

# Robert Trypuz

---

## "Setna" - prosta teoria norm i działań

---

Filozofia Nauki 16/3/4, 155-175

---

2008

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej [bazhum.muzhp.pl](http://bazhum.muzhp.pl), gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

Robert Trypuz

## **Setna — prosta teoria norm i działań<sup>1</sup>**

### **1. WSTĘP**

Deontyczne własności działań — nazywane też normatywnymi kwalifikacjami działań lub deontycznymi modalnościami — takie jak: „bycie nakazanym”, „bycie dozwolonym” czy „bycie zakazanym” są istotnymi komponentami norm, będących przedmiotem prawa, etyki, informatyki (np. *multi-agent systems* czy sztucznej inteligencji), telekomunikacji oraz wielu innych dziedzin. W latach pięćdziesiątych ubiegłego wieku nowo powstała gałąź logiki modalnej, nazwana *logiką deontyczną*, dostarczyła formalnych narzędzi do opisu modalności deontycznych, pokazując jednocześnie jakie związki zachodzą pomiędzy nimi. Na uwagę zasługuje fakt, że pierwsze systemy logiki deontycznej — system *OS* [von Wright 1951], systemy **K<sub>1</sub>** i **K<sub>2</sub>** [Kalinowski 1953] — traktowały *modalności deontyczne jako własności działań*, tj. każdy funktor modalny tych logik był funktorem zdaniotwórczym od argumentu nazwowego (gdy argumentem funktora była nazwa działania) albo funktorem zdaniotwórczym od dwóch argumentów nazwowych (gdy argumentami funktora były: nazwa sprawcy i nazwa działania). Takie podejście do modalności deontycznych koresponduje ze sposobem formułowania norm nie tylko w języku naturalnym, ale również w prawie i etyce, pozwalając na takie konstrukcje logiczne jak: *działanie a jest zakazane*, bądź: *jeżeli sprawca s powinien czynić działanie a, to sprawcy s dozwala się czynić działanie a*.

Jest powszechnie wiadome, że współczesne systemy logiki deontycznej *nie* są logikami modalności deontycznych działań; są one *logikami deontycznymi stanów*

---

<sup>1</sup> Autor pragnie podziękować anonimowemu recenzentowi *Filozofii Nauki* za uwagi krytyczne dotyczące struktury i treści tego artykułu (w szczególności modelu *Setny*). Ich uwzględnienie przyczyniło się w istotny sposób do poprawy jakości tej pracy.

*rzeczy*, rozumianych niekiedy jako rezultaty działań. Każdy z funktorów modalnych tych logik jest funktorem zdaniotwórczym od argumentu zdaniowego i służy do wyrażania takich sytuacji jak na przykład: *stan rzeczy p jest dozwolony* lub *sprawca powinien sprawić, ażeby p* (ang. *one ought to see to it that p*) [Horty 2001]. Takie podejście, jakkolwiek może być użyteczne na przykład w informatyce (a w szczególności w aplikacjach odpowiadających za bezpieczeństwo systemów informatycznych, których poziomy bezpieczeństwa opisuje się przez wyrażenie, że pewien stan systemu jest dozwolony lub zabroniony), wydaje się nieadekwatne do modelowania na przykład norm prawnych i etycznych, gdzie wymagana jest możliwość bezpośredniego odniesienia do działań oraz ich deontycznych i niedeontycznych własności. Co więcej, moja teza jest taka, że deontyczne własności działań bezpośrednio zależą od pewnych niedeontycznych własności działań. Na przykład, jeżeli dla pewnego sprawcy jest tak, że pewne dwa działania nie są dla niego jednocześnie wykonywalne w pewnej sytuacji, to jest bezsensownym regulować te dwa działania jako w tej sytuacji „nakazane” — sprawca nie będzie „fizycznie” w stanie uczynić zadość tak stanowiącym normom. Widać więc, że istnieje potrzeba powrotu do logiki deontycznej działań i poszerzenie jej o zależności pomiędzy deontycznymi i niedeontycznymi własnościami działań.

Artykuł ten stara się sprostać tej potrzebie. Pragnę zaproponować w nim prostą teorię norm i działań o nazwie *Setna* (od angielskiego *Simple Theory of Norms and Actions*). Jest to teoria zainspirowana pierwszymi logikami deontycznymi. Deontyczne modalności *Setny* są traktowane jako własności działań. *Setna* zawiera jako tezy wszystkie podstawowe prawa logiki deontycznej, w których *nie* występują funktory wewnętrzne. Dodatkowo, częścią *Setny* jest też teoria działań, która opisuje wybrane niedeontyczne własności działań (np. fizyczną bądź intelektualną możliwość wykonania pewnego działania przez sprawcę lub (nie)możliwość jednoczesnego wykonania dwóch lub więcej działań w pewnej sytuacji przez tego samego sprawcę) oraz opisuje zależności, jakie zachodzą pomiędzy nimi a deontycznymi własnościami działań. O ile wiadomo autorowi tej pracy badania nad tymi zależnościami są wciąż terenem dziewiczym, na którym niniejsza praca stawia pierwszy ślad.

Struktura pracy jest następująca. W rozdziale 2 jest zaprezentowany język, aksjomaty, definicje oraz niektóre tezy *Setny*. Model *Setny* jest przedmiotem rozdziału 3. Centralnym pojęciem struktury modelowej są wyróżnione zbiory działań, nazywane przeze mnie sytuacjami, o których istnieniu i „kształcie” decydują warunki, które każda taka sytuacja musi spełniać. Warunki te omówione są w rozdziale 3.1. W rozdziale 3.2 dowodzę poprawności i pełności *Setny* w skonstruowanym przeze mnie modelu. W rozdziale 4 pokazuję aplikację *Setny* poprzez rozwiązanie za jej pomocą trzech pytań z testu na prawo jazdy, sprawdzającego znajomość kodeksu drogowego. W rozdziale tym zauważam i pokazuję, że rozumowania osoby rozwiązującej taki test, prowadzące do poprawnych odpowiedzi, oparte są na tezach *Setny*.

## 2. PREZENTACJA SETNY<sup>2</sup>

Jak powiedziano we wstępie, *Setna* jest formalną teorią działań modelującą: (i) deontyczne własności działań, (ii) potencjalności sprawcy do wykonania pewnych działań oraz związku, jakie zachodzą pomiędzy (i) i (ii). Z logicznego punktu widzenia, *Setna* jest teorią węższego rachunku predykatów pierwszego rzędu (w skrócie: WRP) z identycznością.

