

Dawid Lubiszewski

Wyłaniające się prawa fizyki

Diametros nr 28, 52-62

2011

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej bazhum.muzhp.pl, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

WYŁANIAJĄCE SIĘ PRAWA FIZYKI

- Dawid Lubiszewski -

Wstęp

Gra w życie (ang. *The Game of Life*) zwana w skrócie *życiem* (ang. *Life*), stworzona przez angielskiego matematyka Johna Hortona Conway'a, jest najbardziej znanym automatem komórkowym¹. Sposób działania tego automatu przypomina obserwowane w przyrodzie narodziny i śmierć kolonii żywych organizmów, dlatego w jego nazwie pojawia się termin 'życie'. Automat ten został spopularyzowany przez Martina Gardnera jako gra planszowa, pomimo iż pod wieloma względami różni się od klasycznych gier². Po pierwsze, w automacie tym nie ma graczy, po drugie nie wygrywa się ani nie przegrywa. Oczywiście po dodaniu dodatkowych warunków możliwe jest przerobienie automatu na grę w klasycznym tego słowa znaczeniu, z graczami i warunkami zwycięstwa i porażki, jednak w swej pierwotnej i powszechnie znanej wersji 'gra' oznacza tylko i wyłącznie obserwację działania automatu i stosowanie trzech prostych reguł, które owe zachowanie determinują. Zanim przejdziemy do tych reguł budowa automatu zostanie dokładnie opisana.

Budowa i zasada działania automatu *życie*

Jest on przykładem dwuwymiarowego automatu komórkowego składającego się z planszy podzielonej na tej samej wielkości kwadraty, zwane dalej komórkami. Teoretycznie plansza może być nieskończonej wielkości, zaś w praktyce przyjmuje ona kształt prostokąta bądź kwadratu, których długości boków określone są przez komórki. Na skończonej planszy można dokładniej śledzić zachowanie poszczególnych komórek, gdyż przypisać im można określoną lokalizację (rysunek 1).

¹ Stworzony przez Conwaya automat rozpowszechniony został przez innego matematyka - Amerykanina Martina Gardnera (1914-2010), który opisał go w 1970 roku w czasopiśmie popularnonaukowym "Scientific American" (w Polsce ukazującym się pod nazwą „Świat Nauki”). Prawdopodobnie gdyby nie ten artykuł, *gra w życie* nie ujrzałaby światła dziennego, gdyż jak pisał Gardner: „Pomimo tego, że jest on [Conway] bardzo produktywnym matematykiem, to rzadko publikuje swoje osiągnięcia” (Gardner [1970] s. 120) [tłum. własne - D.L.].

² *Ibidem*, s. 120-123.

Rysunek 1. Pusta i skończona plansza do gry *w życie*. Komórki można zlokalizować podobnie jak w popularnej grze w statki

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

Źródło: opracowanie własne.

Każda z komórek przyjąć może jedną i tylko jedną z dwóch możliwych wartości, nazywanych stanami – to znaczy może być ona czarna bądź biała. To, jaki kolor będzie miała każda komórka, zależy od wspomnianych trzech reguł. Nie obejmują one jedynie pierwszego ruchu w *grze w życie*, zwanego cyklem zerowym, w którym to ustala się początkowe wartości komórek. Zatem na początku wybrać można określoną konfigurację, bądź dowolną metodą losową określić kolor w każdej komórce. W kolejnych dalszych cyklach to, jaki kolor będzie miała każda komórka, zależy już tylko i wyłącznie od wspomnianych reguł. Kolejne cykle odmierzą czas, który przyjmuje wartości liczb naturalnych i jest dyskretny. Następnie w kolejnych cyklach do każdej komórki stosuje się jedną z trzech reguł – to, którą regułę zastosować, zależy od otoczenia, w jakim znajduje się dana komórka. W przypadku *życia* otoczeniem komórki są wszystkie stykające się z nią komórki – jest ich osiem. W języku automatów komórkowych otoczenie nazywane jest sąsiedztwem i tego typu konfiguracja sąsiadujących komórek nazywana jest sąsiedztwem Moore'a (od nazwiska amerykańskiego badacza automatów komórkowych Edwarda Foresta Moore'a (1925-2003); rysunek 2).

