Filozofia Nauki
Rok I, 1993, Nr 4

Jerzy Rayski

Unifikacja praw przyrody

1. Wstęp historyczny

Jak dowodnie pokazał historyczny rozwój fizyki, zrozumienie struktury materii i związków pomiędzy różnymi klasami zjawisk polega na unifikacji różnych praw przyrody. Sukcesy unifikacyjne datują się od zarania fizyki teoretycznej. Najpierw Newton dokonał dalekosiężnej unifikacji zjawisk ciążenia ziemskiego (spadanie jabłka) z grawitacją niebieską (wyjaśnienie praw ruchu planet) jako objawów tej samej siły ciążenia. Podobnie też pozornie odrębne zjawiska elektryczne i magnetyczne zostały połączone w jednolitą teorię elektromagnetyzmu Faradaya i Maxwella, a następnie także optyka została bez reszty pochłonięta przez tę teorię. Także fenomenologiczne pojęcia termodynamiki zostały zredukowane do kinetycznej teorii materii, w pierwszym rzędzie do kinetycznej teorii gazów.

Z początkiem naszego stulecia udało się Einsteinowi połączyć pojęcia przestrzeni i czasu w jedno kontinuum przestrzennoczasowe, a następnie zunifikować fizyczne pojęcie grawitacji z czysto geometrycznymi pojęciami tensora metrycznego $g_{\mu\nu}$ i krzywizny czasoprzestrzeni R. Mechanika kwantowa dokonała unifikacji tak bardzo zdawałoby się różnych koncepcji, jak cząstki i fale, w spójną teorię o komplementarnych cechach, zaś kwantowa teoria pól wytłumaczyła istnienie cząstek jako kwantów tych pól: fotony jako kwanty pola elektromagnetycznego, elektrony jako kwanty diracowskiego pola spinorowego *etc.*

Widzimy więc, iż największe sukcesy fizyki teoretycznej polegają na unifikacji, na łączeniu coraz to szerszego zakresu zjawisk przyrody w koncepcyjnie i logicznie spójne całości; można więc przypuszczać, że dalszy postęp fizyki będzie się również cechował coraz to dalej idącą i dogłębną unifikacją praw przyrody. W ostatnich latach byliśmy świadkami śmiałych prób połączenia w jednolitą teorię tak krańcowo różnych zjawisk, jak zjawiska mikroświata z problemami całego kosmosu, praw rządzących najmniejszymi fragmentami materii, cząstkami elementarnymi z kosmologią i problemami Wielkiego Wybuchu.

Nie jest jednak prawdą, iż dążenie do unifikacji stanowiło i stanowi jedno nieprzerwane pasmo sukcesów. Bywały też próby nieudane, do jakich można zaliczyć próby sprowadzenia elektrodynamiki do newtonowskiej teorii mechanicznej, do wyjaśnienia własności pola elektromagnetycznego przy pomocy koncepcji eteru o własnościach mechanicznych, do sił sprężystych i naprężeń *etc.* Maxwell poświęcił temu wiele czasu i wysiłku — na próżno! I odwrotnie: w początkach naszego stulecia modna była koncepcja czysto elektromagnetycznej natury materii, co także było próbą nieudaną, zbyt prymitywną. Możliwe więc, że i teraz oraz w przyszłości jeszcze nieraz będziemy szli po fałszywych tropach, napotykać będziemy na pozornie nieprzezwyciężone trudności i zrażać się uznając, iż próby pełnej unifikacji są niecelowe. Niektórzy ufają jednak, że może nawet już wkrótce uda się stworzyć w pełni zadowalającą teorię unifikującą «wszystko ze wszystkim» (*TOE* czyli *Theory Of Everything*).

Już raz, ok. 1920 r., świat mógł wydawać się stosunkowo prosty. Znane były wówczas tylko trzy rodzaje cząstek: elektrycznie naładowane elektrony i protony oraz neutralne fotony, i tylko dwa rodzaje pól: grawitacyjne i elektromagnetyczne. Nasuwało się więc pytanie o możliwość unifikacji obu tych pól. Prób unifikacji elektromagnetyzmu z grawitacją było bardzo wiele, jednak najbardziej obiecująca okazała się po latach teoria Kaluzy (1921). Ten profesor matematyki w Królewcu, pochodzący z Opolszczyzny, przyjął hipotezę, iż Wszechświat jest pięciowymiarowy, przy czym mieszane składowe $g_{5\mu}$ tensora metrycznego (gdzie μ jest wskaźnikiem przebiegającym cztery wartości oznaczające cztery wymiary przestrzeni Minkowskiego lub zakrzywionej przestrzeni Einsteina) są proporcjonalne do czterowektora potencjałów elektromagnetycznych $g_{5\mu} \propto A_\mu$. Znalazło to potwierdzenie w fakcie, iż krzywizna takiego pięciowymiarowego świata $R_{(5)}$ jest sumą krzywizny zwykłego świata $R_{(4)}$ i lagranżianu pola elektromagnetycznego, jeśli pominiemy zależność funkcji pola od piątej składowej x^5. Teoria ta uzupełniona następnie przez Kleina i Bergmana założeniami o periodyczności w ciasno zamkniętym piątym wymiarze (świat-rurka), nie spotkała się jednak przez wiele lat z zainteresowaniem w świecie fizyków. Jednym z powodów braku zainteresowania był fakt, że teoria ta nie tłumaczyła żadnego nowego efektu poza znanymi już zjawiskami grawitacyjnymi i elektromagnetycznymi. Jednakże fakt, iż wspólnota fizyków jakoś nie odczuła piękna koncepcji łączącej te dwa zakresy tak odległych zjawisk w jednolite ramy geometrii pięciowymiarowej, świadczy chyba o tym, że ogromna większość fizyków nie ma wyrobionego zmysłu «słuchu dla głosów Wszechświata», podobnie jak ludzie pozbawieni zwykłego słuchu muzycznego nie są w stanie ocenić piękna muzyki klasycznej, lecz odbierają ją tylko jako rodzaj hałasu.

