Ewa Dziawgo

Opcje elastyczne i ich własności : analiza empiryczna

Ekonomiczne Problemy Usług nr 39, 465-472

2009

ZESZYTY NAUKOWE UNIWERSYTETU SZCZECIŃSKIEGO

NR 549 EKONOMICZNE PROBLEMY USŁUG NR 39 2009

EWA DZIAWGO
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

OPCJE ELASTYCZNE I ICH WŁASNOŚCI – ANALIZA EMPIRYCZNA

Wprowadzenie

Rosnąca zmienność warunków rynkowych przyczynia się do wzrostu ryzyka związanego z prowadzeniem działalności gospodarczej. Konsekwencją tego zjawiska jest wzrost zapotrzebowania na nowe instrumenty i metody zarządzania ryzykiem, które przyczyniłyby się do poprawy wyników finansowych firmy[1]. Szczególnym instrumentem zarządzania ryzykiem jest opcja, która charakteryzuje się niesymetrycznością praw i obowiązków nałożonych na strony transakcji. Możliwość konstrukcji strategii opcyjnych o różnych profilach dochodu końcowego zwiększa atrakcyjność opcji[2].

Opcje elastyczne należą do klasy opcji egzotycznych[3] uwarunkowanych czasem. Ich nabywca może w przyszłości decydować o pewnych cechach opcji. Wyróżnia się trzy główne typy opcji elastycznych: bermudzkie, o opóźnionym starcie i wyboru[4].

W przypadku opcji bermudzkiej, w okresie jej ważności wyznaczonych jest kilka terminów, w których nabywca tej opcji może ją zrealizować. Wśród opcji elastycznych opcje wyboru oraz o opóźnionym starcie są wyjątkowo atrakcyjnymi instrumentami zarządzania ryzykiem. Opcja o opóźnionym starcie charakteryzuje się tym, że po upływie określonego czasu wyznaczana jest cena wykonania tej opcji. Z kolei, nabywca opcji wyboru może w przyszłości zdecydować, czy posiadana opcja będzie opcją kupna czy opcją sprzedaży.

---

[1] Por. W. Tarczyński, M. Mojsiewicz: *Zarządzanie ryzykiem*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2001, s. 35–39.

[2] Por. J.C. Hull: *Options, futures, and other derivatives*. Prentice Hall, 1997, s. 251–269; E. Dziawgo: *Modele kontraktów opcyjnych*. Wydawnictwo Uniwersyteu Mikołaja Kopernika w Toruniu, Toruń 2003, s. 133–175.

[3] Por. K. Jajuga, W. Gudaszewski, W. Mróz: *Opcje egzotyczne – wprowadzenie*. „Rynek Terminowy" 2004, nr 1.

[4] Por. A. Napiórkowski: *Charakterystyka, wycena i zastosowanie wybranych opcji egzotycznych*. NBP Departament Analiz i Badań, Warszawa 2002, s. 33–41; G. Gastineau: *Exotic (nonstandard) options on fixed-income instruments*. W: F.J. Fabozzi: *The handbook of fixed income options: strategies, pricing and applications*. Irwin Professional Publishing, Chicago 1999; E. Dziawgo: *Zastosowanie opcji elastycznych w zarządzaniu firmą*. W: P. Dittmann, J. Szanduła: *Prognozowanie w zarządzaniu firmą. Akademia Ekonomiczna we Wrocławiu*. Wydawnictwo Indygo Zahir Media, Wrocław 2008, s. 291–299.

Opcja o opóźnionym starcie

W okresie ważności opcji o opóźnionym starcie występują dwa momenty, w których określane są parametry danej opcji: czas t_0 – początek życia opcji oraz czas t_1 – moment startu opcji. W momencie t_0, zostaje zawarta umowa oraz zapłacona premia. Określone są wszystkie parametry opcji z wyjątkiem ceny wykonania. Ustalony jest więc: typ opcji (kupna, sprzedaży), rodzaj instrumentu bazowego, wielkość kontraktu, czas wygaśnięcia oraz czas startu opcji (czas t_1), w którym wyznaczona zostanie cena wykonania opcji. Najczęściej za cenę wykonania przyjmuje się istniejącą w czasie t_1 cenę instrumentu bazowego. Po przekroczeniu momentu startu, opcja o opóźnionym starcie staje się zwykłą opcją.