Rysunek 2. Sąsiedztwo Moore'a w *grze w życie*. Sąsiedzi komórki (3,3) zaznaczeni są kolorem szarym

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

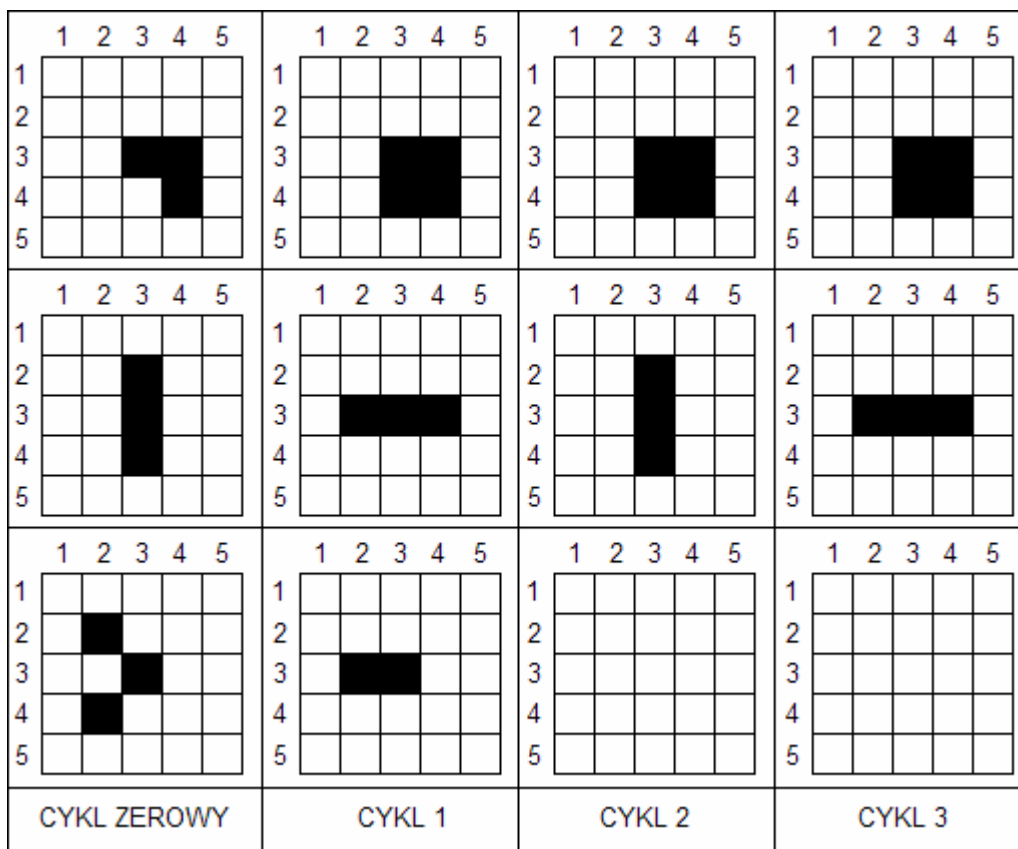
Źródło: opracowanie własne.

Podobnie jak czas, również i przestrzeń w *grze w życie*, jak i w pozostałych automatach komórkowych jest dyskretna. Wracając do trzech reguł – determinują one kolejne stany komórek i brzmią następująco:

- 1) przeżycie – komórka czarna, zwana dalej żywą, pozostaje czarną w kolejnym cyklu, jeśli styka się z dwoma bądź trzema żywymi komórkami;
- 2) śmierć – komórka żywa umiera (zmienia się z czarnej w białą) w kolejnym cyklu z powodu:
 - (a) ‘przeludnienia’, jeśli styka się z więcej niż trzema komórkami żywymi,
 - (b) ‘samotności’, jeśli styka się z mniej niż dwoma żywymi komórkami;
- 3) narodziny – martwa komórka (biała), staje się żywą w kolejnym cyklu, jeśli styka się dokładnie z trzema żywymi komórkami³.

