

Jan Łukasiewicz

Wykłady zjazdowe

Filozofia Nauki 4/3, 149-170

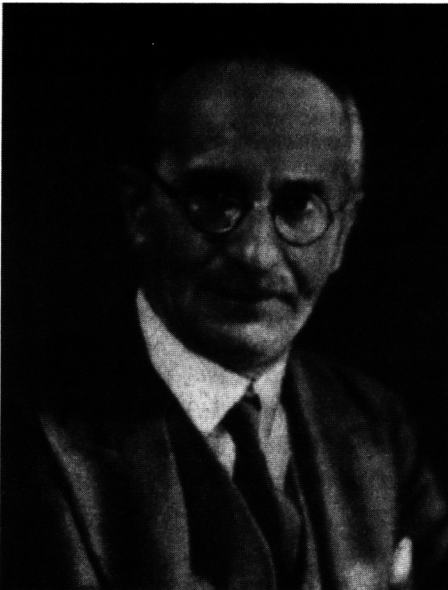
1996

Artykuł został zdigitalizowany i opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej bazhum.muzhp.pl, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

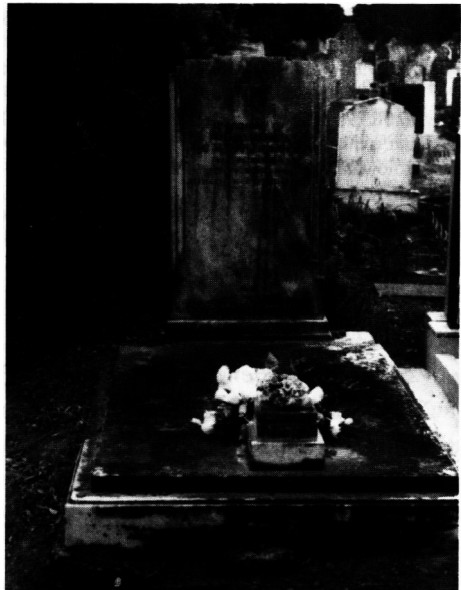
Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

Jan Łukasiewicz

Odczyty zjazdowe



Jan Łukasiewicz



Nagrobek Jana Łukasiewicza w Dublinie

W bieżącym roku mija czterdziesta rocznica śmierci Jana Łukasiewicza — na obczyźnie: w Irlandii.

W 1944 roku, przed nadejściem frontu, Łukasiewicz opuścił kraj i — dzięki pomocy niemieckiego teologa, filozofa i logika, Heinricha Scholza — przybył do Münster, skąd miał zamiar udać się do Szwajcarii. Mimo starań Scholza zamiar nie został urzeczywistniony i gdy w 1945 roku do Westfalii wkroczyły wojska sprzymierzone, Łukasiewicz — via polski obóz wojskowy w Dössel k. Warburga — wyjechał do Brukseli, po czym ostatecznie — na początku marca 1946 roku — osiedlił się w Dublinie.

Oto kilka fragmentów jego listów do o. prof. Józefa M. Bocheńskiego (przekazanych nam przez adresata niedługo przed śmiercią), które rzucają smutne światło na los sławnego uczonego, któremu najeźdźcy z Zachodu zniszczyli dom i warsztat badawczy, a «wyzwoliciele» ze Wschodu — odebrali środowisko naukowe.

4.12.1945 (Bruksela): Do kraju w danych warunkach wracać nie myślę.

10.02.1946 (Bruksela): Irlandia gotowa jest zaopiekować się pewną liczbą katolickich uczonych polskich i zwróciła się w tej sprawie do naszego Rządu w Londynie. [...] Rząd wymienił mnie podobno na pierwszym miejscu.

28.02.1946 (Bruksela): Niespodziewanie zrealizowała się nasza podróż do Irlandii: jutro, tj. 1 marca, jedziemy [...].

2.02.1947 (Dublin): Zostałem mianowany profesorem logiki matematycznej przy Royal Irish Academy w Dublinie. [...] Z Warszawy nie miałem dotąd żadnej wiadomości.

27.04.1947 (Dublin): Prowadzę wykłady z logiki [...]. Mam garstkę wiernych słuchaczy [...]. Największe postępy robi docent matematyki z protestanckiego Trinity College, [Carew A.] Meredith. [...] Do kraju wracać nie myślę; nie mam stamtąd żadnych wiadomości, choć Uniwersytet Warsz[awski] zna mój adres. Nikt mnie nie wzywa do powrotu. [...] Sam boję się [...] pisać [...], bo nie chciałbym nikogo w kraju narazić na zarzut, że utrzymuje stosunki z «faszystą».

7.10.1947 (Dublin): Zdobyłem sobie pierwszorzędnego ucznia w osobie [...] p. C.A. Meredith. [...] Zaczyna się tworzyć irlandzko-polska szkoła logiki matematycznej.

19.08.1950 (Dublin): Siedzę [...] wraz z żoną w Dublinie. Ale tu zaczyna być coraz gorzej. Przez cztery lata nie zdołałem nawiązać żadnych stosunków z tutejszymi profesorami [...]. Jesteśmy tu całkiem izolowani i nie wiemy, co dzieje się w kraju.

1.09.1950 (Dublin): Rada [...], [by] przenieść się do Niemiec, nie jest dla nas możliwa do przyjęcia. Mamy oboje tak kosztowne wspomnienia z czasów pobytu naszego w Westfalii w latach 1944-45, że nigdy już nie chcielibyśmy tam wrócić.

* * *

Za życia Łukasiewicza odbyły się trzy Polskie Zjazdy Filozoficzne.

Już jednak w czasie dwóch wcześniejszych Zjazdów Lekarzy i Przyrodników Polskich pracowała Sekcja Filozoficzna. W ramach tej sekcji na X Zjeździe (Lwów, 22-25.07.1907) Łukasiewicz wygłosił odczyt „O wnioskowaniu indukcyjnym” i „Logika a psychologia”, a na XI Zjeździe (Kraków 18-22.07.1911) — odczyt „Zagadnienia prawdy”.

Podczas I Polskiego Zjazdu Filozoficznego (Lwów, 10-13.05.1923) Łukasiewicz wygłosił odczyt „O logice stoików”; podczas II Zjazdu (Warszawa, 23-28.09.1927) — odczyty „O metodę w filozofii”, „Reforma logiki” i „Z badań nad teorią dedukcji” (do dwóch ostatnich nie udało nam się dotrzeć); podczas III Zjazdu (Kraków, 24-27.09.1936) — odczyt „Co dała filozofii współczesna logika matematyczna?”.

Z II i III Zjazdem powiązane były dwie ważne imprezy filozoficzne. II Zjazd poprzedzony został I Zjazdem Kół Filozoficznych Studentów Uniwersytetów Polskich (Warszawa, 19-22.09.1927); Łukasiewicz wygłosił na nim wykład „O pojęciu i funkcji filozofii” (tekst nie został włączony do Księgi Pamiątkowej). Z kolei w ramach III Zjazdu odbyła Sesja Specjalna (Myśl katolicka wobec logiki współczesnej; Kraków, 26.09.1936), która przeszła do historii jako początek Koła Krakowskiego; tutaj Łukasiewicz wygłosił odczyt „W obronie logistyki”.

Jeżeli chodzi o Międzynarodowe Zjazdy Filozoficzne odbyte przez II wojnę światową (I — w Paryżu, 1900; II — w Genewie, 1904; III — w Heidelbergu, 1908; IV — w Bolonii, 1911; V — w Neapolu, 1924; VI — w Cambridge, Mass., 1926; VII — w Oxfordzie, 1930; VIII — w Pradze, 1934; IX — w Paryżu, 1937), to Łukasiewicz wziął udział jedynie w VI (13-17.09), ale nie wygłosił tam żadnego odczytu, i w VIII (207.09), gdzie przedstawił odczyt „Bedeutung der logischen Analyse für die Erkenntnis”. Jego stosunek do tych imprez dobrze charakteryzuje końcowy fragment sprawozdania z VI Zjazdu, napisanego dla Ruchu Filozoficznego:¹

Jedyna korzyść, jaką wyniosłem z tych obrad, to było utrwalenie się we mnie przekonania, że taka filozofia, jaką się dziś uprawia i jaką się zresztą uprawiało zawsze, może mieć najrozmaitsze wartości, może podnosić ducha, zaspokajać potrzeby serca, dawać zadowolenie estetyczne, ale nie posiada tej najwyższej wartości, którą według mnie mieć powinna: wartości naukowej. I nie mam nadziei, by filozofowie zdobyli się tak prędko na naukowe opracowanie swych zagadnień. Filozofia bowiem od samego początku obciążona była i jest pierwiastkami pozanaukowymi, zwłaszcza natury teologicznej, a pierwiastki te nie wpływają dodatnio na ścisłość myślenia. Stwierdzić można na każdym niemal kroku, że najwięksi nawet myśliciele, od Platona do Kanta i aż po dzień dzisiejszy, rozważając zagadnienia filozoficzne, myślą mętnie, nieściśle, nienaukowo, a nieraz fantastycznie. Dopóki ich dzieła będą dla nas wzorami i dopóki młode umysły kształcić będziemy na «klasykach» filozofii, nie nauczą się myśleć poprawnie. Sądzę, że jedyną drogą dla przyszłej filozofii naukowej jest zapomnieć na razie o dotychczasowej filozofii i zacząć całkiem na nowo. Tak jak logika matematyczna powstała i rozwinęła się poza obrębem filozofii i nie zawdzięcza swych pomysłów logice filozoficznej, tak samo w przyszłości może i powinna powstać nowa filozofia naukowa poza obrębem tego wszystkiego, co dzisiaj nosi miano „filozofii”.

