

Andrzej Biłat

Logika modalna a dowód ontologiczny

Filozofia Nauki 20/1, 103-108

2012

Artykuł został opracowany do udostępnienia w internecie przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego. Artykuł jest umieszczony w kolekcji cyfrowej bazhum.muzhp.pl, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

Andrzej Biłat

Logika modalna a dowód ontologiczny

1. Zgodnie z definicją pochodzącą od Boecjusza i Anzelma, byt (absolutnie) doskonały (Bóg) jest czymś, od czego nie da się pomyśleć niczego doskonalszego (*id quo maius cogitare nequit*). Definicja ta jest kluczową przesłanką w oryginalnej argumentacji Anzelma za tezą o istnieniu bytu doskonałego. Popularne streszczenie tej argumentacji brzmi następująco.

To, od czego nic większego nie może być pojęte, nie może istnieć tylko w intelekcie. W istocie bowiem istnieć w rzeczywistości to coś więcej, niż istnieć tylko w intelekcie. Gdyby zatem to, od czego nie można sobie pomyśleć niczego większego, istniało tylko w intelekcie, wówczas [...] byłoby tym, od czego coś większego można sobie pomyśleć, a to jest sprzeczność. Byt, od którego nic większego nie można pojąć, z konieczności zatem istnieje zarówno w intelekcie, jak i w rzeczywistości (Gilson 1987, s. 123).¹

2. Jednym z założeń tej argumentacji Anzelma jest teza głosząca, że jeśli byt doskonały istnieje, to istnieje z konieczności; formalnie:

(AA) $p_0 \rightarrow Lp_0$,

gdzie stała zdaniowa p_0 reprezentuje zdanie „Byt doskonały istnieje”.² Przesłanka ta wydaje się względnie mało kontrowersyjna. Zdaje się bowiem wynikać z definicji Boecjusza–Anzelma oraz z intuicyjnego założenia, że istnienie konieczne jest doskonalsze od istnienia przygodnego.

Tak zwany aksjomat Leibniza głosi, że istnienie bytu doskonałego jest możliwe; formalnie:

¹ Jak wiadomo, zarówno rozmaite wersje tej argumentacji, jak i ich krytyki (zapoczątkowane przez Gaunilona) mają swoją wielowiekową tradycję. Tradycja ta nie będzie tu dalej omawiana.

² Nazwa „zasada Anzelma” i oznaczenie „AA” są stosowane w artykule Perzanowskiego (Perzanowski 1995).

(AL) Mp_0 .

Leibniz był pierwszym filozofem, który przesłankę o tej treści ocenił jako kluczową w dowodzie ontologicznym i dokonał jej szczegółowej analizy (włącznie z próbą dowodu). Zasada AL nie jest już tak oczywista jak AA. Jednakże wydaje się — przynajmniej na pierwszy rzut oka — że nie jest zbyt silna: w celu stwierdzenia możliwości istnienia danego bytu wystarczy wskazać jego spójną teorię (w tym przypadku — spójną teorię bytu doskonałego; kwestii tej nie będziemy tu dalej rozwijać).

3. Przedstawię obecnie możliwie prostą wersję dowodu ontologicznego w stylu Hartshorna.³ Wersja ta jest sformułowana w ramach systemu B logiki modalnej (jest to podsystem popularnego systemu logiki modalnej S5), wzmocnionego o dodatkowe aksjomaty AA i AL.

- | | | |
|----|---------------------------|---|
| 1. | $L(p_0 \rightarrow Lp_0)$ | reguła Gödla, AA, |
| 2. | $Mp_0 \rightarrow MLp_0$ | 1, teza logik modalnych: $L(p \rightarrow q) \rightarrow (Mp \rightarrow Mq)$, |
| 3. | $MLp_0 \rightarrow p_0$ | teza systemu B: $MLp \rightarrow p$, |
| 4. | $Mp_0 \rightarrow p_0$ | 2, 3, |
| 5. | p_0 | 4, AL. |

Istnieją też bardziej złożone wersje modalnego dowodu ontologicznego (np. Alvina Plantingi) angażujące rozbudowaną ontologię światów możliwych. W wersjach tych przyjmuje się na ogół silniejszą niż w B zasadę logiki modalnej S5: $MLp \rightarrow Lp$.

