

# Jan Pavlovkin

---

## Modelowanie prechodowej charakterystyki statycznej regulowanej sýstavy prvního rádu so systéмом rc2000

---

Edukacja - Technika - Informatyka 5/1, 617-622

---

2014

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej [bazhum.muzhp.pl](http://bazhum.muzhp.pl), gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

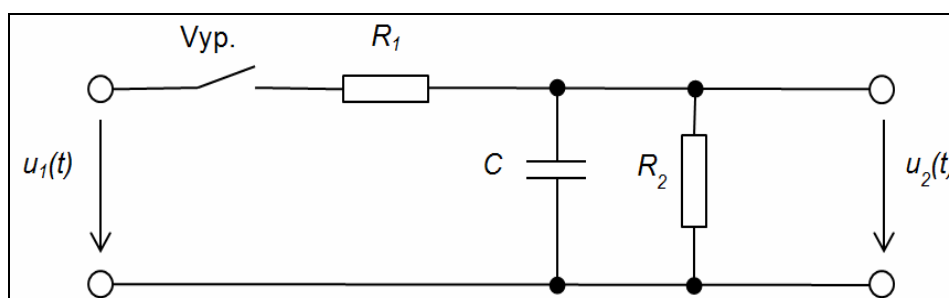
## **Modelovanie prechodovej charakteristiky statickej regulovanej sústavy prvého rádu so systémom rc2000**

### **Úvod**

Lineárny spojitý systém s jednou vstupnou a výstupnou veličinou možno opísať: lineárnou diferenciálnou rovnicou; impulznou charakteristikou systému; prenosom systému v Laplaceovej transformácii; prechodovou charakteristikou systému; frekvenčným prenosom systému; frekvenčnou charakteristikou systému; polohou pólov a núl prenosu systému; odozvou systému na známy všeobecný vstupný signál. V automatizačnej technike je statická regulovaná sústava 1. rádu objekt so samoregulačnou schopnosťou a s oneskorením reakcie, spôsobeným jednou vnútornou kapacitou, napr. objemovou kapacitou nádrže, tepelnou kapacitou pece, hmotnostnou zotrvačnosťou, elektrickou kapacitou apod.

### **1. Sústava prvého rádu**

Ako typickú statickú regulovanú sústavu 1. rádu uvažujme, napr. prietokovú nádrž na vodu. V praxi sa prietokové nádrže používajú aj na meranie prietoku. Využívajú samoregulačné ustálenie výšky hladiny v závislosti na veľkosti prietoku nádobou. Medzi hydrodynamickými a elektrickými veličinami platia analogické vzťahy, ktoré môžeme použiť na vytvorenie elektrického modelu nádrže. Matematický opis elektrického modelu je podstatne jednoduchší a dosiahnuté riešenie možno potom analogicky transformovať na pôvodnú regulovanú sústavu. S použitím hydroelektrickej analógie možno túto regulovanú sústavu zobraziť náhradným elektrickým obvodom podľa obr. 1.



**Obr. 1. RC článok ako analógový model statickej regulovanej sústavy 1. rádu**

Tabuľka 1

## Analogický vzťah medzi veličinami regulovanej sústavy a elektrickým modelom

REGULOVANÁ SÚSTAVA	ELEKTRICKÝ MODEL
$y(t)$ – akčná veličina (tlak pritekajúcej vody)	$u_1(t)$ – vstupné napätie
$x(t)$ – regulovaná veličina (výška hladiny v nádrži)	$u_2(t)$ – výstupné napätie
hydrodynamický odpor prívodného potrubia nádrže	$R_1$ – nabíjací rezistor
objemová kapacita nádrže	$C$ – kapacita
hydrodynamický odpor odtoku vody z nádrže	$R_2$ – vybíjací rezistor
ventil prívodného potrubia	$Vyp.$ – vypínač