**Język.** Oto notacja, jaka została przyjęta:

- Standardowe funktory klasycznego rachunku zdań (w skrócie: KRZ):  $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \equiv$  (odpowiednio: negacja, koniunkcja, alternatywa, implikacja i równoważność)
- Kwantyfikator ogólny:  $\forall$ , szczegółowy:  $\exists$  oraz znak identyczności:  $=$
- Zmienne nazwowe przebiegające zbiór działań:  $a, b, c, a_1, \dots$
- Stałe pozalogiczne oznaczające działania:  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{a}_1, \dots$
- Terminy:  $t_1, t_2, t_3, \dots$
- Funktor dwuargumentowy współwystępowania działań:  $\approx$
- Funktor dwuargumentowy jednoczesnej wykonywalności działań:  $S$
- Dwa jednoargumentowe funktory deontyczne:  $O, F$

**Aksjomaty.**<sup>3</sup> *Setna* posiada osiem aksjomatów specyficznych, które są wprowadzone i omówione poniżej. W prezentowanej w tym artykule wersji *Setny* zakłada się, że jej tezy dotyczą jednego i tego samego sprawcy. Stąd też brak bezpośredniego odniesienia do sprawcy działań w tezach *Setny*. Oto aksjomaty:

**A0.** Aksjomaty KRZ i WRP z identycznością

*Relacja współwystępowania* jest relacją równoważnościową, tj. jest ona zwrotna (**A1**), symetryczna (**A2**) i przechodnia (**A3**):

**A1.**  $a \approx a$

**A2.**  $a \approx b \rightarrow b \approx a$

**A3.**  $a \approx b \wedge b \approx c \rightarrow a \approx c$

Intuicyjnie powiemy, że dwa działania współwystępują (dla pewnego sprawcy) wówczas, kiedy sprawca ma fizyczną bądź intelektualną możliwość wykonania każ-

---

<sup>2</sup> Niniejszy artykuł jest pierwszym z zamierzonej przez autora serii artykułów dotyczących ontologii norm i działań. Stąd też niektóre z pojęć wprowadzonych w tej pracy nie posiadają satysfakcjonującej charakterystyki formalnej. Autor tej pracy hołduje przekonaniu, że budowa teorii (ontologii) formalnej powinna zaczynać się od możliwie najprostszej charakterystyki pojęć i relacji podstawowych.

<sup>3</sup> Dla uproszczenia przed aksjomatami i tezami systemu *Setna* pomijając będziemy pisanie kwantyfikatora ogólnego.

dego z tych działań z osobna (w tej samej sytuacji), choć niekoniecznie może wykonać oba te działania jednocześnie.

O *jednoczesnej wykonywalności* dwóch działań mówi nam relacja „ $S$ ”, która jest zwrotna (**A4**) i symetryczna (**A5**):

$$\mathbf{A4.} \quad aSa$$

$$\mathbf{A5.} \quad aSb \rightarrow bSa$$

**A6** stwierdza, że jeżeli działania  $a$  i  $b$  są jednocześnie wykonywalne, to współwystępują:

$$\mathbf{A6.} \quad aSb \rightarrow a \approx b$$

O kolejnych dwóch aksjomatach można powiedzieć, że każdy z nich stanowi swoiste kryterium racjonalnego stanowienia prawa. Pierwszy z nich stwierdza, że jeżeli pewne działanie jest nakazane, to nie jest ono zakazane:

$$\mathbf{A7.} \quad Oa \rightarrow \neg Fa$$

Aksjomat ten nie dozwala więc, aby to samo działanie, w pewnym systemie norm, było jednocześnie nakazane i zakazane. Drugi zaś mówi, że jeżeli pewne dwa współwystępujące działania  $a$  i  $b$  nie są jednocześnie wykonywalne, to jeżeli  $a$  jest nakazane, to  $b$  jest zakazane:

$$\mathbf{A8.} \quad \neg aSb \wedge a \approx b \rightarrow (Oa \rightarrow Fb)$$

Innymi słowy, **A8** nie dopuszcza, aby normodawca nakazał pewnemu sprawcy jednoczesne wykonanie dwóch działań, gdy działania te są dla tego sprawcy „fizycznie” jednocześnie niewykonalne (zobacz też **T2** i **T8** poniżej).

**Definicje.** Ponadto wprowadza się następujące definicje:

Definicja **Df1** definiuje działanie dozwolone („ $P$ ”) jako takie, które nie jest zakazane:

$$\mathbf{Df1.} \quad Pa =_{df} \neg Fa$$

Kolejna definicja definiuje dwa działania jako jednocześnie niewykonywalne („ $N$ ”) wtedy i tylko wtedy, gdy nie mogą one być jednocześnie wykonane:

$$\mathbf{Df2.} \quad aNb =_{df} \neg aSb$$

Działanie  $a$  jest nieunormowane („ $E$ ”) wtedy i tylko wtedy, gdy nie jest ono nakazane i nie jest też zakazane:

$$\mathbf{Df3.} \quad Ea =_{df} \neg Oa \wedge \neg Fa$$

Pokażemy w następnej sekcji, że działanie nieunormowane jest działaniem dozwolonym, nie jest więc ono całkowicie pozbawione kwalifikacji normatywnej.

**Tezy.** Oto kilka tez *Setny*:

- T1.**  $Oa \rightarrow Pa$  (każde działanie nakazane jest dozwolone)
- T2.**  $(aNb \wedge a \approx b \wedge Oa) \rightarrow Fb$  (jeżeli dwa współwystępujące działania są jednocześnie niewykonalne i jedno z nich jest nakazane, to drugie jest zakazane)
- T3.**  $Pa \vee Fa$  (każde działanie jest albo dozwolone albo zakazane)
- T4.**  $Pa \equiv \neg Fa$  (każde działanie jest dozwolone wtw nie jest zakazane)
- T5.**  $aNb \equiv \neg aSb$  (działania są jednocześnie niewykonywalne wtw nie mogą one być wykonane jednocześnie)
- T6.**  $Ea \rightarrow Pa$  (każde działanie nieunormowane jest dozwolone)
- T7.**  $(aNb \wedge bNc \wedge (Oa \vee Ob)) \rightarrow Fc$  (jeżeli działania  $a$  i  $b$  są jednocześnie niewykonywalne z działaniem  $c$  i nakazane jest  $a$  lub  $b$ , to  $c$  jest zakazane)
- T8.**  $(a \approx b \wedge Oa \wedge Ob) \rightarrow aSb$  (jeżeli nakazane są dwa działania współwystępujące, to są one jednocześnie wykonywalne)
- T9.**  $Ea \equiv \neg Oa \wedge \neg Fa$  (działanie jest nieunormowane wtw nie jest ono nakazane i nie jest zakazane)
- T10.**  $(Oa \vee Ob) \rightarrow (Pa \vee Pb)$  (jeżeli nakazane jest działanie  $a$  lub nakazane jest działanie  $b$ , to jest dozwolone  $a$  lub  $b$ )

### 3. MODEL PROSTEJ TEORII NORM I DZIAŁAŃ

Modelem *Setny* jest struktura:

$$\mathcal{S} = \langle \Delta, \cdot^A, \cdot^S \rangle,$$

gdzie  $\Delta$  jest strukturą spełniającą założenia **Z1-Z10**, zaś  $\cdot^A, \cdot^S$  są funkcjami, które zostaną określone zaraz po opisanu struktury  $\Delta$ .

### 3.1. Struktura $\Delta$

$$\Delta = \langle D, Sim, Zak, Nak, Doz \rangle$$

jest strukturą spełniającą poniższe założenia.

$D = \{d, d_1, d_2, \dots, d_n\}$  jest zbiorem wszystkich działań jednostkowych, jakie pewien sprawca<sup>4</sup> może, czy innymi słowy, jest zdolny wykonać. Zbiór  $D$  nie jest pusty:

$$\mathbf{Z1.} \quad D \neq \emptyset$$

Brak tego założenia dopuszczałaby istnienie sprawców, którzy nie są zdolni wykonać żadnego działania, co w oczywisty sposób prowadziłoby do sprzeczności ze znanymi w filozofii (zob. [Bratman 1987, Davidson 1991, Mele 1992, Searle 2001]), czy sztucznej inteligencji (zob. [Franklin and Graesser 1996, Maes 1995, Russell and Norvig 1995, Wooldridge 2000]) definicjami sprawcy jako podmiotu, który przez swoje działania wpływa na otoczenie, w którym się znajduje.