4. Niezależnie od tych różnic, w literaturze przedmiotu wskazuje się zwykle na dwa źródła dość zaskakującej siły modalnego dowodu ontologicznego: a) AL oraz b) tezę B, użytą w kroku 3, ewentualnie silniejszą od niej tezę S5. Świadczy o tym fragment hasła „Argument ontologiczny” w popularnym słowniku filozoficznym.

Przyjęcie tej przesłanki [AL — przyp. A.B.] ma znacznie poważniejsze konsekwencje, niż się zrazu może wydawać, gdyż na gruncie logiki modalnej stąd, że możliwe, że konieczne, że p , można wyprowadzić, iż p (Blackburn 1994/2004, s. 30).

W podobnym duchu wypowiada się autor znanej pracy o argumentach za i przeciw teizmowi:

Przesłanka, że jest tylko *możliwe*, iż miałyby istnieć coś nieprzekraczalnie wielkiego, wygląda niewinnie. Zwykle skłonni jesteśmy przystać na możliwość czegoś, choćby to było coś ekstrawaganckiego, a naszą krytyczną dociekliwość ograniczamy do pytania, czy jest ono nie tylko możliwe, lecz też rzeczywiste. Ale wielkość nieprzekraczalna — wzięwszy pod uwagę zarówno indeksowanie ze względu na świat, kryjące się w definicji tego pojęcia, jak i związana z logiką modalną w stylu S5 tezę, że wszystko, co jest choćby możliwie konieczne, *jest* konieczne — to koń trojański, nie zaś niewinna drobna możliwość [...] W gruncie rzeczy zasługujący na

³ Termin „dowód” jest tu używany w znaczeniu metalogicznym. Warto podkreślić, że znaczenie to nie wymaga, by udowodnione zdanie było uzasadnione w sposób bezwzględny. Jest ono uzasadnione tylko o tyle, o ile uzasadnione są założenia dowodu.

przyjęcie system logiki modalnej i światów możliwych [...] nie pozwala argumentowi Plantingi ruszyć z miejsca (Mackie 1982/1997, s. 80).

Takie komentarze pokazują, jak bardzo — w kontekście współczesnych dyskusji wokół modalnego dowodu ontologicznego — popularne jest przekonanie, iż pewne specyficzne zasady logiki modalnej są istotnymi przesłankami tego dowodu. Co więcej, utarła się opinia, że przyjęcie odpowiednio słabego systemu tej logiki, na przykład systemu T lub S4, blokuje go (por. ostatnie zdanie wypowiedzi Mackiego).⁴ W dalszych rozważaniach wykażemy, że to przekonanie nie jest trafne.

5. Nazwijmy aksjomatem nieistnienia bytu doskonałego (krótko: AN) tezę głoszącą, że jeśli byt doskonały nie istnieje, to nie istnieje z konieczności; formalnie:

$$(AN) \quad \neg p_0 \rightarrow L\neg p_0$$

Na podstawie tej przesłanki można sformułować bardzo prostą wersję modalnego dowodu ontologicznego. Dowód ten może być sformułowany w ramach *dowolnego* systemu logiki modalnej, wzmocnionego o dodatkowe aksjomaty AN i AL.

- | | | |
|----|----------------------------------|--|
| 1. | $\neg L\neg p_0 \rightarrow p_0$ | AN, prawo transpozycji, |
| 2. | $Mp_0 \rightarrow p_0$ | 1, definicja M: $Mp \equiv \neg L\neg p$, |
| 3. | p_0 | 2, AL. |

Różne sformułowania aksjomatu AN były również rozważane przez Hartshorna (Hartshorn 1965) i Alvina Plantingę (Plantinga 1974). Z kolei według Normana Malcolma

Anzelm dowiódł, że pojęcie przygodnego istnienia, ani pojęcie przygodnego nieistnienia nie może mieć żadnego zastosowania do Boga. Istnienie Boga musi być logicznie konieczne albo logicznie niemożliwe. [...] Jeśli Bóg [...] nie istnieje, to nie może zacząć istnieć. [...] Skoro Bóg nie może zacząć istnieć, to jeśli nie istnieje, jego istnienie jest niemożliwe (Malcolm 1960/1997, s. 109).

W istocie wygląda na to, że AN nie jest bardziej kontrowersyjny niż AA. Staje się to lepiej widoczne po uwzględnieniu niektórych — typowych dla tych rozważań — kontekstów teoretycznych: ontologicznego, „kosmologicznego” i metalogicznego.