Bardziej niż kiedykolwiek — potrzeba nam dzisiaj, w tych czasach przełomowych, w których żyjemy, myśli filozoficznej tak jasnej i ścisłej, i z taką siłą logiki ugruntowanej, by narzuciła się umysłom ludzkim jak prawda matematyczna.

Zjazd filozoficzny w Cambridge wykazał, jak mi się wydaje, że filozofia współczesna myśli takiej nie potrafi wytworzyć.

Znamienne, że Łukasiewicza zaproszono do Konferencji Wstępnej (Praha, 31.08-1.09.1934), która miała przygotować Kongres Jedności Nauki; wygłosił on na niej odczyt „Zur Geschichte der Aussagenlogik. Na żadnym jednak z przedwojennych Kongresów (I — w Paryżu, 1935; II — w Kopenhadze, 1936; III — w Paryżu, 1937; IV — w Cambridge, 1938; V — w Cambridge, Mass., 1939) Łukasiewicz się nie pojawił.

* * *

W okresie międzywojennym odbyły się trzy Zjazdy Matematyków Polskich: I — we Lwowie, 7-10.09.1927; II — w Wilnie, 23-26.09.1931; III — w Warszawie, 28.09-3.10.1937. Łukasiewicz uczestniczył jedynie w I Zjeździe — i wygłosił na nim dwa odczyty: „Teoria dedukcji (wyniki badań)” i „Systemy logik wielowartościowych” (teksty odczytów — ani ich streszczenia — nie ukazały się w Księdze Pamiątkowej Zjazdu). Pierwsze dwa Zjazdy powojenne odbyły się: IV — we Wrocławiu, 12-14.12.1946; V — w Krakowie, 29-31.05. 1947. Na ten ostatni został zgłoszony odczyt

¹ „Wrażenia z VI. Międzynarodowego Zjazdu Filozoficznego”, *Ruch Filozoficzny*, t. XI(1928-1929), nr 1-10, s. 1-5 [przyp. mój, JJJ].

Łukasiewicza „O zasadzie najmniejszej liczby”; nie był on wygłoszony, ale jego krótkie streszczenie ukazało się w Sprawozdaniu ze Zjazdu.

W dniach 23-27.09. 1929, w Warszawie, obradował I Kongres Matematyków Krajów Słowiańskich. Łukasiewicz przedstawił na nim odczyt „Einige Untersuchungen aus dem Aussagenkalkül”, ale w Sprawozdaniu z Kongresu znalazł się tylko tytuł odczytu.

Łukasiewicz wziął też udział w Międzynarodowym Zjeździe Matematyków w Bolonii (8-10.09.1928; poprzednie odbyły się w: Chicago, 1893; Paryżu, 1900; Heidelbergu, 1904; Rzymie, 1908), gdzie wygłosił odczyty: „Über den Aussagenkalkül”, „Systeme mehrwertiger Logik” i „Zur Geschichte des Aussagenkalkül” (do ich tekstów nie dotarliśmy).

* * *

Drukujemy poniżej teksty lub streszczenia wspomnianych odczytów Łukasiewicza, z wyjątkiem odczytu „Z historii logiki zdań” i odczytu „W obronie logistyki” — oraz tych, do których nie udało nam się dotrzeć (co wyżej sygnalizowaliśmy).

Chcemy w ten sposób wyrazić najgłębszy hołd naszemu wybitnemu rodakowi.

Teksty te są w większości trudno dostępne.² Ale nie tylko to usprawiedliwia ich przedrukowanie. Naszym zdaniem — mimo upływu lat — nie całkiem straciły one na aktualności.

W szczególności Łukasiewiczowską krytykę psychologizmu w logice dedykujemy tym, którzy od pewnego czasu chcą metodologię (a szerzej — filozofię nauki) uczynić częścią socjologii, albo przynajmniej na niej oprzeć.

Z Łukasiewiczowskim podejściem do problemu prawdziwości niech zapoznają się uważnie ci, których «znudziła» klasyczna koncepcja prawdy.

Na Łukasiewiczowskie NON POSSUMUS wobec spekulacji filozoficznej pozwalamy sobie zaś zwrócić uwagę tych, którzy beczynnienie — a nawet z pobłażaniem — przyglądają się dziś falom irracjonalizmu, podmywającym nie tylko filozofię.

Aktualność jest w filozofii przywilejem tekstów klasycznych (klasycznych — bez cudzysłowu). I teksty Jana Łukasiewicza przypominamy przede wszystkim jako takie właśnie.

Redakcja

I. O wnioskowaniu indukcyjnym

22.07.1907

Przegląd Filozoficzny,
r. X(1907), z. 4, s. 474-475

²Spośród publikowanych tu tekstów — w pismach zebranych Łukasiewicza, *Z zagadnień logiki i filozofii* (Warszawa 1961), znalazło się tylko streszczenie odczytu „Logika a psychologia” (są tam natomiast teksty obu opuszczonych tutaj odczytów: „Z historii logiki zdań” i „W obronie logistyki”) [przyp. mój, JJJ].

Podstawą wszelkiego wnioskowania są stosunki konieczności, które łączą prawdziwość lub fałszywość jednego sądu (albo jednej grupy sądów) z prawdziwością lub fałszywością sądu drugiego (drugiej grupy sądów). Stosunkami takimi są np. stosunki racji i następstwa, równoważności, przeciwieństwa, sprzeczności itd.

Istnieją stosunki konieczności, które dwa sądy lub dwie grupy sądów łączą w ten sposób, że gdy prawdziwa jest grupa sądów *A*, musi być prawdziwa grupa sądów *B*, ale *nie na odwrót*. Takimi są np. stosunki racji i następstwa. Ze względu na tę nieodwrotność niektórych stosunków konieczności, wyróżnić można dwie formy wnioskowania:

a) Grupa sądów jest prawdziwa.

Jeśli prawdziwa jest grupa sądów *A*,
musi być prawdziwa grupa sądów *B*.

Grupa sądów *B* jest prawdziwa.

b) Grupa sądów jest prawdziwa.

Jeśli prawdziwa jest grupa sądów *B*,
musi być prawdziwa grupa sądów *A*.

Grupa sądów *B* może być prawdziwa.

W pierwszym wypadku wnioskowanie przebiega zgodnie z kierunkiem stosunku konieczności, to znaczy, z prawdziwości przesłanek wynika z koniecznością prawdziwość konkluzji. Jest to wnioskowanie *dedukcyjne*. W drugim wypadku wnioskowanie nie przebiega zgodnie z kierunkiem, lecz *przeciw* kierunkowi stosunku konieczności, to znaczy, z prawdziwości przesłanek nie wynika z koniecznością prawdziwość konkluzji, ale z prawdziwości konkluzji wynika z koniecznością prawdziwość przesłanek. Jest to wnioskowanie *indukcyjne*. Posługując się pojęciem stosunku racji i następstwa, można tę różnicę i w ten sposób wyrazić: we wnioskowaniu dedukcyjnym wyprowadzamy następstwa z danych racji, a we wnioskowaniu indukcyjnym wyszukujemy racje dla danych następstw.

Z powyższego określenia indukcji wynikają następujące jej cechy:

(a) We wnioskowaniu indukcyjnym przesłanki nie uzasadniają konkluzji; to znaczy, że konkluzja nie jest nigdy sądem pewnym, tylko prawdopodobnym, a raczej możliwym.

(b) Konkluzja tłumaczy przesłanki; to znaczy, z konkluzji dadzą się przesłanki wyprowadzić drogą wnioskowania dedukcyjnego.

(c) Gdy możliwych jest więcej konkluzji, wybór jednej z nich nie zależy od względów logicznych. Ponieważ nie wiemy, która z możliwych konkluzji jest prawdziwa, nie możemy kierować się w wyborze jednej z nich względami na ich prawdziwość, a więc względami logicznymi, tylko wybieramy konkluzję wygodniejszą, to znaczy tę, która łatwiej i prościej tłumaczy nam fakty.

