Witold Strawiński

Redukcja teorii a założenia strukturalne

Filozofia Nauki 3/4, 77-83

1995

Filozofia Nauki
Rok III, 1995, Nr 4(12)

Witold Strawiński

Redukcja teorii a założenia strukturalne

Thomas Nickles (Nickles 1973) a za nim Ronald Yoshida (Yoshida 1977) proponują rozróżnienie dwóch rodzajów redukcji teorii w fizyce. Rozróżnienie to, ich zdaniem, ma być zgodne z podstawowymi intuicjami fizyków. Z pierwszym rodzajem redukcji mieliśmy na przykład do czynienia, gdy termodynamika fenomenologiczna (**TD**) *została zredukowana* w 1866 roku przez Boltzmanna do mechaniki statystycznej (**CSM**). Podobna sytuacja miała miejsce, gdy optyka geometryczna (**GO**), również w XIX wieku, *została zredukowana* do elektrodynamiki Maxwella (**CED**). Zapiszemy to schematycznie w następującej postaci:

$$\mathbf{TD} \overset{Red_1}{\rightarrow} \mathbf{CMS}$$
$$\mathbf{GO} \overset{Red_1}{\rightarrow} \mathbf{CED}$$

Innego rodzaju sytuacja zaistniała natomiast, według wymienionych autorów, gdy uznano, że z założeń Newtonowskiej mechaniki klasycznej (**CM**) przy uwzględnieniu prawa powszechnego ciążenia można wyprowadzić prawo swobodnego spadku Galileusza (**GL**) i prawa ruchu planet Keplera (**KL**). Nickles i Yoshida przyjmują, że takie wyprowadzenie można także uznać za przypadek redukcji jednej teorii do drugiej, przy czym będzie to nie tylko inny rodzaj redukcji niż w pierwszym przypadku, ale też będzie to redukcja o innym porządku czy skierowaniu. Różnicę tę możemy wyrazić przy pomocy innej stylistyki, mówiąc w ślad za fizykami, że w takim przypadku mechanika klasyczna *redukuje się do* prawa Galileusza lub praw Keplera:

$$\mathbf{CM} \overset{Red_2}{\rightarrow} \mathbf{GL}$$
$$\mathbf{CM} \overset{Red_2}{\rightarrow} \mathbf{KL}$$

Ujęcie to stanowi w istocie punkt wyjścia do przedstawienia innych przypadków jako redukcji drugiego typu. W ramach tego ujęcia równanie Van der Waalsa *redukuje się* (w granicznym przypadku) do równania stanu gazu idealnego, a prawo promieniowania

Plancka *redukuje się* (w granicy) do klasycznej formuły Rayleigha. Przypadkami redukcji drugiego typu mają być również przypadki tzw. korespondencji teorii, na przykład to, że szczególna teoria względności (**STR**) *redukuje sie* do mechaniki klasycznej (**CM**) przy przejściu granicznym c → ∞, i to, że mechanika kwantowa (**QM**) *redukuje sie* do mechaniki klasycznej (**CM**) przy przejściu granicznym h → 0:

$$\mathbf{STR} \overset{Red_2}{\to} \mathbf{CM}$$

$$\mathbf{QM} \overset{Red_2}{\to} \mathbf{CM}$$

Nie wszyscy autorzy godzą się jednakże z tym podejściem do redukcji. Na przykład Władysław Krajewski w recenzji książki Yoshidy (Krajewski 1978) przeciwstawia się takiemu użyciu pojęcia „Red_2" i obstaje przy odwrotnym skierowaniu relacji redukowalności w zaszeregowanych pod to pojęcie przypadkach (np. gdy prawo Galileusza zostaje w przybliżeniu wyprowadzone z teorii Newtona). Według niego redukcja ma być zawsze dedukcją (z uwzględnieniem możliwości aproksymacji) jakiejś teorii z teorii bogatszej, ogólniejszej, szerszej zakresowo i odpowiednich założeń pomocniczych. Porządek (czy też skierowanie) redukcji ma być przy tym zawsze odwrotny do porządku (czy skierowania) dedukcji. W ten sposób utrzymana zostaje jednorodność logiczna schematu redukcyjnego. Zgadzam się z tym ogólnym punktem widzenia, pozostając jednakże przy używanej przez fizyków stylistyce, co w końcu nie jest rzeczą pierwszorzędną. Ważniejszą sprawą są różnice, które w obu typach redukcji upatrują wspomniani na wstępie autorzy.