Reguły stosuje się jednocześnie do wszystkich komórek na planszy. Na rysunku 3 przedstawiono wybrane stany początkowe automatu oraz powstające z nich konfiguracje komórek w kolejnych trzech cyklach.

Rysunek 3. Wybrane konfiguracje początkowe w *grze w życie* wraz z ewolucją automatu w trzech kolejnych cyklach



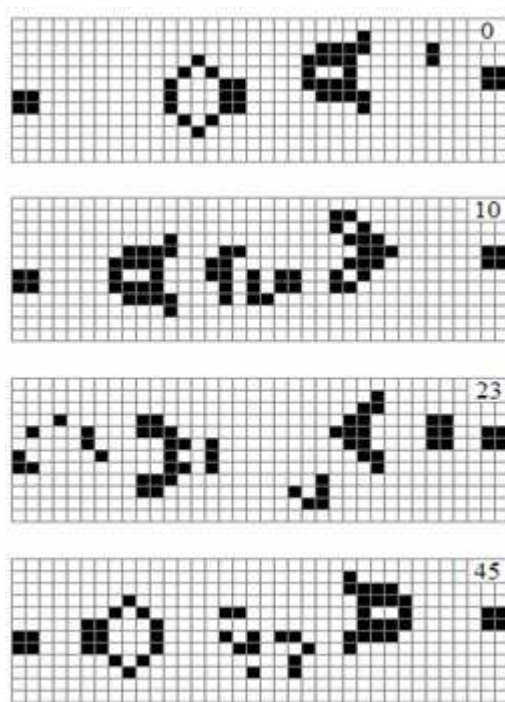
Źródło: opracowanie własne

³ *Ibidem.*

Powyżej zaprezentowane powstałe wzorce – odpowiednio pierwszy od góry i środkowy – nazwane zostały przez Conwaya „ciągłym życiem” (ang. *still lifes*), gdyż nie ulegają one zmianie (przykład pierwszy u góry), bądź oscylują pomiędzy kilkoma konfiguracjami ze stałym okresem (przykład drugi)⁴. Spotkać można również inną popularną nazwę tych wzorców, czyli skamienieliny (ang. *fossils*)⁵.

Granie w *życie*, na większej planszy niż prezentowana na rysunku 3, na przykład składającej się z 480 komórek (wysokość 12 komórek, szerokość 40 komórek – rysunek 4), za pomocą ołówka i kartki papieru czy też planszy do gry i żetonów – co proponował Gardner – okazać się może bardzo czasochłonne i trudne, gdyż bardzo łatwo popełnić będzie można błąd w stosowaniu reguł⁶. Dlatego do badania zachowania automatu *życie* z powodzeniem stosowało się i nadal stosuje komputery. Jak pisze Gardner: „Bez pomocy [komputerów] niektóre odkrycia w grze w *życie* byłyby bardzo trudne do przeprowadzanie”⁷.

Rysunek 4. Ewolucja automatu *życie*. W prawym górnym rogu planszy podano numer cyklu



Źródło: opracowanie własne.

⁴ *Ibidem*.

⁵ Kowalska-Styczeń [2007] s. 57.

⁶ Gardner [1970] s. 120-123.

⁷ *Ibidem*, s. 123 [tłum. własne – D.L.].

Fenomen popularności gry w życie

Wraz z rosnącą popularnością gry w życie rosło zainteresowanie automata-
mi komórkowymi wśród naukowców. Jedne z najbardziej zaawansowanych ba-
dań nad automatami przeprowadził brytyjski naukowiec Stephen Wolfram, ich
wynikiem jest książka zatytułowana *Nowy rodzaj nauki*. Od tego momentu (lata
osiemdziesiąte) automaty komórkowe są wykorzystywane w różnych dziedzinach
nauki (od ścisłych do humanistycznych)⁸. Choć automaty wykorzystuje się do
odwzorowywania zachowania rzeczywistych procesów występujących w przyro-
dzie, to automat *życie* nie należy do tej klasy automatów. Jest on jedynie użyteczną
zabawką, której działanie przypomina symulację narodzin i śmierci koloni organi-
zmów, lecz dotychczas nie udało się zastosować go do symulowania jakiegos
konkretnego zjawiska zachodzącego w przyrodzie⁹.