Zasadnicza myśl naszkicowanego tu poglądu zgada się z inwersyjną teorią indukcji Jevonsa i Sigwarta.³

³Zob. rozprawę „O indukcji jako inwersji dedukcji”, *Przegląd Filozoficzny*, r. VI, 1903.

II. Logika a psychologia

23.07.1907

Przegląd Filozoficzny,
r. X(1907), z. 4, s. 489-491

We współczesnej logice ścierają się dwa kierunki: *psychologizm* i *antypsychologizm*, hołdujący formalizmowi.

Zdaniem psychologistów, logika, jako nauka o warunkach trafnego myślenia, jest częścią psychologii albo się przynajmniej na niej opiera — bo myślenie jest przecież sprawą psychiczną. Zdaniem antypsychologistów, logika nie zależy od psychologii, tak jak nie zależy od psychologii arytmetyka lub algebra.

Przyłączam się do obozu antypsychologistów i motywuję swe stanowisko w następujący sposób:

(a) Prawa psychologiczne nie mogą być *racją*, czyli podstawą praw logicznych. Prawa psychologiczne są bowiem sądami prawdopodobnymi, prawa logiczne — pewnymi. Sądy prawdopodobne nie mogą zaś być nigdy racją sądów pewnych.

(b) Prawa logiczne mają inną *treść* niż prawa psychologiczne. Np.: *logiczna* zasada sprzeczności orzeka, że z dwóch sądów sprzecznych jeden musi być *falszywy*; (rzekome) *psychologiczne* prawo sprzeczności stwierdza natomiast, że w umyśle człowieka nie mogą *współistnieć* dwa przekonania sprzeczne. Pierwszego prawa nie można wyprowadzić z drugiego, tak jak z sądu, że wilga gwizdże, nie można wywnioskować, że wrona kracze. Oba te sądy tyczą się przecież zupełnie odmiennych, nie związanych ze sobą faktów! Prawa logiczne stwierdzają jakieś związki między *prawdziwością* lub *falszywością* sądów, a pojęcia prawdziwości i fałszywości nie należą do psychologii; prawa psychologiczne stwierdzają jakieś związki między *zjawiskami* psychicznymi, a badanie zjawisk psychicznych logiki nie obchodzi.⁴

(c) Stąd, że logika jest nauką o warunkach trafnego myślenia, a myślenie jest czynnością psychiczną, nie wynika wcale, jakoby logika była częścią psychologii lub opierała się na niej. Wszak arytmetyka wzgl[ędnie] algebra są naukami o warunkach trafnego dodawania, mnożenia, dzielenia itd., a dodawanie, mnożenie, dzielenie — słowem rozwiązywanie jakichkolwiek zadań matematycznych — jest tak samo czynnością psychiczną jak myślenie w ogóle; jest właśnie jakimś specjalnym wypadkiem myślenia. Nikt jednak nie twierdzi, że arytmetyka lub algebra są częścią psychologii albo opierają się na niej. W samej rzeczy, w arytmetyce i w algebrze nie chodzi o to, jakie procesy psychiczne występują w umyśle ucznia, kupca, przekupki lub buchaltera, gdy rozwiązują zadania rachunkowe, lecz idzie o obiektywne prawa związków między liczbami. Tak samo w logice. Powtarzam, że logiki *nie obchodzi* — bo takie jest już od wieków pojęcie tej nauki — jakie procesy psychiczne występują w umyśle człowieka

⁴Co do argumentów (a) i (b) por. [E.] Husserl, *Logische Untersuchungen*, Halle a/S 1900, t. 1.

myślącego logicznie czy nielogicznie; badać te procesy jest zadaniem *psychologii poznania*, nauki ważnej i pożytecznej, ale odrębnej od logiki. Zadaniem logiki jest natomiast stwierdzać obiektywne prawa związków między prawdziwością i fałszywością sądów.

(d) Nieporozumienie między logiką i psychologią wynika głównie stąd, że obie nauki używają często tych samych wyrazów na oznaczenie różnych pojęć, nie uświadamiając sobie dwuznaczności, jaka tkwi w tych wyrazach. Tak bywa z wyrazem „sąd”. W psychologii znaczy „sąd” to samo, co „przekonanie”, oznacza więc jakiś akt psychiczny; w logice natomiast nie oznaczają „sądy” aktów psychicznych, tylko *obiektywne korelaty* tych aktów, to znaczy fakty, że coś *jest* lub *nie jest*, że *jest takie* lub *owakie* itd.⁵ Przekonania, że wszyscy ludzie są śmiertelni lub że Piotr jest człowiekiem, są aktami psychicznymi i badanie ich należy do psychologii; ale sam *fakt* wyrażony w zdaniu „Piotr *jest* człowiekiem”, jest czymś od przekonania zupełnie różnym. Przecież *być człowiekiem* — to nie jest w ogóle żadne zjawisko psychiczne! Zdumienie wprost ogarnia, że tak mało filozofów zdaje sobie dotąd z tej różnicy sprawę, i powstać może naprawdę poważna wątpliwość w zdolność poznawczą rozumu ludzkiego, skoro wmawiają w nas ciągle, jakoby tego rodzaju fakty, jak *Piotr jest człowiekiem*, *Piotr pobił się z Pawłem*, *kot złapał szczura*, *pies nie jest kotem*, *dwa a dwa jest cztery* — były tylko jakimiś sądami, przekonaniem, aktami psychicznymi! Fakty te mogą być *przedmiotami* przekonań, czyli ich obiektywnymi korelatami, istnieją jednak, gdy są prawdziwe, gdy są naprawdę, niezależnie od tego, czy ktoś żywi o nich jakieś przekonanie, czy nie. Otóż te właśnie obiektywne korelaty przekonań, czyli «obiektywy», bada logika nie ze względu na ich treść szczegółową, ale ze względu na ich *formę*, to znaczy bada, czy są ogólne czy szczegółowe, twierdzące czy przeczące itd., poszczególne formy oznacza symbolami (np. „Wszystkie *S* są *P*”) i wyszukuje prawa związków między prawdziwością i fałszywością tych form. Psychologii w tym wszystkim tak samo nie ma, jak nie ma jej w arytmetyce lub algebrze.

Na podobną dwuznaczność cierpią wyrazy: „wnioskowanie, dowodzenie, rozumowanie...”, a tak samo „dodawanie, mnożenie i dzielenie...”, oznaczając raz jakieś akty, czyli czynności psychiczne, innym znowu razem jakieś przedmioty lub obiektywne korelaty tych aktów, to znaczy pewne związki obiektywów względnie liczb. Gdy bacznie w przyszłości na różnice te zwracać będziemy uwagę, a zwłaszcza gdy różne pojęcia różnymi, a nie jednakowymi oznaczać będziemy terminami, wówczas odłoni się nam wyraźnie przepaść dzieląca logikę od psychologii, i długotrwały, zacięty spór

⁵Na różnicę tę wskazał niedawno [A.] Meinong (zob. np. *Untersuchungen zur Gegenstandstheorie u[nd] Psychologie*, Lipsk 1904), określając owe obiektywne korelaty przekonań nazwą „obiektywów”. Niezależnie od Meinonga zwróciłem uwagę na tę samą różnicę w rozprawie o pojęciu przyczyny — zob. *Przegląd Filozoficzny*, [r.] IX(1906), s. 139 i 140. Chociaż w referacie wygłoszonym na Zjeździe nie wspomniałem o pojęciu „obiektywu”, uważam za rzecz pożyteczną uzupełnić referat pod tym względem w niniejszym streszczeniu.

psychologistów z formalistami skończy się wreszcie obopólną zgodą, wykreśliwszy każdej z tych nauk właściwe im granice badania.

Wyświetlenie stosunku logiki do psychologii przynieść może korzyści obu tym naukom. Logika oczyści się z chwastów psychologizacyjnych i empirystycznych, które tłumią jej prawidłowy rozwój, a psychologia poznania pozbędzie się naleciałości apriorycznych, spod których szczery blask jej prawd nie mógł jakoś dotąd zajaśnieć. Należy bowiem pamiętać, że logika jest nauką *aprioryczną*, tak jak matematyka, a psychologia, tak jak każda nauka przyrodnicza, opiera się i opierać się musi na *doświadczeniu*.

III. Zagadnienia prawdy⁶

18.07.1911

Księga Pamiątkowa XI ZLiPP,
Kraków [b.d.], s. 84-85, 87

Referent poruszył trzy zagadnienia, pozostające w związku z pojęciem prawdy: (1) sprawę definicji prawdy, (2) kwestię kryterium prawdy, (3) stosunek prawdy do nauki. Dwa pierwsze zagadnienia omówił krótko, trzeciemu poświęcił więcej czasu.

Ad (1). Przez prawdę referent rozumie sąd, który tę cechę przedmiotowi przyznaje, jaką przedmiot posiada, albo mu tej cechy odmawia, której przedmiot nie posiada.