Wydaje się, że Red_1 i Red_2 istotnie są różnymi typami związku między teoriami. Na przykład, przy pierwszym rodzaju redukcji teorie prostsze, uboższe informacyjnie zostają zredukowane do teorii bogatszych, bardziej złożonych. Przy drugim rodzaju redukcji bogatsze informacyjnie teorie *redukują się* w pewnych szczególnych okolicznościach do teorii uboższych, prostszych.

Różnice te można upatrywać też w przybliżeniach lub przejściach granicznych, z jakimi mamy do czynienia przy drugim typie redukcji. Z drugiej strony, przy pierwszym typie redukcji mogą także występować warunki o charakterze przybliżeń lub przejść granicznych. Na przykład, prawa optyki geometrycznej mogą być wyprowadzone z praw elektrodynamiki przy założeniu, że rozmiary elementów układu optycznego są kilka rzędów wielkości większe niż długość fali świetlnej rozchodzącej się w tym układzie. Yoshida widzi różnice w tym, że w Red_2 z góry zakłada się, iż zakres przedmiotowy jednej teorii jest podzbiorem zakresu przedmiotowego drugiej teorii, podczas gdy w Red_1 jest to *rezultatem* dokonania redukcji (Yoshida 1977, s.65). Nickles ważną różnicę upatruje w tym, że Red_1 są redukcjami łączącymi dziedziny obu teorii, podczas gdy Red_2 są redukcjami zachowującymi dziedziny (Nickles 1973, s.184-85). Niezależnie od tych intuicji, istotną rolę odgrywają tu również założenia dodatkowe dołączane do odpowiednich teorii w trakcie redukcji. Przejdziemy obecnie do tego zagadnienia.

Logiczny schemat dedukcyjny (derywacyjny) redukcji teorii można przedstawić następująco:

$$T_2 \overset{Red}{\rightarrow} T_1 \Rightarrow \exists A\ [(T_1 \cup A \vdash T_2) \wedge \sim (T_1 \vdash T_2) \wedge \sim (A \vdash T_2)]\ .$$

A jest tutaj zbiorem dodatkowych, pomocniczych założeń, które zostają dołączone do teorii $\mathbf{T}_1$, aby w wyniku tej modyfikacji można było wyprowadzić teorię $\mathbf{T}_2$ lub jej przybliżoną postać.

Schemat ten stosuje się w pełni tylko do języków i teorii sformalizowanych (jeśli interpretujemy symbol „$\vdash$ " jako wynikanie logiczne czyli operację konsekwencji), z którymi właściwie nie mamy do czynienia w rzeczywistej nauce. Będziemy go jednak tutaj stosować jako pewną idealizację, gdyż pomimo rozmaitych zastrzeżeń uważamy, że metoda logicznej rekonstrukcji teorii naukowych i zależności derywacyjnych lub inferencyjnych między nimi — przy wszystkich jej ograniczeniach — zachowuje swoją wartość, chociażby dlatego, że umożliwia wskazanie, co w danym rozumowaniu uważa się za założenia, a co za wniosek.

Przyjęcie dodatkowych warunków **A** może mieć na celu pewnego rodzaju ograniczenie, zubożenie bogactwa wyjściowej treści teorii $\mathbf{T}_1$. Sytuacja taka występuje, gdy stosujemy teorię do wyjaśnienia np. określonego prawa empirycznego o niskim stopniu ogólności. Są to przypadki uszczegółowienia, specjalizacji ogólnych zależności opisywanych przez teorię. Wydaje się, że w ten sposób przedstawić można także relację korespondencji między teoriami. Oznaczmy treść teorii **T** symbolem „Ct **T**". Możemy teraz rozróżnić przypadek specjalizacji i przypadek korespondencji w następujący sposób. W przypadku specjalizacji mianowicie ograniczenie treści przeważnie jest znaczne; bogata treściowo teoria $\mathbf{T}_1$ *redukuje się* do znacznie prostszej, skromniejszej informacyjnie teorii $\mathbf{T}_2$:

$$\mathrm{Ct}\ \mathbf{T}_1 >> \mathrm{Ct}\ \mathbf{T}_2,\ \text{np. } \mathrm{Ct}\ \mathbf{CM} >> \mathrm{Ct}\ \mathbf{GL}.$$

