Bożena Czernecka-Rej

Problem jednej filozofii nauk formalnych

Analiza i Egzystencja 18, 152-160

2012

BOŻENA CZERNECKA-REJ

PROBLEM JEDNEJ FILOZOFII NAUK FORMALNYCH

Zygmunt Hajduk, *Zarys filozofii nauk formalnych*, Lublin: Wydawnictwo KUL 2011, ss. 332.

Przyspieszonemu rozwojowi nauk formalnych, zwłaszcza logiki i matematyki, od końca XIX stulecia nie towarzyszy równie intensywny rozwój refleksji filozoficznej nad tymi naukami. Większość współczesnych matematyków i logików zaniedbuje, a nawet celowo odrzuca kwestie filozoficzne, uważając, że nie mają one żadnego praktycznego znaczenia i zasadniczo nie są interesujące. Jeżeli wokół nauk formalnych podejmuje się dyskurs filozoficzny, to w głównej mierze czynią to filozofowie. Podkreślają oni, że uprawianie filozofii matematyki (logiki) może owocować interesującymi wynikami, jak również może wytyczać nowe kierunki badań.

Fakt, że najdoskonalej zaawansowane nauki mają tak słabo rozwiniętą, fragmentaryczną filozofię stanowił wyzwanie dla filozofa, profesora Katolickiego Uniwersytetu Lubelskiego, Zygmunta Hajduka. Recenzowana książka jest dopełnieniem jego wieloletnich badań nad filozoficznym ugruntowaniem nauk formalnych. Autor opublikował do tej pory sześć książek (w tym dwa skrypty o kilku książkowych wydaniach) i ponad 200 artykułów, w których łączy problematykę filozoficzną z problematyką nauk szczegółowych.

Omawiana praca składa się z dziesięciu rozdziałów, z których pierwsze trzy kreślą obszar badawczy: czym jest filozofia nauki i czym są nauki formalne, sześć rozdziałów dotyczy filozofii matematyki, a jeden (piąty) – filozofii logiki. Do pracy dołączono obszerną bibliografię oraz indeksy – osobowy i rzeczowy.

We *Wprowadzeniu* znajdujemy ogólne uwagi na temat filozofii nauki, w szczególności postulaty takiego jej uprawiania, aby była przydatna dla samej nauki. Autor wyjaśnia także, w jaki sposób filozofia nauki może wywierać wpływ na samą naukę i technikę. Następnie opisuje rolę oraz rodzaje metod formalnych stosowanych w filozofii nauki. Kolejny rozdział pracy zawiera zwięzłą charakterystykę nauk formalnych: logiki i matematyki. Wspólną cechą obu nauk jest stosowanie w uzasadnianiu tez metody aksjomatyczno-dedukcyjnej oraz tworzenie przez te nauki narzędzi do badania wielu problemów metodologicznych. Wśród nauk o naukach formalnych można wyróżnić dwie dyscypliny: metamatematykę (metalogikę) oraz filozofię matematyki (filozofię logiki). Pierwsza, będąca działem matematyki (logiki), uprawiana jest za pomocą środków ściśle formalnych, druga natomiast jest dyscypliną filozoficzną. Metamatematyka w trakcie swej stosunkowo krótkiej historii osiągnęła już istotne wyniki, podczas gdy filozofia matematyki uchodzi raczej za „zbiór problemów otwartych oraz mniej lub bardziej ugruntowanych opinii", a jej kontury „nie są dostatecznie wyraźne" (s. 41).

W rozdziałach czwartym oraz szóstym, siódmym i ósmym Autor na tle różnych poglądów prezentuje własne, oryginalne stanowisko w filozofii matematyki. W rozdziale zatytułowanym *Matematyka a rzeczywistość* czytamy, iż pełna filozofia matematyki obejmuje następujące działy: ontologię matematyki, semantykę matematyki, epistemologię matematyki, metodologię matematyki i aksjologię matematyki. Hajduk odróżnia rzeczy materialne od konstruktów matematycznych, istnienie realne od istnienia formalnego. Istnienie realne jest absolutne, zmienne, niezależne od kontekstu, istnienie formalne zaś względne, zależne od kontekstu, nacechowane niezmiennością i podatnością na pojęciowanie.

