Filozofia Nauki
Rok IV, 1996, Nr 1(13)

RECENZJE

Anna Wójtowicz

Logika dla filozofów nauki

Alfred Tarski, *Wprowadzenie do logiki*, Wydawnictwo Philomath, Warszawa 1995

Do rąk polskiego czytelnika trafia książka Alfreda Tarskiego *Wprowadzenie do logiki*. Jest ona pomyślana jako podręcznik uniwersytecki z logiki i stąd ma formę sytematycznych wykładów zakończonych ćwiczeniami. Jest to jednocześnie książka, którą śmiało można polecić filozofom, a w szczególności filozofom nauki, ponieważ autor wielokrotnie podkreśla związek wprowadzanych pojęć logicznych z intuicjami filozoficznymi i stosowalność tych pojęć przy tworzeniu dedukcyjnych podstaw innych nauk.

Tarski zaliczany jest do najwybitniejszych logików współczesnych. Jego prace dotyczące pojęcia prawdy i metodologii sytemów dedukcyjnych miały ogromny wpływ nie tylko na rozwój logiki, ale i na rozwój filozofii. Mówiąc o związkach Tarskiego z filozofią pamiętać też należy, że swoją sławną rozprawę o pojęciu prawdy wygłosił on pierwotnie w postaci dwóch wykładów na posiedzeniu Sekcji Logiki Warszawskiego Towarzystwa Filozoficznego w 1930 roku, a prace o pojęciach ω-niesprzeczności, ω-zupełności i nieskończonej indukcji zaprezentował na Drugim Polskim Zjeździe Filozoficznym w Warszawie w 1927 roku. Angielski przekład swoich artykułów filozoficznych Tarski zadedykował Tadeuszowi Kotarbińskiemu i wielokrotnie podkreślał wpływ, jaki miał na niego Stanisław Leśniewski.

Zasadniczy tekst książki poprzedzony jest fragmentami przedmów z wydania polskiego z 1936 roku i z pierwszego wydania amerykańskiego z 1940 roku.[1] Tarski

[1] W porównaniu z wersją polską — w przedmowie do wydania amerykańskiego brakuje m.in. opinii Tarskiego o tym, że Polska była (w 1936 roku) krajem przodującym w rozwoju logiki matematycznej i

przedstawia w nich motywy, które kierowały nim przy pisaniu książki. Początkowo była to chęć przybliżenia czytelnikowi — jak to pisze sam autor, „wykształconemu laikowi" (s. XIII) — podstawowych pojęć z logiki matematycznej i zasad budowania teorii matematycznych czy ogólniej systemów dedukcyjnych. Powstała w ten sposób (wydanie polskie z 1936 roku i wydanie niemieckie z 1937 roku) książka popularno-naukowa. Pod wpływem pewnych uwag krytycznych Tarski uzupełnił ją i rozbudował (wydania amerykańskie — od roku 1941 do 1965), tak że przybrała ona formę podręcznika z logiki. W tej postaci książka została przetłumaczona na 11 języków, miała wiele wznowień i przez długi czas była standardowym podręcznikiem uniwersyteckim z logiki.

Po przedmowach zamieszczony jest wstęp redaktora wydania amerykańskiego — Jana Tarskiego (syna Alfreda). Wskazuje on na wprowadzone zmiany i uzupełnienia w stosunku do ostatniego wydania amerykańskiego książki z 1965 roku. Do najważniejszych należą:

— uwspółcześnienie terminologii logicznej, co sprawia, że dzisiejszy czytelnik nie ma żadnych problemów ze zrozumieniem stosowanej notacji;

— przesunięcie części materiału do drugiego tomu książki (przygotowanego przez Jana Tarskiego i Dana Scotta), w którym mają być zamieszczone również późniejsze artykuły Tarskiego;

— usunięcie części oryginalnych ćwiczeń zaproponowanych przez Tarskiego i zastąpienie ich ćwiczeniami bardziej elementarnymi;

— dołączenie odsyłaczy redakcyjnych, w których zawarte są wyjaśnienia i uzupełnienia historyczne;

— dokonanie drobnych zmian redakcyjnych (podkreślenia itp.) i stylistycznych, częściowo wynikających z nienajlepszego tłumaczenia wersji polskiej podręcznika z 1938 roku na język angielski.