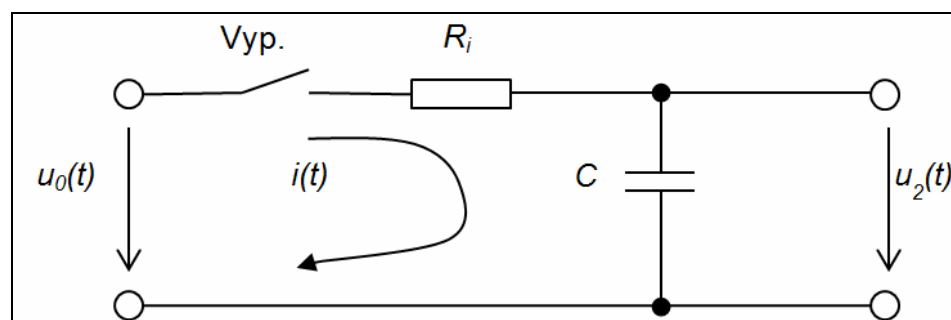
Správanie sa sústavy možno popísať prechodovou funkciou sústavy. Grafickým vyjadrením prechodovej funkcie je prechodová charakteristika. Na výpočet prechodovej funkcie použijeme náhradný elektrický RC obvod z obr. 1. Podľa Thèveninovej vety možno napäťový delič  $R_1$ ,  $R_2$  napájaný napätím  $u_1(t)$  nahraďovať ideálnym zdrojom napätia  $u_0(t)$  s vnútorným odporom  $R_i$ . Pre ich veľkosť platí:

$$u_0(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot u_1(t) = k_s \cdot u_1(t) \quad (1)$$

kde pomer  $k_s = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1$  je konštanta sústavy, (2)

$$R_i = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}. \quad (3)$$

Dostávame tak zjednodušenú náhradnú schému RC obvodu, ktorá je uvedená na obr. 2.



Obr. 2. Zjednodušený RC model statickej regulovanej sústavy 1. rádu

Zjednodušený RC obvod z obr. 2 vyriešime metódou slučkových prúdov. Podľa 2. Kirchhoffovho zákona je súčet napätí v uzatvorenej slučke prúdu  $i(t)$ :

$$R_1 \cdot i(t) + u_2(t) - u_0(t) = 0 \quad (4)$$

Pre napätie na kapacitore  $C$  platí:  $Q = C \cdot u_2(t)$ . (5)

Vyjadríme zmeny napätia:  $\Delta Q = C \cdot \Delta u_2(t)$ . (6)

Diferenciálne vyjadrenie:  $dQ = C \cdot du_2(t)$ . (7)

Ďalej vieme, že platí:  $i(t) = \frac{dq}{dt}$ . (8)

Dosadením výrazu (8) do rovnice (4) dostaneme:

$$R_1 \cdot \frac{dQ}{dt} + u_2(t) - u_0(t) = 0. \quad (9)$$

Do rovnice (9) môžeme dosadiť z rovnice (7):

$$R_1 \cdot \frac{C \cdot du_2(t)}{dt} + u_2(t) - u_0(t) = 0. \quad (10)$$

Ak označíme  $R_1 \cdot C = \tau$  a  $\frac{du_2(t)}{dt} = u_2'$ ,

dostaneme diferenciálnu rovnicu pre prenosovú funkciu  $u_2(t)$ :

$$\tau \cdot u_2'(t) + u_2(t) = u_0(t) = k_2 \cdot u_1(t). \quad (11)$$

Riešením rovnice (11) pre  $u_1(t) = U_1 = konst. = 1$  dostaneme prechodovú funkciu.

Pomocou RC obvodu ako analógového modelu sme odvodili tiež diferenciálnu rovnicu prenosu pôvodnej statickej regulovanej sústavy 1. rádu:

$$\tau \cdot x'(t) + x(t) = k_x \cdot y(t) \quad (12)$$

kde:

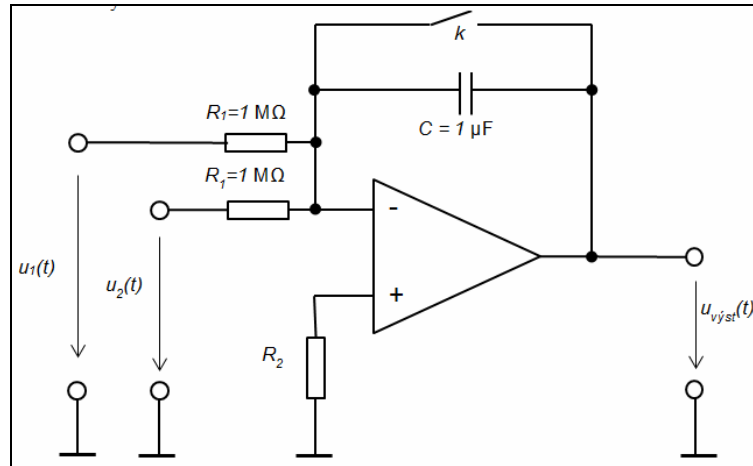
$k_x$  je prevodová konštanta sústavy,

$\tau$  je časová konštanta sústavy.

