

Radosław Pastusiak

Model dwumianowy w zaawansowanej ocenie efektywności inwestycji rzeczowych

Ekonomiczne Problemy Usług nr 39, 93-100

2009

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej bazhum.muzhp.pl, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

RADOSŁAW PASTUSIAK

Uniwersytet Łódzki

MODEL DWUMIANOWY W ZAAWANSOWANEJ OCENIE EFEKTYWNOŚCI INWESTYCJI RZECZOWYCH

Wprowadzenie

Ocena efektywności projektów inwestycyjnych koncentruje się na zastosowaniu kilku metod, gdzie w praktyce dominującym narzędziem jest wartość bieżąca netto (NPV) oraz wewnętrzna stopa zwrotu (IRR). Ich częste wykorzystanie wiąże się z łatwością oszacowania parametrów potrzebnych do analizy oraz stosunkowo nieskomplikowaną konstrukcją. Oczywiście punktem wyjścia jest konieczność oszacowania przepływów pieniężnych generowanych przez projekt inwestycyjny. Metody te mają jednakże swoje słabe strony, związane z niemożnością wielowariantowej oceny efektywności inwestycji a także nieuwzględnieniem zmieniających się warunków gospodarczych projektu inwestycyjnego, koniecznością zwiększenia produkcji lub jej zmniejszenia a także zastosowania wariantu alternatywnego inwestycji, polegającego na dodatkowym doinwestowaniu projektu¹.

Metodą bardziej zaawansowaną i jednocześnie rzadziej stosowaną jest wykorzystanie do szacowania efektywności inwestycji narzędzia, jakim jest model dwumianowy lub pewna jego odmiana tzw. drzewo decyzyjne². Model dwumianowy pierwotnie służył do wyceny opcji, zakłada się w nim, że zmiany cen akcji składają się z dużej liczby niewielkich zmian dwumianowych. Model ten po raz pierwszy zastosowali Cox, Ross i Rubinstein³. Metoda polega na podzieleniu czasu do wygaśnięcia opcji (lub projektu) na określoną liczbę krótkich okresów Δt . W każdym z przedziałów czasu Δt cena akcji może zmienić się do jednej z dwóch wartości: S_u lub S_d . Zatem S_u oznacza wzrost ceny akcji, S_d jej spadek. Jeśli prawdopodobieństwo wzrostu ceny wynosi p , to prawdopodobieństwo spadku ceny wynosi $1 - p$, tak aby przedstawić za jego pomocą na przykładzie zmienność przychodów pieniężnych generowanych przez projekt inwestycyjny.

¹ R. Pastusiak: *Ocena efektywności inwestycji*. CeDeWu, Warszawa 2003, s. 93–111.

² A. Buckley: *Inwestycje zagraniczne. Składniki, wartości i ocena*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2002, s. 52.

³ J. Cox, M. Rubinstein, S. Ross: *Option pricing: A simplified approach*. Journal of Financial Economics, vol. 5, September 1979.

Źródłem niepewności w modelu jest wartość przyływów pieniężnych w poszczególnych węzłach, a także prawdopodobieństwo ich wystąpienia. Dzięki zastosowaniu drzewa dwumianowego można oszacować zdolności przedsiębiorstwa do przystosowywania się do zmieniających się warunków jego działalności. Można bowiem śledzić zmiany wartości aktywów w odpowiednich okresach w zależności od zaistniałych warunków i stosownie do wyników obserwacji podejmować decyzje. Model dwumianowy umożliwi niejako „interaktywną”, wycenę efektywności projektu inwestycyjnego. Daje też możliwość stosowania technik komputerowych, które zwiększają szybkość obliczeń oraz ułatwiają podejmowanie decyzji.

