszym wydaniu PNK Whitehead utrzymywał, iż istnieje dokładnie jeden typ zdarzeń nieskończonych, którymi są trwania, i że formalnie można je scharakteryzować za pomocą a.k.z. W tym celu wprowadził pojęcie *absolutnie maksymalnej* a.k.z., przez którą rozumiał taką klasę zdarzeń α, która spełnia warunek

(1) $(\beta)\ (\beta\ cov\ \alpha \rightarrow \alpha\ cov\ \beta)$,

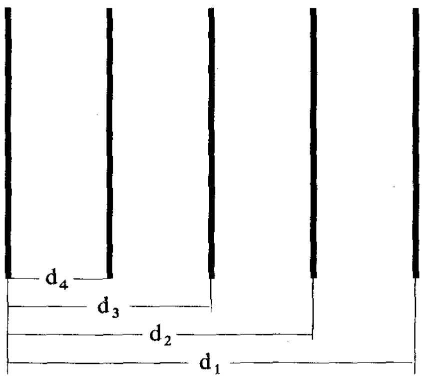
gdzie β jest dowolną a.k.z.

Trwania zostały zdefiniowane jako zdarzenia będące elementami absolutnie maksymalnych klas zdarzeń. Przez moment rozumiał Whitehead dowolny element abstrakcyjny generowany absolutnie maksymalną klasą zdarzeń, co równoważne jest twierdzeniu, że momenty są elementami maksymalnymi w zbiorze $(EA,\ \underline{cov})$.

W Note: *On Significance and Infinite Events* dołączonej do CN oraz w *Notes* zawartych w drugim wydaniu PNK z roku 1925 Whitehead osądził jako błędne definiowanie trwań za pomocą absolutnie maksymalnych klas zdarzeń. Twierdził tam, że zgodnie z jego teorią znaczenia należy przyjąć istnienie nie jednego, lecz dwóch różnych rodzajów zdarzeń nieskończonych.

... I come to the conclusion that [...] my limitation of infinite events to durations is untenable [...]. There is not only a significance of the discerned events embracing the whole present durations, but there is a significance of a cogredient event involving its extension throught a whole time-system backwards and forwards. In other words the essential "beyond" in nature is a definite beyond in time as well as in space (CN, s. 197).

Ponieważ trwania i nowy typ zdarzeń (czasowo-nieograniczonych) mogą równie dobrze być elementami absolutnie max klas zdarzeń, więc pojęcie trwania należy uznać za niedefiniowalne i przyjąć jako pierwotne. Definicja momentu w zasadzie nie ulega zmianie. *Moment* to element abstrakcyjny generowany przez abstrakcyjną klasę zdarzeń złożoną wyłącznie z trwań i spełniającą warunek (1). Można sądzić, iż ta definicja jest niepotrzebnie skomplikowana, gdyż moment wystarczy po prostu określić jako element abstrakcyjny generowany przez a.k.z. złożoną wyłącznie z trwań. Zdaniem Whiteheada taka definicja byłaby zbyt prosta. Nie wykluczałaby niewygodnych przypadków, gdy wszystkie należące do pewnej a.k.z. trwania miałyby jeden „brzeg" wspólny, jak to ilustruje rys. 2.



Rys. 2

Momenty zdefiniowane takimi klasami uniemożliwiłyby jednoznaczne określenie brzegu trwania.

Relacje między trwaniami i trwaniami a zdarzeniami skończonymi traktował Whitehead jako intuicyjnie oczywiste i nigdzie ich wyraźnie nie przedstawił. Poniższe aksjomaty są próbą eksplikacji tych intuicji. Symbole d, d_1, d_2 oznaczają trwania.

Fakt nieograniczoności resp. nieskończoności trwań częściowo odzwierciedla aksjomat:

X. (z) (d) (zKd → (*z* jest trwaniem)).

Za pomocą trwań przestrzenną ciągłość zdarzeń skończonych można wyrazić następująco:

XI. (z) (d) (z *sec* d → (*z* przecina d jednokrotnie)).

Szczególny sposób przecinania się trwań wyraża aksjomat:

XII. $(d)\,(d_1)\,(d\ sec\ d_1 \rightarrow (z)\,(z_1)\,(dKz \wedge dKz_1 \wedge d_1Kz_1 \wedge d_1Kz \rightarrow$
$(Ez_2)\,(z_2\underline{K}z \wedge z_2\underline{K}z_1 \wedge d_1\underline{K}z_2 \wedge d\underline{K}z_2)))$.

Dla przecinających się zdarzeń skończonych następnik tej implikacji jest równoważny ich jednokrotnemu przecinaniu się. Zatem z formalnego punktu widzenia tworzenie iloczynu dla przecinających się trwań nie nastręcza kłopotów. Jednak Whitehead tylko w szczególnych przypadkach dopuszczał istnienie takich iloczynów. Pisał bowiem:

"It is tempting, on the mathematical analogy of fourdimensional space, to assert the existence of unlimited events which may be called the complete intersections of pairs of non-parallel durations. It is dangerous however blindly to follow spatial analogies; and I can find no evidence for such unlimited events, forming the complete intersections of pairs of intersecting durations, except in the excluded case of parallelism when the complete intersection (if it exist) is itself duration" (PNK, s. 117–118).

O trwaniach d, d_1 mówimy, że przecinają się *silnie*, co symbolicznie zapisujemy "$d \, \underline{sec} \, d_1$" wtw $(Ed_2)(d \underline{K} d_2 \wedge d_1 \underline{K} d_2)$.

XIII. $(d)(\overline{d_1})(d \, \underline{sec} \, d_1 \rightarrow (Ez) \, psec \, (z, d, \bar{d}_1))$.

Z aksjomatów XII i X wynika, że dla silnie przecinających się trwań istnieje dokładnie jeden pseudoiloczyn i jest on trwaniem.