Jak już zostało napisane powyżej, *gra w życie* to najbardziej znany automat
komórkowy. Zatem nie powinno nikogo dziwić, że znalazł się on również w polu
zainteresowania współczesnych filozofów czy też używany jest jako argument
w filozoficznych debatach. Co sprawia, że ta prosta 'gra', pojawia się w filozoficz-
nym dyskursie? Odpowiedź na to pytanie jest wielowątkowa. Po pierwsze *życie*
jako przykład i argument wypływa w dyskusjach dotyczących zjawiska emergen-
cji, czyli pisząc bardzo ogólnie, wylaniania się nowych zjawisk ze zjawisk bardziej
podstawowych. Ze zjawiskiem emergencji związane jest inne, występujące w opi-
sie automatów komórkowych, czyli samoorganizacja. Przez samoorganizację
określa się dynamiczny proces prostych interakcji elementów układu, w wyniku
których powstaje uporządkowane zachowanie całościowe układu. W wielu dys-
kusjach na temat emergencji, zwraca się uwagę na jej zależność czy też podobień-
stwo ze zjawiskiem samoorganizacji¹⁰. Dla filozofów przyrody zjawisko samoor-
ganizacji jest bardzo interesującym przykładem, w jaki sposób może pewne pro-
blemy rozwiązywać przyroda, bez konieczności odwoływania się np. do inteli-
gentnego projektu. Po trzecie, *życie* jest przykładem wylaniającej się złożoności
z prostoty (a pisząc precyzyjniej: złożonego zachowania z prostych reguł) – to za-
gadnienie łączy się częściowo ze zjawiskiem emergencji i samoorganizacji. Ponad-
to analizując *życie* można zastanowić się nad statusem ontycznym pojawiających
się zjawisk, czy bardziej ogólnie nad tym, czy tego typu przykłady emergencji ist-
nieją jedynie w umyśle badacza¹¹. To natomiast prowadzi do kolejnego problemu

⁸ Wolfram [2002].

⁹ Jacewicz [2003] s. 10.

¹⁰ Zob.: Fromm [2006]; Halley, Winkler [2008a, 2008b].

¹¹ Bedau [2008].

ważnego dla filozofów nauki, a mianowicie roli badaczy w odkryciach naukowych. Z pewnością jedną z przyczyn dość powszechnego odwoływania się przez filozofów przyrody, nauki czy też umysłu do tego automatu jest jego prostota – obsługa *gry w życie* nie wymaga zaawansowanej wiedzy matematycznej czy przyrodniczej. Wielość zagadnień, jakimi może zająć się filozof, biorąc za przykład automat *życie*, jest więc bardzo duża¹². Z tego powodu w niniejszym artykule przedstawiona analiza ograniczona została tylko do jednego zagadnienia – a mianowicie do reguł ‘gry’ i ich podobieństwa do praw fizyki. Zagadnienie to należy do szerszego problemu – wspomnianego już zagadnienia istnienia.