Nie pomogło, iż w mojej pracy w *Acta Physica Polonica* (1965)[1] (przedtem preprint Uniwersytetu w Bernie, 1963) zwracałem uwagę, że dalsze zwiększenie liczby wymiarów do sześciu lub więcej może pozwolić na połączenie w jedną całość grawito-elektromagnetyzmu z oddziaływaniami jądrowymi silnymi i słabymi, przy czym topologia i symetria ciasno zamkniętej w sobie podprzestrzeni dodatkowych wymiarów będą odzwierciedlać symetrie słabych i silnych oddziaływań jądrowych. Można

[1] J. Rayski, *Acta Phys. Polonica* 27, 89 (1965).

spodziewać się również istnienia cząstek o bardzo dużych masach związanych z wyższymi modami drgań w tej zamkniętej podprzestrzeni[2].

Powszechne zainteresowanie problemami unifikacji pojawiło się dopiero w latach 70-tych, gdy Weinberg, Salam i Glashow opracowali teorię sił elektrosłabych opartą na symetrii cechowania (*gauge symmetry*), stanowiącej uogólnienie znanej symetrii cechowania w elektrodynamice. Jednak zrozumienie dalszych wywodów tego artykułu wymaga przypomnienia pewnych pojęć dotyczących właściwości pól i cząstek elementarnych, czemu poświęcimy następny paragraf.

2. Własności pól i cząstek związane z grupą obrotów

Obroty w trzech lub więcej wymiarach stanowią grupę. Złożenie dwóch obrotów jest również obrotem, każdy obrót można skasować przez obrót odwrotny, tzn. można go sprowadzić do zera (jeśli złożenie utożsamimy z dodawaniem) lub do elementu jednostkowego (jeśli utożsamimy złożenie z mnożeniem). Taki element nazywamy „jednostką grupy".

Oprócz możliwych ruchów obrotowych ciał względem siebie, nazywanych „orbitalnymi", cząstki elementarne posiadają swój własny, jakby wewnętrzny ruch obrotowy, nazywany „spinem". Spin mierzymy w jednostce stałej Plancka dzielonej przez 2π o wymiarze gcm^2/sek. Spin nie może przyjmować innych wartości niż 0, 1/2, 1, 3/2, 2 (wyższe wartości spinu zdają się nie odgrywać roli w teorii cząstek elementarnych).

Cząstki o spinach całkowitych nazywają się „bozonami", zaś o spinach połówkowych „fermionami". Cząstki bozonowe (bozony) są kwantami pól tensorowych, zaś cząstki fermionowe (fermiony) są kwantami pól spinorowych. Te pierwsze obarczone są wskaźnikami j, k, l, = 1, 2, 3, lub μ, α, ρ, = 0, 1,..., 3, zaś spinorowe wskaźnikami α, β, przyjmującymi dwie lub cztery wartości. Pola tensorowe są funkcjami położenia w przestrzeni lub czasoprzestrzeni, obarczonymi pewną liczbą wskaźników: pole skalarne jest bezwskaźnikowe, np. $\varphi(x)$, pole wektorowe ma jeden wskaźnik, np. $V_\mu(x)$, pole tensorowe dwuwskaźnikowe to np. $g_{\mu\nu}(x)$. Pola skalarne opisują cząstki bezspinowe, pola wektorowe opisują cząstki o spinie 1, zaś pola tensorowe dwuwskaźnikowe opisują spin 2. Cząstki o spinie 3/2 opisać można funkcjami o jednym wskaźniku tensorowym i jednym spinorowym, np. $\psi_{\mu\alpha}$.

Pola opisujące cząstki pozbawione masy spoczynkowej poruszają się koniecznie z prędkością światła i mogą ustawiać swój spin tylko na dwa sposoby: w kierunku lotu lub przeciwnym. Opisujące je pola są więc 2-komponentowe, tzn. posiadają tylko dwie niezależne składowe. Wyjątek stanowią pola skalarne, jednokomponentowe.

Badania nad składnikami jąder atomowych doprowadziły Heisenberga do wysunięcia nowej idei, ktora okazała się nadspodziewanie płodna. W przyrodzie zdaje się

[2] J. Rayski, [w:] *Unified Field Theories in More Than 4 Dimens*, wyd. V. de Sabbata, E. Schmutzer, World Sc. Singapore.

odgrywać rolę cecha formalnie podobna do spinu (nazwana izospinem). Podobnie jak zwykły spin elektronu lub protonu ustawiać się może na dwa sposoby ±1/2, tak też możliwe są dwa ustawienia izospinu, jedno objawiające się jako stan protonowy, a drugie jako neutronowy. Można więc mówić, że istnieje jedna cząstka: nukleon, lecz o dwóch możliwych ustawieniach izospinu. Podobnie istnienie trzech rodzajów pionów: π°, π^+, π^- można interpretować jako trzy możliwe ustawienia spinu jednostkowego, którego rzuty w izoprzestrzeni są ±1 oraz 0. Bliska analogia izospinu ze zwykłym spinem nasuwa podejrzenie, iż nie są to analogie przypadkowe i czysto formalne, lecz te i inne cechy cząstek elementarnych, takie jak «kolor», «dziwność» *etc.*, mogą np. wiązać się z dodatkowymi wymiarami i stanowić dalsze składowe tensora metrycznego lub dalsze składowe multiwektorów. Mogą wiązać się także z obrotami w tych dodatkowych wymiarach.