XIV. $(d)(d_1)(d_2)(d \underline{K} d_1 \wedge d \underline{K} d_2 \rightarrow d_1 \, d_1 \, nsec \, d_2 \vee d_1 \, \underline{sec} \, d_2)$.

Powyższy aksjomat wraz z X wyklucza istnienie zdarzenia rozciągającego się na trwania, które są zarazem połączone w sensie relacji *junc* i silnie się nie przecinają. Zdarzenie będące sumą trwań d, d_1 istnieje tylko w przypadku gdy są one silnie połączone. Definicje tej relacji otrzymujemy z definicji relacji *junc* (por. str 49) zamieniając w tej ostatniej zmienne z, z_1, z_2 odpowiednio zmiennymi d, d_1, d_2 i symbol '*sec*' na '$\underline{sec}$'. Dla silnie połączonych trwań d, d_1 aksjomat zabezpieczający istnienie sumy $d + d_1$ otrzymujemy z aksjomatu VIII zamieniając w nim relację połączenia relacją silnego połączenia. Zgodnie z X zdarzenie $d + d_1$ jest trwaniem.

Własności trwań związane ze zdefiniowaną poniżej relacją równoległości wyrażają aksjomaty:

XV. $(d)(d_1)(d_2)(d \, nsec \, d_1 \wedge d_1 \, nsec \, d_2 \rightarrow d \, nsec \, d_2 \vee d \, \underline{sec} \, d_2)$

XVI. $(d)(d_1)(d \, sec \, d_1 \wedge \neg (d \, \underline{sec} \, d_1) \rightarrow (d_2)(d_3)(d K d_2 \wedge \overline{d}_1 K d_3 \rightarrow d_2 \, sec \, d_3))$.

Za Whiteheadem relację *równoległości* w zbiorze trwań (oznaczamy ją symbolem '$\|$') określamy następująco: $d \| d_1$ wtw $d \, nsec \, d_1 \vee d \, \underline{sec} \, d_1$. Nietrudno sprawdzić, że relacja równoległości jest relacją równoważności w zbiorze trwań. Jej klasy abstrakcji oznaczać będziemy przez '$\underline{d}$', '$\underline{d}_1$', ...

W PNK na stronie 114 znajdujemy zdanie, które w naszej symbolice zapisujemy w postaci:

XVII. $(z)(\underline{d})(Ed)(d \in \underline{d} \wedge d \underline{K} z \wedge (d_1)(d K d_1 \rightarrow d_1 \, sec \, z))$.

Treść tego aksjomatu jest następująca: dla dowolnego zdarzenia i dowolnej klasy abstrakcji relacji równoległości istnieje trwanie należące do tej klasy, którego rozciągłość czasowa jest identyczna z rozciągłością czasową tego zdarzenia. Trwanie postulowane przez XVII nazywamy trwaniem *minimalnym* dla zdarzenia z względem klasy abstrakcji $\underline{d}$ i oznaczamy je symbolem $d_{z,\underline{d}}$. Za pomocą trwań minimalnych możemy dla danego zdarzenia z i klasy abstrakcji $\underline{d}$ określić części przestrzenne, czasowe i czasoprzestrzenne z względem $\underline{d}$.

Zdarzenie z_1 nazywa się: (i) częścią *przestrzenną* zdarzenia z względem klasy abstrakcji $\underline{d}$ wtw $zKz_1 \wedge d_{z,\underline{d}} = d_{z_1,\underline{d}}$; (ii) częścią *czasową* zdarzenia z względem klasy abstrakcji $\underline{d}$ wtw $(Ed)(d_{z,\underline{d}}Kd \wedge z_1 = z \cap d)$; (iii) częścią *czasoprzestrzenną* zdarzenia z względem klasy abstrakcji $\underline{d}$ wtw z_1 jest częścią czasową i częścią przestrzenną z względem klasy $\underline{d}$.

Niech symbolami oznaczającymi zmienne przebiegające momenty będą 'm', 'm_1', ...

Mówimy, że momenty m, m_1 są równoległe (symbolicznie oznaczamy $m \|^+ m_1$) wtw $(Ed)(Ed_1)(\underline{t}(m, d) \wedge \underline{t}(m_1, d_1) \wedge d \| d_1)$.

W zbiorze wszystkich momentów relacja równoległości jest relacją równoważności. Jej klasy abstrakcji oznaczymy literą M.

Moment m nazywamy *momentem granicznym* trwania d i symbolicznie oznaczamy symbolem $m|d$ wtw $(d_1)(\underline{t}(m, d_1) \rightarrow d \| d_1 \wedge (d\ sec!\ d_1 \vee d_1 K d))$.

Whitehead zakłada, że między momentami i trwaniami zachodzą następujące związki:

XVIII. (i) $(d)(E!m, m_1)(m|d \wedge m_1|d)$,

gdzie symbol '(E!..,..)' czytamy: 'istnieją dokładnie dwa różne ..,.. takie, że ...'

XVIII. (ii) $(m)(m_1)(m \neq m_1 \wedge m \| m_1 \rightarrow (Ed)(m_1|d \wedge m_2|d)$.

W zbiorze M Whitehead określa trójargumentową relację „leżenia między" w następujący sposób: $R(m, m_1, m_2)$ wtw $(Ed)(m|d \wedge m_2|d \wedge \underline{t}(m_1, d))$. O relacji R zakłada się, że spełnia aksjomaty relacji leżenia między dla prostej.

Parę uporządkowaną (M, R) Whitehead nazywa *systemem czasowym* a o zbiorze M zakłada, że jest mocy kontinuum.