Gra w życie a otaczająca nas rzeczywistość

Przyczynkiem do przeprowadzonej poniżej analizy jest znana wśród badaczy automatów wypowiedź angielskiego naukowca Thomasa Henry’ego Huxley’a (1825-1895): „Świat jest szachownicą, zjawiska – pionkami, a prawa natury to reguły gry”¹³. W oryginale zaś brzmi ona następująco: „The chess-board is the world, the pieces are the phenomena of the universe, the rules of the game are what we call the laws of Nature”¹⁴. Czy powyższą sentencję można odnieść do automatu *życie*? Innymi słowy, czy istnieje podobieństwo pomiędzy *grą w życie*, gdzie wszystko co istnieje, wyprowadzone jest z trzech prostych reguł, a naszym światem? Czy przykład omawianego automatu może posłużyć jako argument na rzecz tezy, że wszystko co istnieje, można wyprowadzić z praw fizyki? Zaznaczyć należy, że poszukiwaniem odpowiedzi na postawione powyżej pytania nie zajmują się tylko i wyłącznie filozofowie. Naukowcy z różnych dziedzin zastanawiają się, czy za *grą w życie*, kryje się coś więcej niż tylko zamienianie kolorów poszczególnych komórek. Mają oni nadzieję, że dokładniejsze poznanie automatów komórkowych w ogóle przyczynić się może do odkrycia najbardziej podstawowych praw natury¹⁵. Zanim jednak zostanie podana odpowiedź na powyższe pytania, przyjrzyjmy się bliżej ewolucji pewnych konfiguracji.

Jednym z najbardziej znanych wzorców pojawiających się w automacie *życie*, jest przemieszczająca się cząstka zwana szybowcem (rysunek 5). Szybowiec składa się z pięciu żywych komórek, które „przemieszczają” się pod kątem 45°. Wzorzec oscyluje pomiędzy czterema możliwymi „ułożeniami” ze stałym okre-

¹² Zob.: *ibidem*; Dennett [1991]; Chalmers [2006].

¹³ Huxley, za: Coveney, Highfield [1997] s. 125.

¹⁴ Huxley [2005].

¹⁵ Ilachinski [2001] s. 30.

sem, który przyjmuje wartość cztery. Oznacza to, że w co piątym cyklu ewolucji automatu wzorec przyjmie tę samą postać, choć w innym miejscu na planszy¹⁶.

Rysunek 5. Szybowiec

	1 2 3 4 5	1 2 3 4 5	1 2 3 4 5	1 2 3 4 5	1 2 3 4 5
1					
2					
3					
4					
5					
	CYKL ZEROWY	CYKL 1	CYKL 2	CYKL 3	CYKL 4

Źródło: opracowanie własne.

Chociaż reguły postępowania w pełni determinują zachowanie szybowca, to za ich pomocą nie można wyjaśnić zjawiska „ruchu”, gdyż zgodnie z regułami ów ruch nie istnieje. Tak naprawdę żywe komórki nie przemieszczają się, gdyż reguły gry opisują jedynie ich narodziny, przetrwanie i wymarcie. Jednakże obserwacja zachowania całego automatu pozwala wyróżnić pewne wzorce, jak szybowiec, które posiadają nowe (emergentne) cechy, jak wspomniany ruch (przemieszczanie się). Odkrycie pierwszego szybowca dokonane zostało za pomocą obserwacji zachowania automatu, jak pisze Conway: „Gdy pierwszy raz obserwowaliśmy R-pentomino [jeden ze wzorców pojawiający się w automacie] [...] ktoś nagle powiedział: *Podejdźcie tutaj! Tu coś się rusza!* Więc podeszliśmy i odkryliśmy nową figurę”¹⁷. Ciekawą własnością wylaniających się wzorców jest możliwość ich zdefiniowania niezależnie od reguł ‘gry’. Dla obliczenia prędkości szybowca można więc podać wzór, w którym nie wykorzystuje się znanych już trzech reguł. Jak pisze Russ Abbott:

[Szybowiec] podlega prawom, które są niezależne od tych [reguł], które rządzą układem [automatem]. Ponadto prawa te mogą być dużo prostsze od wspomnianych reguł. W szczególności istnieją proste prawa pozwalające przewidzieć prędkość i kierunek lotu szybowca¹⁸.

Przykładem takiego prawa jest wymieniony już wzór na prędkość, który wygląda następująco:

¹⁶ Przy założeniu, że nie zderzy się z innym wzorcem bądź żywą komórką.

¹⁷ Berkelamp, Conway, Guy [1982], za: Ilachinski [2001] s. 135 [tłum. własne – D.L.].