Z przedstawionego dalej krótkiego szkicu biograficznego dowiadujemy się o najważniejszch faktach z życia Tarskiego. (Pełna bibliografia prac Tarskiego zawarta jest w *Pismach logiczno-filozoficznych*, t.1, wydanych niedawno przez Jana Zygmunta (PWN, Warszawa 1995, s. 333-372).)

Sama książka Tarskiego składa się z dwóch części.

Część pierwsza (rozdziały I-VI) nosi tytuł „Elementy logiki. Metoda dedukcyjna". Jak stwierdza autor, może ona stanowić podręcznik podstawowego kursu logiki dla studentów filozofii. W poszczególnych jej rozdziałach Tarski w sposób jasny i — w miarę możliwości — dbając o zachowanie intuicji z języka naturalnego, wprowadza i omawia podstawowe pojęcia z logiki i metodologii sytemów dedukcyjnych. Każdy rozdział zakończony jest ćwiczeniami.

metodologii matematyki, i że zawdzięcza to Szkole Lwowsko-Warszawskiej, na czele z Janem Łukasiewiczem, Stanisławem Leśniewskim i Kazimierzem Ajdukiewiczem, a ponadto Leonowi Chwistkowi i Janowi Sleszyńskiemu.

Część druga książki (rozdziały VII-X) pod tytułem „Zastosowanie logiki i metodologii w konstruowaniu teorii matematycznych" koncentruje się na pokazaniu, jakie zastosowanie mają pojęcia wprowadzone w części pierwszej przy budowaniu konkretnych teorii matematycznych.

W rozdziale I wprowadzone zostaje pojęcie zmiennej i stałej logicznej — i związana z tymi pojęciami problematyka funkcji zdaniowych, a także zmiennych wolnych i związanych w danym wyrażeniu. Autor omawia znaczenie zmiennych w systemach formalnych — np. w matematyce.

Rozdział II poświęcony jest rachunkowi zdań. Autor dokładnie charakteryzuje poszczególne spójniki logiczne i ich związek z językiem naturalnym. Na podstawie licznych przykładów wskazuje na różnice między użyciem spójników w logice, w matematyce i w mowie potocznej. Szczególną uwagę poświęca budzącemu zawsze kontrowersje spójnikowi implikacji. Przy okazji przedstawia podstawowe zasady formułowania definicji i zwraca uwagę na różne błędy popełniane przy definiowaniu. Na końcu rozdziału omówione zostaje zastosowanie rachunku zdań w dowodach matematycznych i opisane są podstawowe reguły dowodzenia.

W rozdziale III Tarski zajmuje się pojęciem identyczności. Formułuje proste prawa dotyczące predykatu identyczności (w szczególności zasadę Leibniza). Wprowadza bardzo ważne rozróżnienie między identycznością przedmiotów a identycznością ich nazw. Omawia warunki poprawnego używania cudzysłowów i wskazuje różne supozycje, w których mogą występować wyrażenia. Na zakończenie tego rozdziału charakteryzuje pojęcie identyczności (równości) używane w matematyce (w arytmetyce i geometrii) i wprowadza definicje tzw. kwantyfikatorów ilościowych, o postaci „istnieje co najmniej (co najwyżej lub dokładnie) *n* przedmiotów".