Ad (2). Żadnego kryterium prawdy *udowodnić* nie można, bo w razie dowodzenia powstaje albo błędne koło, albo *regressus in infinitum*. Mimo to prawda w rozliczne sposoby jest dotępna poznaniu ludzkiemu.

Ad (3). Nie wszystkie sądy prawdziwe należą do nauki. Poza prawdziwością musi więc jeszcze istnieć jakaś inna wartość, która sądy podnosi do godności prawd naukowych. Tą wartością dodatkową jest, zdaje się, przynależność sądu prawdziwego do syntezy naukowej. Prawda naukowa nie jest nigdy sądem odosobnionym, lecz jest powiązana logicznym stosunkiem *wynikania* z innymi sądami. Zbiór sądów powiązanych stosunkami wynikania, stanowi *syntezę* naukową.

W skład syntez naukowych wchodzi sądy dwojakiemu rodzaju: jedne odtwarzają fakty jednostkowe i są zwykle w syntezie *następstwami*; drugie jako sądy ogólne są zwykle *racjami*. Sądy pierwszego rodzaju muszą być prawdziwe; sądy drugiej kategorii są elementami *konstrukcyjnymi* syntezy i spełniają pewne funkcje *praktyczne*: ujmują wiele faktów w jedną całość, porządkują je, wyjaśniają, pozwalają przewidywać przyszłość, służą ku opanowaniu przyrody. Sądy te należą do nauki, chociaż najczęściej prawdziwości ich nie możemy uzasadnić.

Pragmatyzm te właśnie sądy konstrukcyjne uważa na prawdy naukowe i stąd jako kryterium prawdy przyjmuje wartość praktyczną. Pogląd ten jest błędny i pragmatyzm

⁶Skrót streszczenia tego odczytu, zamieszczony w *Ruchu Filozoficznym* (r. I(1910/1911), nr 8, s. 161-162), opublikowaliśmy w nrze 3-4/1994 *Filozofii Nauki* [przyp. mój, JJJ].

jako teoria prawdy nie ma znaczenia naukowego. Natomiast ma tę zasługę, że zaakcentował czynnik *twórczy* w nauce, którym są sądy konstrukcyjne.

* * *

W odczycie został sformułowany pogląd,⁷ że sądy naukowe rozpadają się na dwie klasy: sądów, dla których kryterium prawdziwości jest zgodność z rzeczywistością — oraz sądów, które są konstrukcjami poznającego: syntezami sądów pierwszej kategorii. Z tego [m.in.?] powodu — podanie jednolitego kryterium prawdy jest niemożliwe.

* * *

W odpowiedzi na uwagi, podniesione w dyskusji, referent zaznaczył naprzód, że istnieje różnica między definicją a kryterium prawdy. Przedstawił następnie argument L. Nelsona, wykazujący niemożliwość uzasadnienia kryterium prawdy; wreszcie wskazał, że w referacie chodziło mu o kwestię *prawdziwości* sądów, nie zaś o *Prawdę* w znaczeniu bytu istotnego.

IV. O logice stoików

10.05.1923

Przegląd Filozoficzny,
r. XXX(1927), z. 4, s. 278-279

O logice stoików pisali Prantl, Zeller, Brochard. Żaden z nich nie zrozumiał tej logiki, bo żaden z nich nie miał dostatecznego wykształcenia logicznego. Co prawda, nie można im nawet robić z tego zarzutu, bo skądże się mieli logiki nauczyć? Sądy ich o logice stoickiej nie mają żadnej wartości.

Dopiero dziś wiemy, dzięki logice matematycznej, że logika stoików jest systemem całkowicie różnym od sylogistyki Arystotelesa. Logika stoicka bowiem jest odpowiednikiem dzisiejszej «teorii dedukcji» w znaczeniu, w jakim używają tych wyrazów Whitehead i Russell w dziele *Principia Mathematica*. Jest to więc teoria, w której występują tylko zmienne *zdaniowe*, gdy natomiast w sylogistyce Arystotelesa występują tylko zmienne *nazwowe*. Wiemy dziś także, że logika stoicka, jako teoria zmiennej zdaniowej, jest podstawowym systemem logicznym o znaczeniu nierównie większym i ogólniejszym od logiki Arystotelesowej. Porządnie zbudowany system logiki Arystotelesowej musi opierać się już na tezach teorii dedukcji, a więc na logice stoickiej. Uświadamiali sobie, jak się zdaje, ten stan rzeczy stoicy, a nawet i niektórzy perypatetycy, jak np. Boëthos według świadectwa Galena.

Z tego punktu widzenia należy historię logiki stoickiej napisać na nowo i dotychczasowe oceny tej logiki poddać rewizji. Badając źródła, przekonałem się, że jakkolwiek

⁷Rekonstrukcja — na podstawie sprawozdania z dyskusji [przyp. mój, JJJ].

cenne jest dzieło Arnima *Stoicorum veterum fragmenta*, to jednak nie wystarcza ono do całkowitego poznania logiki stoickiej. Trzeba sięgnąć do samych autorów. Najważniejszym z nich zdaje mi się być Sextus Empiryk, który logikę stoicką rozumie doskonale (teksty jego wymagają w niektórych miejscach, np. *Adv. math.* VIII 230-233, oczywiście niemal rekonstrukcji); potem idą komentatorowie Arystotelesa, zwłaszcza Aleksander; wreszcie Galenus. Na szczególniejszą uwagę zasługuje Galena *Wstęp do dialektyki*, odkryty w wieku XIX-tym przez Minasa. Ostatnie może miejsce w tym szeregu autorów zajmuje Diogenes Laercjusz. Ciekawy fragment logiki stoickiej, pominięty przez Prantla i Arnima, znajduje się u Orygenesza *Contra Celsum*.

V. O metodę w filozofii

23.09.1927

Przegląd Filozoficzny,
r. XXXI(1928), z. 1-2, s. 3-5

Filozofowie, nawet najwięksi, w tworzeniu systemów filozoficznych nie posługują się metodą naukową. Pojęcia, których używają, są przeważnie niejasne i wieloznaczne, twierdzenia najczęściej niezrozumiałe lub nieuzasadnione, rozumowania prawie stale błędne. Wystarczy przypomnieć sobie dowody istnienia Boga z Descartesa lub jego definicję substancji, pseudonaukowe dedukcje Spinozy, fantazje Leibniza o monadach i harmonii z góry ustanowionej, krytykę czystego rozumu Kanta, dociekania idealistycznych filozofów pokantowskich. Wszystkie te systemy filozoficzne posiadają zapewne niemałe znaczenie w dziejach myśli ludzkiej, mają nieraz wielką wartość estetyczną lub etyczną, zawierają nawet niektóre trafne, na intuicji oparte spostrzeżenia; wartości naukowej nie posiadają żadnej. Stąd pochodzi, że filozofia nie tylko nie doszła dotąd, jak inne nauki, do jakichś prawd ustalonych i powszechnie uznanych, ale nie zdobyła się nawet na ściśle sformułowanie swych zagadnień.

Jedną z przyczyn nienaukowości filozofii zdaje się być zaniedbanie logiki przez filozofów nowożytnych. Zamiast udoskonalać tę naukę, przekazaną przez starożytnych, a tak subtelnie uprawianą w średniowieczu, filozofowie nowożytni, z jednym wyjątkiem Leibniza, zwrócili swą uwagę na mętne i jałowe zagadnienia tak zwanej «teorii poznania». Logika «filozoficzna», to znaczy uprawiana przez filozofów, znajduje się dziś w beznadziejnym upadku. Odnosi się wrażenie, że filozofowie poszli po drodze najmniejszego oporu; spekulacja bowiem nie wymaga tak wielkiego wysiłku umysłowego, jak studium logiki, naukowo pojętej. Ale z tego zaniedbania logiki płyną dla filozofii dwie szkody: naprzód, filozofowie wskutek nieznamości logiki nie przestrzegają w swych wywodach wymagań ścisłości naukowej, nie umieją po prostu myśleć logicznie; następnie zaś, jak świadczy przykład Kanta, opierają często swe poglądy filozoficzne na błędnych teoriach logicznych.