6. Treść AA można wyrazić w języku ontologii światów możliwych w następujący sposób: jeśli byt doskonały istnieje w świecie rzeczywistym, to istnieje w każdym świecie możliwym. Z kolei treść AN jest następująca: jeśli byt doskonały nie istnieje w świecie rzeczywistym, to nie istnieje w żadnym świecie możliwym. Obie zasady wynikają z silniejszego od nich postulatu:

$$(P) \quad \text{Byt doskonały istnieje albo w każdym świecie możliwym, albo w żadnym.}$$

⁴ Podobnego zdania był Perzanowski: „Dowód ontologiczny wymaga zasadnego i ostrożnego wyboru logiki podstawowej” (Perzanowski 1995, s. 95).

W istocie, gdyby byt doskonały istniał tylko w niektórych światach możliwych, byłby bytem przygodnym, a więc nie byłby doskonały. Zasada (P) wydaje się więc całkowicie naturalnym wyjaśnieniem intuicji zawartych zarówno w AA, jak i w AN. Skoro tak, to AN nie jest przesłanką bardziej kontrowersyjną niż AA.

7. Do podobnego wniosku dochodzimy przy dodatkowym, „kosmologicznym” założeniu, że byt doskonały jest jedynym stwórcą świata. Załóżmy bowiem, że jest przeciwnie niż głosi AA, czyli, że byt doskonały istnieje, ale nie jest to konieczne. W konsekwencji świat został stworzony, choć nie musiał być stworzony. Ta konsekwencja nie wydaje się logicznie sprzeczna, uwzględniając intuicję, że dla bytu doskonałego nie jest konieczne istnienie żadnego innego bytu.

Założmy teraz, że jest przeciwnie niż głosi AN, czyli, że byt doskonały nie istnieje, choć jest możliwy. W konsekwencji świat nie został stworzony, choć mógłby być. Nie wydaje się to możliwe: świat nie może być stworzony w sytuacji, gdy jego potencjalny jedyny stwórca nie istnieje. Tak czy inaczej, uwzględnienie kontekstu „kosmologicznego” w żaden sposób nie wskazuje na to, by postulat AN był bardziej kontrowersyjny (łatwiejszy do obalenia) niż AA.

8. Wykażemy obecnie, za pomocą narzędzi metalogicznych, że przedstawiony w punkcie 5 dowód ma zasadniczo słabsze założenia niż dowód modalny w stylu Hartshorna.

Niech C_n będzie zwykłą, klasyczną operacją konsekwencji, określoną na rodzinie potęgowej zbioru formuł języka modalnej logiki zdań, rozszerzonego o formułę p_0 . Przyjmijmy oznaczenia:

$$\mathbf{TH} = C_n(B \cup \{AA, AL\}),$$

$$\mathbf{TN} = C_n(\{AL, AN\}).$$

Zatem \mathbf{TH} jest teorią powstałą w wyniku rozszerzenia systemu modalnej logiki zdań B o aksjomaty AA i AL oraz \mathbf{TN} jest teorią powstałą przez rozszerzenie systemu klasycznej logiki zdań o aksjomaty AL i AN .

METATWIERDZENIE 1. $AN \in \mathbf{TH}$

DOWÓD. Na podstawie rozumowania przeprowadzonego w punkcie 3 wiadomo, że zdanie p_0 jest tezą \mathbf{TH} . Tezą \mathbf{TH} jest również podstawienie prawa Dunsza Szkota:

$$p_0 \rightarrow (\neg p_0 \rightarrow L\neg p_0) \in \mathbf{TH}.$$

Przez odrywanie otrzymujemy:

$$(\neg p_0 \rightarrow L\neg p_0) \in \mathbf{TH}. \mathbf{C.n.d.}$$

Skoro AL i AN są tezami \mathbf{TH} , to \mathbf{TN} jest podzbiorem \mathbf{TH} . Jednocześnie \mathbf{TH} nie jest identyczny z \mathbf{TN} : w \mathbf{TN} nie obowiązuje reguła Gödla ani specyficzne aksjomaty systemu B . W konsekwencji, teoria \mathbf{TN} jest istotnie słabsza od teorii \mathbf{TH} :

WNIOSEK 1. $\mathbf{TN} \subseteq \mathbf{TH}$.

METATWIERDZENIE 2. $p_0 \in \mathbf{TN}$.