3. Oddziaływania elektrosłabe

Teoria oddziaływań elektrosłabych bazuje na dwóch ideach: oddziaływania za pośrednictwem pól cechowania (pól «gauge»), oraz na tzw. spontanicznym łamaniu symetrii.

Idea pól cechowania w swojej najprostszej postaci była od dawna znana w elektrodynamice. Pola naładowane elektrycznie są zespolone, więc można dokonywać transformacji $\psi \to e^{i\alpha}\psi$, $\psi^* \to e^{-i\alpha}\psi^*$, która nie modyfikuje lagranżianu tak długo, jak α jest stałe (transformacja jest globalna). Gdy jednak α jest funkcją x-ów (tzn. transformacja jest lokalna) to po to, by zachować niezmienniczość, trzeba zastąpić pochodne cząstkowe funkcji zespolonych przez pochodne kowariantne według przepisu $\partial_\mu \to \partial_\mu - ieA_\mu$, gdzie A_μ są to potencjały elektromagnetyczne.

Podczas gdy grupa symetrii elektromagnetyki jest grupą abelową U(1), to grupa symetrii oddziaływań słabych jest nieabelową grupą SU(2), gdzie U(n) oznacza grupę macierzy unitarnych o n wierszach i kolumnach zaś litera S oznacza «special», czyli że chodzi o macierze bezśladowe. Jeśli grupa symetrii cechowania jest SU(n), to trzeba wprowadzić n^2-1 pól wektorowych. Będą one pośredniczyć w oddziaływaniach typu «gauge» pomiędzy polami o symetrii SU(n), podobnie jak pole elektromagnetyczne pośredniczy w oddziaływaniach pomiędzy ładunkami elektrycznymi.

Grupa symetrii oddziaływań elektrosłabych jest iloczynem G=U(1)xSU(2), a te oddziaływania są przenoszone przez singlet A_μ i tryplet $W_\mu^\pm$ wraz z Z_μ°.

4. Spontaniczne łamanie symetrii

Fakt, iż cząstki $W^\pm$ i Z°, odkryte w laboratorium CERN w Genewie i będące kwantami pól wektorowych $W_\mu^\pm$ i Z_μ°, są bardzo masywne (masy około 90 razy większe od masy protonu), tłumaczy się efektem spontanicznego łamania symetrii. Jeżeli istnieją dwa dublety lub jeden kwartet pól skalarnych, zwanych polami Higgsa, oraz ich cząstek (kwantów) zwanych higgsonami, oraz jeśli stan próżni jest zwyrodniały, to trzy spośród pól Higgsa transformują się w składowe podłużne trzech pól wektorowych, jak gdyby były przez te pola «połknięte». Dotyczy to pól $W_\mu^\pm$ i Z_μ^0 i nadaje im duże masy, nie dotyczy zaś pola elektromagnetycznego, które pozostaje bezmasowe. Także czwarte z pól Higgsa pozostaje swobodne i nosi nazwę „skalara Goldstone'a" Pojawienie się różnych wielkości mas świadczy o złamaniu symetrii, gdyż w wypadku zachowania ścisłej symetrii wszystkie cząstki stanowiące multiplet powinny być bezmasowe lub przynajmniej mieć masy równe.

Mechanizm nadawania mas przez absorpcję jednych pól przez inne nazywamy „mechanizmem Higgsa". Taki mechanizm był już znany dawniej w teorii ciała stałego.

Jeden z aspektów tego mechanizmu możemy wyjaśnić intuicyjnie, stawiając sobie pytanie: co to ma wspólnego ze zwyrodnieniem stanu próżni? Stan próżni jest stanem minimum energii. Jeśli byłby to stan niezwyrodniały, to na wykresie rozkładu energii przedstawiałby się jako dołek. Jeśli stan próżni jest zwyrodniały, to analogicznych dołków będzie więcej (albo mógłby być to jakby «rów stanów próżniowych»). My żyjemy w obszarze bardzo rozrzedzonej materii, a więc blisko stanu próżniowego; zachodzi pytanie — którego, jeśli jest ich więcej. W którym dołku lub w pobliżu którego dołka znaleźliśmy się? W każdym razie któryś został (przypadkowo?) wybrany i jawi się nam jako subiektywnie (ale jednak fizycznie) wyróżniony. Z naszej perspektywy świat «wygląda» asymetrycznie, choć w istocie rzeczy może być ściśle symetryczny. Na tym polega efekt spontanicznego łamania symetrii.

Odkrycie nośników słabych oddziaływań jądrowych $W^\pm$, Z^0 i przewidzenie teoretyczne wartości ich mas — stanowiło największy sukces, jak dotąd, na drodze do unifikacji.