Logika, stworzona przez matematyków, ustalając nową miarę ścisłości naukowej, daleko wyższą od wszelkich dotychczasowych miar ścisłości, otworzyła nam oczy na nicosć spekulacji filozoficznej. Rodzi się tedy, jak za czasów Kanta, potrzeba reformy filozofii. Ale reformy nie w imię jakiegoś mętnego «krytycyzmu» i w duchu nienaukowej «teorii poznania», lecz reformy w imię nauki i w duchu logiki matematycznej. Przyszła filozofia naukowa musi zacząć swą budowę od samego początku, od fundamentów. Zacząć zaś od fundamentów, to znaczy zrobić naprzód przegląd zagadnień filozoficznych i wybrać spośród nich te tylko zagadnienia, które można sformułować zrozumiale, odrzucić zaś wszelkie inne. Już w tej pracy przedwstępnej logika matematyczna może być użyteczna, bo ustaliła znaczenie wielu wyrażen, należących do filozofii. Następnie trzeba przystąpić do prób rozwiązania tych zagadnień filozoficznych, które można sformułować zrozumiale. Najodpowiedniejszą metodą, którą należałoby zastosować w tym celu, zdaje się być znowu metoda logiki matematycznej: metoda dedukcyjna, aksjomatyczna. Oprzeć się trzeba na zdaniach, o ile możności intuicyjnie jasnych i pewnych, i takie zdania przyjąć jako aksjomaty. Jako pojęcia pierwotne, czyli niezdefiniowane, należy wybrać takie wyrażenia, których sens można wszechstronnie wyjaśnić na przykładach. Starać się trzeba, by aksjomatów i pojęć pierwotnych było jak najmniej i trzeba je wszystkie dokładnie wyliczyć. Wszystkie inne pojęcia muszą być bezwarunkowo zdefiniowane na podstawie pojęć pierwotnych, a wszystkie inne twierdzenia bezwarunkowo udowodnione na podstawie aksjomatów i przy pomocy przyjętych w logice dyrektyw dowodzenia. Wyniki w ten sposób uzyskane, należy ustawicznie kontrolować z danymi intuicji i doświadczenia oraz z rezultatami innych nauk, zwłaszcza przyrodniczych. W razie niezgodności należy system poprawiać, formułując nowe aksjomaty i dobierając nowe pojęcia pierwotne. O kontakt z rzeczywistością należy dbać nieustannie, by nie tworzyć bytów mitologicznych w rodzaju idei platońskich i rzeczy samych w sobie Kanta, lecz zrozumieć istotę i budowę tego świata realnego, w którym żyjemy i działamy, i który chcemy jakoś przekształcać na lepszy i doskonalszy.

W pracy tej trzeba się na razie tak zachować, jak gdyby nic dotąd w filozofii nie zrobiono. Wszelki nawrót do Arystotelesa, do Leibniza, do Kanta, nie tylko nie przyniesie pożytku, lecz raczej wyrządzi szkodę. Ulegamy bowiem sugestii tych wielkich nazwisk i nabywamy złych nałogów myślowych. Gdy metoda aksjomatyczna, zastosowana do filozofii, wyda już rezultaty, wtedy będzie czas zwrócić się do przeszłości i w dziejach filozofii poszukać zaczątkowych śladów nowych zdobyczy myśli. Praca, która czeka przyszłych filozofów naukowych, jest i tak olbrzymia; podołają jej umysły o wiele potężniejsze, niż kiedykolwiek dotąd zjawiły się na ziemi.

VI. Znaczenie analizy logicznej dla poznania⁸
 (Bedeutung der logischen Analyse für die Erkenntnis)
 2.09.1934

Przegląd Filozoficzny,
 r. XXXVII(1934), s. 369-377

Gdy otrzymałem zaszczytne zaproszenie, ażeby na Zjeździe Filozofów w Pradze przedstawić znaczenie analizy logicznej dla poznania, nie miałem, jako przedstawiciel logistyki, ani chwili wątpliwości, że zadanie moje ma polegać na tym, by zestawić w odczycie najważniejsze dla poznania wyniki *logistyki*. Z tego nadzwyczaj bogatego tematu wybrałem niniejszym przede wszystkim takie punkty, które nawiązują do rzeczy znanych i byłyby dostępne także i tym filozofom, którzy nie zajmują się specjalnie logiką. Dlatego w przestawieniu swoim poświęciłem tak dużo miejsca logice Arystotelesowej. Zanim jednak przejdę do właściwego tematu, chciałbym złożyć jeszcze następujące zasadnicze oświadczenie.

Logistyka, zwana także „logiką matematyczną”, ciągle jeszcze zdaje się być niektórym filozofom tylko pewnym *kierunkiem*, który istnieje w obrębie logiki obok innych równouprawnionych kierunków, dla niektórych zaś matematyków zdaje się posiadać tylko wartość nauki *pomocniczej*, stworzonej w tym celu, by umożliwić ugruntowanie matematyki. Wobec tego chciałbym podkreślić, że traktuję logistykę jako naukę *autonomiczną*, która ucieleśnia w sobie nowoczesną formalną logikę *naukową*, i że nie byłoby mi rzeczą możliwą uznać poza logistyką jakiś «kierunek» logiczny, który mógłby uchodzić za logikę naukową. *Historycznie*, i na to chciałbym położyć szczególny nacisk, logistyka nowoczesna jest wyższym stadium rozwojowym antycznej logiki formalnej; [...] [i] rozkwitła w całej pełni dopiero dzięki temu, że przy współdziałaniu matematyków zdołała się szczęśliwie wyzwolić z mętnych spekulacji filozoficznych, tak długo tamujących jej postęp.

A teraz przystępuję do właściwego tematu.

I.

1. Logika formalna dzieli się na dwie główne nauki, które różnią się od siebie nie mniej niż arytmetyka od geometrii: na *logikę zdań* i na *logikę nazw*. Różnica między tymi naukami polega na tym, że w logice zdań oprócz stałych logicznych występują tylko zmienne zdaniowe, gdy natomiast w logice nazw występują zmienne nazwowe.

Do logiki zdań należy np. stoicka zasada tożsamości „Jeśli p , to p ”, do logiki nazw perypetycka zasada tożsamości „Każde a jest a ”.

⁸Przekład referatu niemieckiego, zatytułowanego „Bedeutung der logischen Analyse für die Erkenntnis”, dokonany przez autora. (Oryginał ukazał się w: *Actes du VIII Congrès International de Philosophie*, Prague 1936, s. 75-84 [dop. mój, JJJ].)

2. Logika zdań jest nauką *logicznie wcześniejszą* od logiki nazw, tzn. logika nazw może być zbudowana tylko przy pomocy logiki zdań. W teorii sylogizmu Arystotelesa, która należy do logiki nazw, można np. tryb *Baroco*:

Jeśli każde b jest a i pewne c nie jest a ,
to pewne c nie jest b ,

udowodnić formalnie na podstawie trybu *Barbara*:

Jeśli każde b jest a i każde c jest b , to każde c jest a ,

tylko przy pomocy tezy z logiki zdań:

Jeśli (jeśli p i q , to r), to
(jeśli p i nie r , to nie q).⁹

W logice Arystotelesowej występują wyłącznie zdania ogólne i szczegółowe typu: „Każde a jest b ”, „Pewne a jest b ”, „Żadne a nie jest b ” i „Pewne a nie jest b ”. Na mocy milcząco przyjętego założenia wolno przy tym za zmienne nazwowe „ a ” i „ b ” podstawić z sensem tylko nazwy *ogólne*. Zdania jednostkowe nie są uwzględnione. Brak także kwantyfikatorów. Teorię sylogizmu Arystotelesa zastąpiła nowoczesna *logika predykatów*, która obejmuje całą logikę nazw łącznie z teorią relacji.

4. Dialektyka stoicka, która jest antyczną formą nowoczesnej logiki zdań, posiada bez porównania większe znaczenie, niż teoria sylogizmu Arystotelesa. Wszyscy znani mi autorowie dawniejsi, którzy zajmowali się historią logiki, jak Prantl, Zeller, Brochar, nie rozumieli logiki stoickiej i oceniali ją niesprawiedliwie.¹⁰

5. Istnieje zasadnicza różnica między tezą logiczną a regułą wnioskowania.

Teza logiczna jest to zdanie, w którym prócz stałych logicznych występują tylko zmienne zdaniowe lub nazwowe, i które jest prawdziwe dla wszystkich wartości zmiennych, jakie w nim występują. *Reguła wnioskowania* jest to przepis, który upoważnia wnioskującego do wyprowadzenia tez nowych na podstawie tez uznanych. Tak np. wyżej podane zasady tożsamości są tezami logicznymi, regułą wnioskowania jest natomiast następująca «reguła odrywania»:

Kto uznaje za prawdziwą implikację „Jeśli α , to β ” oraz poprzednik tej implikacji „ α ”, ten ma prawo uznać za prawdziwy i następnik tej implikacji „ β ”.

6. Oryginalny sylogizm Arystotelesowy jest tezą logiczną, sylogizm tradycyjny ma znaczenie reguły wnioskowania.

Podany wyżej tryb *Barbara*, różniący się od Arystotelesowego tylko w słowach, jest *implikacją* typu „Jeśli α i β , to γ ”, której poprzednikiem jest koniunkcja przesłanek α i β , a następnikiem konkluzja γ . Jako implikacja sylogizm Arystotelesowy jest *zdaniem*, które Arystoteles uznaje za prawdziwe, a mianowicie zdanie to jest prawdziwe dla

⁹Dowód przeprowadzony jest niżej w punkcie 9-tym.