Szczególne miejsce w strukturze  $\Delta$  zajmuje zbiór

$$\mathbf{Z2.} \quad S = \{s, s_1, s_2, \dots, s_k\} \subset 2^D,$$

którego elementami są pewne wyróżnione podzbiory zbioru działań, mające pewne szczególne cechy. Elementy zbioru  $S$  będziemy nazywać *sytuacjami*, a o każdym działaniu  $d$  należącym do pewnej sytuacji  $s$  można myśleć, że  $d$  jest działaniem, którego sprawca ma fizyczną lub intelektualną *możliwość* wykonania w  $s$ . O każdym więc działaniu należącym do tej samej sytuacji  $s$  będziemy mówić, że przynależy ono do obszaru możliwości sprawczych sprawcy.

Jak wspomniano wcześniej, zbiór  $S$  nie jest dowolnym podzbiorem zbioru potęgowego zbioru  $D$ . Aby dowolne  $s$  mogło być elementem zbioru  $S$ , musi spełniać warunki **Z3-Z10**.

Każde działanie ze zbioru  $D$  występuje tylko w jednej sytuacji:

$$\mathbf{Z3.} \quad \forall d[d \in D \rightarrow \exists! s(s \in S \wedge d \in s)]$$

A zatem dla każdego  $d \in D$  zawsze znajdziemy takie  $s \in S$ , że  $d$  występuje w  $s$ , i takie  $s$  będzie tylko jedno. Na przykład mając zbiór działań  $D = \{d_1, d_2\}$ , **Z3** wyklucza, aby zbiór sytuacji  $S = \{\{d_1\}, \{d_1, d_2\}\}$ .

Z powyższych założeń wynika w oczywisty sposób, że

$$\mathbf{W1.} \quad S \neq \emptyset$$

**Dowód.** **Z1** gwarantuje, że istnieje przynajmniej jeden element zbioru  $D$ , **Z3** zaś zapewnia dla każdego takiego elementu istnienie (dokładnie jednej) sytuacji  $s$ , takiej że  $d \in s$ , co dowodzi **W1**.

<sup>4</sup> Dla uproszczenia naszych rozważań założymy, podobnie jak to uczyniliśmy w rozdziale 2, że w modelu jest tylko jeden sprawca. Wszystkie więc wprowadzone zasady odnoszą się będą do jednego i tego samego sprawcy.

Co więcej, dla każdej sytuacji musi istnieć przynajmniej jedno działanie, które do niej przynależy:

$$\mathbf{Z4.} \quad \forall s[s \in S \rightarrow \exists d(d \in D \wedge d \in s)]$$

Łatwo jest widzieć, że **Z4** jest równoważne stwierdzeniu, że:

$$\mathbf{W2.} \quad \emptyset \notin S$$

**Dowód.** **W2** wynika wprost z **Z4** stwierdzającego niepustość każdego z elementów zbioru  $S$ .

Obrazowo można stwierdzić, że **Z4** wyklucza istnienie sytuacji pustej, tj. takiej, do której nie przynależy żadne działanie.

Wart uwagi jest fakt, że jest możliwe, iż  $D \in S$ , co ma też interesującą konsekwencję:

$$\mathbf{W3.} \quad D \in S \equiv \forall s(s \in S \rightarrow s = D)$$

**Dowód.** ( $\rightarrow$ ) Załóżmy, że  $D \in S$ . Ponieważ do zbioru  $D$  należą wszystkie działania, więc, na mocy **Z3**, dla każdego działania zbiór  $D$  pozostaje też jedyną sytuacją, do której ono należy. Wobec powyższego oraz wniosku **W2**,  $D$  jest jedynym elementem zbioru  $S$ .

( $\leftarrow$ ) Załóżmy, że nie istnieje takie  $s \in S$ , że  $s \neq D$ . Wówczas na mocy **Z2**, **W1** i **W2** otrzymujemy, że  $D \in S$ , co ostatecznie dowodzi **W3**.

**W3** stwierdza więc, że  $D \in S$  wtedy i tylko wtedy, gdy jest jedynym elementem zbioru sytuacji  $S$ .

Powiemy, że dwa działania  $d_1$  i  $d_2$  *współwystępują* wtedy i tylko wtedy, gdy należą do tej samej sytuacji<sup>5</sup>:

$$\mathbf{D1.} \quad Coex(d_1, d_2) =_{df} \exists s(s \in S \wedge d_1 \in s \wedge d_2 \in s)$$

Łatwo pokazać, że

$$\mathbf{W4.} \quad Coex \text{ jest relacją równoważnościową.}$$

**Dowód.** Zwrotność i symetryczność relacji  $Coex$  wynika wprost z definicji **D1**. Natomiast jej przechodności dowodzimy następująco. Załóżmy, że dla dowolnych  $d_1$ ,  $d_2$  i  $d_3$   $Coex(d_1, d_2)$  i  $Coex(d_2, d_3)$ . Z definicji **D1** mamy:  $\exists s(s \in S \wedge d_1 \in s \wedge d_2 \in s)$  i  $\exists s(s \in S \wedge d_2 \in s \wedge d_3 \in s)$ . Opuszczając oba kwantyfikatory szczegółowe, otrzymujemy, że  $s_1 \in S \wedge d_1 \in s_1 \wedge d_2 \in s_1$  i  $s_2 \in S \wedge d_2 \in s_2 \wedge d_3 \in s_2$ . Następnie z faktu, że  $d_2 \in s_1$  i  $d_2 \in s_2$  oraz z **Z3** wynika, że  $s_1 = s_2$ . A zatem,  $s_1 \in S \wedge d_1 \in s_1 \wedge d_3 \in s_1$  i ostatecznie  $Coex(d_1, d_3)$ .

Niektóre z działań przynależnych do tej samej sytuacji mają tę własność, że są wykonywalne jednocześnie przez sprawcę (np. gdy sprawcą jest doświadczony kie-

<sup>5</sup> Dla relacji dwuargumentowej  $R$  używa się w tej pracy następującego zapisu:  $R(x,y) =_{df} \langle x,y \rangle \in R$ .



rowca, takimi działaniami są *skręt w prawo* i *rozmowa przez telefon komórkowy*), podczas gdy inne (np. *skręt w prawo* i *skręt w lewo*), takiej własności nie mają. Niech „ $Sim(d_1, d_2)$ ” będzie dwuargumentową relacją mówiącą, że „działanie  $d_1$  jest jednocześnie wykonywalne z działaniem  $d_2$ ”. O dwóch działaniach można mówić, że są one wykonywalne jednocześnie tylko wówczas, gdy oba przynależą do tej samej sytuacji. A zatem:

$$\mathbf{Z5.} \quad \forall d_1, d_2 \in D (Sim(d_1, d_2) \rightarrow Coex(d_1, d_2))$$

Zauważmy, że  $Sim$  nie jest relacją równoważnościową, ponieważ nie jest ona przechodnia. Jako kontrprzykład wystarczy zauważyć, że (dla kierowcy) *skręt w prawo* i *rozmowa przez telefon komórkowy* są jednocześnie wykonywalne, *rozmowa przez telefon komórkowy* i *skręt w lewo* są również jednocześnie wykonywalne, ale *skręt w prawo* i *skręt w lewo* takimi działaniami już nie są.