Rozdział IV poświęca autor na omówienie teorii klas. Wprowadzone zostaje odróżnienie między klasą (zbiorem) a indywiduum (elementem klasy czy zbioru). Autor stwierdza, że pojęcie klasy i pojęcie funkcji zawierającej jedną zmienną są wzajemnie definiowalne (klasę można scharakteryzować jako zbiór tych elementów, które spełniają daną funkcję, a każdą funkcję można przedstawić jako pewien zbiór). Teoria klas może więc być w szczególności traktowana jako pewna teoria własności. Następnie zdefiniowane zostają relacje między klasami i działania na klasach. Autor wprowadza również pojęcie równoliczności klas, a za jego pomocą pojęcie liczby kardynalnej (mocy) danej klasy. Pozwala mu to zdefiniować klasy nieskończone i skończone — a następnie wyprowadzić pojęcie liczby naturalnej jako liczby kardynalnej danej klasy skończonej. Taka konstrukcja umożliwia potraktowanie arytmetyki jako działu logiki. Stanowi to — według słów autora — „jedną z najpiękniejszych zdobyczy badań logicznych" (s. 85).

W rozdziale V autor zajmuje się teorią relacji. Omawia pojęcia dziedziny i przeciwdziedziny relacji oraz charakteryzuje zależność między relacjami a funkcjami dwóch zmiennych. Następnie — podobnie jak w wypadku teorii klas — przedstawia rachunek (algebrę) relacji. Wyróżnia podstawowe własności i typy relacji, a w szczególności relacje porządkujące i jednoznaczne. Te ostatnie pozwalają mu wprowadzić pojęcie funkcji, funkcji wzajemnie jednoznacznych, funkcji wielu zmiennych itp. Rozdział ten jest zakończony uwagą dotyczącą znaczenia logiki dla innych nauk. Autor stwierdza między innymi, że pojęcia i prawa logiczne przez to, że posługujemy się nimi (w sposób mniej lub bardziej świadomy) we wnioskowaniach przeprowadzanych w innych naukach, tworzą dedukcyjną podstawę wszelkich nauk.

Rozdział IV uważany jest za najważniejszy z merytorycznego punktu widzenia (por. P. Suppesa „Philosophical Implications of Tarski's Work", *Journal of Symbolic Logic*, **53** (1988), s. 80-91). Tarski przedstawia tu w szczególności swoje oryginalne wyniki, dotyczące metodologii systemów dedukcyjnych.

Rozpoczyna ten rozdział od rozróżnienia między terminami pierwotnymi danej teorii a terminami definiowalnymi za pomocą terminów pierwotnych. Pokazuje analogię między powyższym rozróżnieniem a rozróżnieniem wśród twierdzeń danej nauki twierdzeń pierwotnych — aksjomatów — i twierdzeń dowodliwych na podstawie tych aksjomatów. Następnie rozróżnienie to zostaje przeniesione na stosunek między samymi dyscyplinami naukowymi. Wśród nich Tarski wyróżnia te, które są podstawowe («wcześniejsze»), i te, które można uprawiać dopiero na bazie nauk podstawowych. Nauką podstawową np. dla arytmetyki jest logika. Teorie czy dyscypliny nukowe zbudowane zgodnie z przedstawioną wyżej metodą nazywa Tarski „teoriami (naukami) dedukcyjnymi", albo inaczej „matematycznymi", a samą metodę — „dedukcyjną".

Kolejnym podstawowym w metodologii sytemów dedukcyjnych pojęciem wprowadzonym przez Tarskiego jest pojęcie interpretacji (modelu) danej teorii. Aby przybliżyć jego sens czytelnikowi autor posługuje się bardzo prostymi i naturalnymi przykładami.

Następnym rozważanym w tym rozdziale problemem jest problem niezależności danego zdania od przyjętego systemu aksjomatycznego. Autor sprowadza go do konstrukcji modelu dla systemu aksjomatycznego, w którym dane zdanie jest fałszywe.