¹⁰Ten pogląd na logikę stoicką głoszę już od r. 1923 (por. Łukasiewicz, „Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls”, *Comptes Rendus des Séances de la Sociéte des Sciences et des Lettres de Varsovie* XXXIII. 1930. Cl. III, s. 77). Cieszę się, że pozyskałem sobie w H. Scholzu (*Geschichte der Logik*, s. 31) zwolennika tego poglądu.

wszystkich wartości zmiennych „*a*”, „*b*” i „*c*”, które w nim występują. Jeśli zatem za zmienne te podstawimy jakieś wartości stałe, to otrzymamy prawdziwe *zдания*. Ponieważ w rozważanym trybie prócz zmiennych występują jeszcze tylko stałe logiczne, mianowicie „jeśli-to”, „i” oraz „każde-jest”, przeto sylogizm Arystotelesowy jest tezą logiczną.

Sylogizm tradycyjny:

Każde *b* jest *a*

Każde *c* jest *b*

Każde *c* jest *a*,

nie jest implikacją. Składa się z trzech form zdaniowych, wypisanych jedna pod drugą, które razem *nie* tworzą jednolitego zdania. Ponieważ sylogizm tradycyjny *nie jest* zdaniem, przeto *nie* może też być ani prawdziwy, ani fałszywy, gdyż zgodnie z powszechnie przyjętym poglądem prawdziwość i fałszywość przysługują tylko zdaniom. Sylogizm tradycyjny *nie jest* przeto tezą. Jeżeli w sylogizmie tym podstawimy za zmienne jakieś wartości stałe, to *nie* otrzymamy zdania, tylko *wniosek*. Sylogizm tradycyjny jest zatem jakimś schematem wniosku i ma znaczenie *reguły wnioskowania*, którą dokładniej można wyrazić w następujący sposób:

Kto uznaje za prawdziwe przesłanki typu „Każde *b* jest *a*” i „Każde *c* jest *b*”, ten ma prawo uznać także za prawdziwą konkluzję typu „Każde *c* jest *a*”.¹¹

7. Dzięki temu odróżnieniu tez logicznych od reguł wnioskowania stało się rzeczą możliwą zbudować nauki logiczne *aksjomatycznie* w postaci systemów dedukcyjnych.

Twórcą nowoczesnej logiki zdań w postaci aksjomatycznej jest Gottlob Frege. Opiera on całą logikę zdań na dwóch pojęciach podstawowych oraz na sześciu aksjomatach, i wyprowadza z tych aksjomatów wszystkie tezy logiki zdań za pomocą reguł *podstawiania* i *odrywania*.¹²

Najprostszy system tego rodzaju zbudowałem w roku 1924. Dwoma pojęciami podstawowymi są, jak u Fregego, pojęcie *negacji* „Nie *p*”, w znakach „*Np*”, oraz pojęcie *implikacji* „Jeśli *p*, to *q*”, w znakach „*Cpp*”. System składa się z następujących trzech aksjomatów:

1. Jeśli (jeśli *p*, to *q*), to [(jeśli (jeśli *q*, to *r*), to (jeśli *p*, to *r*)].
2. Jeśli (jeśli nie *p*, to *p*), to *p*.
3. Jeśli *p*, to (jeśli nie *p*, to *q*).

¹¹ Jak nieścisłe są dotychczasowe opracowania historyczne logiki, świadczy o tym ten nader charakterystyczny szczegół, że wszyscy znani mi autorowie, którzy pisali o logice Arystotelesowej, m.in. Prantl (*Geschichte der Logik im Abendlande* 1, s. 273) i Maier (*Der Syllogistik des Arystoteles* II, 1. s. 75), przedstawiają sylogizmy Arystotelesowe w formie tradycyjnej, nie zdając sobie nawet sprawy z tego, jaka zasadnicza różnica zachodzi między tymi formami.

¹² *Begriffsschrift*, 1879, s. 25 i nn. W związku z tym por.: Łukasiewicz i Tarski, „Untersuchungen über den Aussagenkalkül”, *Comptes Rendus des Séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie* XXXIII. 1930. Cl. III, s. 35, uw. 9.

W znakach (funktor „C” znajduje się w mojej symbolice beznawiasowej zawsze przed argumentami):

1. $CCpqCCqrCpr$.
2. $CCNppp$.
3. $CpCNpq$.

Regułę *podstawiania* można wystawić w następujący sposób:

Z danych tez logiki zdań wolno wyprowadzać inne tezy, podstawiając za zmienne albo inne zmienne, albo negacje zmiennych, a więc wyrażenia typu „ Np ”, albo implikacje dwóch zmiennych, a więc wyrażenia typu Cpq ”.¹³

Reguła *odrywania* została podana już wyżej. Do systemu można dołączyć definicje koniunkcji, alternatywy itd. wraz z regułą wnioskowania, pozwalającą zastępować definiens przez definiendum i na odwrót: definiendum przez definiens.

Na mocy tych reguł wnioskowania otrzymujemy z aksjomatów niezliczone twierdzenia, a wśród nich wiele takich, które mają jak największe znaczenia dla dowodzenia i wnioskowania.

8. Teoria sylogizmu Arystotelesowego, którą już Arystoteles próbował zaksjomatyzować, której jednakowoż nikt dotąd nie przedstawił w formie aksjomatycznej, opiera się na dwóch pojęciach podstawowych: „Każde a jest b ”, w znakach „ Uab ”, i „Pewne a jest b ”, w znakach „ Jab ” oraz na następujących aksjomatach:

1. Każde a jest a .
2. Pewne a jest a .
3. Jeśli każde b jest a i każde c jest b , to każde c jest a .
4. Jeśli każde b jest a i pewne b jest c , to pewne c jest a .

W znakach (funktory „ U ” oraz „ J ” stoją przed argumentami, a tak samo znak koniunkcji „ K ” = „ \wedge ”):

1. Uaa .
2. laa .
3. $CkUbaUcbUca$ (*Barbara*).
4. $CKUbalbcIca$ (*Datisi*).

Wyrażenia „Pewne a nie jest b ”, w znakach „ Oab ”, i „Żadne a nie jest b ”, w znakach „ Yab ”, można zdefiniować w taki oto sposób:

Df1. $Oac = NUab$.

Df2. $Yab = NIab$.

Na mocy obu reguł podstawiania i odrywania (za zmienne zdaniowe wolno podstawić formy zdań logiki Arystotelesowej, za zmienne nazwowe *tylko* inne zmienne nazwowe), oraz przy pomocy tez z logiki zdań można z tych aksjomatów i definicji

¹³To najprostsze sformułowanie reguły podstawiania zawdzięczam Drowi A. Tarskiemu. Zwyczajna reguła podstawiania, która jest znacznie silniejsza, suponuje pojęcie „wyrażenia sensownego”.

wyprowadzić wszystkie 24 (nie 14, ani też 19!) poprawne tryby sylogistyki Arystotelesowej.¹⁴

III.

9. Systemy logiczne, zbudowane aksjomatycznie, są ściśle *sformalizowane*, tzn. można skontrolować poprawność wywodów, nie odwołując się do znaczeń symbolów, użytych w wywodach, ani nie rozumiejąc ich nawet, byleby się tylko znało reguły wnioskowania.

Dla ilustracji przedstawię poniżej dwa przykłady wywodów sformalizowanych.

(a) Dowód zasady tożsamości „*Cpp*” na podstawie aksjomatów logiki zdań:¹⁵

1. $CCpqCCqrCpr$
2. $CCNppp$
3. $CpCNpq$
 $1q/Csq \times 4$ (podstawienie wyrażenia „*Csq*” za „*q*”)
4. $CCpCsqCCCsqrCpr$
 $4s/Np \times 5$ (podstawienie wyrażenia „*Np*” za „*s*”)
5. $CCpCNpqCCCNpqrCpr$
 $5 \times C3-6$ (oderwanie tezy 6 na mocy tez 5 i 3)
6. $CCCNpqrCpr$
 $6qp, r/p \times 7$ (podstawienie wyrażenia „*p*” za „*q*” i „*r*”)
7. $CCCNpppCpp$
 $7 \times C2-8$ (oderwanie tezy 8 na mocy tez 7 i 2)
8. Cpp .

(b) Dowód trybu *Baroco* na podstawie trybu *Barbara*:

1. $CCKpqrCKpNrNq$ (teza pomocnicza z logiki zdań)
2. $CKUbaUcbUca$ (*Barbara*)
- Df. $Oab = NUab$
 $1p/Uba, q/Ucb, r/Uca \times 3$
3. $CKUbaUcbUcaCKUbaNUcaNUcb$
 $3 \times C2-4$
4. $CKUbaNUcaNUcb$
 $4Df \times 5$ (zastąpienie wyrażenia „*NU*” przez „*O*”)
5. $CKUbaOcaOcb$ (*Baroco*).