Opierając się na przytoczonych aksjomatach nie można w sensie formalnym dowieść istnienia momentów, podobnie jak nie można tego zrobić dla pozostałych przedmiotów geometrycznych definiowanych za pomocą a.k.z. Whitehead twierdzi, że ich istnienie jest w oczywisty sposób potwierdzone przez zmysłowe poznanie przyrody, a dalsza formalizacja metody ekstensywnej abstrakcji nie wniosłaby niczego istotnie nowego. Moment jest

> ... a route of approximation to all nature which has lost its (essential) temporal extension; thus it is nature under the aspect of a three-dimensional instantaneous space (PNK, s. 112),

a zadaniem metody ekstensywnej abstrakcji jest wyrażenie tej własności za pomocą a.k.z.

Z pewnością natomiast poznanie zmysłowe nie jest w stanie zweryfikować założenia, iż zbiór momentów M jest nieprzeliczalny. Zostało ono *ad hoc* przyjęte, aby uniknąć konfliktu z metodami matematycznymi stosowanymi w fizyce, które opierają się na cantorowskim pojęciu kontinuum. Sądzimy, że bardziej zgodny z charakterem metody ekstensywnej abstrakcji jest niestandardowy odpowiednik tego pojęcia, jaki występuje np. w matematyce konstruktywistycznej.

Relacja leżenia między nie wystarcza do pełnego scharakteryzowania relacji między momentami w systemach czasowych. Za pomocą tej relacji nie można bowiem jednoznacznie zdefiniować relacji porządkującej zbiór M. Całkowite równouprawnienie (z formalnego punktu widzenia) kierunków upływu czasu w systemach czasowych jest niezgodne z mocno przez samego Whiteheada podkreślaną nieodwracalnością procesów czasowych

... the measurable time of science [...] exhibits some aspects of more fundamental fact of the passage of nature. I believe that in this doctrine I am in full accord with Bergson... (CN, s. 54).

4. GEOMETRIA W PRZESTRZENIACH MOMENTALNYCH

Pojęcie przestrzeni momentalnej resp. chwilowej (instantaneous space) nie występuje w PNK i pojawia się dopiero w CN. Definiuje ją Whitehead następująco: dla danego momentu m *przestrzeń momentalna* to zbiór $\underline{m}$ określony równością: $\underline{m} = \{\underline{X}: m\ cov\ \underline{X}\}$.

Nietrudno sprawdzić, że przestrzenie momentalne dwóch różnych i równoległych momentów są rozłączne. Przez *pęk* o liczebności k (k > 1) rozumiemy zbiór $\{m_1, ..., m_k\}$ parami różnych momentów taki, że $\bigcap_{i=1}^{k} \underline{m}_i \neq \emptyset$.

Niech m_1, m_2 będą nierównoległymi momentami. Zakładamy, że $\underline{m}_1 \cap \underline{m}_2 \neq \emptyset$. Przez *płaszczyznę* momentalną (w skrócie m-płaszczyznę) rozumiemy zbiór $\underline{m}_1 \cap \underline{m}_2$.

Aby zdefiniować prostą momentalną musimy przyjąć istnienie pęku $\{m_1, m_2, m_3\}$ takiego, że $\underline{m}_1 \cap \underline{m}_2 \cap \underline{m}_3 \subsetneqq \underline{m}_1 \cap \underline{m}_2$. Przez *prostą* momentalną (w skrócie m-prostą) rozumiemy zbiór $\underline{m}_1 \cap \underline{m}_2 \cap \underline{m}_3$.

Warunkiem koniecznym i dostatecznym istnienia punktu momentalnego jest istnienie pęku $\{m_1, m_2, m_3, m_4\}$ momentów o następującej właściwości: (W) dla dowolnego zbioru $\{m_j\}$ $j \in J$ parami nierównoległych momentów takiego, że $\{m_1, m_2, m_3, m_4\} \subset \{m_j\}$ $j \in J$ zachodzi $\bigcap_{j \in J} \underline{m}_j = \emptyset \vee \bigcap_{j \in J} \underline{m}_j = \bigcap_{i=1}^{4} \underline{m}_i \neq \emptyset$. Tylko pęki co najmniej czteroelementowe mogą mieć własność (W), gdyż jest ona konsekwencją trójwymiarowości przestrzeni momentalnej.

"The threedimensional property of instantaneous space comes to this, that (...) any fifth moment either contains the whole of thier common intersection or none of it. No further subdivision of the common intersection is possible by means of moments. The 'all or none' principle holds. This is not an a priori truth but an empirical fact of nature" (CN, s. 91).

Przez *punkt* momentalny (w skrócie m-punkt) rozumiemy zbiór $\underline{m}_1 \cap \underline{m}_2 \cap \cap \underline{m}_3 \cap \underline{m}_4$ przy czym pęk $\{m_1, m_2, m_3, m_4\}$ spełnia warunek (W).

O m-płaszczyźnie (m-prostej, m-punkcie) mówimy, że jest *współmomentalna* z momentem m wtw zawiera się w $\underline{m}$. Pewne m-płaszczyzny (m-proste, m-punkty) nazywają się '*współmomentalne*' wtw są współmomentalne z tym samym momentem. Z uwagi na zachodzenie następujących tożsamości: $\underline{m}_1 \cap \underline{m}_2 \cap \underline{m}_3 = (\underline{m}_1 \cap \underline{m}_2) \cap (\underline{m}_1 \cap \underline{m}_3) = \underline{m}_1 \cap (\underline{m}_2 \cap \underline{m}_3)$ każdą m-prostą wolno utożsamić z przecięciem dwóch współmomentalnych m-płaszczyzn lub z przecięciem m-przestrzeni z niewspółmomentalną z nią m-płaszczyzną. Analogicznie m-punkt wolno utożsamić z przecięciem trzech współmomentalnych m-płaszczyzn lub z przecięciem m-płaszczyzny ze współmomentalną m-prostą itp.