¹⁸ Abbott [2007] s. 31 [tłum. własne – D.L.].

$$v = n / P,$$

- (1) gdzie P (od angielskiego słowa *period*) oznacza okres, po którym wzorec powraca do formy wyjściowej – dla szybowca $P=4$ (patrz rysunek 5),
- (2) oraz n oznaczającego przesunięcie powstałego wzorca w stosunku do wzorca wyjściowego – dla szybowca n przyjmuje wartość 1, gdyż przesunięty on został o jedną komórkę w dół i w bok¹⁹.

Za pomocą powyższego wzoru oraz wzoru na kierunek lotu szybowca można więc obliczyć, gdzie znajdzie się po dowolnym okresie czasu wybrany szybowiec i jaką przyjmie konfigurację (zakładając, że nie zginie w wyniku zderzenia). Co więcej, wzór ten jest niezależny od reguł 'gry', to znaczy, że: (a) nie odwołuje się do nich, oraz (b) ich wyprowadzenie z wzoru wydaje się niemożliwe.

Powróćmy więc do postawionych pytań: czy sentencja Huxleya opisuje w pewien metaforyczny sposób to, co dzieje się w automacie *życie*? Innymi słowy, czy istnieje podobieństwo pomiędzy *grą w życie*, gdzie wszystko co istnieje, wyprowadzone jest z trzech prostych reguł, a naszym światem? Na te pytania możemy podać dwie różniące się odpowiedzi, które posłużą jako argument na rzecz tej samej tezy. Pierwsza zgadza się z metaforą Huxleya, gdyż wszystko, co występuje w *grze w życie*, jest zdeterminowane przez trzy reguły – są więc one prawami przypominającymi prawa fizyki. Natomiast dwuwymiarowa przestrzeń automatu jest światem, a komórki przyjmujące jeden z dwóch możliwych stanów – są występującymi w świecie zjawiskami podlegającymi niezmiennym prawom. Druga z możliwych odpowiedzi nie zgadza się całkowicie z proponowaną metaforą. Bowiem prawa fizyki to nie reguły gry, gdyż prawa te są emergentne (jak wzór na prędkość szybowca) i wylaniają się ze wspomnianych już reguł. W takiej propozycji, prawa 'fizyki' w automacie *życie*, należą do klasy zjawisk, a nie reguł. Tak więc reguły gry są prawami bardziej podstawowymi niż prawa fizyki. Ostatecznie jednak obie odpowiedzi wskazują na pewną analogię pomiędzy wspomnianą metaforą a *grą w życie*. Czy podobną analogię możemy odnaleźć pomiędzy omawianym automatem a przyrodą? Gdyby tak się stało, to automaty komórkowe byłyby nie tylko dobrymi modelami symulującymi zjawiska przyrodnicze, ale stałyby się narzędziami rzeczywiście je odtwarzającymi, a to oznaczałoby, że u podstaw naszego świata leżą prawa lokalne²⁰. Konsekwencje takiego obrazu świata mogą być różnorakie – poniżej omówione zostały wybrane dwa zagadnienia: problem redukcji i problem przewidywania.

¹⁹ Troyan [2008] s. 2.

²⁰ Ilachinski [2001] s. 610.