¹⁴Przedstawioną tu aksjomatyzację sylogistyki Arystotelesowej jako też wywód wszystkich trybów znaleźć można w litografowanym skrypcie z wykładów moich, wygłoszonych w trymestrze jesiennym 1928/29 w Uniwersytecie Warszawskim, pt.: *Elementy logiki matematycznej*, opracował M. Presburger, Warszawa 1929, s. 170 i nn.

¹⁵W sprawie techniki wywodów por. Łukasiewicz, „Eine Vollständigkeitsbeweis des zweierigen Aussagenkalküls”, *Comptes Rendus des Séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie XXXIV*. 1931. Cl. III, s. 157.

Sformalizowane wywody logiki przedstawiają najwyższy osiągalny dla nas stopień *ściśłości* i mogą służyć za wzór dla wszystkich wywodów, nie wyłączając matematycznych.

10. Aksjomatyczne systemy logiki stanowią przedmiot bardzo ważnych badań «metalogicznych», które obejmują m.in. zagadnienia niesprzeczności, niezależności i zupełności.

Wymienione tu zagadnienia zostały dla logiki zdań całkowicie rozwiązane. I tak, można dowieść po pierwsze, że z podanych powyżej trzech aksjomatów logiki zdań nie można wyprowadzić przy pomocy obu reguł podstawiania i odrywania dwóch tez typu „ α ” i „ $\neg\alpha$ ”, że zatem system jest *niesprzeczny*. Po wtóre, można wykazać, że żaden z aksjomatów nie da się wyprowadzić z pozostałych przy pomocy podstawiania i odrywania, że zatem system jest *niezależny*. Wreszcie można przeprowadzić dowód, że każde wyrażenie sensowne w systemie albo jest konsekwencją aksjomatów, albo dołączone do aksjomatów pociąga za sobą wszystkie sensowne wyrażenia systemu, a więc że system jest *zupełny*.

11. Systemy logiki zdań można również budować przy pomocy tzw. metody matrycowej, która wyrosła ze znanego sposobu sprawdzania tez w zwyczajnej logice zdań, zapoczątkowanego przez Peirce’a.¹⁶ Ten sposób sprawdzania polega na tym, iż we wzorach logiki zdań podstawia się za zmienne dowolne dwa znaki, np. „0” i „1”, we wszystkich możliwych kombinacjach, i otrzymane w ten sposób wyrażenia redukuje się na podstawie następujących równości:

$$N0 = 1 \quad C00 = 1 \quad C10 = 0$$

$$N1 = 0 \quad C01 = 1 \quad C11 = 1.$$

Jeżeli dla każdej kombinacji podstawień otrzyma się z danego wzoru wynik końcowy 1, to wzór jest prawdziwy, jeśli zaś choć dla *jednej* kombinacji podstawień otrzyma się 0, to wzór jest fałszywy. Tak np. otrzymuje się dla podanego wyżej trzeciego aksjomatu logiki zdań następujące cztery kombinacje podstawień:

$$p/0, q/0: C0CN00 = C0C10 = C00 = 1,$$

$$p/0, q/1: C0CN01 = C0C11 = C01 = 1,$$

$$p/1, 1/0: C1CN10 = C1C00 = C11 = 1,$$

$$p/1, q/1: C1CN11 = C1C01 = C11 = 1.$$

Wszystkie kombinacje podstawień dają po redukcji wartość 1, a więc wzór jest prawdziwy.

12. Metoda matrycowa doprowadziła do ważnego rozszerzenia logiki, mianowicie do utworzenia *wielowartościowych* systemów logiki zdań. Zwyczajna «dwuwartościowa» logika zdań, stworzona przez stoików, opiera się na zasadzie, że każde zdanie jest albo prawdziwe albo fałszywe, że może zatem przybierać jedną spośród *dwu tylko*

¹⁶Por. cytowany wyżej komunikat Łukasiewicza i Tarskiego, „Untersuchungen über den Aussagenkalkül, s. 32 i nn.

wartości logicznych. Już w roku 1920 utworzyłem *trójwartościowy* system logiki zdań, przyjmując, że istnieją zdania, które nie są ani prawdziwe ani fałszywe, a więc muszą przybierać jakąś *trzecią wartość logiczną*.¹⁷ Jeżeli oznaczymy tę trzecią wartość przez „2” i dodamy do przytoczonych powyżej sześciu równości, które są charakterystyczne dla logiki dwuwartościowej, sześć dalszych równości, w których występuje wartość 2:

$$N2 = 2 \quad C02 = 1 \quad C20 = 2 \quad C22 = 1$$

$$C12 = 2 \quad C21 = 1 \quad C22 = 1,$$

to okaże się, że w tym nowym systemie nie wszystkie tezy logiki dwuwartościowej są sprawdzone. Tak np., drugi z podanych wyżej aksjomatów logiki dwuwartościowej, *CCNppp*, przechodzi dla *p/2* nie w 1, tylko w 2, a więc nie jest wzorem prawdziwym. Jak okazał jeden z moich uczniów, Dr. M. Wajsberg, system wzorów, sprawdzonych przez tę macrycę trójwartościową, jest aksjomatyzowalny i może być sprowadzony do następujących czterech aksjomatów:¹⁸

1. *CqCpq.*
2. *CCpqCCqrCpr.*
3. *CCCpNppp.*
4. *CCNqNpCpq.*

Aksjomaty te nie wystarczają jednakowoż, by zbudować *pełną* trójwartościową logikę zdań, ponieważ przy pomocy implikacji i negacji nie można zdefiniować wszystkich funkcji, możliwych w logice trójwartościowej. Jeżeli dodamy atoli do tych dwu pojęć podstawowych jeszcze trzecie pojęcie, „*Tp*”, które przybiera stałą wartość 2 (a więc $T0 = 2$, $T1 = 2$ i $T2 = 2$), to teraz można już zdefiniować wszystkie funkcje, i pełną trójwartościową logikę zdań można oprzeć, jak to wykazał inny z moich uczniów, J. Słupecki, w nieogłoszonej dotychczas pracy, na następujących sześciu aksjomatach:

1. *CqCpq.*
2. *CCpqCCqrCpr.*
3. *CCCpNppp.*
4. *CCNqNpCpq.*
5. *CTpNTp.*
6. *CNTpTp.*

Regułę podstawiania należy rozszerzyć o tyle, że za zmienne wolno także podstawić wyrażenia typu „*Tp*”. Reguła odrywania pozostaje bez zmiany. System ten jest tak samo, jak dwuwartościowa logika zdań, niesprzeczny, niezależny i zupełny.

¹⁷W związku z tym por. mój wyżej cytowany komunikat: „Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls”, s. 64 i nn.

¹⁸M. Wajsberg, „Aksjomatyzacja trójwartościowego rachunku zdań”, *Comptes Rendus des Séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie* XXXIV. 1931. Cl. III.

Przedstawiony tu w postaci aksjomatycznej system pełnej trójwartościowej logiki zdań różni się od systemu dwuwartościowego nie mniej niż geometria nieeuklidesowa od euklidesowej.

* * *

Z tego związłego przedstawienia najważniejszych wyników logistyki wypływają, zdaniem moim, m.in. następujące konsekwencje, które chciałbym tu ująć w formie postulatów.

I. Logika zdań powinna być w przyszłości uważana za jądro logiki formalnej zarówno w nauczaniu szkolnym, jak w badaniach naukowych.

II. Teoria sylogizmu Arystotelesa nie może już nadal uchodzić za całą logikę formalną i stanowić wyłącznej podstawy spekulacji logiczno-filozoficznych.

III. Historia logiki powinna być napisana na nowo, i to przez historyka, który gruntownie opanował logistykę.

IV. Logistyczne wykszolenie przyszłych badaczy i myślicieli na polu filozofii jest palącym i nieodzownym postulatem, jeśli przykładamy wagę do tego, by stworzyć filozofię naukową.

VII. Co dała filozofii współczesna logika matematyczna?

24.09.1936

Przegląd Filozoficzny,
r. XXXIX(1936), z. 4, s. 325-329

1. Według Hume'a jedynymi przedmiotami nauk demonstratywnych są wielkość i liczba, wszystkie zaś inne badania dotyczą wyłącznie faktów i istnienia. Współczesna logika matematyczna okazała, że metodę demonstratywną, czyli matematyczną, można stosować i do zdań, które nie dotyczą wielkości i liczby. Takimi zdaniami są prawa logiczne, wspaniałym zaś przykładem nauki, nie traktującym o wielkości i liczbie, a zbudowanej w jak najściślejszy sposób przy pomocy metody matematycznej, jest właśnie logika matematyczna. Skoro można tedy stosować metodę matematyczną w znacznie szerszym zakresie niż przypuszczał Hume, a za nim wszyscy niemal filozofowie, przeto wolno nam się spodziewać, że będzie można tę metodę zastosować i do zagadnień filozoficznych.