Dwie m-płaszczyzny n_1, n_2 współmomentalne z momentem m nazywa Whitehead '*równoległymi*' wtw (Em_1) (Em_2) $(m_1 \|^+ m_2 \wedge n_1 = \underline{m} \cap \underline{m}_1 \wedge n_2 = = \underline{m} \cap \underline{m}_2)$.

Jest oczywiste, że jeśli $m_1 = m_2$, to $n_1 = n_2$ oraz że relacja równoległości w zbiorze współmomentalnych m-płaszczyzn jest relacją równoważności.

Dwie m-proste l_1, l_2 zawarte w m-płaszczyźnie n są *równoległe* wtw istnieją dwie równoległe m-płaszczyzny n_1, n_2 takie, że $l_1 = n \cap n_1$ i $l_2 = n \cap n_2$.

Wprost z tych definicji wynika, że dwie równoległe m-płaszczyzny (m-proste) są albo identyczne albo rozłączne. Whitehead postuluje prawdziwość twierdzenia odwrotnego, tj. dwie współmomentalne m-płaszczyzny, które nie przecinają się, są równoległe.

Definicję równoległości Whitehead uogólnił na przypadek niewspółmomentalnych m-płaszczyzn i m-prostych.

Dwie m-płaszczyzny n_1, n_2 nazywamy '*równoległymi*' wtw (Em_1) (Em_2) (Em_3) (Em_4) $(m_1 \|^+ m_3 \wedge m_2 \|^+ m_4 \wedge n_1 = \underline{m}_1 \cap \underline{m}_2 \wedge n_2 = \underline{m}_3 \cap \underline{m}_4)$. Zamieniając w tej definicji momenty na m-płaszczyzny otrzymujemy określenie równoległości m-prostych (niekoniecznie współmomentalnych).

Porządek m-punktów na m-prostych jest pochodną porządku momentów w systemie czasowym. Rozumie to Whitehead następująco:

dla dowolnych trzech punktów p, p_1, p_2 leżących (zawartych) na m-prostej l m-punkt p_1 *leży między* p, p_2 wtw (Em) (Em_1) (Em_2) $(m, m_1, m_2 \in M \wedge \wedge p \subset \underline{m}_1 \wedge p_1 \subset \underline{m}_1 \wedge p_2 \subset \underline{m}_2 \wedge R(m, m_1, m_2))$, gdzie M jest pewną klasą abstrakcji relacji $\|^+$.

Dalej Whitehead zakłada, że m-przestrzenie z określonymi powyżej m-płaszczyznami, m-punktami, m-prostymi, relacją równoległości i relacją leżenia między dla m-punktów są trójwymiarowymi afinicznymi przestrzeniami euklidesowymi, tj. spełnione są aksjomaty incydencji i Playfairego aksjomat o równoległych, zgodnie z którym dla dowolnej m-płaszczyzny n i m-punktu p nie leżącego na n istnieje dokładnie jedna m-płaszczyzna zawierająca p i równoległa do n (explicite Whitehead nie wspomina o Playfairem, tylko krótko stwierdza, że "within any moment the whole theory of euclidean parallelism (so far as it is non-metrical) follows..." (PNK, s. 118)). Zdaniem autora *The Concept of Nature* przytoczone definicje wyrażają doniosły fakt, że „cały porządek w przestrzeni momentalnej jest jedynie wyrazem porządku w czasie" oraz, że

"there can be no time apart from space; and no space apart from time; and no space and no time apart from the passage of the events of nature" (CN, s. 142).

5. BRYŁY, POWIERZCHNIE, DROGI

Naszym obecnym zadaniem jest określenie przedmiotów geometrycznych zawartych w czasoprzestrzeni. Rozpoczniemy od zdefiniowania najprostszego przedmiotu tego rodzaju, jakim jest zdarzenie elementarne (event-particle).

Niech p będzie m-punktem, a A_p zbiorem postaci: $\{\alpha : (\beta)(\beta \in p \rightarrow \alpha \, cov \, \beta)\}$, tj. A_p jest zbiorem tych abst. kl. zd., które przykrywają wszystkie elementy należące do m-punktu p.

Zdarzenie elementarne (w skrócie z. e.) to element abstrakcyjny generowany przez A_p-min abst. kl. zd. (milcząco zakładamy, że dla dowolnego m-punktu istnieje taka abst. kl. zd.). O zdefiniowanym w ten sposób z.e. Whitehead pisze:

"... is an instantaneous point viewed in the guise of an atomic event. The punct which an event-particle covers gives it an absolute position in the instantaneous space of any moment in which it lies" (PNK, s. 121–122).

Zdarzenia elementarne przykryte przez pewien moment nazywamy współmomentalnymi. Z.e. które nie są współmomentalne nazywamy kolejnymi (sequent).

Niech z oznacza zdarzenie a x z.e. Zachodzi jeden z trzech następujących przypadków:

(i) $(Ez_1)\,(z_1 \; nsec \; z \wedge \underline{t}(x, z_1))$,

(ii) $(Ez_1)\,(\underline{t}(x, z_1) \wedge (z_1 \; sec! \; z \vee z_1 k z))$,

(iii) $\underline{t}(x, z)$.

Zdarzenia elementarne, które spełniają (i), nazywamy *zewnętrzem* zdarzenia z, te które spełniają (ii), nazywamy *brzegiem* lub granicą z, zaś te, które spełniają (iii), nazywamy *wnętrzem* zdarzenia z.

Dwa zdarzenia są w *kontakcie* wtw ich brzegi mają przynajmniej jedno z.e. wspólne, a ich wnętrza są rozłączne. Whitehead twierdzi, że dwa zdarzenia dołączone są w kontakcie.