Odwołując się do powyższych pojęć Tarski formułuje tzw. twierdzenie o dedukcji. Twierdzenie to mówi, że jeżeli pewne zdanie β jest spełnione w dowolnym modelu dla danej teorii A i zdania α, to implikacja $\alpha \Rightarrow \beta$ jest spełniona w dowolnym modelu dla teorii A. Dzięki temu twierdzeniu można budować różnego typu dowody semantyczne, czyli dowody, polegające na na podaniu interpretacji dla danej teorii. Tarski wskazuje też źródło powyższej metodologicznej własności sytemów dedukcyjnych. Jest nim to, że konstruując daną teorię bierzemy pod uwagę tylko formalną strukturę tworzących ją aksjomatów — a nie ich sens. Innymi słowy, terminy pozalogiczne, które występują w aksjomatach teorii, nie mają ustalonego znaczenia i mogą być interpretowane na wiele różnych sposobów.

Następnie autor zajmuje się problemem wyboru terminów pierwotnych i aksjomatów dla danej teorii dedukcyjnej. Podkreśla tu fakt, że wybór ten nigdy nie jest zdeterminowany. Kryteria takiego wyboru mają często charakter praktyczny (prostota aksjomatów), dydaktyczny (ich oczywistość i naturalność) czy nawet estetyczny (elegancja, piękno aksjomatów). Z metodologicznego punktu widzenia na wybór ten nakładamy jedynie taki warunek, aby aksjomaty były od siebie wzajemnie niezależne, a terminy pierwotne wzajemnie niedefiniowalne. Często jednak ten wymóg jest łamany na rzecz dydaktycznych walorów danej teorii.

Dodatkowo autor wskazuje pewne kryteria formalne, które muszą spełniać dobre definicje terminów i dobre reguły dowodzenia twierdzeń na podstawie aksjomatów — czyli kryteria poprawności dowodu. Oczywiście kryteriów tych też nie należy traktować zbyt rygorystycznie, gdyż prowadziłoby to do tego, że dowody (tzw. dowody zupełne) byłyby nieczytelne (por. program zaproponowany przez grupę matematyków francuskich — Bourbakistów).

Ostatnimi zdefiniowanymi w tym rozdziale pojęciami są pojęcia niesprzeczności i zupełności teorii dedukcyjnej. Jeśli teoria jest niesprzeczna i zupełna, to w stosunku do każdego zdania pozwala nam jednoznacznie stwierdzić, czy zdanie to jest na gruncie tej teorii prawdziwe czy fałszywe. Z tym zagadnieniem wiąże się też problem rozstrzygalności teorii, czyli możliwości ustalenia co do każdego zdania z języka tej teorii, czy istnieje algorytm, za pomocą którego pokażemy, że dane zdanie jest dowodliwe na gruncie tej teorii. (Przez algorytm rozumiana tu jest pewna mechaniczna procedura, odwołująca się jedynie do własności syntaktycznych teorii i danego zdania.) Przykładem teorii niesprzecznej i zupełnej jest elementarna geometria, natomiast każda teoria zawierająca arytmetykę jest teorią niezupełną.

W rozdziale VII (należącym już do drugiej części książki) autor na przykładzie fragmentu arytmetyki liczb rzeczywistych pokazuje, jakie zastosowania mają wprowadzone uprzednio pojęcia terminów pierwotnych i aksjomatów. Tarski konstruuje też przykłady prostych dowodów nie wprost w tej teorii i udowadnia podstawowe własności relacji między liczbami.

Rozdział VIII jest kontynuacją poprzedniego rozdziału — autor wzbogaca konstruowaną teorię o aksjomaty dotyczące dodawania i odejmowania liczb. Omawia też pojęcie tzw. zamkniętych systemów zdań i rozważa problemy związane z definicjami, w których występuje znak identyczności.