Przyjmując, iż druga odpowiedź na pytanie odnośnie metafory zostanie empirycznie potwierdzona, czyli że zjawisko samoorganizacji leży u podstaw wszystkich zjawisk w świecie – w tym również przyczyniło się ono do powstania praw fizycznych (podobnie jak omawiana prędkość szybowca), to rozwiązany może zostać problem granic i możliwości redukcji. Bowiem, jak pokazane zostało na przykładzie szybowca, wyprowadzenie reguł ‘gry’ ze wzoru na jego prędkość jest niemożliwe. Tak więc mając nawet skończoną wiedzę na temat praw fizycznych i innych (chemicznych czy biologicznych), które są opisane niezależnie od swojej implementacji, nie będziemy w stanie wysnuć z nich fundamentalnych reguł. Teoretycznie wyprowadzenie tychże praw możliwe byłoby z samej obserwacji przyrody, tak jak możliwe jest to z obserwacji, w odpowiednim tempie, ewolucji automatu *życie* z prostą konfiguracją początkową. Oczywiście prostota pierwotnej konfiguracji w kilku cyklach obrócić się może w bardzo złożone zachowanie, jednakże zwinne oko bez większych problemów powinno odkryć trzy reguły gry. Jednakże różnica pomiędzy prostotą tego automatu a złożonością otaczającego nas świata wydaje się tak ogromna, że tego typu metoda na poznanie podstawowych praw może się okazać zawodna. Co czyniłoby z reguł podstawowych rzecz samą w sobie, która mimo że jest wszechobecna w każdym zjawisku, to byłaby nam poznawczo niedostępna.

Drugim problemem jest możliwość przewidywania. Wydawać by się mogło, że w całkowicie zdeterminowanym automacie wszystko jest łatwe do przewidzenia – tym bardziej, że determinujące reguły są bardzo proste. Jednakże okazało się, że nie ma praw skrótowych dla *życia*, tzn. jeśli ktoś chce przewidzieć, co powstanie z dowolnej konfiguracji początkowej, to musi przeprowadzić symulację całej ewolucji. Ponieważ nie ma innej możliwości, nie można iść na skróty, wpisując pewne dane do wzoru, by otrzymać zadowalający nas wynik. W związku z tym możliwości przewidywania przyszłych zdarzeń w *grze w życie* są ograniczone. Zdaniem Ilachinskiego najlepszą metodą jest usiąść i cierpliwie czekać na wynik ewolucji automatu²¹. Jest to podobne ograniczenie, jakie spotykamy w przyrodzie, jeśli chodzi o możliwości predykcji pogody, gdyż tak samo jak w automacie, najbardziej dokładne przewidywania są ograniczone do kilku dni (cykli)²². Z omawianym zagadnieniem wiąże się jeszcze jedno pytanie: czy przykład omawianego automatu może posłużyć jako argument na rzecz tezy, że wszystko co istnieje można wyprowadzić z praw fizyki? Biorąc pod uwagę przedstawiony wyżej przykład z możliwością przewidywania tego, czy wszystkie komórki żywe

²¹ *Ibidem*, s. 132.

²² Mainzer [2005] s. 300.

wymrą w automacie – a właściwie z brakiem tego przewidywania – odpowiedź na to pytanie będzie negatywna. Nawet jeśli uda nam się odnaleźć podstawowe prawa – co jak pokazane zostało powyżej, może być bardzo trudnym zadaniem, to nie gwarantują one możliwości wyprowadzenia wszystkiego, mimo iż wszystko będzie przez nie zdeterminowane. Również ich przydatność w opisie bardziej złożonych zjawisk może okazać się mało pomocna. Przykładem jest przytaczany wielokrotnie w tej pracy szybowiec, bowiem opis jego przemieszczania się jedynie za pomocą trzech reguł okazuje się bardzo skomplikowany, nie uchwytyjący fenomenu ruchu – gdyż mówić będzie jedynie, które komórki stają się żywe, które nimi pozostają, a które wymierają. Dużo prościej jest użyć innego języka, będącego na wyższym poziomie abstrakcji – jak wytłumaczony wzór na prędkość. Tak więc wynika z tego, że choć z bardzo prostych reguł wytaniają się bardzo złożone zjawiska, to dokładny ich opis może się okazać niezależny od determinujących je reguł.

Zatem wyprowadzenie wszystkiego z reguł, które możemy nazwać albo prawami podstawowymi, albo prawami fizyki, jest teoretycznie możliwe, ale ze względu na złożoność pojawiających się zjawisk tego typu, zabieg może się okazać nie tylko mozolny i niezmiernie trudny, ale również skazany na niepowodzenie, gdyż pewne emergentne własności mogą się w prosty sposób nie redukować do praw, mimo iż są przez nie całkowicie zdeterminowane.