W tym sensie mechanika Newtonowska *redukuje się*, przy odpowiednich założeniach dodatkowych, do prawa swobodnego spadku Galileusza (lub raczej jego przybliżonej wersji). Nieco inaczej jest w przypadku korespondencji. Następuje tu pewne ograniczenie treści, ale nie jest ono aż tak drastyczne:

$$\mathrm{Ct}\ \mathbf{T}_1 > \mathrm{Ct}\ \mathbf{T}_2,\ \text{np. } \mathrm{Ct}\ \mathbf{QM} > \mathrm{Ct}\ \mathbf{CM}.$$

Mechanikę klasyczną można uzyskać w wyniku przejścia granicznego $h \rightarrow 0$ z mechaniki kwantowej. Można powiedzieć, że w wyniku tego rodzaju założenia dodatkowego mechanika kwantowa *redukuje się* do mechaniki klasycznej w sensie redukcji Red_2. Relacja korespondencji między teoriami nie wiąże się z taką dysproporcją treści, jaka występuje w przypadku specjalizacji.

Interesujący przypadek zachodzi, gdy uzupełniamy i wbogacamy teorię niezależnymi od niej założeniami dodatkowymi, które zawierają informację nowego typu w porównaniu z tą, jaka uwzględniana była w dotychczasowych zastosowaniach teorii. Na przykład, gdy termodynamika fenomenologiczna została zredukowana do klasycznej mechaniki statystycznej (teorii kinetyczno-molekularnej), stało się to wskutek tego, że do praw mechaniki klasycznej dołączono odpowiednie założenia statystyczne, dotyczące np. rozkładów prawdopodobieństwa prędkości cząsteczek gazu. Mechanika statystyczna powstała poprzez połączenie postulatów mechaniki klasycznej z założeniami statystycznymi, opisującymi układy bardzo wielu cząstek, które to układy nie stanowiły przedtem typowych zastosowań teorii **CM**. Nastąpiło więc wzbogacenie teorii przez nowe, niezależne od niej postulaty, wyrażone w języku rachunku prawdopodobieństwa i zawierające nowe, nie stosowane dotąd na gruncie mechaniki klasycznej terminy, jak np. „średnia prędkość kwadratowa". Tak wzbogacona teoria pozwalała na wyprowadzenie m.in. równań termodynamiki fenomenologicznej. Jest to interesujący, ale jednocześnie dość skomplikowany przykład redukcji. Powróćmy do prostszego przypadku specjalizacji teorii.

W przypadku specjalizacji teorii dodatkowe warunki zawierają często *założenia strukturalne*, tzn. założenia dotyczące struktury układów, które wchodzą w dziedzinę zastosowań danej teorii. W klasycznej mechanice punktów materialnych (**CPM**) rozpatrywane są układy punktów materialnych oddziałujących na siebie siłami centralnymi. Układy takie są charakteryzowane przez podanie mas, położeń i prędkości poszczególnych punktów. Charakterystyka ta polega w znacznym stopniu na przedstawieniu struktury geometrycznej układu, a przynajmniej przedstawienie struktury geometrycznej stanowi ważną część tej charakterystyki. Przyjmijmy, że w danym przypadku specjalizacji teorii udaje się wyodrębnić warunki określające strukturę geometryczną badanego układu. Warunki takie będziemy nazywać *geometrycznymi założeniami strukturalnymi*. Dedukcyjny schemat zależności pomiędzy teorią $\mathbf{T}_1$ i jej uszczegółowieniem $\mathbf{T}_2$, uzyskiwanym w wyniku wprowadzenia założeń dodatkowych **A**, można w tym przypadku przedstawić następująco:

$$\mathbf{T}_1 \cup \mathbf{A} = \mathbf{T}_1 \cup \mathbf{A}_1 \cup \mathbf{S}_1 \vdash \mathbf{T}_2,$$

gdzie $\mathbf{S}_1$ są wyodrębnionymi założeniami strukturalnymi, natomiast $\mathbf{A}_1$ — to pozostałe założenia uszczegółowiające (np. o charakterze idealizacyjnym).