Analiza modelowa

Na przykładzie (zob. tab. 1) opracowano hipotetyczny projekt inwestycyjny małego lub średniego przedsiębiorstwa o początkowych nakładach inwestycyjnych w wysokości 2,5 mln zł. Dla potrzeb kalkulacji przyjęto stały koszt kapitału 10% dla wszystkich okresów. Analizowany okres to trzy lata – czyli najbardziej niewralgiczny czas dla nowego przedsięwzięcia – w podziale na węzły półroczne, tak więc otrzymano sześć węzłów i założono przewidywane wartości przepływów gotówkowych, generowanych przez nową inwestycję. Węzeł „0” charakteryzuje się rozłożeniem prawdopodobieństw wystąpienia przepływów pieniężnych o wartościach 0,75 – 1500 tys. zł oraz 0,25 – 500 tys. zł. Kolejny węzeł A, to dwa poziomy; szósty i ósmy (zob. tab. 1), dla których zaproponowano rozłożenie prawdopodobieństw uzyskania pozytywnych przepływów gotówkowych, wskazujących na poprawiającą się sytuację projektu. Przyjęte parametry projektu mają znaczenie czysto teoretyczne, bowiem chciano pokazać jedynie technikę oceny efektywności i przydatność praktyczną tej metody, a nie zastanawiać się nad danym projektem. W każdym bądź razie założono występowanie o wiele większego prawdopodobieństwa odniesienia sukcesu inwestycji niż jej porażki.

Analizując model przyjęto następujące oznaczenia: węzły w czasie oznaczono literami od A do G, każda litera to nowe półrocze, a poziomy cyframi od 1 do 13, im wyższy poziom, tym większe przepływy pieniężne projektu. Okazuje się, że na tak małej przestrzeni czasowej (trzy lata) zidentyfikowano 26 węzłów. Każdemu węzłowi przyporządkowane są prawdopodobieństwa realizacji przepływów gotówkowych w kolejnym okresie. Ich suma jest równa jeden. I tak na przykład dla węzła B7, czyli osiągnięcia przez projekt przepływów gotówkowych 1,2 mln zł, przyporządkowano dwie możliwości rozwoju sytuacji; wzrost przepływów w kolejnym okresie 1,6 mln zł spodziewanych z prawdopodobieństwem 0,75 lub ich spadek do 0,7 mln zł z prawdopodobieństwem 0,25. Oczywiście zarówno wartości *cash flow* jak i prawdopodobieństwa ich wystąpienia są pewnym uproszczeniem mającym w danym okresie charakteryzować stan finansów projektu oraz pokazywać je w danym momencie.

Węzły sieci oznaczają możliwości podejmowania decyzji. Z każdego węzła wychodzą tylko dwie możliwości, co oznacza, że bierze się pod uwagę tylko możliwości wzrostu lub spadku przepływów gotówkowych. Decyzja o realizacji nakładów inwestycyjnych w węźle C10 jest swoistym planem awaryjnym dla przedsiębiorstwa, które w ten sposób może jeszcze uratować swoją efektywność. Plan B jest przewidziany na 3 półrocze po poniesieniu głównych nakładów inwestycyjnych (zob. tab. 1). Będzie on realizowany tylko w przypadku specyficznej sytuacji, czyli niepowodzenia planu głównego, potwierdzonego niskimi przepływami pieniężnymi przez rok od początkowych nakładów inwestycyjnych. Plan B może się powieść, założono większe prawdopodobieństwo takiego scenariusza (węzły D9, F8, G7) lub niestety nie – założono prawdopodobieństwo mniejsze.

Tabela 1

Plan B – doinwestowanie projektu inwestycyjnego w węźle C10

	C		D		F		G
		p	CF	p	CF	p	CF
7							1200
						0,75	
8					800		
				0,75		0,25	
9			300				600
		0,75		0,25		0,75	
	nakłady				150		
10	inwestycyjne plan B – 1000 tys. zł	0,25		0,75		0,25	
11			0				50
				0,25		0,75	
12					0		
						0,25	
13							0

p – prawdopodobieństwo zajścia scenariusza, CF – przepływ pieniężny powstały w wyniku jego zajścia.