Ponadto:

$$\mathbf{Z6.} \quad Sim \text{ jest relacją zwrotną i symetryczną.}$$

Następnie, niech

$$\mathbf{D2.} \quad Sim_d = \{d_1 \in D : Sim(d, d_1)\}$$

będzie zbiorem tych działań, które są jednocześnie wykonywalne z działaniem  $d$ . A zatem zbiór

$$\mathbf{D3.} \quad A_d = D \setminus Sim_d$$

jest zbiorem tych działań (należących zarówno do tej samej sytuacji co  $d$ , jak i należących do innych sytuacji), które nie są jednocześnie wykonywalne z działaniem  $d$ . Korzystając z tego zbioru zdefiniujemy relację mówiącą, że dwa działania są jednocześnie niewykonywalne:

$$\mathbf{D4.} \quad Nonsim(d, d_1) \equiv d_1 \in A_d$$

Łatwo jest udowodnić, że:

$$\mathbf{W5.} \quad \forall d_1, d_2 \in D (Nonsim(d_1, d_2) \equiv \neg Sim(d_1, d_2))$$

**Dowód.** Dowód przeprowadzimy dla dowolnych  $d_1, d_2 \in D$ . Z **D4** wiemy, że wyrażenie  $Nonsim(d_1, d_2)$  jest równoważne wyrażeniu  $d_2 \in A_{d_1}$ , a następnie z **D3**, że jest ono również równoważne temu, że  $d_2 \in Sim_{d_1}$ . Ostatnie z wyrażeń jest równoważne wyrażeniu  $d_2 \in D$  i  $d_2 \notin Sim_{d_1}$ , co z kolei jest równoważne na mocy **D2** temu, że  $\neg Sim(d_1, d_2)$ . To dowodzi własności **W5**.

Następnie wprowadzimy podzbiory zbioru działań  $D$ : *Zak*, *Nak*, *Doz*, które są zbiorami działań odpowiednio: zakazanych, nakazanych i dozwolonych.<sup>6</sup> Przynależnością do tych zbiorów rządzą opisane poniżej zasady.

Jeżeli działanie  $d$  nie jest zakazane, to jest ono dozwolone:

$$\mathbf{Z7.} \quad \forall d \in D (d \notin \text{Zak} \rightarrow d \in \text{Doz})$$

oraz jeżeli działanie jest zakazane, to nie jest ono dozwolone:

$$\mathbf{Z8.} \quad \forall d \in D (d \in \text{Zak} \rightarrow d \notin \text{Doz})$$

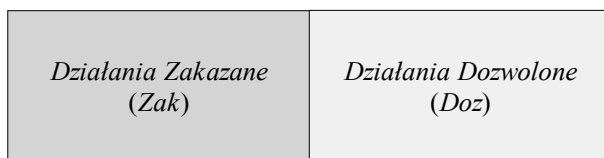
Z **Z7** i **Z8** wynika, że

$$\mathbf{W6.} \quad \forall d \in D (d \in \text{Zak} \equiv d \notin \text{Doz})$$

**Dowód.** **W6** jest bezpośrednią konsekwencją **Z7** i **Z8**.

Widać więc, że o każdym działaniu ze zbioru  $D$  można orzec, że jest ono albo zakazane, albo dozwolone:

*Wszystkie działania (D)*



Rysunek 1

Ponadto, jeżeli działanie  $d$  jest nakazane, to nie jest ono zakazane:

$$\mathbf{Z9.} \quad \forall d \in D (d \in \text{Nak} \rightarrow d \notin \text{Zak})$$

Jako wniosek z **Z9** i **Z7** otrzymujemy, że zbiór działań nakazanych jest podzbiorem zbioru działań dozwolonych:

$$\mathbf{W7.} \quad \forall d \in D (d \in \text{Nak} \rightarrow d \in \text{Doz})$$

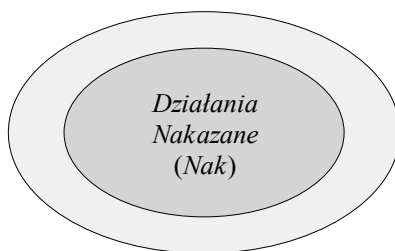
---

<sup>6</sup> Za Kalinowskim (zob. [Kalinowski 1953, Kalinowski 1960, Kalinowski 1993, Kwiatkowski 2002, Rozdział 3.3.3]) uważać będziemy, że normy są relacjami pomiędzy sprawcami a działaniami, mówiącymi, że ten a ten powinien, może lub nie może działać w określony sposób. Wobec tego wydaje się zasadne przyjęcie, że normy mogą być reprezentowane za pomocą par uporządkowanych postaci  $\langle x, d \rangle$ , gdzie  $x$  jest sprawcą,  $d$  zaś działaniem. Ponieważ relacje normatywne mogą mieć charakter albo nakazu, albo zakazu, albo dozwolenia, należałoby więc wprowadzić trzy zbiory par „sprawca-działanie” odpowiadających wymienionym kwalifikacjom. Zważywszy jednak na fakt, że w naszej dziedzinie jest tylko jeden sprawca, można równie dobrze pominąć pierwszy z argumentów relacji normatywnej, co ostatecznie prowadzi do możliwości reprezentowania norm za pomocą trzech podzbiorów zbioru działań: *Nak*, *Zak* i *Doz*.

**Dowód.** **Z9** gwarantuje, że żadne działanie nakazane nie jest zakazane, **Z7** zaś zapewnia, że każde działanie, które nie jest zakazane, jest dozwolone. Z tych dwóch założeń bezpośrednio wynika **W7**.

Jeżeli nie wszystkie działania ze zbioru *Doz* są nakazane, to własność **W7** można zilustrować jak poniżej:

*Działania Dozwolone (Doz)*



Rysunek 2

Warto w tym miejscu nadmienić, że założenia **Z7-Z9** oraz ich konsekwencje są teoriomnogościowymi odpowiednikami ogólnie przyjętych praw logiki deontycznej. W postaci teoriomnogościowej zostały one przedstawione na przykład przez E. García Máyneza [Kalinowski 1993, s. 119-121].

Ostatecznie wydaje się też zasadne wprowadzenie następującej reguły dotyczącej działań jednocześnie niewykonywalnych, głoszącej, że jeżeli pewne działanie jest nakazane, to wszystkie działania jednocześnie z nim niewykonywalne a należące do tej samej sytuacji, powinny być zakazane:

**Z10.**  $\forall d_1, d_2 \in D(d_1 \in Nak \wedge Nonsim(d_1, d_2) \wedge Coex(d_1, d_2) \rightarrow d_2 \in Zak)$

Zasada ta opisuje związek, jaki zachodzi pomiędzy normami nakazu i zakazu oraz faktem, że pewne działania nie mogą być jednocześnie „fizycznie” wykonane przez sprawcę w tej samej sytuacji.

Ciekawą konsekwencją powyższych założeń jest wniosek mówiący, że jeżeli wszystkie działania należące do tej samej sytuacji są nakazane, to wszystkie one muszą być jednocześnie wykonywalne:

**W8.**  $\forall s \in S[\forall d \in D(d \in s \rightarrow d \in Nak) \rightarrow \forall d, d' \in D(d \in s \wedge d' \in s \rightarrow Sim(d, d'))]$

**Dowód.**

- |   |                      |
|---|----------------------|
| 1. $s \in S$  | zał.                 |
| 2. $\forall d \in D(d \in s \rightarrow d \in Nak)$                           | zał.                 |
| 3. $\neg \forall d, d' \in D(d \in s \wedge d' \in s \rightarrow Sim(d, d'))$ | zał. dow. niewprost  |
| 4. $d_1 \in s \wedge d'_2 \in s \wedge \neg Sim(d_1, d'_2)$                   | WRP i $O\exists$ : 3 |
| 5. $d_1 \in s \rightarrow d_1 \in Nak$  | $O\forall$ : 2       |

6. $d_1 \in Nak$	RO: 5,4
7. $Coex(d_1, d'_2)$	<b>D1</b> : 1,4
8. $Nonsim(d_1, d'_2)$	<b>W5</b> : 4
9. $d'_2 \in Zak$	RO: <b>Z10</b> ,6,7,8
10. $d'_2 \in S \rightarrow d'_2 \in Nak$	O $\forall$ : 1
11. $d'_2 \in Nak$	RO: 4,10
12. $d'_2 \notin Zak$	RO: <b>Z9</b> ,11
sprzeczność: 9, 12	

Szczególnym przypadkiem **W8** jest następujący wniosek mówiący, że jeżeli wszystkie działania ze zbioru  $D$  należą do jednej sytuacji i są nakazane, to wszystkie są też jednocześnie wykonywalne:

$$\mathbf{W8}'. \quad D = Nak \wedge D = S \rightarrow \forall d, d' \in D(\text{Sim}(d, d'))$$

**Dowód. W8'** wynika wprost z **W8** i **W3**.

Innymi słowy, **W8'** stwierdza, że wystarczy znaleźć w zbiorze  $D$  dwa działania jednocześnie niewykonywalne, aby stwierdzić, że albo nie jest tak, że wszystkie działania w zbiorze  $D$  są nakazane ( $D \neq Nak$ ) albo zbiór  $D$  nie jest sytuacją ( $D \notin S$ ).