2. Przez wieki całe i aż do dnia dzisiejszego filozofowie uważali i uważają za jądro logiki formalnej sylogistykę Arystotelesa. Współczesna logika matematyczna okazała, że sylogistyka Arystotelesa jest tylko ubogim fragmentem logiki nazw, którego użyteczność i możliwość stosowania jest bardzo ograniczona. Na czoło logiki formalnej wysunęła się stoicka logika zdań. Stąd wynika konieczność poddania rewizji wielu poglądów filozoficznych, wyrosłych na gruncie sylogistyki Arystotelesowej. Do takich poglądów zaliczam między innymi rozróżnienie sądów analitycznych i syntetycznych,

które, należycie sformułowane, może mieć sens na gruncie logiki nazw, ale z którym nie wiadomo co począć na gruncie logiki zdań; zaliczam tu dalej uporczywie trwający, a niewątpliwie błędny pogląd, związany z zasadą *dictum de omni*, według którego dedukcja nie rozszerza wiedzy naszej, lecz tylko wyraża *explicite* to, co *implicite* włożyliśmy w przesłanki; zaliczam tu wreszcie zagadnienia tak zwanych najwyższych praw myślenia.

3. Dotychczasowa logika, zarówno Arystotelesowa, jak stoicka, była logiką dwuwartościową, to znaczy opierała się na zasadzie, że istnieją dwie i tylko dwie wartości logiczne: prawda i fałsz. Współczesna logika matematyczna okazała, że można skonstruować wielowartościowe systemy logiki zdań, które są w sobie najzupełniej konsekwentne i niesprzeczne, a których nie można w żaden sposób sprowadzić do logiki dwuwartościowej. Systemy takie umiemy już dzisiaj przedstawiać nie tylko przy pomocy metody matrycowej, ale i aksjomatycznej. Fakt ten, który obala pogląd, jakoby logika dotychczasowa wraz z zasadą duwartościowości była jakąś nieodpartą koniecznością myślenia, winien w filozofii wywołać równie wielki przewrót, jak odkrycie w swoim czasie systemów geometrii nieeuklidesowej.

* * *

*W odczycie zostały sformułowane ponadto następujące tezy:*¹⁹

(1) *Logika matematyczna jest osobną nauką, a nie — filozofią, choć może być wykorzystana jako narzędzie filozofii (i matematyki).*

(2) *O tym, która z rozmaitych (możliwych) logik jest słuszna, może rozstrzygnąć doświadczenie.*

(3) *Należy uznać sensowność (przynajmniej niektórych) zagadnień metafizycznych, i przeciwstawić się tendencjom Koła Wiedeńskiego odmawiania im sensowności.*

(4) *Zagadnienia metafizyczne są pewnymi bardzo ogólnymi zagadnieniami empirycznymi — i jako takie są rozwiązywalne.*

(5) *Powinno się je rozwiązywać porządnie (poprawną metodą) — w szczególności starać się o maksimum ścisłości i jednoznaczności.*

¹⁹Por. przypis 7 [przyp. mój, JJJ].

* * *

Prelegent w odpowiedzi [na głosy dyskutantów] podkreślił m.in., że logistyka nie odrzuca intuicji, a nominalizm wyznaje jako stanowisko metodyczne, nie zaś jako doktrynę filozoficzną. Referent nie jest osobiście zwolennikiem konwencjonalizmu, dedukcyjności zaś i formalizacji nie uważa za przeszkodę dla ścisłego ujmowania zagadnień metafizycznych. Koło Wiedeńskie opiera się na pojęciu metafizyki, wynikającym z mylnego rozumienia tytułu ksiąg Arystotelesowych, traktujących o pierwszej filozofii. Różnica między Kołem Wiedeńskim a referentem dotyczy tego, że Wiedeńczycy pewne zagadnienia, np. przyczynowości i determinizmu, uważają za zagadnienia z zakresu składni języka, gdy natomiast referent uważa je za zagadnienia metafizyczne, które wymagają rozstrzygnięcia na drodze empirycznej. Tak samo inny niż u Wiedeńczyków jest pogląd referenta na stosunek nauk apriorycznych do rzeczywistości. Prawdą jest, że w obrębie każdego systemu logicznego twierdzenia logiczne są rozstrzygalne niezależnie od doświadczenia; w zastosowaniu jednakowoż do rzeczywistości jedne systemy logiczne mogą się okazać lepszymi od drugih, i wtedy doświadczenie rozstrzygać będzie o tym, którą z logik należy uważać za słuszną.

VIII. O zasadzie najmniejszej liczby
(odczyt miał być wygłoszony 29-31.05.1947)

Rocznik Polskiego Towarzystwa Matematycznego.
Dodatek, t. XXI(1948-1949) [1950], s. 28-29

Referat niniejszy ma cel dwojaki: przedstawić niektóre nowe wyniki z zakresu teorii liczb naturalnych oraz okazać, jak wyglądają w stworzonej przez mnie sybolice beznawiasowej sformalizowane dowody matematyczne.

Wyniki, które tu przedstawiam, są następujące»:

Dowodzę, po pierwsze, że zasada najmniejszej liczby,²⁰ jest na gruncie logiki dedukcyjnie równoważna zasadzie «zstępowania w nieskończoność» Fermata, oraz pewnej formie zasady indukcji matematycznej. Dowodzę, po wtóre, że z zasady najmniejszej liczby wynika przy pomocy samej tylko logiki niezwrotność stosunku mniejszości.

Wszystkie wywody są podane bez luk i mogą być sprawdzone mechanicznie. Opieram się w nich na następujących trzynastu tezach z teorii dedukcji:

1. *Cpp*

2. *CCqrCCpqCpr*

²⁰Zasada najmniejszej liczby naturalnej głosi, że każdy niepusty zbiór liczb naturalnych — zarówno skończony, jak i nieskończony — zawiera liczbę najmniejszą; *nb.* zasada ta nie stosuje się do zbiorów, do których należą nie tylko liczby naturalne (np. zbiór nieskończony $\{1, 1/2, 1/3, 1/4, \dots\}$ nie zawiera liczby najmniejszej) [przyp. mój, JJJ].

3. $CCpNpNp$
4. $CCpNNqCpq$
5. $CCpNqCqNp$
6. $CCNpqCnqp$
7. $CCpqCCqNrCrNp$
8. $CCNpqCCqrCnrp$
9. $CCNpqCCqNrCrp$
10. $CCpCqrCKqpr$
11. $CCqNqNKpq$
12. $CNCpqKpNq$
13. $CNCpNqKqp$.

Zasadę najmniejszej liczby formułuję w następujących znakach:

14. $Cqa\SbK\phi b\Pi cCLcbNqc$.

We wzorze tym litery „a”, „b”, „c” oznaczają zmienne reprezentujące liczby naturalne. Wyrażenie „ ϕa ” znaczy „a ma własność ϕ ”, zaś wyrażenie „Lcb” znaczy „c jest mniejsze od b”. Litery „ Π ” i „ Σ ” oznaczają kwantyfikatory [odpowienio ogólny i szczegółowy].

Tezy teorii dedukcji oraz zasada najmniejszej liczby są punktem wyjścia przekształceń, opartych na regułach podstawiania, odrywania i operowania kwantyfikatorami. Te ostatnie reguły wymagają omówienia, ponieważ w postaci przeze mnie używanej nie są powszechnie znane.

Reguła P1. Przed poprzednikiem implikacji, będącej tezą, można postawić kwantyfikator ogólny, wiążący zmienną wolną, występującą w poprzedniku.

Reguła P2. Przed następnikiem implikacji, będącej tezą, można postawić kwantyfikator ogólny, wiążący zmienną wolną występującą w następniku, o ile zmienna ta nie występuje jako wolna w poprzedniku.

Reguła S1. Przed poprzednikiem implikacji, będącej tezą, można postawić kwantyfikator szczegółowy, wiążący zmienną wolną, występującą w poprzedniku, o ile zmienna ta nie występuje jako wolna w następniku.

Reguła S2. Przed następnikiem implikacji, będącej tezą, można postawić kwantyfikator szczegółowy, wiążący zmienną wolną, występującą w następniku.

Przy pomocy wymienionych reguł wyprowadzam z zasady najmniejszej liczby zasadę «zstępowania w nieskończoność» Fermata, dającą się wyrazić przy pomocy tez:

$$CTIbC\phi b\Sigma cKLcb\phi cN\phi a$$

$$CTIbCN\phi b\Sigma cKLsbN\phi c\phi a,$$

dalej pewną formą zasady indukcji matematycznej:

$$CTIbCTIcCLcb\phi x\phi b\phi a$$

i wreszcie niezwrotność stosunku mniejszości, tj. tezę:

$$NLaa.$$

Wykazuję także, że z zasady indukcji wyprowadzić można zasadę najmniejszej liczby.