5. Chromodynamika

Naturalną próbą uogólnienia teorii elektrosłabych oddziaływań jest chromodynamika, uwzględniająca także elektrosilne oddziaływania jądrowe. Zakłada się, że silne oddziaływania są również typu «gauge», tzn. są również zapośredniczone przez pola wektorowe. Przyjmuje się także (co zostało pośrednio potwierdzone eksperymentalnie), iż źródła sił jądrowych — hadrony — nie są cząstkami elementarnymi, lecz składają się z elementarniejszych od nich samych KWARKÓW występujących w trzech odmianach i oznaczanych trzema «kolorami» uzupełniającymi się do «białego». Nukleony składają się z trzech kwarków, każdy w innym kolorze, a mezony z par kwark-antykwark. Zgodnie z tymi założeniami grupa oddziaływań silnych — to SU(3). Mezonami pośredniczącymi w silnych oddziaływaniach jest oktet ($n^2-1=8$, gdy $n=3$) wektorowy tzw. gluonów. Nazwa „gluony", przetłumaczalna na polski jako „lepiszcze", wskazuje, iż zlepiają one kwarki w białe, stabilne hadrony. Wszystkie oddziaływania elektrojądrowe razem wzięte są rządzone grupą G=U(1)xSU(2)xSU(3), zwaną „grupą standardową".

Fakt, iż nigdy nie obserwuje się pojedynczych kolorowych kwarków, nazywamy ich „uwięzieniem" (*confinement*). Teoria silnych oddziaływań jest silnie nieliniowa, co daje nadzieję na wyjaśnienie wielkiej stabilności uwięzienia. Jednak z faktu silnej nieliniowości i dużej wartości stałej sprzężenia płynie wniosek, że bardzo trudno z tej teorii uzyskiwać ilościowe wyniki. Wiele wysiłku podejmuje się w ostatnich latach by udowodnić konieczność i trwałość utajenia kwarków, ale przedstawiane dowody pozostawiają wiele do życzenia pod względem matematycznej ścisłości. Można powiedzieć, iż jest w nich więcej «machania rękami» niż porządnej matematyki.

Głównymi mankamentami chromodynamiki jest niewyjaśnione istnienie aż trzech generacji kwarków i leptonów, i wszelkich typów symetrii ich wzajemnych oddziaływań[3].

6. Supersymetrie i superstruny

Dalsze postępy w unifikacji praw przyrody, jak również w usuwaniu trudności zbieżnościowych (tzn. nieskończoności, jakie pojawiają się przy stosowaniu rachunku zaburzeń), rokuje wprowadzenie idei supersymetrii. Łączy ona w multiplety (nazywane teraz supermultipletami) fermiony z bozonami, przy czym najprostsze są przypadki łączenia w pary cząstek o sąsiednich wartościach spinu s wraz z $s \pm {}^1/_2$. Można rozważać analogon pojęcia obrotów w abstrakcyjnej przestrzeni, przy których te cząstki przechodzą nawzajem w siebie. Współrzędne w tej abstrakcyjnej przestrzeni nie są zwykłymi liczbami (spełniającymi prawo przemienności mnożenia) — są antyprzemiennymi liczbami Grassmanna: $ab = -ba$.

Partnerem znanych bozonów w takiej parze jest fermion z nazwą o końcówce „-ino". Tak więc, oprócz grawitonu można spodziewać się istnienia grawitina, oprócz fotonu — fotina *etc.* Partnerami fermionów mogłyby być cząstki skalarne o przedrostku „s": s-leptony, s-kwarki itd. Dotychczas nie wykryto jednak żadnych cząstek tego rodzaju, będących partnerami cząstek znanych, chyba że partnerami znanych byłyby inne również znane cząstki; wówczas jednak supersymetrie musiałyby być bardzo silnie złamane: partnerzy mieliby zupełnie różne masy, a prócz tego należałoby zrezygnować z lokalnej supersymetrii na rzecz globalnej, a supersymetrie oddziaływań zastąpić przez lokalne oddziaływania cechowania.

Możliwe są też wyższe supermultiplety globalne scharakteryzowane przez wskaźnik rozszerzenia $N>1$ aż do $N=8$. Najbogatszy supermultiplet $N=8$ zawiera 1 pole o spinie 2, 8 pól o spinie 3/2, 28 pól o spinie 1, 56 pól o spinie 1/2 oraz 70 skalarów o spinie 0. Wszystkie wymienione pola są bezmasowe, dwukomponentowe. Fermiony są opisane przez pola Weyla, a nie Diraca. Wyjątek stanowią jednokomponentowe pola skalarne, bezspinowe.

Ostatnio zyskała wielką popularność idea strun i superstrun. Dotychczas podstawowym obiektem geometrii i fizyki był punkt. Wprawdzie w kwantowych teoriach pola linie świata punktowych cząstek nie występują *explicite*, lecz ich punktowość uwzględniona jest *implicite*, gdyż wolno nam rozważać dowolnie dokładnie zlokalizowane stany cząstek w postaci dystrybucji delta Diraca. Nowa idea polega na za-

[3] J. Rayski, J. M. Rayski Jr, *Nuovo Cim.* 103A, 1729 (1990).