Funkcja wypłaty opcji o opóźnionym starcie jest postaci:

$$W = \max[\varphi \cdot S(T) - \varphi \cdot S(t_1);0] \tag{1}$$

gdzie: T – czas wygaśnięcia opcji, $S(t)$ – cena instrumentu bazowego w dniu wygaśnięcia opcji, $S(t_1)$ – cena instrumentu bazowego w momencie startu, w przypadku opcji kupna $\varphi = 1$, dla opcji sprzedaży $\varphi = -1$.

Cena o opóźnionym starcie wynosi:

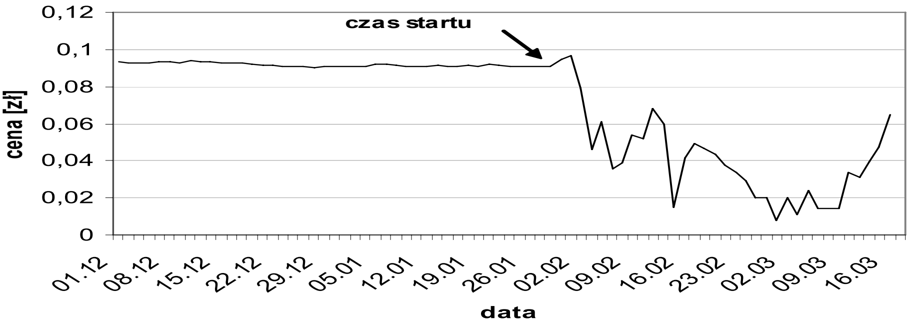
$$c(t_0) = S(t_0)e^{-q(t_1-t_0)}[\varphi \cdot e^{-q(T-t_1)}N(\varphi d_1) - \varphi \cdot e^{-r(T-t_1)}N(\varphi d_2)] \tag{2}$$

gdzie: q – stopa dywidendy, t_0 – początek życia opcji, $t_0, t_1 \in [0,T]$, $t_0 < t_1 < T$, $S(t_0)$ – cena instrumentu bazowego w czasie t_0, $N(d)$ – wartość dystrybuanty rozkładu normalnego zmiennej d, r – stopa procentowa wolna od ryzyka, σ – odchylenie standardowe stóp zwrotu z instrumentu bazowego, $d_1 = \frac{(r - q + 0{,}5\sigma^2)(T - t_1)}{\sigma\sqrt{T - t_1}}, d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T - t_1}$, pozostałe oznaczenia są takie same jak we wzorze (1).

Z analizy wzoru (2) wynika, że cena opcji o opóźnionym starcie jest równa cenie analogicznej opcji zwykłej *po-cenie* z czasem pozostałym do wygaśnięcia $T - t_1$, przy czym oczekiwaną wartość wypłaty dyskontuje się przez okres $t_1 - t_0$.

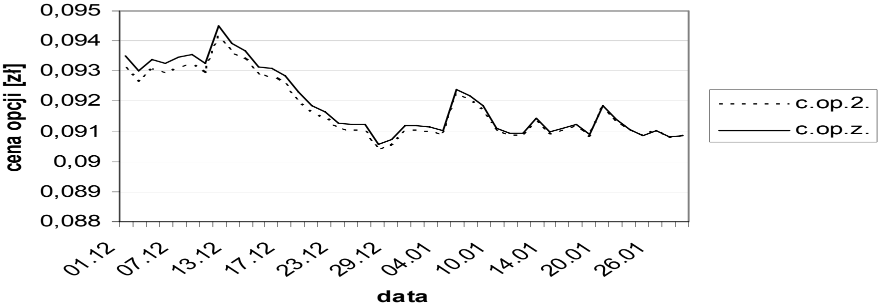
Przykład 1

Rozważania dotyczą kształtowania się ceny walutowych opcji o opóźnionym starcie, wystawionych na EUR/PLN. Wykres na rysunku 1 ilustruje kształtowanie się ceny walutowej opcji o opóźnionym starcie przed i po przekroczeniu terminu startu. Symulacja wyceny przeprowadzona jest dla okresu dla okresu 1.12.2004–25.03.2005 roku. Termin startu rozpatrywanej opcji: 2.02.2005 roku. Z kolei na rysunku 2 przedstawiono kształtowanie się cen zwykłej walutowej opcji kupna oraz walutowej opcji kupna o opóźnionym starcie z terminem startu: 2 miesiące. Termin wygaśnięcia rozpatrywanych opcji wynosi 6 miesięcy. Symulacja przeprowadzona jest dla okresu 1.12.2004–28.01.2005 roku.