Omówiwszy strukturę  $\Delta$ , przejdziemy do określenia pozostałych dwóch elementów struktury modelowej, tj. funkcji  $\cdot^A, \cdot^S$ .

**Funkcja przypisania.**  $\cdot^A$  jest funkcją taką, że:

$$\begin{aligned} &\text{jeżeli } a \text{ jest stałą, to } a^A \in D \\ &O^A = Nak, \\ &F^A = Zak, \\ &S^A = Sim, \\ &\approx^A = Coex. \end{aligned}$$

**Funkcja interpretacji.**  $\cdot^S$  jest funkcją interpretującą taką, że

$$\begin{aligned} &\text{jeżeli } a \text{ jest zmienną, to } a^S \in D, \\ &\text{jeżeli } a \text{ jest stałą, to } a^S = a^A, \\ &\text{jeżeli } R \in \{O, F, \approx, S\}, \text{ to } R^S = R^A. \end{aligned}$$

### 3.2. Poprawność i pełność Setny

Korzystając z tak zdefiniowanego modelu, podamy teraz warunki spełniania dla formuł *Setny*. Warunki spełniania dla kwantyfikatorów i funktorów KRZ są standardowe. Ponadto mamy:

$$\begin{aligned} \mathcal{J} \models t_1 \approx t_2 &\text{ wtw } Coex(t_1^S, t_2^S), \\ \mathcal{J} \models t_1 S t_2 &\text{ wtw } Sim(t_1^S, t_2^S), \\ \mathcal{J} \models Ft &\text{ wtw } t^S \in Zak, \\ \mathcal{J} \models Ot &\text{ wtw } t^S \in Nak, \end{aligned}$$

Jako konsekwencje tak określonych warunków spełniania otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \mathcal{I} \models t_1 N t_2 & \text{ wtw } Nonsim(t_1^{\mathcal{I}}, t_2^{\mathcal{I}}), \\ \mathcal{I} \models Pt & \text{ wtw } t^{\mathcal{I}} \in Doz. \end{aligned}$$

**Twierdzenie 1.** Wszystkie tezy *Setny* są prawdziwe w modelu  $\mathcal{I}$ :

$$\text{Jeżeli } \vdash \phi \text{ to } \models \phi$$

**Dowód.** Należy pokazać prawdziwość wszystkich aksjomatów systemu oraz wykazać, że prawdziwość jest dziedziczona przez reguły systemu.

— Prawdziwość aksjomatów **A1-A3** wynika bezpośrednio z warunków spełniania i własności **W4**.

— Prawdziwość aksjomatów **A4** i **A5** wynika bezpośrednio z warunków spełniania oraz z założenia **Z6**, tj. ze zwrotności i symetryczności relacji *Sim*.

$$\text{— } \mathcal{I} \models a S b \rightarrow a \approx b$$

Założmy, że  $\mathcal{I} \models a S b$ . Założenie to jest równoważne stwierdzeniu, że  $Sim(a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}})$ . Z **Z5** i przyjętego założenia otrzymujemy, że  $Coex(a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}})$ , co jest równoważne temu, że  $\mathcal{I} \models a \approx b$ .

$$\text{— } \mathcal{I} \models Oa \rightarrow \neg Fa$$

Założmy więc, że  $\mathcal{I} \models Oa$  i  $\mathcal{I} \models Fa$ . Założenie to jest równoważne z faktem, że  $a^{\mathcal{I}} \in Nak$  i  $a^{\mathcal{I}} \in Zak$ . Z warunku **Z9** otrzymujemy jednak, że  $a^{\mathcal{I}} \notin Zak$ , co prowadzi do sprzeczności.

$$\text{— } \mathcal{I} \models \neg a S b \wedge a \approx b \rightarrow (Oa \rightarrow Fb)$$

Założmy więc, że  $\mathcal{I} \models \neg a S b$ ,  $\mathcal{I} \models a \approx b$ ,  $\mathcal{I} \models Oa$  i nie jest tak, że  $\mathcal{I} \models Fb$ . Z tych założeń otrzymujemy, że  $Nonsim(a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}})$ ,  $Coex(a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}})$ ,  $a^{\mathcal{I}} \in Nak$  oraz  $b^{\mathcal{I}} \notin Zak$ . Na mocy **Z10** z tego, że  $Nonsim(a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}})$ ,  $Coex(a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}})$  oraz  $a^{\mathcal{I}} \in Nak$ , wynika, że  $b^{\mathcal{I}} \in Zak$ , co prowadzi do sprzeczności.

Reguły *Setny* w sposób oczywisty dziedziczą prawdziwość.

**Twierdzenie 2.** Wszystkie prawdziwe wyrażenia *Setny* są jej tezami, tj.

$$(*) \text{ jeżeli } \models \phi, \text{ to } \vdash \phi$$

**Dowód.** Zaczniemy od dwóch uwag terminologicznych. Przez „ $\Phi \models \phi$ ” rozumiemy, że każdy model zbioru formuł  $\Phi$  jest również modelem  $\phi$  zaś przez „ $\Phi \vdash \phi$ ” rozumiemy, że  $\phi$  jest wyprowadzalne ze zbioru formuł  $\Phi$ .

Aby dowieść (\*) udowodnimy, że

$$(**) \text{ Dla dowolnego zbioru formuł } \Phi \text{ i dowolnej formuły } \phi, \\ \text{jeżeli } \Phi \models \phi, \text{ to } \Phi \vdash \phi$$

Łatwo jest zobaczyć, że (\*) wynika bezpośrednio z (\*\*) dla  $\Phi = \emptyset$ .

Następnie, aby dowieść (\*\*), założymy, że  $\Phi \models \phi$  i nie jest tak, że  $\Phi \vdash \phi$ . Z założenia, że  $\Phi \models \phi$  wynika, że nie istnieje model dla zbioru formuł  $\Phi \cup \{\neg\phi\}$  [Ebbinghaus et

al. 1994, lemat 4.4, s. 33], z założenia zaś, że nie jest tak, że  $\Phi \vdash \phi$  wynika, że zbiór  $\Phi \cup \{\neg\phi\}$  jest niesprzeczny [Ebbinghaus et al. 1994, lemat 7.6 (a), s. 73]. Otrzyma-  
ne konsekwencje przyjętych założeń są w sprzeczności z faktem, że

(\*\*\*) Dla każdego niesprzecznego zbioru formuł  $\Phi$  istnieje model.

Faktu (\*\*\*) musimy poniżej dowieść. Jak pokazano w [Ebbinghaus et al., 1994] istnieje „naturalna” metoda, aby tego dokonać. Jej szkic pokażemy poniżej.