Podsumowanie

W niniejszym tekście opisany został najbardziej znany automat komórkowy – *gra w życie* – wraz z pojawiającymi się w nim zjawiskami. Zainteresowanie naukowców i filozofów tym automatem wiąże się ze znanymi od czasów starożytnych pytaniami na temat natury otaczającego nas świata. Dlatego w pracy zostały przedstawione możliwe konsekwencje wynikające z uznania, iż mechanizmy leżące u podstaw automatów komórkowych stanowią również podstawy świata przyrody. Do konsekwencji tych zalicza się ograniczenie możliwości redukcji zjawisk złożonych do prostszych i przewidywalności zachowania zjawisk w ogóle. Tym samym tego typu rozważania wzbogacają naszą wiedzę o możliwej naturze przyrody i przyczynić się mogą do dalszego jej postępu.

Bibliografia

- Abbott [2007] – R. Abbott, *Putting complex systems to work*, “Complexity” 13 (1) 2007: 30-49.
- Bedau [2008] – M. Bedau, *Is Weak Emergence Just in the Mind?*, “Minds and Machines” 18 (4) 2008: 443-459.
- Berkeley, Conway, Guy [1982] – E.R. Berkeley, J.H. Conway, R.K. Guy, *Winning - Ways for Your Mathematical Plays*, Academic Press, New York 1982.
- Chalmers [2006] – D. Chalmers, *Strong and Weak Emergence*, [w:] *The Re-Emergence of Emergence. The Emergentist Hypothesis from Science to Religion*, P. Clayton, P. Davies (red.), Oxford University Press, Oxford 2006.
- Dennett [1991] – D. Dennett, *Real Patterns*, “Journal of Philosophy” 88 (1) 1991: 27-51.
- Coveney, Highfield [1997] – P. Coveney, R. Highfield, *Granice złożoności. Poszukiwanie porządku w chaotycznym świecie*, tłum. Piotr Amsterdamski, Warszawa, Prószyński i spółka, Warszawa 1997.
- Fromm [2006] – J. Fromm, *On Engineering and Emergence*, 2006, dostępne na: <http://arxiv.org/abs/nlin/0601002> [06.2010].
- Gardner [1970] – M. Gardner, *The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game 'life'*, “Scientific American” (223) 1970: 120-123.
- Halley, Winkler [2008a] – J.D. Halley, D.A. Winkler, *Classification of emergence and its relation to self-organization*, “Complexity” (13) 2008: 10-15.
- Halley, Winkler [2008b] – J.D. Halley, D.A. Winkler, *Consistent Concepts of Self-organization and Self-assembly*, “Complexity” (14) 2008: 10-17.
- Huxley [2005] – T.H. Huxley, *Lay Sermons Ec, A Liberal Education*, 2005, dostępne na: <http://www.gutenberg.org/files/16729/16729-8.txt> [06.2010].
- Ilachinski [2001] – A. Ilachinski, *Cellular Automata. A Discrete Universe*, World Scientific, Singapur 2001.
- Jacewicz [2003] – P. Jacewicz, *Model Analysis and Synthesis of Complex Physical Systems Using Cellular Automata*, [w:] *Lectures Notes in Control and Computer Science*, Vol. 4, Uniwersytet Zielona Góra, Zielona Góra 2003.
- Kowalska-Styczeń [2007] – A. Kowalska-Styczeń, *Symulowanie złożonych procesów ekonomicznych za pomocą automatów komórkowych*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2007.
- Mainzer [2005] – K. Mainzer, *Symmetry and Complexity. The Spirit and Beauty of Nonlinear Science*, [w:] *World Scientific Series on Nonlinear Science*, Seria A, Vol. 51, World Scientific, Singapur 2005.
- Troyan [2008] – E. Troyan, *The velocity translation in the game of "Life"*, 2008, dostępne na: <http://arxiv.org/abs/math/0702213v1> [06.2010].
- Wolfram [2002] – S. Wolfram, *A New Kind of Science*, Wolfram Media Inc., Champaign 2002.