Rys. 1. Kształtowanie się ceny walutowej opcji o opóźnionym starcie przed i po przekroczeniu momentu startu

Źródło: opracowanie własne.

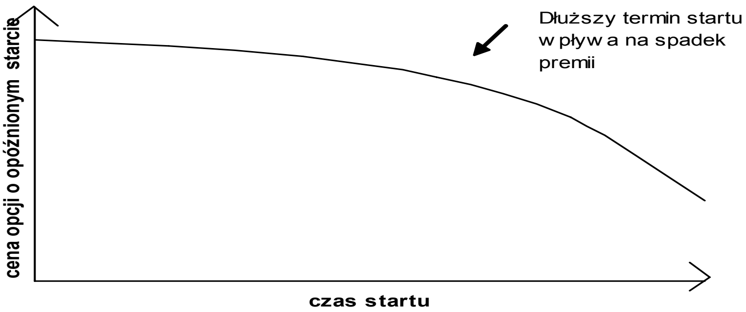


Rys. 2. Kształtowanie się cen zwykłej opcji kupna (ozn. op.z.) oraz opcji kupna o opóźnionym starcie (ozn. op.2)

Źródło: opracowanie własne.

Z analizy kształtowania się cen rozpatrywanych opcji wynikają następujące własności:

- do momentu startu, cena opcji o opóźnionym starcie ulega niewielkim wahaniom,
- po przekroczeniu momentu startu, cena opcji ulega znacznym fluktuacjom,
- opcje o opóźnionym starcie są tańsze od opcji zwykłych charakteryzujących się tymi samymi parametrami,
- opcja, która charakteryzuje się późniejszym terminem startu jest tańsza od opcji z wcześniejszym terminem startu (rys. 3).



Rys. 3. Wpływ czasu startu na cenę opcji o opóźnionym starcie

Źródło: opracowanie własne.

W sytuacji kiedy zbliża się termin startu, występuje wzrost ceny opcji o opóźnionym starcie. Zwiększa się również wrażliwość ceny tej opcji na wahania zmienności ceny instrumentu bazowego. Ponieważ do momentu startu, cena opcji nie zależy od bieżącej ceny instrumentu bazowego, opcja o opóźnionym starcie może być w tym okresie stosowana w transakcjach spekulacyjnych na rynku zmienności cen instrumentu bazowego.

W momencie zawarcia umowy nie jest znana cena wykonania opcji o opóźnionym starcie. W związku z tym, korzystniejsze jest stosowanie w transakcjach zabezpieczających i spekulacyjnych opcji o opóźnionym starcie z krótszym terminem startu, gdyż krótszy przedział czasowy zwiększa prawdopodobieństwo otrzymania trafniejszej prognozy ceny wykonania, co przyczyni się do osiągnięcia z danych transakcji lepszych wyników finansowych.

Opcja wyboru

Rozróżnia się dwa rodzaje opcji wyboru: proste i złożone.

Nabywca prostej opcji wyboru w przyszłej chwili t_1 decyduje, czy zakupiony kontrakt jest:

– opcją kupna z ceną wykonania K i terminem wygaśnięcia T, czy
– opcją sprzedaży z ceną wykonania K i terminem wygaśnięcia T.

W chwili t_1 wartość prostej opcji wyboru określona jest wzorem:

$$C_{t_1}^{W} = \max[C_{t_1}; P_{t_1}] \tag{3}$$

gdzie: C_{t1} – wartość opcji kupna z ceną wykonania K i terminem wygaśnięcia $T - t_1$, P_{t1} – cena opcji sprzedaży z ceną wykonania K i terminem wygaśnięcia $T - t_1$.