łożeniu, iż fundamentalnym obiektem fizyki nie jest punkt, lecz jednowymiarowy obiekt rozciągły o własnościach podobnych do struny. Jest nadzieja, że wprowadzenie takich obiektów zamiast punktów poprawi radykalnie własności zbieżnościowe teorii, a ponadto okaże się przydatne dla unifikacji, przy czym drganiom struny będą odpowiadać różne rodzaje cząstek elementarnych. Jak dotąd są to jednak tylko nadzieje. Teoria strun połączona z ideą supersymetrii okazała się czymś trudnym do skonstruowania i badania licznych grup i zespołów matematycznie uzdolnionych teoretyków fizyki nie doprowadziły do spodziewanych przekonywających wyników.

Badania autora niniejszego eseju idą w innym kierunku. Odrzucają mianowicie idee superstrun i korzystają z koncepcji supersymetrii, ale tylko w wersji globalnej, a nie lokalnej. Wprowadza się sześciowymiarowe kontinuum przestrzenno-czasowe i uzyskuje zadowalającą klasyfikację cząstek fundamentalnych zgodnie z istnieniem trzech generacji leptonów i trzech generacji kwarków, potwierdzonych ostatnio eksperymentalnie.

Następne paragrafy poświęcimy przedstawieniu i uzasadnieniu naszej klasyfikacji pól i cząstek elementarnych.

7. Martwy punkt

Powstaje pytanie: dlaczego próby unifikacji utknęły ostatnio w martwym punkcie? Powody są co najmniej dwa. Po pierwsze, bezowocne okazały się poszukiwania pełnej lokalnej supersymetrii i mechanizmów jej złamań. Można i należy zadowolić się maksymalną GLOBALNĄ supersymetrią N=8, zaś dezyderat lokalności zrealizować przez wprowadzenie zwykłych, lokalnych oddziaływań typu znanego z teorii cechowania «gauge» z pośredniczącymi polami wektorowymi, jak również przez wprowadzenie zwykłego oddziaływania grawitacyjnego, polegającego na zastąpieniu pochodnych cząstkowych pochodnymi kowariantnymi.

Po drugie, przesądem było przekonanie, iż wszystkie pola wektorowe są natury metrycznej, a więc są do zreinterpretowania jako składniki metryki w wielowymiarowym świecie (podobnie jak u Kaluzy A_μ było wbudowane w $g_{5\mu}$). Tylko niektóre pola wektorowe mogą mieć ten charakter; istnieją jednak inne, będące prawdziwymi wektorami, a raczej multiwektorami w wielowymiarowej przestrzeni. Jeśli tak jest, to można się obejść bez jedenasto- lub więcejwymiarowej przestrzeni: wystarczy sześć wymiarów!

Wyjście z impasu wydaje się możliwe w oparciu o równoczesne uwzględnienie trzech idei: symetrii oddziaływań cechowania «gauge», rozszerzenia na sześciowymiarową przestrzeń oraz wprowadzenia supersymetrii (globalnej, a niekoniecznie lokalnej). Symetrie typu cechowania pozwalają łączyć w multiplety cząstki o jednakowej wartości spinu. Teorie wielowymiarowe pozwalają łączyć w multiplety cząstki o różnych spinach, lecz tylko bozony z bozonami a fermiony z fermionami, zaś supersymetrie łączą w naturalny sposób fermiony z bozonami. W oparciu o te właśnie koncepcje będziemy w następnych paragrafach rozbudowywać ogólny schemat unifikacji.

8. Jedna generacja leptonów

Rozważmy układ pól z taką samą liczbą fermionowych i bozonowych stopni swobody, na który składa się jedno pole tensorowe (spin 2), dwa pola Rarity-Schwingera (spin 3/2), cztery pola wektorowe (spin 1) i sześć pól Weyla (spin 1/2) oraz sześć pól skalarnych (spin 0). Zakładamy na początek, iż wszystkie pola są bezmasowe i 2-komponentowe z wyjątkiem 1-komponentowych skalarów. Układ ten może być rozszczepiony albo na supermultiplety N=1, albo N=2, jak wskazano w tablicach I i II, w których kolejne wiersze odpowiadają spinom 2, 3/2, 1, 1/2, 0.

Tablica I

$$\begin{bmatrix}1\\2\\4\\6\\6\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\1\\-\\-\\-\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-\\1\\1\\-\\-\end{bmatrix} + 3x\begin{bmatrix}-\\-\\1\\1\\-\end{bmatrix} + 3x\begin{bmatrix}-\\-\\-\\1\\2\end{bmatrix}$$

Tablica II

$$\begin{bmatrix}1\\2\\4\\6\\6\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\2\\1\\-\\-\end{bmatrix} + 3x\begin{bmatrix}-\\-\\1\\2\\2\end{bmatrix}$$

Pierwsza kolumna po prawej stronie tablicy I reprezentuje grawiton i grawitino. Druga kolumna reprezentuje foton i fotino, którego spin nieoczekiwanie jest nie mniejszy, lecz większy o 1/2 od spinu jednostkowego. Tryplet występujący w trzeciej kolumnie oznacza trzy pola wektorowe $W_\mu^{\pm}$ oraz Z_μ° pośredniczące w słabych oddziaływaniach. Jest on skojarzony z trypletem ich partnerów supersymetrycznych o spinach 1/2, które możemy nazwać „W-ino" i „Z-ino". Ten sam tryplet możemy też interpretować jako trójkę leptonów słabo oddziałujących, o cechach zbliżonych do e_R, e_L, oraz ν_L^e. Dwa z nich, mianowicie e_R, e_L można połączyć w 4-komponentowy spinor Diraca, lecz trzeci z nich pozostaje spinorem Weyla, nie mającym partnera o przeciwnej skrętności (*helicity*), a więc ujawniający chiralny charakter słabych oddziaływań.