Źródło: analizy własne.

W tabeli 3 pokazano wybrane scenariusze obliczeń zaprezentowane w całości w tabeli 1. Występują tutaj scenariusze bardzo optymistyczne, optymistyczne, normalne oraz złe. Wyznacznikiem jest wartość oczekiwana lub NPV. Ważną informacją dla przedsiębiorstwa jest również poziom prawdopodobieństwa wystąpienia określonego scenariusza.

Tabela 2

Analiza efektywności projektu za pomocą drzewa dwumianowego (w tys. zł)

Węzeł Poziom	0		A		B		C		D		F		G		
		p	CF	p	CF	p	CF	p	CF	p	CF	p	CF	p	CF
1															4000
2												3600			
3									3200	0,25	0,25				3200
4	10%						2600			0,75	0,75				
5					1800	0,25			2200	0,75	0,75				2200
6		0,75	1500	0,5		0,75	1600			0,75	0,75	1600			
7				0,5	1200	0,75			1200	0,25	0,25				1200
8		0,25	500	0,75		0,75	700			0,25	0,25	800			
9				0,25	300	0,25			300	0,75	0,75				600
10						0,25				0,75	0,75	150			
11										0,25	0,25				
12									0	0,25	0,25			0	50
13															
															0

p – prawdopodobieństwo zajścia scenariusza, CF – przepływ pieniężny powstały w wyniku jego zajścia.

Źródło: analizy własne.

Tabela 3

Wybrane scenariusze modelu dwumianowego

Scenariusze/ wskaźniki	Adres ścieżki	NPV (w tys.)	Prawdopodobieństwo	Wartość oczekiwana
Scenariusz 1	A6B5C4D3F2G1	11 206,83	0,15%	5 375
Scenariusz 2	A6B5C4D3F2G3	10 705,78	0,44%	6 775
Scenariusz 3	A6B4C6D5F4G5	7 630,84	11,57%	8 625
Scenariusz 4	A8B7C8D7F8G7	2 198,09	0,66%	3 200
Scenariusz 5	A8B7C8D9F10G9	491,30	0,22%	1 762
Scenariusz 6	A8B9C8D9F10G11	-740,09	0,07%	850
Scenariusz 7	A8B9C10D11F12G13	-2 617,33	0,02%	-50

Źródło: analizy własne.

Analizując rozkład zaprezentowanych w przykładzie wartości przepływów pieniężnych w poszczególnych węzłach i obliczając na ich podstawie NPV przy uwzględnieniu kosztu kapitału oraz okresów występowania przepływów, otrzymano rozkład wartości NPV wraz z prawdopodobieństwami ich wystąpienia (zob. tab. 3). W zaprezentowanym przykładzie maksymalna wartość NPV to 11 206,8 tys. zł przy prawdopodobieństwie wystąpienia 0,15%. Wartość minimalna to -2617,33 tys. zł, uwzględniając dodatkowe nakłady inwestycyjne w 3 półroczu, przy prawdopodobieństwie wystąpienia 0,02%. Analizując rozkłady pośrednie, rozkładem o maksymalnym prawdopodobieństwie 11,57% w tym projekcie jest NPV o wartości 7630,8 tys. zł (ścieżka A6B4C6D5F4G5, scenariusz 3).

Dla efektywności projektu najistotniejsze są pierwsze lata funkcjonowania inwestycji, to wówczas uzyskanie właściwych przepływów pieniężnych powoduje wzrost prawdopodobieństwa wystąpienia wysokiego NPV na koniec trzeciego roku. Zastosowana metoda analizy efektywności projektu inwestycyjnego pozwala na szczegółową kontrolę efektywności projektu, na każdym jego etapie. Dodatkowo można opracować alternatywne warianty postępowania z uwzględnieniem koniecznych inwestycji (tak jak w węźle C10 – trzecim półroczu) a także nie zastosowane tutaj, dodatkowe rozwinięcia projektu inwestycyjnego na poziomach niższych niż 4, kiedy to wiadomo już o jego sukcesie, tylko niewiadomą pozostaje jeszcze jego skala. Wówczas można przeprowadzić dodatkową inwestycję, dzięki której będzie można kontynuować wysoką efektywność realizowanych inwestycji.