W chwili t_1 prosta opcja wyboru ma dodatnią wartość, gdyż zawsze jedna z opcji (kupna lub sprzedaży) jest *w-cenie*. Funkcja wypłaty prostej opcji wyboru (w sytuacji kiedy C_{t1}

$\geq P_{t1}$) jest postaci: $W = \max[S(T) - K;0]$. Jeśli $C_{t1} < P_{t1}$, to funkcja wypłaty prostej opcji jest postaci: $W = \max[K - S(T);0]$. Korzystając z parytetu kupna-sprzedaży, cenę opcji sprzedaży w chwili t_1 można przedstawić wzorem: $P_{t1} = C_{t1} - S(t_1) + Ke^{-\gamma(T-t1)}$. Podstawiając dane równanie do wzoru (3) otrzymuje się cenę prostej opcji wyboru:

$$C_{t_1}^W = \max[C_{t_1}; C_{t_1} - S(t_1) + Ke^{-r(T-t_1)}] = C_{t_1} + \max(Ke^{-r(T-t_1)} - S(t_1);0) \quad (4)$$

Z analizy wzoru (4) wynika, że prosta opcja wyboru jest portfelem zbudowanym z długiej opcji kupna i długiej opcji sprzedaży. Opcje różnią się terminem wygaśnięcia oraz ceną wykonania.

Złożona opcja wyboru jest umową, charakteryzującą się tym, że w przyszłej chwili t_1, nabywca tej opcji decyduje, czy zakupiony kontrakt jest:

- opcją kupna z ceną wykonania K_c i terminem wygaśnięcia T_c, czy
- opcją sprzedaży z ceną wykonania K_p i terminem wygaśnięcia T_p, przy czym opcje te różnią się cenami wykonania ($K_c \neq K_p$) lub terminami wygaśnięcia ($T_c \neq T_p$) lub zarówno cenami wykonania i terminami wygaśnięcia ($K_c \neq K_p$ i ($T_c \neq T_p$).

W chwili t_1 wartość opcji wyboru wynosi:

$$C_{t_1}^W = \max\left(C_{t_1}\left(S_{t_1}, K_c, T_c - t_1\right), P_{t_1}\left(S_{t_1}, K_p, T_p - t_1\right)\right) \quad (5)$$

gdzie: $C_{t_1}\left(S(t_1), K_c, T_c - t_1\right)$ – wartość opcji kupna z ceną K_c, terminem wygaśnięcia $T_c - t_1$, $P_{t_1}\left(S(t_1), K_p, T_p - t_1\right)$ – wartość opcji sprzedaży z ceną wykonania K_p, terminem wygaśnięcia $T_p - t_1$, cena instrumentu bazowego w chwili t_1, $t_1 < T_c$, $T_p \leq T$, T – czas wygaśnięcia złożonej opcji wyboru.

Cenę złożonych opcji wyboru można wyznaczyć jedynie metodą numeryczną. Jednym z modeli wyceny złożonych opcji wyboru jest model Rubinsteina[5]

$$\begin{aligned} V = Se^{-qT_c} N\left[y + \sigma\sqrt{t_1}, d_1(K_c, T_c), \sqrt{\frac{t_1}{T_c}}\right] - K_c e^{-rT_c} N\left[y, d_2(K_c, T_c), \sqrt{\frac{t_1}{T_c}}\right] - \\ - Se^{-qT_p} N\left[-y\sigma\sqrt{t_1}, -d_1(K_p, T_p), \sqrt{\frac{t_1}{T_p}}\right] + K_p e^{-rT_p} N\left[-y, -d_2(K_p, T_p), \sqrt{\frac{t_1}{T_p}}\right] \end{aligned} \quad (6)$$

gdzie: S – bieżąca cena instrumentu bazowego, $S_{t_1} = Se^{vt_1 - y\sigma\sqrt{t_1}}$, $v = r - q - 0{,}5\ \sigma^2$, N(a, b, c) – wartość dystrybuanty rozkładu normalnego dwóch zmiennych standaryzowanych,

---

[5] Inną stosowaną metodą wyceny opcji złożonych jest metoda opracowana przez I. Nelkena w 1993 r.