Następny problem — to sprawa spontanicznego łamania symetrii. Trzy spośród sześciu skalarów, jakie pojawiają się w tablicach I i II, zostają «połknięte» przez tryplet pól wektorowych występujących w trzeciej kolumnie tablicy I, nadając im duże masy zgodne z wynikami eksperymentalnymi. Potwierdza to nasze poprzednie przypuszczenie, iż są to pola $W_\mu^{\pm}$ i Z_μ°. Podobnie dwa z sześciu pól Weyla zostaną pochłonięte przez dwa pola o spinie 3/2, nadając im wielkie masy, co tłumaczy dlaczego dotąd cząstki o takim spinie nie zostały jeszcze odkryte. Tablica III pokazuje rezultaty spontanicznego złamania symetrii (gdzie „prim" oznacza „ciężki").

Tablica III

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 6 \\ 6 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 \\ 2' \\ 1+3' \\ 1+3 \\ 1+2 \end{bmatrix}$$

Widzimy, że oprócz trypletu leptonów: elektronów i leworęcznego neutrina pozostało jeszcze jedno pole Weyla, które może być interpretowane jako prawe neutrino. Jest ono wykluczone ze słabych oddziaływań, ale nie z supersymetrycznego oddziaływania z parą skalarów w ramach lokalnego superdubletu.

Zgodnie z obecnością singletu i trypletu pól wektorowych symetria oddziaływań cechowania jest niczym innym jak G=U(1)xSU(2).

Powyżej opisany model jednej generacji leptonów upraszcza się istotnie i staje się zrozumiały, jeśli spojrzymy nań z sześciowymiarowego punktu widzenia. Załóżmy, że czasoprzestrzeń jest sześciowymiarowa z topologią $M_4 x S_2$ lub $AdS x S_2$, gdzie M_4 oznacza przestrzeń Minkowskiego, AdS świat anty-Desittera, zaś S_2 dwuwymiarową powierzchnię kuli. Promień tej kuli musi być nadzwyczaj mały, tak by nam, makroskopowym obserwatorom, wydawała się punktem.

Pole metryczne w sześciowymiarowym świecie jest:

$$(g_{MN}) = \left(\begin{array}{c|c} g_{\mu\nu} & g_{\mu\eta} \\ \hline g_{\xi\nu} & g_{\xi\eta} \end{array}\right)$$

gdzie M, N = 0, 1, ... 5; μ, ν = 0, ... 3; ξ, η = 4, 5. Mieszane składowe tensora metrycznego $g_{\mu\xi}$, robiące pozory składowych pary czterowektorów, wyrażają się przez następującą formułę[4]:

$$g_{\mu\xi} = \sum_{a/1}^{3} A_\mu^a \, K_\xi^a$$

gdzie K_ξ^a są wektorami Killinga dla kuli, a pola czterowektorowe A_μ^a wbudowane w tensor metryczny dają się zidentyfikować z $W_\mu^\pm$, Z_μ°. Z punktu widzenia obserwatora żyjącego w świecie Minkowskiego składowe $g_{\xi\eta}$ wydają się skalarami.

[4] E. Witten, *Nuclear Phys.* B 186, 412 (1981).

Jak widzimy, trzy czterowektory A_μ^a zostały wbudowane w metrykę, zgodnie z pierwotną ideą Kaluzy. Natomiast pole elektromagnetyczne — wbrew Kaluzie — nie jest składnikiem pola metrycznego w wielowymiarowym świecie, lecz stanowi pierwsze cztery składowe sześciowektora $V_M = \{V_\mu, V_\xi\}$. Dwie dalsze składowe V_ξ tego sześciowektora stanowią coś w rodzaju jego «ogona» i jawią się jakby dwa skalary dla makroskopowych obserwatorów. Identyfikujemy je z dwoma skalarami pojawiającymi się w ostatnim wierszu prawej kolumny tablicy III, tak że pozostaje tylko jeden prawdziwy skalar w naszym schemacie, który możemy utożsamić ze skalarem Goldstone'a.

Jeżeli weźmiemy pod uwagę to, iż liczba niezależnych składowych pola g_{MN} wynosi jedenaście (dwa $g_{\mu\nu}$, sześć A_μ^a i trzy $g_{\xi\eta}$), zaś bezmasowych pól Rarity-Schwingera jest dwanaście w D=6, oraz że liczba składowych pola wektorowego, bezmasowego w D=6 jest cztery, a także pola Weyla w D=6 jest również cztery, to tablica I daje się przepisać w nowej, nadzwyczaj uproszczonej postaci (tablica IV):

Tablica IV

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 6 \\ 6 \end{bmatrix}_{D=4} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}_{D=6}$$

co uzasadnia *ex post* nasz pierwotny wybór multipletu w D=4.