Ważnym pytaniem ontologicznym jest pytanie o odniesienie matematyki do rzeczywistości. Autor głosi tezę o neutralności ontologicznej matematyki czystej. Obiekty matematyczne są pod pewnymi względami podobne do tworów z obszaru na przykład mitologii czy sztuki, ponieważ wszystkie one są fikcjami. Fikcje matematyczne różnią się jednak od fikcji innego typu przede wszystkim tym, że nie są swobodnymi wytworami wyobraźni, nie istnieją arbitralnie, są teoriami lub referentami teorii, są w pełni racjonalne oraz społecznie neutralne (s. 63–64).

Kontynuacja rozważań z rozdziału czwartego znajduje się w rozdziale szóstym, w którym Hajduk odróżnia matematykę czystą i stosowaną. Matematykę czystą definiuje jako „dociekanie środkami pojęciowymi, *a priori*, problemów dotyczących systemów pojęciowych lub ich członów celem znalezienia (odkrycia lub inwencji) schematów przez takie obiekty spełnionych oraz uzasadnień jedynie na drodze dowodów". Z kolei matematyka stosowana w ujęciu autora to „dociekanie problemów jawiących się w naukach faktualnych, w technice i humanistyce, za pomocą konstruktów należących do matematyki czystej”. Hajduk jest zwolennikiem formalizmu instrumentalnego (albo inaczej: instrumentalizmu formalnego), stanowiska, z którym przez pewien czas sympatyzował Bertrand Russell, głoszącego, że matematyka nie odnosi się ze swej istoty do rzeczywistości. Stanowi ona natomiast podstawowy język nauki i techniki oraz narzędzie budowania precyzyjnego aparatu pojęciowego i dedukcyjnych rozumowań. Matematyka nie jest zatem wiedzą faktualną, lecz nieodzownym środkiem pozyskiwania precyzyjnej i dogłębnej wiedzy faktualnej.

W dwóch kolejnych rozdziałach *Podstawy matematyki a filozofia* i *Kierunki filozofii matematyki* Hajduk dokonuje charakterystyki klasycznych stanowisk w kwestii podstaw oraz stowarzyszonych z nimi kierunków filozofii matematyki: logicyzmu – opartego na idealizmie, zwłaszcza na platonizmie, formalizmu – opartego na nominalizmie, intuicjonizmu – opartego na konstruktywizmie. Autor opowiada się za pluralizmem w dziedzinie podstaw oraz postuluje budowę nowej, zgodnej z nim, filozofii matematyki. Uważa bowiem, iż każda z podstawowych strategii ujmuje jakiś aspekt matematyki: logicyzm i formalizm akcentują jej stronę dedukcyjną, natomiast intuicjonizm ma na uwadze heurystykę matematyki. Z tej racji ujęcia te dopełniają się nawzajem, a nie wykluczają.

Zarysowaną przez siebie filozofię matematyki Hajduk określa mianem fikcjonalizmu. Ma to być taka filozofia, która, po pierwsze, obejmuje wszystkie działy, od ontologii (poprzez semantykę, epistemologię, metodologię), po aksjologię, po drugie, jest zgodna z pluralizmem podstaw, a zarazem, po trzecie, jest zgodna z ideami ogólnego systemu filozoficznego, którego byłaby integralnym fragmentem. Autor nie kwestionuje zalet istniejących filozofii matematyki, ale zauważa, że każda z nich koncentruje się na wybranych zagadnieniach, szczególnie na tych, których dyskusja doprowadziła do pozytywnych rezultatów. Żadna nie ujmuje adekwatnie wszystkich aspektów postępowania w matematyce, takich jak: formułowanie i modyfikowanie problemów oraz hipotez, stosowanie teorii do ich rozwiązywania, dowodzenie twierdzeń, formułowanie aksjomatów, definicji i algorytmów, porównywanie konstruktów.