W rozdziale IX skonstruowaną elementarną teorię liczb rzeczywistych autor wykorzystuje jako materiał badawczy i pokazuje, jak należy zastosować do niej postulaty metodologiczne sformułowane w rozdziale VI. Tarski rozważa niezależność zaproponowanych aksjomatów i eliminuje te, które dają się wyprowadzić z pozostałych. Podobnie postępuje w stosunku do terminów pierwotnych tej teorii. Umożliwia to podanie trzech (logicznie równoważnych) sytemów niezależnych od siebie aksjomatów. Wyboru między pierwszymi dwoma systemami można dokonać zgodnie z kryterium jak najmniejszej liczby terminów pierwotnych: w sytemie drugim występuje mniej terminów pierwotnych niż w pierwszym. Z kolei system trzeci ma nad drugim tę przewagę, że występuje w nim mniejsza liczba aksjomatów, choć z drugiej strony niektóre z nich mają mniej naturalną postać. Na zakończenie rozdziału Tarski bada problem niesprzeczności i zupełności skonstruowanej teorii. Autor pokazuje, że skonstruowana teoria jest niezupełna, a dowód jej niesprzeczności jest oparty na przekonaniu, iż niesprzeczna jest cała arytmetyka.

W rozdziale X, ostatnim, Tarski rozszerza przedstawioną teorię w taki sposób, że uzyskuje pełną arytmetykę liczb rzeczywistych. Pokazuje, że dokonać tego można na dwa logicznie równoważne sposoby. Zaproponowane sytemy aksjomatyczne różnią się jednak od siebie własnościami metodologicznymi i dydaktycznymi. System pierwszy jest lepszy od drugiego z metodologicznego punktu widzenia, ponieważ występujące w nim aksjomaty i terminy pierwotne są od siebie niezależne. System drugi ma za to duże walory dydaktyczne — jego aksjomaty są naturalniejsze i można w prostszy sposób rozszerzyć go do innych teorii matematycznych.

Całą książkę kończy posłowie wydawcy przekładu polskiego — Witolda Marciszewskiego i skorowidz opracowany przez Monikę Sujczyńską.

Zasadniczą zaletą książki Tarskiego jest widoczna na każdym kroku dbałość autora o czytelnika. Wszystkie pojęcia są wprowadzane w bardzo sytematyczny sposób z licznymi odwołaniami do języka potocznego i intuicji. Zawsze podawane są przykłady, pozwalające lepiej zrozumieć pewne, często bardzo abstrakcyjne, definicje. Na szczególne uznanie zasługują kończące każdy rozdział ćwiczenia. Z jednej strony umożliwiają one czytelnikowi sprawdzenie, czy dostatecznie opanował przedstawiony w danym rozdziale materiał, a z drugiej w wielu wypadkach rozwijają jego wiedzę, zachęcając do konstruowania własnych przykładów czy dowodów twierdzeń. Jest to dużą zaletą tej książki, która pozwala stawiać ją wyżej od istniejących na naszym rynku wydawniczym nowszych podręczników z logiki.

Studiując podręcznik Tarskiego — prawdopodobnie również dzięki staranności wydawcy amerykańskiego i polskiego — nie odnosimy w żadnym miejscu wrażenia, że został on napisany (w pierwotnej formie) ponad pół wieku temu. W wypadku nauki jest to okres bardzo długi i tylko niewielu autorów może poszczycić się uniwersalnością i świeżością pomysłów gwarantującą taką aktualność. Trzeba jednak pamiętać, że wiele z przedstawionych przez autora problemów i rozwiązań jest jego oryginalnym osiągnięciem i wkładem w logikę współczesną. Wystarczy wymienić tu twierdzenie o dedukcji (udowodnione przez Tarskiego w 1921 i niezależnie przez Herbranda w 1929 roku), problem definiowalności pojęć (przedstawiony pierwotnie przez Padoę w 1903 roku, rozwinięty przez Tarskiego, a następnie podsumowany ważnym twierdzeniem udowodnionym przez Betha w 1953 roku), dowód zupełności i rozstrzygalności elementarnej geometrii.

Nie straciły na aktualności słowa, którymi kończy Tarski przedmowę do wydania amerykańskiego (1941): „Logika przez doskonalenie i wyostrzanie narzędzi myśli sprawia, że ludzie nabierają większego krytycyzmu — dzięki czemu staje się mniej prawdopodobne, że dadzą się zwieść tym wszystkim pseudo-rozumowaniom, którym są ciągle dzisiaj poddawani w różnych częściach świata”.