9. Trzy generacje leptonów

Aby dokonać przejścia do trypletu generacji leptonowych (elektron, muon i taon oraz ich trzy rodzaje neutrin), wprowadzamy (redukowalny) supermultiplet złożony z 1 pola tensorowego, 4 spinorów Rarity-Schwingera, 12 pól wektorowych, 24 spinorów Weyla, oraz 30 skalarów. Ten multiplet zawiera łącznie 56 fermionowych i 56 bozonowych stopni swobody i rozpada się na nieredukowalne supermultiplety o następujących wskaźnikach poszerzenia: raz N=4, sześć razy N=2 i osiem razy N=1, jak widać z następującej tablicy:

Tablica V

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 12 \\ 24 \\ 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} + 6\text{x} \begin{bmatrix} - \\ - \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} + 8\text{x} \begin{bmatrix} - \\ - \\ - \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Stosując mechanizm spontanicznego łamania symetrii Higgsa, jedenaście z dwunastu pól wektorowych uzyskuje duże masy przez połknięcie jedenastu pól skalarnych. Podobnie wszystkie cztery pola Rarity-Schwingera stają się bardzo ciężkie przez połknięcie czterech spinorów Weyla, jak widać z tablicy VI („prim" oznacza „ciężki"):

Tablica VI

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 12 \\ 24 \\ 30 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 4' \\ 1+3'+8' \\ 12+8 \\ 18+1 \end{bmatrix}_{D=4} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2' \\ 1+8' \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}_{D=6}$$

Wobec pojawienia się układu 1 + 3' + 8' pól wektorowych w środkowej kolumnie tablicy VI widzimy, iż grupa cechowania jest G=U(1)xSU(2)xSU(3), gdyż oktet pól wektorowych stanowi fundamentalną reprezentację grupy SU(3). Cząstki tego oktetu nazwiemy para-gluonami. Muszą one być ciężkie, aby uniemożliwić szybkie spadki z wyższych do niższych generacji.

Adekwatność grupy symetrii SU(3) potwierdza także rozważenie układu pól fermionowych występujących w wierszu czwartym tablicy szóstej. Ich liczba 24 jest wielokrotnością trójki. Pozwala to na ułożenie spinorów w tryplety. Liczba 24 rozkłada się na 12+8+4, z czego czwórka zostaje połknięta przez pola spinu 3/2, dalsze osiem także związane są z polami Rarity-Schwingera, gdyż stanowią ich «ogony» do sześciowymiarowego opisu. Pozostaje 12 dwukomponentowych, albo sześć czterokomponentowych spinorów Weyla w czterech lub sześciu wymiarach, również podzielne przez trzy. Wnioskujemy, iż liczba 12 pól Weyla nie oznacza nic innego, jak trzy generacje leptonowe. Zawierają one również praworęczne neutrina, chociaż nie uczestniczą one w słabych oddziaływaniach.

18 spośród 19 skalarów, jakie występują w ostatnim wierszu środkowej kolumny tablicy VI, stanowią «ogony», tzn. dodatkowe składowe ośmiu plus jeden 6-wektorów, tak iż ostatecznie, gdy reinterpretujemy ten multiplet z 6-wymiarowego punktu widzenia zostaje nam tylko jeden prawdziwy skalar: Goldstone'a.

10. Trzy generacje kolorowych kwarków

Rozważmy supermultiplet składający się z 96 bozonowych i 96 fermionowych stopni swobody: 1 tensora, 6 spinorów Rarity-Schwingera, 20 wektorów, 42 spinorów Weyla i 54 skalarów. Stanowi on (redukowalny) supermultiplet, który można rozłożyć na nieredukowalne składniki według tablicy VII.

Tablica VII

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 20 \\ 42 \\ 54 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 16 \\ 26 \\ 30 \end{bmatrix} + 4x \begin{bmatrix} - \\ - \\ 1 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Nieredukowalnymi składnikami są: jeden supermultiplet N=6 oraz kwartet multipletów N=4 z najwyższymi wartościami spinów 2 i 1.

Liczba 20 pól wektorowych rozpada się na 1 + 3 + 2x8, co odpowiada grupie oddziaływań cechowania G = $U(1)xSU(2)_LxSU(3)_gxSU(3)_c$, gdzie jeden z dwóch oktetów wiąże się z grupą symetrii trzech generacji, a drugi z grupą koloru. Na to, aby uniknąć szybkiego rozpadu wyższych generacji na niższe, oktet paragluonów musi być masywny, co można osiągnąć przez mechanizm «połykania» pól skalarnych według Higgsa. Trzy pola wektorowe grupy SU(2) i osiem grupy $SU(3)_g$ połkną łącznie jedenaście pól skalarnych, a także sześć pól spinu 3/2 pochłonie sześć pól Weyla spinu 1/2, nadając im duże masy (tablica VIII).

Tablica VIII

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 20 \\ 42 \\ 54 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 6' \\ 1+3'+8+8' \\ 36 \\ 34+9 \end{bmatrix}_{D=4} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3' \\ 1+8+8' \\ 12 \\ 8+1 \end{bmatrix}_{D=6}$$

Z czwartego wiersza środkowej kolumny widać, że liczba 36 pól Weyla da się zinterpretować jako trzy generacje kwarków, zgodnie z rozbiciem 36 = 2 x 2 x 3 x 3, gdzie 2 x 2 oznacza dublet skrętności (*helicity*) pomnożony przez dublet powabu (*charm*), podczas gdy 3 x 3 oznacza iloczyn trypletów generacji i koloru. Trzeba podkreślić, że oktety generacji leptonów i kwarków muszą być różne od siebie, aby uniemożliwić rozpad kwarków i hadronów na leptony.

11. Problem rozszerzenia N=8

Najbogatszy super-multiplet N=8 zawiera 1 pole spinu 2, 8 pól spinu 3/2, 28 pól spinu 1, 56 pól spinu 1/2 i 70 pól spinu 0. Tablica IX przedstawia ten układ przed i po spontanicznym złamaniu symetrii.