Przez „bryłę" (solid), „powierzchnię" (area), „drogę" (route) rozumieć będziemy odpowiednio trój-, dwu-, i jednowymiarowe obszary czasoprzestrzeni. Ich definicje są następujące: *bryła* jest zbiorem z.e. będącym iloczynem (teoriomnogościowym) brzegów dwóch dołączonych zdarzeń (należy pamiętać, iż zdarzenie jest pewnym czterowymiarowym przedmiotem). Jeżeli wszystkie z.e. należące do pewnej bryły są współmomentalne, to taką bryłę nazywamy *voluminem,* w przeciwnym wypadku nazywamy ją *bryłą wędrującą* (vagrand solid). Volumin można również zdefiniować jako dowolny zbiór współmomentalnych z.e. tkwiących w pewnym zdarzeniu. Analogicznie powierzchnia jest zbiorem współmomentalnych zdarzeń należących do pewnej bryły wędrującej.

Dla bryły i powierzchni podaje Whitehead również alternatywne definicje w terminach a.k.z.

Abst. kl. zd. nazywa się '*prostą*' wtw brzegi dowolnych zdarzeń należących do tej klasy są rozłączne. Niech *A* będzie zbiorem prostych a.k.z., które przykrywają wszystkie z.e. będące wspólną granicą dwóch dołączonych zdarzeń. Przez bryłę rozumiemy element abstrakcyjny generowany przez A-min a.k.z. Podobnie definiujemy powierzchnie. Z formalnego punktu widzenia te nowe definicje są niepotrzebne i bez wartości, gdyż w pewnym sensie opierają się na poprzednich. Przytoczyliśmy je tutaj, gdyż sądzimy, iż Whitehead przypisywał im pewne znaczenie epistemologiczne.

"The instantaneous volumes in instantaneous space which are ideals of our sense-perception are volumes as abstractive elements. What we really perceive with all our efforts after exactness are small events for enough down some abstractive set belonging to the volume as an abstractive element" (CN, s. 102).

Lojalnie jednak zaznaczył, iż z tego punktu widzenia status bryły wędrującej jest niejasny.

"It is difficult to known how far we approximate to any perception of vagrand solid" (CN, s. 102).

Trudno zatem dokładnie oszacować, na czym polega wartość nowych definicji.

W następnym wierszu Whitehead sugeruje, iż brzeg zdarzenia skończonego można uważać za szczególny przypadek bryły wędrującej. Treść tej sugestii jest problematyczna, bowiem teoria zdarzeń Whiteheada nie dostarcza żadnej wskazówki, która pomogłaby rozstrzygnąć problem, czy dla dowolnego zdarzenia skończonego, które zawiera się w innym skończonym zdarzeniu, istnieje w tym zdarzeniu jego dopełnienie. Jest to ważne, gdyż tylko w przypadku odpowiedzi pozytywnej można by brzeg zdarzenia definiować jako bryłę wędrującą.

Pozostały nam do zdefiniowania jednowymiarowe przedmioty czasoprzestrzenne, czyli drogi.

Zdefiniujmy najpierw liniową a.k.z. Niech α będzie a.k.z. Symbolem '$c\ \alpha$' oznaczymy zbiór zdarzeń elementarnych przykrytych przez α. Niech x, x_1 oznaczają różne z.e. Prostą a.k.z. γ nazywamy liniową wtw $(x, x_1 \in c\gamma) \wedge \wedge \neg (E\alpha)\,(x, x_1 \in c\alpha \wedge c\alpha \subset c\gamma)$.

Zdarzenia elementarne x, x_1 nazywają się końcami a.k.z. γ. *Droga* (route) o końcach x, x_1 to zbiór z.e. przykrytych przez pewien element abstrakcyjny generowany przez liniową a.k.z. o końcach x, x_1. (Jest oczywiste, że istnieć może nieskończenie wiele różnych dróg o końcach x, x_1).

Drogę nazywamy prostoliniową, jeżeli jej wszystkie z.e. leżą na pewnej m-prostej lub p-śladzie (por. pkt 6).

Ważnym rodzajem drogi jest droga, która reprezentuje możliwy tor ruchu przedmiotu materialnego.

Drogę taką, że (i) jej punkty końcowe są kolejne, (ii) każdy moment, który w pewnym systemie czasowym leży między momentami przykrywającymi jej punkty końcowe ma z tą drogą dokładnie jedno z.e. wspólne, nazywamy *drogą kinematyczną.*

6. WSPÓŁBIEŻNOŚĆ. PUNKTY W PRZESTRZENIACH BEZCZASOWYCH. MATRYCE

W celu zdefiniowania bezczasowych przestrzeni w systemach czasowych Whitehead wprowadza nową, niedefiniowalną przez relację rozciągłości dwuargumentową relację *współbieżności* (cogredience). Zdarzenie skończone jest współbieżne z pewnym trwaniem, jeżeli ma ono ustalone, przestrzennie niezmienne miejsce w tym trwaniu oraz jego czasowa rozciągłość jest identyczna z czasową rozciągłością tego trwania. Whitehead tak charakteryzuje tę relację:

"An event can be cogredient with only one duration. To have this relation to the duration it must be temporally present throught the duration and exhibit one specific meaning of »here«. But a duration can have many events cogredient with it [...]. Thus cogredience is a condition for a percipient event yielding unequivocal meanings to »here« and »now«" (PNK, s. 70–71).

oraz

"Cogredience is the preservation of unbroken quality of standpoint within the duration" (CN, s. 110).

Relacja współbieżności odgrywa dwojaką rolę w teorii Whiteheada:

(i) stanowi podstawę dla określenia ruchu i spoczynku, a tym samym leży u podstaw kinematyki,

(ii) jest koniecznym składnikiem w jego teorii znaczenia, gdyż przedmiotem aktu percepcji zmysłowej jest dokładnie to trwanie, z którym współbieżne jest zdarzenie spostrzeżeniowe będące nośnikiem tego aktu.