Indywidualnymi cechami projektu pozostają: rozkład wartości NPV w uzależnieniu od prawdopodobieństwa ich wystąpienia a także wartość oczekiwana, jednakże ich analiza, przy hipotetycznych, przykładowych wartościach prawdopodobieństw nie miałyby sensu.

Prawdopodobieństwo w modelu dwumianowym jest podzielone tylko w stosunku do możliwości osiągnięcia przepływów pieniężnych w kolejnym węźle, inaczej niż w drzewie decyzyjnym, gdzie prawdopodobieństwo znalezienia się w określonym węźle jest podzie-

lone w stosunku do liczby poziomów w danym węźle. W stosunku do takiego podejścia wyrażane są obawy co do możliwości poprawnego oszacowania parametrów. Po pierwsze wyrażana jest opinia, że szacowanie rzeczywistych prawdopodobieństw znalezienia się w szczególnych węzłach w przypadku rozbudowanych drzew jest bardzo trudne, jeśli nie niemożliwe. W planowaniu finansów projektu inwestycyjnego firma, opierając się na swoich doświadczeniach, jest w stanie, w krótkim okresie, oszacować ze stosunkowo dużym prawdopodobieństwem przepływy finansowe projektu. Także dodatnie wpływy powinny charakteryzować się dużym prawdopodobieństwem uzyskania (jak w projekcie powyżej), natomiast niepowodzenie projektu, czyli brak potwierdzenia w przepływach gotówkowych, wiąże się z wpływem nieprzewidzianych czynników rynkowych, jakich nigdy w działalności gospodarczej nie można wykluczyć. Niestety potwierdzenie w prowadzeniu biznesu znajduje zjawisko, że początkowy sukces projektu bardzo łatwo jest przekuć w sukces inwestycji w średnim i długim terminie. Natomiast zły początek inwestycji potrafi zniweczyć cały harmonogram inwestycji i spowodować niepowodzenia, nawet wydawałoby się wartościowej inwestycji. Zaproponowana kalkulacja ma miejsce jedynie w trzyletnim okresie, chociaż podstawowy węzeł to sześć miesięcy. Tak krótki – trzyletni – okres analizy pozwala domniemywać, że kalkulacje odnośnie przychodowości inwestycji nie zawierają fundamentalnych błędów, szczególnie, jeśli przygotowanie inwestycji poprzedziła analiza marketingowa i badanie rynku. Ponadto budując model dwumianowy dla realnego projektu inwestycyjnego, poziomy przepływów gotówkowych można przyjmować nie jako jedną wartość, ale jako poziom określony „od ... do”. Dzięki temu przedsiębiorstwo otrzymuje finansową „mapę” możliwych sytuacji, w jakich może znaleźć się projekt w przypadku jego dużego powodzenia, średniej efektywności lub niskiej efektywności. Co więcej, dostaje czas na reakcję, a w przypadku niepowodzenia projektu ma możliwość podjęcia na czas środków zaradczych, w postaci restrukturyzacji finansowej lub doinwestowania projektu, co może wiązać się ze zmianą profilu produkcji lub działalności.

Oczywiście w warunkach długoterminowego planowania, rzędu 5–9 lat, uzyskane prawdopodobieństwa a także poziomy przepływów gotówkowych mogą się wiązać z dużą niepewnością. Co niestety będzie rzutowało na wiarygodność kalkulacji. Jednakże należy zauważyć, że niepewność występuje również w przypadku jakiegokolwiek „klasycznego” planowania finansów przedsiębiorstwa.