W przypadku **CPM** przykładem założeń strukturalnych może być opis przestrzennych cech układu, przedstawiony w języku trójwymiarowej geometrii euklidesowej (E_3), podany w określonym momencie czasu. W rozważanym w ramach **CPM** tzw. zagadnieniu dwóch ciał, związanych siłą grawitacji, struktura geometryczna uwzględniana w założeniach jest bardzo prosta: są to dwa wyróżnione punkty geometryczne znajdujące się w określonej odległości od siebie w trójwymiarowej, pustej przestrzeni. Zwróćmy uwagę, że również w wypadku rozwiązania zagadnienia dwóch ciał wyodrębnić możemy aspekt geometryczny, stwierdzając, że trajektorią ruchu ciał jest elipsa, parabola lub hiperbola.

Prostym fizycznym przykładem geometrycznej struktury, zadanej przez nałożenie pewnych warunków dodatkowych na wzajemne położenia punktów materialnych stanowiących elementy układu, jest zespół warunków określających *ciało sztywne* (w układzie współrzędnych związanym z tym ciałem):

$$\bigwedge_{i,j} (\vec{r_i} - \vec{r_j}) = \text{const},$$

gdzie wskaźniki i, j przebiegają wszystkie punkty materialne, składające się na dane ciało. Wyrażona przez te warunki informacja jest niezależna od ogólnej teorii (**CPM**), chociaż jest ona zgodna z metodą konstruowania poszczególnych, konkretnych zastosowań teorii, która dopuszcza wprowadzanie różnych *więzów* «skleronomicznych» (niezależnych od czasu) i «reonomicznych» (zależnych od czasu) w ramach trójwymiarowej geometrii euklidesowej $\mathbf{E}_3$.

Nawet w takich prostych przypadkach pewna informacja o strukturze układu pojawia się w postaci założeń dodatkowych (warunków brzegowych, początkowych czy typu więzów), zgodnych z aparatem pojęciowym danej teorii i dopuszczalnych przez jej ogólne postulaty (prawa, równania), ale bynajmniej z nich samych nie wynikających. Prawa teorii ujmują tylko część informacji o przebiegu określonych zjawisk; pewna część informacji pochodzi z odpowiednio dobieranych warunków początkowych, brzegowych lub innych, uwzględniających strukturę przestrzenną albo czasoprzestrzenną (w pewnym przekroju czasowym) danego układu. Uzasadnia to zastosowanie w naszej rekonstrukcji — schematów dedukcyjnych, w których założenia te zostały oddzielone od samej teorii jako *geometryczne założenia strukturalne* **S**. Oddzielenie to dla specjalizacji teorii ma w pewnym stopniu względny charakter, bowiem warunki dodatkowe, dołączane do postulatów ogólnych teorii, mają wtedy postać typową, standardową dla danej teorii. Zostało to podkreślone przez opatrzenie symboli „$\mathbf{A}_1$" i „$\mathbf{S}_1$" wskaźnikami zgodnymi z indeksem wyjściowej teorii. Sprawa przedstawia się inaczej w sytuacjach bardziej skomplikowanych niż specjalizacja, np. w sytuacji *mikroredukcji.*