Relację współbieżności oznaczymy literą G. Wyrażenie „zGd" czytamy „zdarzenie (skończone) z jest współbieżne z trwaniem d". Wprawdzie ta relacja ma fundamentalne znaczenie w metodzie ekstensywnej abstrakcji, jednak Whitehead nigdzie explicite nie wyraził jej podstawowych własności. Poniższe aksjomaty stanowią próbę uzupełnienia tej luki.

XIX. $(z)\,(d)\,(zGd \rightarrow \neg(Ed_1)\,(d \neq d_1 \wedge zGd_1)$,

XX. $(z)\,(d)\,(zGd \rightarrow d = d_{z,[d]})$ (symbol [d] oznacza klasę abstrakcji relacji $\|$ generowaną trwaniem d),

XXI. $(z)\,(d)\,(d_1)\,(zGd \wedge dKd_1 \rightarrow z \cap d_1 G d_1)$,

XXII. $(x)\,(d)\,(\underline{t}(x, d) \rightarrow (Ez)\,(\underline{t}(x, z) \wedge zGd))$,

XXIII. $(z)\,(x)\,(d)\,(\underline{t}(x, z) \wedge zGd \rightarrow (Ez_1)\,(\underline{t}(x, z_1) \wedge zKz_1 \wedge z_1 G d))$ ('x' oznacza zmienną przebiegającą z.e.).

Niech x będzie z.e., a d trwaniem takim, że $\underline{t}(x, d)$. Za Whiteheadem, przez *pozycję* (station) z.e. *x* w trwaniu *d* rozumiemy zbiór S^x_d zdefiniowany równością: $S^x_d = \{x_1 : (z)\,(zGd \wedge \underline{t}(x_1, z) \rightarrow \underline{t}(x, z))\}$. Pozycja z.e. *x* w trwaniu *d* jest więc zbiorem tych zdarzeń elementarnych, które tkwią w każdym zdarzeniu, które zarazem jest współbieżne z d i tkwi w nim x.

Whitehead sformułował również alternatywną definicję pozycji jako abstrakcyjnego elementu. Niech 'A_x' oznacza zbiór a.k.z. takich, że $\alpha \in A_x$ wtw $(z)\,(z \in \alpha \equiv \underline{t}(x, z) \wedge zGd)$ (aksjomaty XXI i XXIII gwarantują niepustość zbioru A_x). Przez pozycję z.e. x w trwaniu d rozumiemy element abstrakcyjny generowany przez A_x-min a.k.z.[13]

Whitehead twierdzi, że "It follows from the peculiar properties of rest that two stations belonging to the same duration cannot intersect" (CN, s. 113). Zdanie to nie jest konsekwencją przyjętych dotychczas aksjomatów i należy je do nich dołączyć.

XXIV. $(x)\,(x_1)\,(d)\,(S^x_d \cap S^{x_1}_d \neq \emptyset \rightarrow S^x_d = S^{x_1}_d)$.

Prostą konsekwencją aksjomatu XXI i definicji pozycji jest twierdzenie:

$$(x)\,(d)\,(d_1)\,(d\underline{K}d_1 \wedge \underline{t}(x, d_1) \rightarrow S^x_{d_1} \subset S^x_d).$$

Niech (M, R) będzie pewnym systemem czasowym a $\underline{d}$ taką klasą abstrakcji, że jej elementami są te trwania, które należą do a.k.z. należących do momentów z M. W zbiorze wszystkich zdarzeń elementarnych określamy następującą relację:

$$\text{‘}s_d(x, x_1)\text{’ wtw } (Ed)\,(d \in \underline{d} \wedge S^x_d = S^{x_1}_d)\text{’}.$$

Wyrażenie '$s_d(x, x_1)$ czytamy: 'z.e. *x* ma *tą samą pozycję* co z.e. x_1.

Wprost z definicji wynika, że relacja s_d jest zwrotna i symetryczna. Wykażemy, że jest przechodnia. Rzeczywiście, załóżmy, że $s_d(x, x_1) \wedge s_d(x_1, x_2)$, tj. $(Ed)\,(d \in \underline{d} \wedge S^x_d = S^{x_1}_d) \wedge (Ed_1)\,(d_1 \in \underline{d} \wedge S^{x_1}_{d_1} = S^{x_2}_{d_1})$. Z definicji pozycji wynika, że $\underline{t}(x_1, d) \wedge \underline{t}(x_1, d_1)$, a ponieważ d, d_1 są równoległe, więc $d\,\underline{sec}\,d_1$. Istnieją zatem $d + d_1$ oraz $d \cap d_1$.

W myśl odnotowanego powyżej twierdzenia zachodzi $(S^{x_1}_{d \cap d_1} \subseteq S^{x_2}_{d + d_1}) \wedge (S^{x_1}_{d \cap d_1} \subseteq S^{x_2}_{d + d_1})$. Zatem $S^x_{d + d_1} \cap S^{x_2}_{d + d_1} \neq \emptyset$. Zgodnie z aksjomatem XXIV zachodzi $S^x_{d + d_1} = S^{x_2}_{d + d_1}$ Q.E.D.

---

[13] Zdaniem Whiteheada obydwie definicje są równoważne w tym sensie, że zbiór z.e. przykrytych przez element abstrakcyjny generowany A_x-min. a.k.z. jest identyczny ze zbiorem S^x_d.

W zbiorze wszystkich z.e. relacji s_d (dla ustalonego $\underline{d}$) jest relacją równoważności.