Niech  $\Phi$  będzie zbiorem formuł *Setny* takim, że

- a.  $\Phi$  jest niesprzeczny
- b. dla dowolnej formuły  $\phi$  albo  $\phi \in \Phi$ , albo  $\neg\phi \in \Phi$
- c. dla dowolnej formuły postaci  $\exists x \phi$ , istnieje term  $t$  taki, że  $(\exists x \phi \rightarrow \phi[t/x]) \in \Phi$

**Lemat 1 (Niesprzeczność).** *Setna* jest niesprzeczna.

**Dowód.**

Łatwo jest dowieść lematu pierwszym *metodą interpretacji*, traktując zmienne nazwowe tego sytemu jako zmienne zdaniowe i interpretując funktory S,  $\approx$ , O i F odpowiednio jako znak równoważności, znak równoważności, znak asercji i znak negacji. Przy tej interpretacji aksjomaty tego systemu przechodzą w tezy KRZ z kwantyfikatorami.

**Lemat 2.**

Każdy niesprzeczny zbiór formuł może być rozszerzony do zbioru spełniającego warunki b i c.

**Dowód.**

Zobacz dowody lematów 2.1 i 2.2 oraz 3.1 i 3.2 w [Ebbinghaus et al., 1994, s. 81-86].

**Lemat 3.**

Struktura  $\Delta^\Phi = \langle D^\Phi, Nak^\Phi, Zak^\Phi, Doz^\Phi, Sim^\Phi \rangle$  — skonstruowana z wyrażeń języka *Setny* jak poniżej — jest  $\Delta$ -strukturą.

**Konstrukcja struktury  $\Delta^\Phi$ .** Strukturę  $\Delta^\Phi$  konstruujemy w sposób następujący:

$$t_1 \sim t_2 \text{ wtw } t_1 = t_2 \in \Phi$$

Łatwo zauważyć, że relacja  $\sim$  jest relacją równoważnościową.

$|t|_.$  oznacza klasę równoważności wyznaczoną przez relację  $\sim$

Następnie  $\mathcal{J} = \langle \Delta^\Phi, \mathcal{A}^\Phi, \mathcal{S}^\Phi \rangle$  jest modelem takim, że  $\mathcal{S}^\Phi$  jest określona w podobny sposób do  $\mathcal{S}$ :

$$a^{\mathcal{S}^\Phi} = |a|_.$$

$$O^{\mathcal{S}^\Phi} = Nak^\Phi$$

$$F^{\mathcal{S}^\Phi} = Zak^\Phi$$

$$P^{\mathcal{S}^\Phi} = \text{Doz}^\Phi$$

$$S^{\mathcal{S}^\Phi} = \text{Sim}^\Phi$$

$$\approx^{\mathcal{S}^\Phi} = \text{Coex}^\Phi$$

$D^\Phi = \{|t|_- : t \text{ jest termem}\}$  jest zbiorem klas równoważności, których elementami są działania. Czasami elementy tego zbioru oznaczać będziemy  $d_1^\Phi, d_2^\Phi, \dots$

Teraz będziemy konstruować strukturę  $\Delta^\Phi$  na bazie dziedziny  $D^\Phi$  i pokażemy później, że jest ona  $\Delta$ -strukturą.

$$|t_1|_- \cong |t_2|_- \text{ wtw } t_1 \approx t_2 \in \Phi$$

$\||t|_-|_$  oznacza klasę równoważności wyznaczoną przez relację  $\cong$

$S^\Phi = \{\||t|_-|_ : |t|_- \in D^\Phi\}$ . Czasami elementy tego zbioru oznaczać będziemy  $s_1^\Phi, s_2^\Phi, \dots$

$$\text{Nak}^\Phi = \{|t|_- : Ot \in \Phi\}$$

$$\text{Zak}^\Phi = \{|t|_- : \Phi t \in \Phi\}$$

$$\text{Doz}^\Phi = D^\Phi \setminus \text{Zak}^\Phi$$

$$\text{Sim}^\Phi(|t_1|_-, |t_2|_-) \text{ wtw } t_1 S t_2 \in \Phi$$

$$\text{Coex}^\Phi(d_1^\Phi, d_2^\Phi) =_{df} \exists s^\Phi (s^\Phi \in S^\Phi \wedge d_1^\Phi \in s^\Phi \wedge d_2^\Phi \in s^\Phi)$$

#### Dowód.

Dowód lematu 3 jest prosty (choć stosunkowo długi) — wystarczy wszak pokazać, że scharakteryzowane wyżej zbiory i relacje struktury  $\Delta^\Phi$  spełniają własności **Z1-Z10**. Dowód ten pomijam.

#### Lemat 4.

(a) dla dowolnego termu  $t$ ,  $t^{\mathcal{S}^\Phi} = |t|_-$

(b) dla dowolnej formuły atomicznej  $\phi$ ,

$$\mathcal{S}^\Phi \models \phi \text{ wtw } \phi \in \Phi$$

(Warunki spełniania są określone podobnie jak wcześniej).

#### Dowód.

Dowód (a) jest oczywisty.

(b) dowodzimy przez indukcję w następujący sposób:

Dla  $\phi = (t_1 = t_2)$ :

$$\mathcal{S}^\Phi \models t_1 = t_2 \text{ wtw } t_1^{\mathcal{S}^\Phi} = t_2^{\mathcal{S}^\Phi} \text{ wtw } |t_1|_- = |t_2|_- \text{ wtw } t_1 \sim t_2 \text{ wtw } t_1 = t_2 \in \Phi.$$

Dla  $\phi = Ot$  (podobnie dowodzimy dla  $\phi = Ft$ ):

$$\mathcal{S}^\Phi \models Ot \text{ wtw } t^{\mathcal{S}^\Phi} \in \text{Nak}^\Phi \text{ wtw } |t|_- \in \text{Nak}^\Phi \text{ wtw } Ot \in \Phi.$$

Dla  $\phi = t_1 \approx t_2$ :

$\mathcal{S}^\phi \models t_1 \approx t_2$  wtw  $\text{Coex}^\phi(t_1^{\mathcal{S}^\phi}, t_1^{\mathcal{S}^\phi})$  wtw  $\exists s^\phi (s^\phi \in S^\phi \wedge t_1^{\mathcal{S}^\phi} \in s^\phi \wedge t_2^{\mathcal{S}^\phi} \in s^\phi)$

$\exists s^\phi (s^\phi \in S^\phi \wedge |t_1|_- \in s^\phi \wedge |t_2|_- \in s^\phi)$  wtw

$\exists s^\phi (s^\phi \in S^\phi \wedge s^\phi = ||t_3|_-|_- \wedge t_1 \approx t_3 \in \Phi \wedge t_2 \approx t_3 \in \Phi)$  wtw  $t_1 \approx t_2 \in \Phi$ .

Dla  $\phi = t_1 S t_2$ :

$\mathcal{S}^\phi \models t_1 S t_2$  wtw  $\text{Sim}^\phi(t_1^{\mathcal{S}^\phi}, t_1^{\mathcal{S}^\phi})$  wtw  $\text{Sim}^\phi(|t_1|_-, |t_2|_-)$  wtw  $t_1 S t_2 \in \Phi$ .