Z możliwością *mikroredukcji* mamy do czynienia, gdy teorie $\mathbf{T}_1$ i $\mathbf{T}_2$ opisują obiekty lub układy z różnych poziomów struktury materii (np. cząstek elementarnych, atomów. molekuł, komórek, organizmów wielokomórkowych). Zakłada się przy tym, że obiekty ze wszystkich poziomów, z wyjątkiem najniższego, składają się z części należących do bezpośrednio niższego poziomu. Wchodzące tu w grę relacje część-całość mogą mieć różną naturę. Wydaje się, że najlepiej poznana jest odpowiednia relacja część-całość w przypadku atomów i molekuł. Molekułom przypisujemy określoną strukturę geometryczną: wyidealizowany model swobodnej molekuły to rodzaj ciała sztywnego składającego się z odpowiedniej liczby atomów, rozmieszczonych w określonych kierunkach i odległościach od siebie. Można więc przyjąć, że pewnego rodzaju założenia strukturalne uczestniczą w wyprowadzaniu praw określających różne własności molekuły, np. jej moment dipolowy lub magnetyczny, czy też postać widma rotacyjnego lub oscylacyjnego, związanego z danym typem molekuł (przyjmuje się wtedy, że atomy mogą drgać wokół swoich położeń równowagi).

Logiczną analizę struktury rzeczywistych teorii fizycznych utrudnia częste stosowanie w ich ramach przybliżeń i metod półempirycznych. Wskazuje na to przykład najprostszej molekuły: dwuatomowej cząsteczki wodoru. Teoretyczne obliczenia na podstawie równań mechaniki kwantowej, które w tym przypadku — jak również w przypadku innych molekuł — powinny w zasadzie prowadzić do określenia struktury geometrycznej molekuły, mogą być przeprowadzone jedynie w sposób przybliżony, przy zastosowaniu rachunku zaburzeń lub metod wariacyjnych. W tym ostatnim przypadku otrzymujemy wynik zależny od pewnych parametrów, które następnie dopasowujemy do danych doświadczalnych. Jest to sytuacja typowa dla zaawansowanych działów fizyki i chemii. Niezależnie od tego typu problemów, wyodrębnienie założeń strukturalnych w wielu zastosowaniach nierelatywistycznej mechaniki kwantowej nie jest trudne. Dla dwuatomowej molekuły wodoru hamiltonian zawiera potencjały oddziaływań kulombowskich między dwoma elektronami i dwoma protonami, a wyjściowa struktura geometryczna — to po prostu rozkład tych czterech cząstek w pustej przestrzeni euklidesowej. W rezultacie obliczeń otrzymujemy dane, dotyczące stuktury geometrycznej całej molekuły, tzn. odległość między jądrami i ułożenie orbitali elektronowych w poszczególnych stanach.

Poza stosunkowo prostymi przypadkami specjalizacji teorii, założenia strukturalne mogą wystąpić w redukcjach określanych przez Nagla jako *heterogeniczne* (Nagel 1961, s.342), tzn. takie, w których różnią się wyjściowe dziedziny zastosowania obu teorii (a także występujące w nich terminy opisowe). Podane na początku przykłady redukcji typu Red_1 należą do tej właśnie klasy. Podobnie, mikroredukcje będą z reguły redukcjami heterogenicznymi. O ile w danym przypadku redukcji heterogenicznej możliwe jest wyodrębnienie założeń strukturalnych, o tyle schemat takiej redukcji możemy zapisać następująco:

$$\mathbf{T}_i \cup \mathbf{S}_{ij} \cup \mathbf{B}_{ij} \vdash \mathbf{T}_j ,$$

gdzie $\mathbf{S}_{ij}$ — to założenia strukturalne uwzględniające specyfikę obu teorii, zaś $\mathbf{B}_{ij}$ — to pozostałe założenia pomocnicze, które można określić jako „założenia pomostowe", gdyż powinny one zawierać warunki, które łączą różniące się od siebie terminologie obu teorii. Przy przeprowadzonej według powyższego schematu całkowitej, zazwyczaj idealizacyjnej rekonstrukcji logicznej określonego przypadku redukcji (np. wyprowadzenia praw termodynamiki z postulatów mechaniki klasycznej i założeń statystycznych) — powinno ulec wyjaśnieniu to, skąd (np. z jakiej teorii) czerpane są określone założenia strukturalne. Dla mikroredukcji założenia te powinny właściwie pochodzić z jakiejś teorii struktury obiektów z poziomu „*j*", uwzględniającej to, że jako ich części występują obiekty z poziomu „*i*".