Dowolną klasę abstrakcji relacji s_d nazywamy '*p-śladem*' (point-track) systemu czasowego (M, R), a zbiór wszystkich p-śladów z tego systemu nazywamy '*przestrzenią bezczasową*' (time-less space) systemu czasowego (M, R).

Niech 'ś' oznacza pewien p-ślad. Zachodzą następujące związki:

XXV. $(x)(x_1)(x \neq x_1 \wedge x, x_1 \in ś \rightarrow \neg(Em)(x, x_1 \in m))$,

XXVI. Jeżeli dowolny zbiór P p-śladów z systemu (M, R) przecina pewną m-przestrzeń z (M, R) w m-prostej l, to zbiór P przecina każdą m-przestrzeń z (M, R) w m-prostej równoległej do l.

Z XXV wynika, że dowolny p-ślad przecina każdą m-przestrzeń w dokładnie jednym z.e. Można więc przyjąć, że porządek z.e. należących do dowolnego p-śladu z (M, R) jest izomorficzny z porządkiem momentów w zbiorze M.

p-ślady pozwalają uogólnić pojęcie prostoliniowości na niewspółmomentalne zbiory z.e. i w tym sensie są odpowiednikami m-prostych. Podobnymi odpowiednikami m-płaszczyzn są matryce (matrix). Whitehead charakteryzuje je jako: "a two-dimensional plane in the four-dimensional geometry of event-particles. m-planes and matrices together make up the complete set of such two-dimensional planes, and have the usual properties of such planes..." (PNK, s. 133). Jego definicja matrycy podana w PNK s. 113 nie jest poprawna. Zgodnie z jego określeniem matryca nie mogłaby zawierać śladów zerowych, chociaż już na następnej stronie autor *The Concept of Nature* wyraźnie twierdzi, że każda matryca zawiera takie ślady.

Niech l, l_1 będą niewspółmomentalnymi, równoległymi m-prostymi.

Przez *matrycę* rozumiemy zbiór z.e. należących do p-śladów i m-prostych przechodzących przez l i l_1.

Analogicznie matrycę można określić za pomocą dwóch p-śladów należących do tej samej przestrzeni bezczasowej. Matryce oznaczać będziemy przez 'Mt'.

Zbiór z.e. zawarty w matrycy taki, że żadne dwa różne z.e. z tego zbioru nie leżą ani na m-prostej, ani na p-śladzie nazywa Whitehead '*śladem zerowym*' (null-track). (W języku fizyki relatywistycznej m-proste, p-ślady i ślady zerowe noszą nazwę odpowiednio: 'prostych przestrzenno-podobnych, 'prostych czaso-podobnych' i 'prostych zerowych'.)

Za pośrednictwem matryc Whitehead definiuje relację normalności, która jest uogólnieniem — znanej z geometrii elementarnej — relacji prostopadłości.

Każdy p-ślad z przestrzeni bezczasowej systemu (M, R) nazywamy '*normalnym do dowolnego momentu* (m-przestrzeni) z M i vice versa, tj. p-ślady i momenty są wzajemnie normalne.

Matryca Mt nazywa się '*normalną do momentu m* (m-przestrzeni)' wtw Mt zawiera p-ślad normalny do m.

m-płaszczyznę n nazywamy '*normalną do matrycy Mt*' wtw istnieją momenty m_1, m_2 normalne do Mt i takie, że $n = \underline{m}_1 \cap \underline{m}_2$.

Whitehead twierdzi, że zachodzi następujący związek między normalnymi m-płaszczyznami i matrycami:

XXVII. Dla dowolnego z.e. x należącego do matrycy Mt istnieje dokładnie jedna m-płaszczyzna normalna do Mt i przechodząca przez x; i odwrotnie, dla dowolnego z.e. x należącego do m-płaszczyzny n istnieje dokładnie jedna matryca normalna do n i przechodząca przez x. Ponadto x jest jedynym z.e. wspólnym Mt i n.

Niech matryca Mt i m-płaszczyzna n będą normalne w z.e. x. Dowolną m-prostą z n nazywamy *normalną w z.e. x do dowolnej m-prostej (p-śladu) zawartej* w Mt i przechodzącej przez x. Dwie normalne m-proste w pewnym z.e. nazywają się prostopadłymi.

W przestrzeni bezczasowej systemu (M, R) afiniczną strukturę euklidesową określamy następująco: (i) prostą utożsamiamy ze zbiorem p-śladów takim, że każda m-przestrzeń z (M, R) przecina ten zbiór w pewnej m-prostej, (ii) płaszczyznę ze zbiorem p-śladów takim, że każda m-przestrzeń z (M, R) przecina ten zbiór w pewnej m-płaszczyźnie. Dla tak zdefiniowanych prostych i płaszczyzn relacje leżenia między, równoległości i prostopadłości określamy na podstawie analogicznych relacji dla m-prostych i m-płaszczyzn.

Mając zdefiniowane relacje równoległości, normalności Whitehead może określić relację kongruencji niezależnie od metryki. Nie będziemy omawiać tego zagadnienia, gdyż wykracza ono poza ramy metody ekstensywnej abstrakcji. Odnotujmy jedynie, iż zdaniem Whiteheada geometria niemetryczna ma logiczne i epistemologiczne pierwszeństwo w określaniu czasoprzestrzennej struktury przyrody, gdyż

... it must be remembered that measurement is essentially the comparison of operation which are preformed under the same set assigned conditions. If there is no possibility of assigned conditions applicable to different circumstances, there can be no measurement. We cannot, therefore, begin to measure in space until we have determined a non-metrical geometry and have utilized it to assign conditions of congruence agreeing with our sensible experience (ET, s. 247).