Ostatnie dwa rozdziały podejmują szczegółowe problemy z zakresu nauk formalnych i stanowią (każdy z osobna) zwartą całość. Zasadniczym tematem rozdziału dziewiątego, najobszerniejszego w całej książce, jest temporalność nauk formalnych, zwłaszcza matematyki. Znaczne jego fragmenty były wcześniej publikowane w artykule *Temporalność matematyki* (w: *Considerationes Philosophicales. W czterdziestolecie pracy naukowej Profesora Tadeusza Kwiatkowskiego*, red. J. Świderek, M. Flis-Jaszczuk, W. Pycka, Lublin 1999, s. 167–193). Autor wyróżnia tu m.in. pięć epok (okresów) w dziejach matematyki (ze względu na stosunek do różnego typu wielkości), nazywając je epokami: 1) pitagorejską, 2) Eudoksosa, 3) de l'Hospitala, 4) Cauchy'ego, Weierstrassa, Cantora oraz 5) Hilberta (s. 269). Hajduk odnotowuje także, iż na przełomie XIX i XX wieku ukształtowały się dwa odmienne typy matematyki: klasyczna i intuicjonistyczna, ze względu na stosowaną w nich logikę i teorię mnogości. Z kolei rozdział *Z metanaukowej problematyki nauk formalnych* podejmuje takie zagadnienia, jak: spór fundacjonalizmu z antyfundacjonalizmem na gruncie filozofii matematyki, matematyczność przyrody, heureza tez i dowodów, uzasadnianie w matematyce oraz współczesne postacie sporów na gruncie logicyzmu.

Rozdział piąty zatytułowany *Logika* jako jedyny jest poświęcony wyłącznie filozofii logiki. Na początku Autor przytacza przykłady filozoficznych problemów logiki szeroko rozumianej (*sensu lato*), tj. logiki obejmującej nie tylko teorię dedukcji, ale też teorię modeli, teorię zbiorów, teorię rekurencji i teorię kategorii. Są to m.in.: charakterystyka orzekania, interpretacja kwantyfikatora szczegółowego, filozoficzne implikacje twierdzenia Gödla, dyskusje nad aksjomatem wyboru. Następnie rozpatruje kwestie walentności poznawczej podstawowych logik niestandardowych: logiki intuicjonistycznej, logiki wielowartościowej, logiki modalnej, logiki relewantnej, logiki rozmytej, logiki kwantowej i logiki parakonsystentnej.

Bogactwo i rozległość problematyki podejmowanej w książce Hajduka przekracza możliwość ich bliższej charakterystyki w ramach recenzji. Zamiast niej zacznę od jednej, ważnej kwestii dotyczącej jednolitej filozofii zarówno matematyki jak i logiki, po czym sformułuję kilka konkretnych uwag.

Monografia Hajduka aspiruje do bycia systematyczną całością filozofii nauk formalnych (s. 7). Nietrudno jednak zauważyć, że obie wymienione nauki formalne nie zostały potraktowane jednakowo: jedna, matematyka, „po królewsku", druga zaś, logika, „po macoszemu". Świadczy o tym chociażby liczba rozdziałów i stron poświęconych obu naukom. Autor nie wyjaśnia, dlaczego matematykę traktuje priorytetowo, przypisując jej rolę fundamentalnej nauki formalnej. Właściwie gdyby pominąć rozdział piąty, książka mogłaby nosić tytuł *Zarys filozofii matematyki*. Z drugiej strony, jeśli miałaby być (również) filozofią logiki, powinna zostać wzbogacona o szereg nowych zagadnień, jak na przykład centralne dla tej dyscypliny zagadnienie przedmiotu logiki. Na trudność ujęcia w jednym spójnym dziele filozofii zarówno logiki, jak i matematyki wskazuje nie tylko fakt, iż do tej pory takie dzieło nie powstało. Wydaje się, że logika i matematyka, pomimo wielu podobieństw, są odrębnymi dziedzinami i różnią się w pewnych dość istotnych kwestiach. Książka Hajduka odzwierciedla również stan współczesnej literatury z zakresu filozofii nauk formalnych – w przeważającej mierze dotyczy ona filozofii matematyki, problemy filozoficzno-logiczne podejmowane są raczej marginalnie.