W rzeczywistości niełatwo jest dokonać takiej rekonstrukcji dla rozwiniętych teorii fizycznych, a nawet wykazać, że rekonstrukcja taka jest możliwa, i że adekwatnie ujmuje ważne cechy redukcji. Przedstawiliśmy założenia strukturalne jako założenia o charakterze geometrycznym, ponieważ w przykładach, jakimi się posłużyliśmy, dawały się one stosunkowo łatwo w tej postaci wyodrębnić. Opis struktury rzeczywistych układów fizycznych, np. atomów, molekuł lub kryształów, z pewnością wykracza poza cechy tylko geometryczne (przestrzenne i czasoprzestrzenne), gdyż trzeba w nim uwzględnić wielkości fizyczne, takie jak masa, ładunek, moment magnetyczny itp.

Podjęta tutaj próba powiedzenia czegoś o założeniach strukturalnych (rozumianych zgodnie z wprowadzonym ich określeniem) — i o ich roli w ramach redukcji — ma charakter raczej wstępnych rozważań niż rozbudowanej koncepcji. Jej wynikiem nie może być wiele więcej niż pewien zarys klasyfikacji różnych rodzajów redukcji w zależności od tego, jaka geometria służy w danym wypadku do sformułowania założeń strukturalnych. Jeśli, jak to miało miejsce w podanych przez nas przykładach, mamy do czynienia z założeniami sformułowanymi w języku zwykłej geometri euklidesowej $\mathbf{E}_3$, to takie struktury i redukcje możemy zaklasyfikować jako *euklidesowe*. Jeżeli struktura układu fizycznego ujmowana jest w postaci np. pewnego obszaru w czasoprzestrzeni Newtonowskiej $\mathbf{T} \times \mathbf{E}_3$, to można mówić o strukturach i redukcjach *galileuszowskich*. Podobnie możemy wyróżnić przypadek struktur i redukcji *lorentzowskich*, których zaplecze stanowi pseudoeuklidesowa geometria przestrzeni Minkowskiego $\mathbf{E}_{1+3}$, oraz struktur i redukcji *einsteinowskich* w przypadku geometrii przestrzeni Riemanna $\mathbf{R}_{1+3}$. Można brać pod uwagę także wyróżnienie struktur *boltzmannowskich* dla układów opisywanych w języku geometrii przestrzeni fazowej.

Próba wyróżnienia założeń strukturalnych o charakterze geometrycznym rzuciłaby, być może, więcej światła na typologie redukcji w rodzaju tej, jaką zaproponowali Nickles i Yoshida. Założenia takie są powszechnie obecne w fizyce, a geometria przestrzeni lub czasoprzestrzeni splata się z innymi treściami teorii fizycznych. Założenia geometryczne dają się jednak czasem wyodrębnić, np. w postaci takiej, jaką stanowi kinematyka relatywistyczna, czyli teoria kształtu ciał w ruchu. Problemy fizyczne dają się w wielu przypadkach geometryzować, np. gdy badamy linię świata cząstki w czasoprzestrzeni lub powierzchnię kuli Fermiego w przestrzeni stanów w teorii ciała stałego. Próby wyodrębniania części geometrycznej z treści teorii fizycznych warte są chyba podejmowania, gdyż taka analiza logiczna, bez względu na jej wynik, pozwala na lepsze zrozumienie zależności między teoriami, ich prawami i innymi teoriami.

Wykaz literatury

Krajewski, Władysław
1978 „Reduction in Physics", *British Journal for the Philosophy of Science*, vol.29, 280-283.
Nagel, Ernest
1961 *The Structure of Science*, London: Routledge & Kegan Paul.
Nickles, Thomas
1973 „Two Concepts of Intertheoretic Reduction", *The Journal of Philosophy*, vol. 60, no 7, 181-201.
Yoshida, Ronald M.
1977 *Reduction in the Physical Sciences*, Halifax: The Canadian Association for Publishing in Philosophy.