7. UWAGI KOŃCOWE

Z fizycznego punktu widzenia istnienie punktów, prostych, płaszczyzn, zdarzeń elementarnych itp. jest z pewnością bardzo kontrowersyjne. Podjętą przez Whiteheada próbę skonstruowania tych przedmiotów jako pewnych zbiorów złożonych z przedmiotów fizycznych (zdarzeń) i definiowanych na podstawie relacji rozciągłości należy uznać za w pełni pożądaną.

Głównym atutem metody ekstensywnej abstrakcji jest znikoma liczba pojęć pierwotnych w stosunku do liczby i różnorodności pojęć zdefiniowanych.

Przypomnijmy, że za pomocą relacji rozciągłości, relacji współbieżności, zdarzenia skończonego, trwania i zdarzenia pełnego zdefiniowane zostały: system czasowy, afiniczna geometria w m-przestrzeniach i przestrzeniach bezczasowych, relacje równoległości i prostopadłości, zdarzenie elementarne, bryły, powierzchnie i drogi. Jest to imponujący spis osiągnięć, jeśli weźmie się pod uwagę, iż była to pionierska próba zinterpretowania pojęć geometrycznych i czasowych na podstawie rozciągłych zdarzeń.

Wątpliwa natomiast wydaje się prawomocność tej metody w świetle postulatu, że jedynym źródłem wiedzy o zdarzeniach i ich własnościach jest poznanie zmysłowe. Ten postulat można interpretować co najmniej w dwojaki sposób. W sensie mocnym mówiłoby on, iż dla dowolnych zdarzeń prawdziwość aksjomatów I–XVII daje się zweryfikować przy oparciu się na konkretnych aktach percepcji. W tej interpretacji twierdzenie to byłoby niewątpliwie fałszywe. Z pewnością nie istnieje akt percepcji zmysłowej, który pozwoliłby zweryfikować aksjomat np. II (i) dla zdarzeń trwających krócej niż np. 10^{-2} s. Nawet dla zdarzeń makroskopowych weryfikacja aksjomatów XV i XVI wydaje się wątpliwa (pomijam tu problem, czy w ogóle istnieje „ostateczna" weryfikacja). Słaba interpretacja tego postulatu stwierdzałaby jedynie, iż makroskopowe własności zdarzeń ekstrapolujemy na zasadzie analogii na inne np. mikroskopowe zdarzenia. Wówczas należałoby uzasadnić prawomocność takiej ekstrapolacji, czego Whitehead nie uczynił.

W świetle fizyki kwantowej istnienie części zdarzeń trwających np. 10^{-20} s jest niemniej problematyczne jak istnienie punktów. Gdybyśmy przypisali tego rodzaju zdarzeniom istnienie tylko potencjalne, to wówczas i charakter metody ekstensywnej abstrakcji musiałby ulec zmianie. A.k.z. składałyby się z dwóch ontycznie różnych rodzajów zdarzeń aktualnych i potencjalnych. Podobne wątpliwości rodzą się w związku z aksjomatami XXII i XXIII. Wprawdzie Whitehead wyraźnie ich nie sformułował, jednak są one milcząco założone w jego definicji pozycji. Wystarczy przeanalizować tylko pierwszy z nich, gdyż poniższe uwagi *mutatis mutandis* dotyczą również drugiego. Treść XXII jest następująca: dla każdego zdarzenia elementarnego x tkwiącego w trwaniu d istnieje zdarzenie współbieżne z d, w którym x tkwi; innymi słowy, w każdym miejscu trwania d istnieje zdarzenie, które spoczywa względem d. Rozpatrzmy trwanie d współbieżne z Toruniem. Wtedy w miejscu, gdzie przepływa Wisła, współistnieją dwa zdarzenia: jedno będące przepływającą Wisłą (nie jest ono współbieżne z d) oraz drugie, które jest w spoczynku względem d, tj. w dokładnie tym samym miejscu trwania d istnieją zdarzenia poruszające się względem d i spoczywające względem d. Tej paradoksalnej konkluzji można by uniknąć zakładając tylko potencjalne istnienie niektórych zdarzeń. Jednak wtedy status ontyczny p-śladów byłby odmienny od statusu momentów. W przeciwieństwie do tych ostatnich p-ślady nie byłyby abstrakcjami z realnych zdarzeń. Whitehead potencjalnego istnienia zdarzeń w ogóle nie rozważał. Również za mało udane należy uznać definicje zdarzenia elementarnego, m-prostych (-płaszczyzn), relacji równoległości i prostopadłości. Zakładają one istnienie nierównoległych momentów, przez co tracą na ogólności. Z teorii Whiteheada nie wynika ani istnienie takich momentów, ani jakiekolwiek informacje na temat sposobu w jaki się one przecinają. Podobnie założenie o afinicznym i enklidesowym charakterze m-przestrzeni, aksjomat XXVII nie mają żadnego poparcia na gruncie jego epistemologii i jawią się jako hipotezy *ad hoc* przyjęte tylko po to, aby zapewnić sobie zgodność z koncepcją czasoprzestrzeni – szczególnie teorii względności. (Zauważmy, iż nie można uzasadniać afinicznego i euklidesowego charakteru m-przestrzeni powołując się na dane poznania zmysłowego, gdyż m-płaszczyzna (m-prosta) "as a whole is a mere logical notion without any rout of approximation along entities posited in sense-awareness" (CN, s. 91)).

Sądzę, iż pomimo tych wad metoda ekstensywnej abstrakcji w zasadzie spełniła powierzone jej zadanie. Dzięki niej Whitehead zdołał wykazać, że dla potrzeb fizyki nie trzeba zakładać realnego istnienia punktów, momentów, itp. (rozumianych jako przedmioty nierozciągłe) i w ten sposób częściowo obronił swoją procesualną koncepcję przyrody przed najpoważniejszym zarzutem: całkowitej nieprzydatności dla nauki.