### Twierdzenie Henkina.

Niech  $\Phi$  będzie zbiorem spełniającym podane przed Lematem 1 warunki a-c. Wówczas dla każdego  $\phi$ :

$$(\#) \mathcal{S}^\phi \models \phi \text{ wtw } \phi \in \Phi$$

### Dowód.

Twierdzenia tego dowodzimy indukcyjnie w zależności od złożoności formuły  $\phi$ . Jeżeli  $\phi$  jest formułą atomiczną, to (#) zachodzi na mocy Lematu 4. Dla  $\phi = \neg\psi$ ,  $\phi = \psi \vee \chi$  i  $\phi = \exists x\psi$ , dowód jest standardowy [Ebbinghaus et al. 1994, twierdzenie Henkina].

Pokazane zostało, że dla każdego niesprzecznego zbioru formuł  $\Phi$  istnieje model, który jest oparty na  $\Delta$ -strukturze, co z podanych właśnie lematów i twierdzeń prowadzi do konkluzji, że *Setna* jest pełna ze względu na model  $\mathcal{S}$ .

## 4. ZASTOSOWANIE SETNY

W tym rozdziale zaprezentowana zostanie aplikacja *Setny*. Jak zostało wspomniane we wstępie, tezy *Setny* są podstawą poprawnych rozumowań w testach na prawo jazdy, których zdanie jest przepustką do egzaminu praktycznego na prawo jazdy.

Poniżej rozważa się trzy pytania testowe (zobrazowane zdjęciami), które z pewnością są znane tym, którzy zdawali w ostatnich latach teoretyczny egzamin prawa jazdy, gdyż są one zaczerpnięte z materiałów przygotowawczych do tego egzaminu<sup>7</sup>. Każde z pytań składa się ze zdjęcia obrazującego pewną sytuację drogową oraz pytania testowego, na które osoba znająca znaki drogowe oraz *posługująca się pewną teorią deontyczną* powinna bez trudu odpowiedzieć. Okazuje się, że *Setna* jest właśnie taką teorią.

<sup>7</sup> Zdjęcia występujące w tej sekcji pochodzą z testów na prawo jazdy. Pytania do sytuacji drugiej i trzeciej są pytaniami występującymi we wspomnianym teście. Pytanie do Sytuacji 1 zostało przygotowane przez autora na bazie pytania oryginalnego.



**Sytuacja 1 ( $s_1$ )**

Rysunek 3

Pytanie jest następujące, w sytuacji  $s_1$  kierujący pojazdem:

- A — powinien skrócić w prawo (na skrzyżowaniu)
- B — może skrócić w prawo (na skrzyżowaniu)
- C — nie może skrócić w lewo (na skrzyżowaniu)
- D — może jechać prosto

W sytuacji  $s_1$  obowiązuje tylko jedna norma,<sup>8</sup> wyrażona za pomocą znaku pionowego B-21: *Zakaz skrętu w lewo*.

Niech  $sp$ ,  $sl$ ,  $jp$ , będą nazwami działań takimi, że  $sp^{\mathcal{J}}$  = skręć w prawo,  $sl^{\mathcal{J}}$  = skręć w lewo,  $jp^{\mathcal{J}}$  = jechać prosto.

1. Zaczynamy od ustalenia, które z działań mogą być wykonane jednocześnie, a które nie. Stwierdzamy, że wszystkie z trzech wymienionych działań są parami jednocześnie niewykonalne, co zapisujemy w języku w sposób następujący:

$$sp \ N \ sl, \ sp \ N \ jp, \ sl \ N \ jp$$

(Wiedza ta nie będzie nam przydatna przy odpowiedzi na to pytanie, ale pragniemy we wstępnych rozważaniach ustalić ogólny algorytm rozwiązywania testu).

2. Ustalamy normy opisane przez znaki:

$$Fsl \ (\text{norma ta jest wyrażona przez znak B-21})$$

<sup>8</sup> Jest to uproszczenie, które nie zmienia ogólności rozważań.

i działania nieunormowane:

*Esp, Ejp*

3. Sprawdzamy:

— czy zdania z testu są *wyprowadzalne* z przyjętych założeń oraz aksjomatów i reguł *Setny*

(w tym przypadku uznajemy je za odpowiedzi poprawne) albo

— czy dołączone do przyjętych założeń prowadzą do sprzeczności

(w tym przypadku uznajemy je za odpowiedzi niepoprawne).

Mamy więc cztery odpowiedzi, które zapisane w języku *Setny* przybierają następującą postać:

**A** — *Osp*

**B** — *Psp*

**C** —  $\neg Psl$

**D** — *Pjp*

Jest łatwo pokazać, że odpowiedź **A** prowadzi do sprzeczności z założeniem *Esp* i tezą **T9**, **B** jest wyprowadzalne z założenia *Esp* i **T6**, **C** jest wyprowadzalne z założenia *Fsl* i **T4**, **D** zaś jest wyprowadzalne z założenia *Esp* i **T6**. Poprawnymi odpowiedziami są zatem: **B**, **C** i **D**.

### Sytuacja 2 ( $s_2$ )



Rysunek 4

Pytanie jest następujące, w sytuacji  $s_2$  kierujący pojazdem:

- A** — nie może skręcić w prawo
- B** — powinien skręcić w prawo
- C** — może skręcić w lewo

W sytuacji  $s_2$  obowiązuje tylko jedna norma, wyrażona za pomocą znaku pionowego C-2: *Nakaz skrętu w prawo* (za znakiem).

Niech  $sp$ ,  $sl$  będą nazwami działań takimi, że  $sp^{\mathcal{J}}$  = skręt w prawo,  $sl^{\mathcal{J}}$  = skręt w lewo. Rozważania nasze przebiegać będą zgodnie z „algorytmem” ustalonym powyżej:

1. Zaczynamy od ustalenia, które z działań mogą być wykonane jednocześnie, a które nie:

$sp \ N \ sl$

2. Ustalamy normy opisane przez znaki:

$Osp$

i działania nieunormowane:

brak

Zauważmy, że nie można powiedzieć, że działanie  $sl$  jest nieunormowane, ponieważ nakaz jednego z działań jednocześnie niewykonywalnych prowadzi do zakazu pozostałych działań (z nim) jednocześnie niewykonywalnych na mocy **T2**. A zatem z **T2** i tego, że  $sp \ N \ sl$  i  $Osp$  wynika, że

$Fsl$

3. Zapisujemy zdania z testu w języku *Setny* i analizujemy je podobnie jak to miało miejsce w przykładzie wcześniejszym:

- A** —  $\neg Psp$  (prowadzi do sprzeczności z założeniem  $Osp$  i **T1**)
- B** —  $Osp$  (jest wyprowadzalne z założenia  $Osp$ )
- C** —  $Psl$  (prowadzi do sprzeczności z założeniami  $Osp$ ,  $sp \ N \ sl$  i tezami **T2** i **T4**)

Poprawną odpowiedzią jest zatem tylko **B**.

Sytuacja 3 ( $s_3$ )

Rysunek 5

Pytanie jest następujące, w sytuacji  $s_3$  kierujący pojazdem:

- A — nie może skręcić w prawo lub w lewo
- B — powinien zawrócić
- C — powinien skręcić w prawo lub w lewo

W sytuacji  $s_3$  obowiązuje tylko jedna norma, wyrażona za pomocą znaku pionowego C-8: *Nakaz skrętu w prawo lub w lewo*.

Niech  $sp$ ,  $sl$ ,  $z$  będą nazwami działań takimi, że  $sp^{\mathcal{J}}$  = skręt w prawo,  $sl^{\mathcal{J}}$  = skręt w lewo,  $z^{\mathcal{J}}$  = zawracać.