Przyczyną większego zainteresowania filozofią matematyki aniżeli filozofią logiki wydaje się być fakt niezwykłej skuteczności matematyki w opisie zjawisk przyrody. Hajduk wprawdzie wyklucza zaangażowanie ontologiczne matematyki jako takiej, uważając, że nie mówi ona nic o rzeczywistości, ale chodzi mu raczej o praktykę badawczą matematyków, którzy podejmują nieraz zagadnienia pozbawione (w punkcie wyjścia) jakichkolwiek praktycznych zastosowań. Warto zauważyć, że większość współczesnych matematyków pracuje tak, jak gdyby byli platonikami, niejako odkrywając i badając obiektywnie istniejące obiekty. Tymczasem cechą matematyki – podziwianą nieustannie przez Alberta Einsteina – jest to, że jej abstrakcyjnym formułom można przyporządkować modele, często niezamierzone, w dziedzinie konkretnych procesów fizycznych. Nawet takie twory matematycznej wyobraźni jak geometrie nieeuklidesowe w krótkim czasie znajdowały zastosowanie do opisu zjawisk z obrębu przyrody. Próby uprawiania matematyki jako czysto syntaktycznej gry symboli kończą się niepowodzeniem, ponieważ okazuje się, iż wprowadzone symbole mają swoje semantyczne korelaty na poziomie zjawisk fizycznych. Efektywność matematycznego opisu przyrody przejawia się też w tym, iż opis ten umożliwia predykcję nowych typów zjawisk.

Analogicznych stwierdzeń nie można odnieść do logiki. Wręcz przeciwnie, w ostatnich dziesięcioleciach mamy do czynienia z postępującą w zawrotnym tempie multiplikacją rachunków logicznych. Bardzo często nowe systemy są traktowane jako nic nieznaczące gry symboli, tworzone w ramach intelektualnej rozrywki lub rywalizacji podobnej do sportowej. Zasada tolerancji, sformułowana przez Rudolfa Carnapa w latach 30. XX wieku, znosząc stosowanie w odniesieniu do systemów logicznych zewnętrznych kryteriów poprawności, zmieniła myślenie o logice w ogóle.

Odtąd zaczęto ją postrzegać jako strukturę wyznaczoną jedynie przez reguły syntaktyczne. Można się zastanawiać, czy jest to słuszne, ale taka jest częsta praktyka badawcza.

Powszechne dziś stanowisko pluralizmu logicznego w kwestii wielości logik nie ma odpowiednika w obszarze matematyki. W ogóle nie pojawił się problem wielości matematyk. Matematyka jest jedna, a co najwyżej dwie, jeśli uwzględnić roszczenia konstruktywistów. Matematycy intuicjoniści stanowią jednak pewien margines wśród matematyków, a poza tym ich byt daje się łatwo wytłumaczyć przez uznanie bardziej restrykcyjnych środków dowodowych. Jedność matematyki jest dodatkowym potwierdzeniem tego, iż zasługuje ona na miano „królowej nauk". Być może kłopoty z jednolitą (jedną) filozofią obu nauk zaliczanych do formalnych wynikają z ich odmiennego stosunku do rzeczywistości, a co za tym idzie, różnego sposobu uzasadniania. Formalizm matematyczny usprawiedliwia się sam poprzez to, że wyraża informację o określonej dziedzinie przyrody, a nawet zawiera „naddatek" informacji o stanach fizycznych, które nie stanowiły przedmiotu wcześniejszych badań empirycznych. Natomiast uzasadnienie obowiązywalności formalizmu logicznego jest o wiele bardziej skomplikowane. Nie wiadomo tak naprawdę, co to znaczy, że logika „obowiązuje" lub „stosuje się" do rzeczywistości; jak pojętej rzeczywistości: jako świat przyrody, jako ludzkie procesy rozumowania, stany mentalne, jako zawartości baz danych itp.; jak pojęta logika: czy logika w ogóle (trudno ją sobie dziś wyobrazić), czy poszczególne systemy logiczne (a jest ich kilkadziesiąt tysięcy).