DOWÓD. Dowód przebiega analogicznie jak w punkcie 5. **C.n.d.**

WNIOSEK 2. Zdanie „Byt doskonały istnieje” jest tezą teorii modalnej, która: a) jest fragmentem teorii będącej standardową podstawą modalnego dowodu ontologicznego oraz b) nie zawiera żadnych specyficznych zasad logiki modalnej.

9. Okazuje się więc, że specyficzne tezy logiki modalnej — B lub S5 — nie są istotne w modalnej wersji dowodu ontologicznego. Innymi słowy, cała siła tej wersji tkwi w jej przesłankach, nie w logice. Ten rezultat podważa dość popularne przekonanie, że specyficzne tezy logiki modalnej są w niej niezbędne.

Uwzględniając siłę perswazji założeń AA i AN oraz (wspomniane w p. 4) interpretacje, w których za „konia trojańskiego” dowodu ontologicznego uważany jest aksjomat Leibniza (plus specyficzne zasady niektórych systemów logiki modalnej), rodzi się pytanie, czy w istocie główne źródło siły tego dowodu sprowadza się do tego aksjomatu.

Zgodnie z przekonaniem Leibniza, u podstaw modalnego dowodu ontologicznego leży teza warunkowa głosząca, że jeśli byt doskonały jest możliwy, to istnieje (wiersz 2 w powyższym dowodzie). Uwzględniając fakt, że została ona tu uzyskana z oczywistego prawa logiki klasycznej (prawa transpozycji) i z definicji spójnika możliwości, równie dobrze mogłaby być przyjęta zamiast AN jako przesłanka tego dowodu. Ma ona, podobnie jak AA i AN, charakter postulatu znaczeniowego dla terminu „byt doskonały”. Wraz z zasadą Leibniza, umożliwiającą oderwanie następnika, tworzy specyficzną teorię \mathbf{TN}' , złożoną z dwóch aksjomatów:

$$\mathbf{TN}' = \text{Cn}(\{Mp_0 \rightarrow p_0, Mp_0\}).$$

(Jest to teoria równoważna z \mathbf{TN} na gruncie zwykłej definicji funktora możliwości M). Wyprowadzenie z tych aksjomatów tezy o istnieniu bytu doskonałego jest dedukcją najbardziej banalną z banalnych. Pod jednym wszakże warunkiem, uznane muszą być obie przesłanki łącznie, a więc cała teoria.

Nasza ostateczna diagnoza źródła dość zaskakującej siły modalnego dowodu ontologicznego jest następująca. Źródłem tym nie są żadne specyficzne prawa logiki modalnej; innymi słowy, wybór logiki modalnej nie ma w konstrukcji tego dowodu żadnego znaczenia. Źródłem tym nie jest też aksjomat Leibniza (AL) ani zasada Anzelma (AA), ani warunek nieistnienia bytu doskonałego (AN) — o ile każdy z tych postulatów brany jest z osobna. Koniem trojańskim tego dowodu jest Leibnizjańska teoria doskonałości \mathbf{TN}' .

BIBLIOGRAFIA

- Blackburn S. (1994/2004), Blackburn S., *Oksfordzki słownik filozoficzny*, Książka i Wiedza, Warszawa.
- Gilson E. (1955/1987), *Historia filozofii chrześcijańskiej w wiekach średnich*, Instytut Wydawniczy PAX, Warszawa.
- Hartshorn C. (1965), *Anselm's Discovery. A Re-Examination of the Ontological Proof for God's Existence*, La Salle: Open Court.
- Mackie J.L. (1982/1997), *Cud teizmu. Argumenty za istnieniem Boga i przeciw istnieniu Boga*, Wyd. Naukowe PWN, Warszawa.
- Malcolm N. (1960/1997), „Argumenty ontologiczne Anzelmą”, w: red. B. Chwedeńczuk, *Filozofia religii*, Wyd. Spacja, Warszawa, s. 101-121.
- Perzanowski J. (1995), „O wskazanych przez Ch. Hartshorne'a modalnych krokach w dowodzie ontologicznym św. Anzelmą”, w: *Filozofia/logika — filozofia logiczna 1994*, red. J. Perzanowski, A. Pietruszczak, C. Mordka, Toruń, s. 77-96.
- Plantinga A. (1974), *The Nature of Necessity*, Oxford Univ. Press, Oxford.