Druga wątpliwość dotyczy oszacowania właściwej stopy dyskontowej. W takim przypadku należy zróżnicować stopę procentową – rozumianą jako koszt kapitału – tak aby odpowiadała różnemu ryzyku jakie występuje w różnych fazach projektu. Ponadto można stwierdzić, że niska efektywność finansowa projektu spowoduje zwiększenie kosztu kapitału, jaki jest do dyspozycji przedsiębiorstwa. W efekcie, wykonując bardziej rozbudowany model oceny efektywności inwestycji rzeczowych, należy uwzględnić zmienność ryzyka w poszczególnych fazach projektu inwestycyjnego. Niestety oznacza to kalkulację kosztu kapitału dla różnych grup scenariuszy. Wydaje się zasadne, że dokonując analizy, istnieje konieczność zastosowania różnych wektorów kosztu kapitału dla różnych scenariuszy. Tak

więc koszt kapitału powinien być zróżnicowany ze względu na funkcję czasu jak i sytuacji finansowej projektu.

Podsumowanie

Wykorzystując drzewo dwumianowe do oceny projektu inwestycyjnego w sposób jak podany w niniejszej publikacji, przedsiębiorstwo dokonuje dodatkowych analiz poprawiających wiedzę firmy na temat konsekwencji przeprowadzenia efektywności projektu, a w szczególności:

- ma możliwość przygotowania się na różne scenariusze,
- na bieżąco analizuje sytuację projektu na tle wcześniejszych oczekiwań,
- ma możliwość zastosowania dodatkowych narzędzi optymalizujących aktualną sytuację projektu (restrukturyzacja, doinwestowanie, rozszerzenie projektu).

Są również zagrożenia, a w szczególności:

- mała wiarygodność przy długich projekcjach w zakresie stosowanych prawdopodobieństw i projektowanych przepływów gotówkowych,
- analiza tylko zagregowanych przepływów gotówkowych, nie dająca bardziej szczegółowej informacji o finansach przedsiębiorstwa, w tym poziomie zadłużenia.

Bibliografia

- Buckley A.: *Inwestycje zagraniczne. Składniki, wartości i ocena*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2002.
- Cox J., Rubinstein M., Ross S.: *Option pricing: A simplified approach*. Journal of Financial Economics, vol 5, September 1979.
- Fierla A.: *Opcje akcji*. Oficyna Wydawnicza Szkoły Głównej Handlowej, Warszawa 1996.
- Jajuga K., Jajuga T.: *Inwestycje. Instrumenty finansowe, ryzyko finansowe, inżynieria finansowa*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1996.
- Mizerka J.: *Opcje rzeczywiste w finansowej ocenie efektywności inwestycji*. Akademia Ekonomiczna w Poznaniu, Poznań 2005.
- Pastusiak R.: *Ocena efektywności inwestycji*. CeDeWu, Warszawa 2003.

BINOMIAL MODEL IN AN ADVANCED APPRAISAL OF REAL INVESTMENTS' EFFECTIVENESS

Summary

Estimation investment efficiency Project focused on using few methods, in practice IRR and NPV are the most popular. Advanced and more complicated method is binomial model or same modification decision tree.

Source of uncertainty in model is value cash flow in points (junction) and his probability. When company use binomial tree, can find ability to firm adaptation form changing market con-

ditions. Model allow find, company value in different periods, depends of current conditions. Binomial model gives occasion to “interactive” valuation project efficiency.

In publication author used hypothetic investment project MSE about investment 2,5 mln zł and fixed cost of capital 10%. Analyzed period is three years – most important for new investment with share of six junction and describe cash flow for new project with same probability.

Analyzing cash flow, calculate of NPV in project with 10% cost of capital, expected value and probability, find maximum value of NPV to 11206,8 ths zł with probability 0,15%. Minimum NVP value is –2617,33 ths zł with probability 0,02%. Maximum probability is 11,57% with NPV 7630,8 ths zł (path A6B4C6D5F4G5, scenario 3).