Filozofowie logiki, bardziej niż sami logicy, starają się formułować jakieś zewnętrzne w stosunku do samego formalizmu kryteria oceny poprawności systemu logiki. Dociekanie poprawności (trafności) rachunków formalnych upodabnia, pod pewnym względem, logikę raczej do nauk empirycznych niż do matematyki. Ta fundamentalna, jak się wydaje, kwestia filozoficzno-logiczna nie jest wprost podejmowana w pracy Hajduka. W kontekście współistnienia wielu systemów logicznych zastanawia się on jedynie nad jednością nauki, a nawet jej racjonalnością. Każda bowiem logika zdaje się wyznaczać własne kanony racjonalności.

Autor wyróżnia siedem rodzajów racjonalności, z których najważniejsze są: racjonalność pojęciowa, minimalizująca mętność, rozmytość lub niedokładność, oraz racjonalność logiczna, ukierunkowana na niesprzeczność i uzasadnianie twierdzeń. Zgodnie z tymi określeniami irracjonalnymi nazywa Hajduk paralogiki, do których zalicza szczególnie logikę rozmytą, parakonsystentną oraz logikę nonsensu. Niwecząc każdy rodzaj racjonalności, prowadzą one do anarchii intelektualnej. Inny status mają natomiast logiki, określane przez Autora jako zdewiowane, które na różne sposoby zakreślają granice racjonalności. Do logik zdewiowanych zalicza on, odmiennie niż to się zwykle czyni, także logiki rozszerzone, obok zawężonych oraz takich, które trudno zaliczyć do któregoś z tych rodzajów (wymienia tu logikę koneksywną).

Wyróżnioną pozycję zajmuje oczywiście logika klasyczna, która jako jedyna harmonizuje z niemal całą matematyką i naukami faktualnymi. To właśnie ze względu na ów Quine'owski postulat „minimalnego okaleczania nauki" należy, zdaniem Hajduka, przyjąć monizm logiczny. Argumentuje on, iż przyjęcie innej logiki prowadziłoby do konieczności przekształcenia całości nauk faktualnych w celu dostosowania ich do tej logiki. Hajduk dopuszcza także dualizm, akceptujący, obok logiki standardowej, logikę intuicjonistyczną, lecz jedynie jako stan przejściowy. Uważa, że w przyszłości całą matematykę należy budować na podstawie jednej z tych logik.

Hajduka ostateczna ocena logik zdewiowanych, a tym bardziej paralogik, jest zdecydowanie negatywna. Logiki poszerzone oraz koneksywne są, według niego, niepotrzebne, gdyż nie rozwiązują żadnych problemów poza tymi, które rozwiązuje logika standardowa, lub nie rozwiązują problemów, do rozwiązania których zostały utworzone. Nieprzydatne są również logiki zawężone, z wyjątkiem co najwyżej logiki intuicjonistycznej, gdyż eliminują doniosłe fragmenty uzyskanej wiedzy. Te radykalne tezy podważają sensowność rozwijania tzw. logik filozoficznych. Warto odnotować, że tych tez nie akceptują zwolennicy stosowania logik nieklasycznych do analizy poprawności wnioskowań przeprowadzanych w języku różnych nauk lub w języku potocznym. Argumentują oni, że wobec nieadekwatności standardowego formalizmu konieczne jest posłużenie się inną logiką. Radykalnie negatywna ocena logik nieklasycznych, jaką postawił Hajduk, nie jest dziś popularna wśród filozofów logiki, niemniej jednak dyskusja nad wartością poznawczą tych logik jest daleka od zakończenia. Najważniejsze problemy pozostają ciągle otwarte.