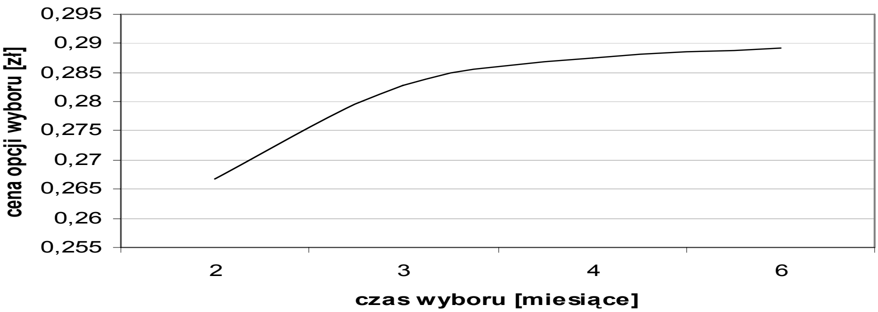
$$d_2(K,t) = \frac{\left[\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - q + 0{,}5\sigma^2\right)t\right]}{\sigma\sqrt{t}}\ , \quad d_1(K,t) = d_2(K,t) + \sigma\sqrt{t}$$

, pozostałe oznaczenia są takie same jak we wzorach (2) i (5).

Przykład 2

Analiza dotyczy wpływu: terminu wyboru, różnicy między cenami wykonania oraz różnicy między terminami wygaśnięcia opcji kupna i opcji sprzedaży na cenę złożonej opcji wyboru.

Symulacja wyceny przeprowadzona jest dla walutowych opcji wyboru wystawionych na EUR/PLN. Na wykresie 5 przedstawiono wpływ terminu wyboru na cenę opcji wyboru, której cena wykonania opcji kupna wynosi 3,8 zł, cena wykonania opcji sprzedaży równa jest 4,2 zł. Terminy wygaśnięcia opcji kupna i opcji sprzedaży są równe i wynoszą 9 miesięcy.



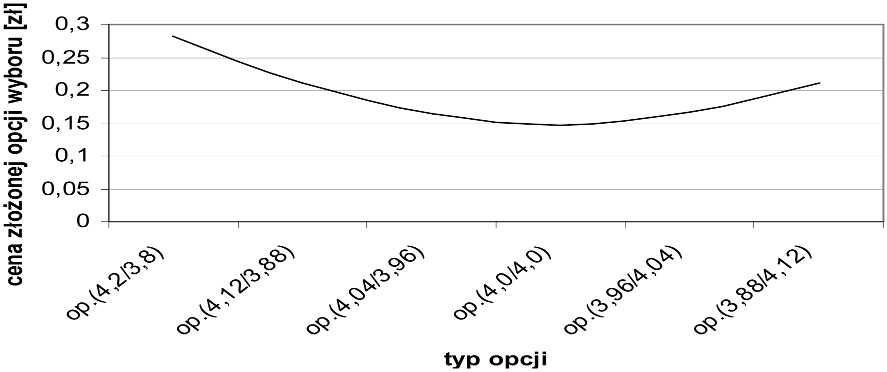
Rys. 4. Wpływ czasu wyboru na cenę opcji wyboru

Źródło: opracowanie własne.

Nabywca opcji wyboru z dłuższym terminem wyboru ma więcej czasu na podjęcie decyzji, dlatego opcje wyboru charakteryzujące się dłuższym terminem wyboru są droższe.

Wykres 5 jest ilustracją wpływu różnic między cenami wykonania na cenę opcji wyboru. W przeprowadzonej symulacji wyceny opcji, bieżąca cena instrumentu bazowego wynosi 4,0 zł. Dla wszystkich rozpatrywanych opcji terminy wygaśnięcia opcji kupna i opcji sprzedaży są równe i wynoszą 9 miesięcy, a termin wyboru opcji wynosi 3 miesiące.

Wzrost różnic miedzy cenami wykonania opcji kupna i opcji sprzedaży wpływa na wzrost ceny rozpatrywanych złożonych opcji wyboru.



Rys. 5. Wpływ różnic między cenami wykonania opcji kupna i opcji sprzedaży na cenę opcji wyboru

Źródło: opracowanie własne.