Rovnicu (12) upravíme pre riešenie analógovým modelom:  $x' = \frac{k_x}{\tau} \cdot y - \frac{1}{\tau} \cdot x$

$$x' = k_1 \cdot y - k_2 \cdot x \quad (13)$$

Na analógový model diferenciálnej rovnice (13) potrebujeme integrátor s dvomi vstupmi, tzv. sčítací (sumačný) integrátor s operačným zosilňovačom zapojeným podľa schémy na obr. 3.



**Obr. 3. Schéma zapojenia sumačného integrátora s operačným zosilňovačom**

Obvod zapojený podľa schémy na obr. 3 vykonáva súčet vstupných napätí, integráciu a zmenu znamienka:

$$u_{vyst}(t) = -\frac{1}{\tau} \cdot \int (u_1(t) + u_2(t)) dt, \quad (14)$$

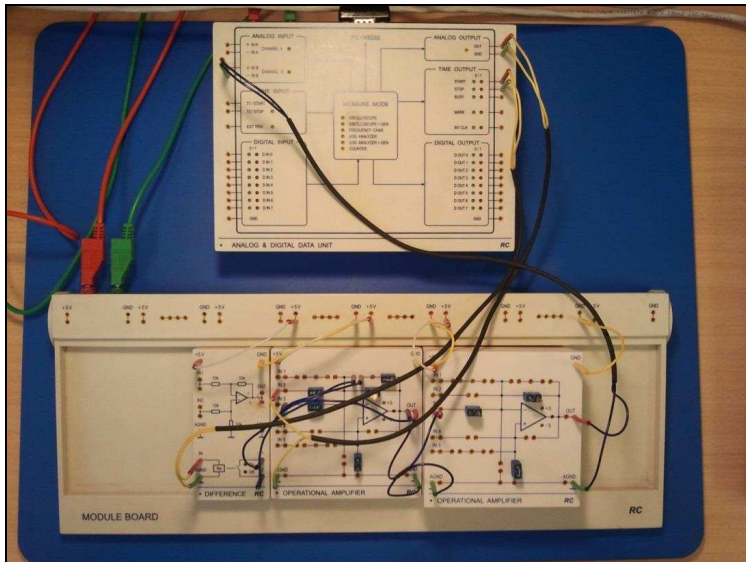
kde: 
$$\tau = R_1 \cdot C. \quad (15)$$

Rovnica (13) obsahuje násobenie konštantou. V analógových modeloch sa násobenie realizuje pomocou potenciometra, a vyjadruje rovnicou (16).

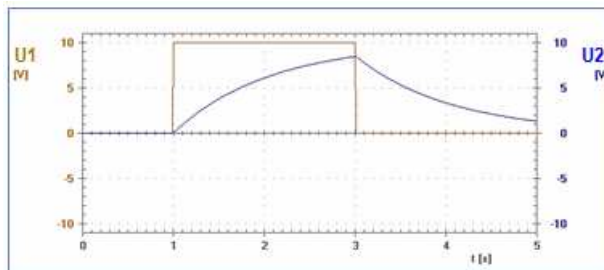
$$u_2(\tau) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot u_1(\tau) = k \cdot u_1(\tau) \quad (16)$$