Po tej dyskusji sformułuję kilka krótszych uwag. Z pewnością zaletą publikacji jest bogata literatura obcojęzyczna (choć brak tej najnowszej, po roku 2000 – tylko 13 pozycji). Autor cytuje ją nawet wówczas, gdy istnieją polskie przekłady. Efektem tego są na przykład takie drobne usterki jak obecność angielskiego *iff* zamiast rodzimego „wtedy i tylko wtedy, gdy"

(s. 28, 141, 156). Poważniejszym mankamentem jest to, że niekiedy nie wiadomo, czy autor formułuje własne poglądy, czy referuje cudze.

Hajduk skrupulatnie odróżnia filozofię matematyki od jej historii i psychologii, a zwłaszcza od podstaw matematyki, ustalając kompetencje tych dziedzin oraz ich wzajemny stosunek. Warto zauważyć, że w literaturze związki między filozofią a podstawami matematyki są różnie ujmowane. Według *Małej encyklopedii logiki* podstawy obejmują m.in. filozofię (obok metamatematyki), według P.J. Davisa i R. Hersha jest zupełnie odwrotnie: problematyka podstaw była tylko nurtem w filozofii matematyki, natomiast *Filozofia matematyki* R. Murawskiego utożsamia te dwie dziedziny. W *Zarysie filozofii...* Hajduka obecna jest również problematyka podstaw, ale rozwija się ją po to, by na jej fundamencie zbudować całościową filozofię matematyki.

Autor wyróżnia pięć epok w dziejach matematyki, przy czym ostatnią jest epoka hilbertowska. Wydaje się jednak, iż obecnie żyjemy w epoce post-hilbertowskiej. Wyniki Gödla i Tarskiego doprowadziły bowiem do upadku programu formalistycznego w sformułowaniu Hilberta, prace trwają jedynie nad wykonaniem jego fragmentów. Monografia Hajduka zdaje się nie przykładać dostatecznej wagi do twierdzeń Gödla, wraz z którymi zakończył się pewien etap dziejów ludzkiej refleksji, zdominowany przez próby ujednolicenia i systematyzacji całej dostępnej matematyki. Twierdzenia te wskazały na zasadniczą nierealizowalność takiego przedsięwzięcia.

Pewnym łatwo zauważalnym uchybieniem pracy, zwłaszcza ze względów dydaktycznych, jest brak zakończenia, w którym czytelnik mógłby znaleźć streszczenie najważniejszych rezultatów oraz ewentualne wskazówki do dalszych poszukiwań.

Badania w zakresie filozofii nauk formalnych, a zwłaszcza filozofii matematyki, nie ustają. Obecnie nic nie wskazuje na to, aby miały zostać szybko zakończone, daleko bowiem do konsensusu w sprawach zasadniczych. Poza tym nieustanny rozwój matematyki i logiki pociąga za sobą szereg nowych, subtelnych problemów wymagających filozoficznej analizy. Książka Hajduka doskonale ujmuje temporalność matematyki, na tle której pokazuje specyfikę pytań filozoficznych dotyczących tej nauki. Uwidacznia, że nie jest możliwa filozoficzna analiza matematyki bez rzetelnej znajomości przedmiotu analiz.

Recenzowana publikacja posiada także walory dydaktyczne. Ze względu na dużą przejrzystość, jasność i zwięzłość w prezentacji poszczególnych kierunków i stanowisk oraz precyzję języka jest ona ze wszech miar godna polecenia zarówno studentom, jak również osobom profesjonalnie zajmującym się filozofią i (lub) naukami formalnymi. Autor – na tle dotychczasowej wiedzy, po jej uprzednim uporządkowaniu – daje zarys własnej koncepcji filozofii matematyki oraz formułuje szereg uwag z zakresu filozofii logiki. Z uwagi na wymienione atuty, merytoryczne i dydaktyczne, książka winna znaleźć szerokie grono czytelników.