Tablica IX

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ 28 \\ 56 \\ 70 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 8' \\ 1+3'+2\times 8'+8 \\ 48 \\ 51 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 8' \\ 1+3'+2\times 8'+8 \\ 12+36 \\ 50+1 \end{bmatrix}$$

Rozbijając 48 pól Weyla na 12 + 36 domyślamy się, że reprezentują one odpowiednio trzy generacje leptonów i trzy kwarków. Znajduje to potwierdzenie w rozbiciu układu 28 pól wektorowych na 1 + 3' + 8' + 8' + 8 w zgodzie z rozważaniami poprzednich paragrafów, w myśl których 1 oznacza pole elektromagnetyczne, 3' oznacza tryplet ciężkich pól $W^{\pm}$ i Z° pośredniczących w słabych oddziaływaniach, dwa ciężkie oktety paragluonów pośredniczących w oddziaływaniach wewnątrz trzech rodzin leptonów bądź kwarków, zaś ostatni oktet odnosi się do zwykłych gluonów pośredniczących pomiędzy kolorami kwarków.

Widać więc, że taki supermultiplet obejmuje wszystkie rodzaje znanych (bądź spodziewanych) cząstek w przyrodzie i tradycyjnych możliwości opisu ich oddziaływań. Takie przejście od opisu globalnego do lokalnego (lub quasilokalnego) może powieść się tylko pod warunkiem poniechania prób uzyskania pełnej supersymetrii i jednoznacznego przyporządkowania sobie par o sąsiednich wartościach spinów cząstek i ich -ino. W zamian żądamy ograniczenia się do tradycyjnych typów oddziaływań, bądź to za pośrednictwem wektorowych pól cechowania, bądź tradycyjnie rozumianych oddziaływań grawitacyjnych lub oddziaływań typu Yukawy i Higgsa, zapośredniczonych przez pola skalarne. W związku z tym wydaje się niemożliwe wymyślenie jednego wspólnego pola leptonowo-kwarkowego, lecz trzeba rozbić lagranżian na odrębne części: leptonową, kwarkową i bozonową, gdzie bozonowa opisuje swobodne pola bozonowe, zaś leptonowa i kwarkowa zawiera w sobie człony na oddziaływanie z polami bozonowymi:

$$L = L_l + L_b + L_q$$

Grupy symetrii oddziaływań cechowania były podane w poprzednich paragrafach. Napisanie *explicite* takiego lagranżianu jest już tylko kwestią standardowej techniki.

Supermultiplet N=8 upraszcza się znakomicie, gdy przyjmiemy punkt widzenia sześciowymiarowej przestrzeni. Wówczas spośród 51 skalarów (pozostałych po prawej stronie tablicy IX) 50 jawi się jako «ogony» 25-ciu sześciowektorów: trzech oktetów oraz jednego singletu. Szczególnie ciekawą postać przyjmuje supermultiplet N=8, gdy przepiszemy go na postać sześciowymiarową, jeszcze przed spontanicznym złamaniem symetrii:

Tablica X

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ 28 \\ 56 \\ 70 \end{bmatrix}_{D=4} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1+3 \\ 25 \\ 5+15 \\ 1+16 \end{bmatrix}_{D=6}$$

Tablica X pozwala przypuszczać, że oprócz oddziaływań o symetriach SU(3) istnieje jeszcze dodatkowe oddziaływanie między fermionami o symetrii SU(5). Te wszystkie oddziaływania mogłyby się nakładać. Mogłoby to posłużyć do wyjaśnienia dlaczego masy wszystkich kwarków nie są jednakowe.

12. Uwagi końcowe

Pomimo faktu, iż problem wypisania *explicite* lagranżianów według wyżej wspomnianych recept jest już tylko kwestią standardowej techniki, naszkicowane tu idee trudno uważać za pełną unifikację, ponieważ nie pozwalają one na przewidzenie wartości różnych stałych sprzężenia i relacji pomiędzy nimi, jeśli w ogóle są to stałe; nie jest bowiem wykluczone, iż ulegają one zmianom w skali kosmologicznej.

Nasze tablice są analogiczne do tablic Mendelejewa, choć stosowanych do cząstek elementarnych, a nie do pierwiastków chemicznych. Podobnie jak tablice Mendelejewa, przejawiają one pewne oznaki periodyczności (dlatego tamte były też nazywane „periodycznymi tablicami pierwiastków"), gdyż kolejne wiersze oznaczają naprzemiennie pola bozonowe i fermionowe, spiny całkowite i połówkowe. Co więcej, podobnie jak w tablicach Mendelejewa, pojawiają się w nich miejsca puste, do wypełnienia w przyszłości przez spodziewane, choć jeszcze nie znane obiekty, np. przez pola i cząstki o spinach 3/2 lub przez nowe oktety para-gluonów.

Okoliczność, iż nasze schematy pasują tak dobrze do ram świata sześciowymiarowego świadczy decydująco przeciwko koncepcji superstrun, które wymagały wprowadzenia przestrzeni dziesięcio- lub nawet dwudziestosześciowymiarowej.

W celu ostatecznej unifikacji trzeba będzie zapewne jeszcze w przyszłości poddać poważnej rewizji ogólną teorię względności — tak by stała się kanonicznie kwantowalna[5].

[5] J. Rayski, *Nuovo Cim.* 40, 265 (1984); *Int. J. Th. Phys.* 31, 269 (1992).