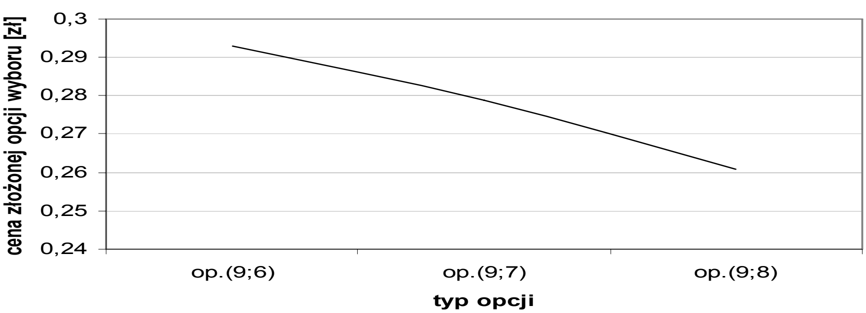
W analizowanym przykładzie:

a) najdroższa jest złożona opcja wyboru, której cena wykonania opcji kupna wynosi 3,8 zł oraz wykonania opcji sprzedaży wynosi 4,2 zł (ozn. op. (4,2/3,8)). Różnica między ceną wykonania opcji kupna i opcji sprzedaży w tym przypadku wynosi 0,40 zł i dla analizowanych opcji jest największa;

b) najtańsza jest opcja wyboru, której cena wykonania opcji kupna jest równa cenie wykonania opcji sprzedaży (jest to prosta opcja wyboru).

Złożone opcje wyboru są droższe od prostych opcji wyboru.

Na rysunku 6 przedstawiono wpływ różnic między terminami wygaśnięcia opcji kupna i opcji sprzedaży na kształtowanie się cen złożonych opcji wyboru. W przeprowadzonej



Rys. 6. Wpływ różnic między terminami wygaśnięcia opcji kupna i opcji sprzedaży na kształtowanie się ceny złożonej opcji wyboru

Źródło: opracowanie własne.

symulacji wyceny opcji termin wyboru rozpatrywanych opcji wynosi 4 miesiące. Ceny wykonania opcji kupna i opcji sprzedaży są równe i wynoszą 4,08 zł.

Wzrost różnic miedzy terminami wygaśnięcia opcji kupna i opcji sprzedaży wpływa na wzrost ceny rozpatrywanych złożonych opcji wyboru.

W analizowanym przykładzie:

a) najdroższa jest złożona opcja wyboru, której termin wygaśnięcia opcji kupna wynosi 9 miesięcy, natomiast termin wygaśnięcia opcji sprzedaży jest równy 6 miesięcy (ozn. (op.(9;6));
b) najtańsza jest złożona opcja wyboru z terminem wykonania opcji kupna wynoszącym 9 miesięcy i z terminem wykonania opcji sprzedaży równym 8 miesięcy (ozn. op.(9;8)).

Jeżeli w przyszłości oczekuje się znacznych zmian cen instrumentu bazowego, ale występują wątpliwości związane z określeniem kierunku tych zmian, to nabycie opcji wyboru z odpowiednim terminem wyboru oraz różnicą między cenami wykonania i terminami wygaśnięcia opcji kupna i sprzedaży umożliwia otrzymanie określonego dochodu z posiadanej opcji.

Podsumowanie

Nabywca opcji elastycznych może w przyszłości decydować o pewnych cechach posiadanej opcji, a więc skuteczniej zarządzać ryzykiem zmiany cen instrumentu bazowego. Własności opcji elastycznych pozwalają na precyzyjną ochronę przed niekorzystnymi wahaniami cen instrumentu bazowego. Jednakże, w celu podjęcia profesjonalnych decyzji związanych z wykorzystaniem opcji elastycznych w transakcjach finansowych, niezbędne jest przeprowadzenie dokładnej analizy istniejących warunków rynkowych, która pozwoli na opracowanie trafniejszej prognozy zmiany ceny instrumentu bazowego.

PROPERTIES OF TIME-DEPENDENT OPTIONS – EMPIRICAL ANALYSIS

Summary

The article presents the issues connected with the time-dependent options: characteristics of the instrument, pay-off, the influence of the selected factors on the options price. The empirical illustration included in the article is concerned with the time-dependent on currency and carried out on the examples of pricing simulations of the options issued on EUR/PLN.