1. Zaczynamy od ustalenia, które z działań mogą być wykonane jednocześnie, a które nie:

$$sp \ N \ sl, \ sp \ N \ z, \ sl \ N \ z$$

2. Ustalamy normy opisane przez znaki i działania nieunormowane:

$$Osp \vee \ Osl$$

Nie można powiedzieć, że działanie  $z$  jest nieunormowane, ponieważ na mocy założeń  $sp \ N \ z$ ,  $sl \ N \ z$ ,  $Osp \vee \ Osl$  i tezy **T7** otrzymujemy, że

$$Fz$$

3. Zapisujemy zdania z testu w języku *Setny* i analizujemy je podobnie jak to miało miejsce w przykładach wcześniejszych:

**A** —  $\neg(Psp \vee Psl)$  (prowadzi do sprzeczności z założeniem  $Osp \vee Osl$  i **T10**)

**B** —  $Oz$  (prowadzi do sprzeczności z założeniami  $sp \ N z$ ,  $sl \ N z$ ,  $Osp \vee Osl$ , tezą **T7** i aksjomatem **A7**)

**C** —  $Osp \vee Osl$  (jest wyprowadzalny z założenia  $Osp \vee Osl$ )

Poprawną odpowiedzią jest zatem tylko **C**.

## 5. UWAGI KOŃCOWE

W pracy tej przedstawiona została teoria norm i działań *Setna*, którą ze względu na jej początkową fazę rozwoju nazwaliśmy „prostą”. Jej cechą szczególną jest to, że zawiera ona prawa opisujące związki, jakie zachodzą pomiędzy ontologiczną naturą działań<sup>9</sup> oraz ontologiczną naturą norm. Na szczególną uwagę zasługuje prawo ustanawiające zależność pomiędzy możliwością jednoczesnego wykonania dwóch lub więcej działań oraz normami stwierdzającymi ich charakter normatywny.

Pokazana została również stosowalność *Setny* w rozwiązywaniu niektórych pytań z testu na prawo jazdy. Aplikacja ta nie wyczerpuje wszystkich możliwych zastosowań zaprezentowanej teorii. Wydaje mi się, że *Setna* może być z powodzeniem użyta jako pomoc przy tworzeniu dowolnych systemów norm oraz jako narzędzie weryfikujące systemy norm już istniejące. Studium tego zagadnienia należałoby jednak poświęcić odrębną pracę.

Dalszy rozwój teorii norm i działań będzie zmierzał w kierunku wzbogacenia jej o nowe elementy zwiększające jej ekspresyjność. Przede wszystkim należałoby dodać do rachunku zmienne reprezentujące działania ogólne (innymi słowy: typy działań). Normy odnoszą się zwykle do działań ogólnych. Na przykład norma: „Zabrania się palenia wyrobów tytoniowych poza pomieszczeniami wyodrębnionymi i odpowiednio przystosowanymi” mówi, że każde konkretne działanie (konkretnego sprawcy) *podpadające* pod działanie ogólne *palenia wyrobów tytoniowych poza pomieszczeniami wyodrębnionymi i odpowiednio przystosowanymi*, jest zabronione. Owo „podpadanie” działania konkretnego pod jakieś działanie ogólne musi znaleźć swoje miejsce w kolejnym rozwinięciu *Setny*.

Kolejnym interesującym rozszerzeniem, z którym powinna zmierzyć się *Setna*, jest wprowadzenie do jej języka operacji na działaniach takich jak „negacja” działania czy „alternatywa” dwóch działań oraz możliwość iterowania funktorów deontycznych. W rachunku predykatów zagadnienia te nastroczą poważnych trudności, choć jak pokazuje na przykład praca [Lokhorst 1996], są one możliwe do rozwiąza-

<sup>9</sup> W tym miejscu warty nadmienienia jest fakt, że autor tej pracy poświęcił ontologicznej analizie natury działań serię artykułów: [Troquard et al. 2006, Trypuz and Vieu 2007, Trypuz et al. 2007] oraz swoją rozprawę doktorską [Trypuz 2007].

nia. Istotne jest jednak nie tyle to, aby znaleźć rozwiązania technicznie poprawne tych zagadnień, ale takie, które będą adekwatne do praktyki językowej i rzeczywistości przeprowadzanych rozumowań normatywnych.

## BIBLIOGRAFIA

- [Bratman, 1987] Bratman, M. E. (1987), *Intention, Plans, and Practical Reason*, Harvard University Press, Cambridge, MA.
- [Davidson, 1991] Davidson, D. (1991), *Essays on Actions and Events*, Clarendon Press, Oxford.
- [Ebbinghaus et al., 1994] Ebbinghaus, H. D., Flum, J., and Thomas, W. (1994), *Mathematical Logic*, Springer Verlag.
- [Franklin and Graesser, 1996] Franklin, S. and Graesser, A. (1996), Is it agent, or just a program?: A taxonomy for autonomus agents, w: *Proceedings of the Third International Workshop of Agent Theories, Architectures, and Languages*, Springer Verlag.
- [Horty, 2001] Horty, J. F. (2001), *Agency and Deontic Logic*, Oxford University Press, Oxford.
- [Kalinowski, 1953] Kalinowski, J. (1953), Teoria Zdań Normatywnych, *Studia Logica*, (1):113-146.
- [Kalinowski, 1960] Kalinowski, J. (1960), *Teoria poznania praktycznego*, Lublin 1960.
- [Kalinowski, 1993] Kalinowski, J. (1993), *Logika Norm*, Instytut Wydawniczy „Daimonion” Lublin 1993.
- [Kwiatkowski, 2002] Kwiatkowski, T. (2002), *Wykłady i szkice z logiki ogólnej*, Lublin 2002.
- [Lokhorst, 1996] Lokhorst, G.-J. C. (1996), Reasoning About Actions and Obligations in First-Order Logic, *Studia Logica*, 57:221-237.
- [Maes, 1995] Maes, P. (1995), Artificial life meets entertainment: Life like autonomous agents, w: *Communications of the ACM*, 38, s. 108-114.
- [Mele, 1992] Mele, A. (1992), *Springs of Action: Understanding Intentional Behavior*, New York: Oxford University Press.
- [Russell and Norvig, 1995] Russell, S. J. and Norvig, R. (1995), *Artificial Intelligence: A Modern Approach*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- [Searle, 2001] Searle, J. R. (2001), *Rationality in Action*, The MIT Press.
- [Troquard et al., 2006] Troquard, N., Trypuz, R., and Vieu, L. (2006), Towards an ontology of agency and action: From STIT to OntoSTIT+, w: Bennett, B. and Fellbaum, C., ed., *Proceedings of the Fourth International Conference FOIS 2006*, Baltimore, Maryland (USA), November 9-11, s. 179-190, IOS Press.
- [Trypuz, 2007] Trypuz, R. (2007), *Formal Ontology of Action: a unifying approach*. PhD thesis, Università degli Studi di Trento, ICT International Doctorate School.
- [Trypuz and Vieu, 2007] Trypuz, R. and Vieu, L. (2007), An Ontology of the Aspectual Classes of Actions, w: Arrazola, X. and Larrazabal, J. M., ed., *ILCLI International Workshop on Logic and Philosophy of Knowledge, Communication and Action (LogKCA-07)*, s. 393-409.
- [Trypuz et al., 2007] Trypuz, R., Lorini, E., and Vieu, L. (2007), Solving Bratman’s video game puzzle in two formalisms, w: Arrazola, X. and Larrazabal, J. M., ed., *ILCLI International Workshop on Logic and Philosophy of Knowledge, Communication and Action (LogKCA-07)*, s. 411-426.
- [von Wright, 1951] von Wright, G. H. (1951), Deontic logic, *Mind*, LX(237): 1-15.
- [Wooldridge, 2000] Wooldridge, M. (2000), *Reasoning about Rational Agents*, The MIT Press.