## 2. Modelovanie na systéme rc2000

Diferenciálnu rovnicu (13), ktorá opisuje správanie sa statickej regulovanej sústavy 1. rádu, možno potom analógovo modelovať systémom rc2000. Na moduloch **Operational Amplifier** a **Difference** zapojíme obvod podľa obr. 4. Spustíme výučbový systém rc2000, zvolíme merací režim „**Osciloskope + Generator**“. V režime **Output** → **Edit** vytvoríme testovací signál  $u_1(t) = +10 \text{ V}$ , pre  $t \in \langle 1, 3 \text{ s} \rangle$  a v ostatných intervaloch  $u_1(t) = 0$ , ktorý pomocou ponuky **Save signal** uložíme pod názvom, napr. **konst10.aio**, voľbou **Leave Editor** opustíme editor. Na zapojenie na moduloch **Operational Amplifier** v systéme rc2000 privedieme vstupnú funkciu ako  $y(t)$  skokové napätie  $u_1(t) = +10 \text{ V}$ , pre  $t \in \langle 1, 3 \text{ s} \rangle$ . Opakované merania spustíme pomocou tlačidla **Run** na spodnej lište a osciloskopom zobrazíme  $u_2(t) \approx x(t)$  ako prechodovú charakteristiku regulovanej sústavy, ktorá je zobrazená na obr. 5.



Obr. 4. Zapojenie na systéme rc2000



Obr. 5. Prechodová charakteristika statickej regulovanej sústavy 1. rádu

### Záver

Cieľom tohto príspevku bolo predstaviť využitie systému rc2000 na modelovanie statických regulovaných sústav 1. rádu. Statickú regulovanú sústavu 1. rádu sme modelovali pomocou elektrického RC obvodu, ktorý sme zapojili pomocou modulov systému rc2000. Na takomto zapojení sme realizovali meranie prechodovej charakteristiky ako odozvy na skokové napätie  $u_1(t) = +10 \text{ V}$ , pre  $t \in \langle 1, 3 \text{ s} \rangle$ . Prechodovú charakteristiku sme zaznamenali pomocou osciloskopu, analýzou ktorej zistíme, že časová konštanta  $\tau$  je približne 1s, čo vzhľadom na rozptyl parametrov vyrábaných rezistorov a kapacitorov je vyhovujúce.

Príspevok vznikol v rámci riešenia projektu KEGA 011UMB-4/2012.

## Literatúra

- Kubovský I. (2012), *Laboratórne úlohy z predmetu elektrotechnika a elektronika na DF-TU vo Zvolene*, „Technika a vzdelávanie“, 2, Banská Bystrica: FPV UMB, ISSN 1338-9742.
- Pavlovkin J. (2007), *Systém rc2000 vo výučbe odborných predmetov*, Bratislava: „AT&P journal“, ročník XIV, číslo 1, ISSN 1336-233X.
- Pavlovkin J. (2008), *Výučba elektrotechniky so systémom rc2000 –  $\mu$ LAB* [in:] *Współczesne problemy techniki, zarządzania i edukacji*, red. B. Pietrulewicz, Zielona Góra, s. 129–135, ISBN 978-83-7481-299-0.
- Pavlovkin J., Novák D. (2011), *Elektronika s výučbovým systémom rc2000*, “Education – Technology – Computer science”, 1, Rzeszow, ISSN 2080-9069.

## Abstrakt

Príspevok sa zaoberá využitím systému rc2000 –  $\mu$ LAB na modelovanie statickej regulovanej sústavy 1. rádu. Teória automatického riadenia rozvíja metódy, ktoré sú vhodné na určenie riadenia reálnych objektov. Aby tieto metódy boli použiteľné na širokú triedu reálnych objektov, abstrahujeme od konkrétnych fyzikálnych vlastností týchto objektov a zaujímame sa iba o vzťahy medzi veličinami v týchto objektoch. Vytvárame abstraktné modely reálnych objektov, ktoré nazývame spojité systémy. Všetky veličiny v takýchto systémoch sú funkciou spojitého času  $t$ . Často možno vlastnosti objektov vyjadriť s dostatočnou presnosťou lineárnym modelom.

**Kľúčové slová:** systém rc2000 –  $\mu$ LAB, statická sústava 1. rádu, časová konštanta, model, meranie.

## Modeling of static step response of the controlled system a first order with the system rc2000

### Abstract

The paper deals with using the system RC2000 –  $\mu$ LAB for modelling static controlled system 1st order. Theory of Automatic Control develops methods that are suitable for determining the management of real objects. That these methods are applicable to a wide class of real objects, abstract from the specific physical properties of these objects, and we are interested only in relations between the variables in these objects. We create abstract models of real objects, which we call continuous systems. All variables in such systems are a continuous function of time  $t$ . Properties of objects can often be expressed with sufficient precision linear model.

**Keys words:** System RC2000 –  $\mu$ LAB, static set of 1st order, time constant, model, measurement.