Jerzy Pogonowski

Cztery monografie Romana Murawskiego

Filozofia Nauki 21/2, 185-200

2013

Filozofia Nauki
Rok XXI, 2013, Nr 2(82)

RECENZJE

Jerzy Pogonowski

Cztery monografie Romana Murawskiego

Każdemu, kto interesuje się filozofią i historią matematyki oraz logiki, znane są liczne prace autorstwa Romana Murawskiego: monografie *Funkcje rekurencyjne i elementy metamatematyki. Problemy zupełności, rozstrzygalności, twierdzenia Gödla* (oraz jej angielska znacznie rozszerzona wersja) oraz *Filozofia matematyki*, monografia *Mechanization of reasoning in a historical perspective* (wspólnie z Witoldem Marciszewskim), antologie tekstów klasycznych i współczesnych z tej dziedziny, podręczniki logiki matematycznej, teorii mnogości i wstępu do matematyki. Ów wybitny matematyk i filozof opublikował ostatnio cztery kolejne monografie:

Essays in the Philosophy and History of Logic and Mathematics. Rodopi, Amsterdam, New York 2010. Seria: Poznań Studies in the Philosophy of the Sciences and the Humanities 98. Przedmowa: Jan Woleński. 343 strony. ISBN 978-90-420-3090-9, ISSN 0303-8157

Logos and Máthēma. Studies in the Philosophy of Mathematics and History of Logic. Peter Lang GmbH Internationaler Verlag der Wissenschaften, Frankfurt am Main 2011. Seria: Polish Contemporary Philosophy and Philosophical Humanities 1 (edited by Jan Hartman). 338 stron. ISBN 978-3-631-61804-2, ISSN 2191-1878

Philosophie der Mathematik. Współautor: Thomas Bedürftig. Walter de Gruyter GmbH & Co. KG, Berlin/New York 2010. 322 strony. ISBN 978-3-11-019093-9, e-ISBN 978-3-11-022060-5

Filozofia matematyki i logiki w Polsce międzywojennej. Monografie Fundacji na rzecz Nauki Polskiej, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń 2011. 253 strony. ISBN 978-231-83-2670-6

Pierwsze dwie pozycje są zbiorami artykułów. Trzecia stanowi omówienie wybranych głównych kierunków w filozofii matematyki, zarówno tych dawniejszych, jak i najbardziej współczesnych. Czwarta — zgodnie z tytułem — ukazuje panoramę dokonań w refleksji nad logiką i matematyką w Polsce w jednym z najbardziej interesujących okresów rozwoju logiki i podstaw matematyki. Nawet u najbardziej twórczych uczonych jest wielką rzadkością opublikowanie — w dwóch kolejnych latach — czterech monografii. Wszystkie z nich wydały prestiżowe, liczące się na rynku wydawnictwa, trzy pierwsze (napisane w językach kongresowych) dostępne są całej światowej wspólnocie akademickiej, trzecia doczekała się drugiego rozszerzonego wydania (dodano uwagi o: różnicy między prawdą a dowodliwością, filozoficznych problemach zastosowań matematyki, pojęciu kontinuum), przygotowywane jest angielskie tłumaczenie czwartej. Niniejszy tekst jest recenzją tych pozycji. Dodajmy, że obszernie o twórczości Romana Murawskiego pisaliśmy w opublikowanej niedawno poświęconej mu księdze pamiątkowej:

Światy matematyki. Tworzenie czy odkrywanie? Księga Pamiątkowa ofiarowana Profesorowi Romanowi Murawskiemu. Redakcja naukowa: Izabela Bondecka-Krzykowska, Jerzy Pogonowski. Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2010. Seria: *Filozofia i Logika* **107**. 366 stron. ISBN 978-83-232-2150-0, ISSN 0083-4246

Pierwsze dwie z powyższych pozycji zawierają łącznie 38 prac Romana Murawskiego (kilka we współautorstwie) poświęconych: ogólnym problemom filozofii matematyki, historii logiki i matematyki, programowi Hilberta i problemom niezupełności oraz dokonaniom polskich uczonych w dziedzinie logiki i filozofii matematyki. Autor odnosi się ze znawstwem do wybranych problemów ze wspomnianych dziedzin, które stale zaprzątają uwagę zarówno najtęższych umysłów, jak i rzesz tych, którzy owe królewskie nauki podziwiają i próbują zgłębiać. Poniżej omawiamy nieco dokładniej treść tych prac, tutaj, tytułem wstępu powiedzmy jedynie, że tak subtelnych analiz tych trudnych problemów mógł dokonać tylko taki badacz, który — jak właśnie Roman Murawski — łączy kompetencje matematyka, logika oraz filozofa. Podkreślić też należy oryginalność tych analiz. Autor nie referuje jedynie poglądów innych, ale przede wszystkim przedstawia pomysły własne, głęboko przemyślane i ukazujące w wielu przypadkach w całkiem nowej perspektywie rozważane zagadnienia. Takie *nowe spojrzenie* w filozofii matematyki porównać można, naszym zdaniem, z rewolucyjnymi odkryciami w naukach ścisłych. Ono bowiem również ukazuje pewne nowe, dotąd niedostrzegane aspekty świata i procesu jego poznawania.

ESSAYS IN THE PHILOSOPHY AND HISTORY OF LOGIC AND MATHEMATICS

Monografia zawiera 18 prac Romana Murawskiego. Najpierw powiemy po kilka zdań na temat każdego z artykułów w niej zamieszczonych.

I. W pierwszej części tomu zebrano prace dotyczące filozofii matematyki:

1. *Cantor's Philosophy of Set Theory*. Analizując wypowiedzi Cantora, Autor przedstawia początki i rozwój jego teorii zbiorów. Szczególną uwagę poświęca poglądom Cantora dotyczącym nieskończoności w różnych jej odmianach.

2. *Leibniz's and Kant's Philosophical Ideas vs. Hilbert's Program*. Autor omawia nawiązywanie przez Hilberta (w jego słynnym programie) do pewnych idei Kanta. Wskazuje na możliwe wpływy Leibniza (zwłaszcza na Gödla), jeśli chodzi o stosowanie metod infinitarnych.

3. *Truth vs. Provability. Philosophical and Historical Remarks*. Artykuł dotyczy głównie poglądów Hilberta oraz Gödla na temat różnic między pojęciami wymienionymi w tytule.

4. *Philosophy of Mathematics in the 20th Century. Main Trends and Doctrines*. Autor omawia, z konieczności w znacznym skrócie, tradycyjną triadę w filozofii matematyki (logicyzm, formalizm, intuicjonizm). Artykuł zawiera informacje o nowszych tendencjach: quasi-empiryzmie, strukturalizmie matematycznym, matematyce ujmowanej jako system kulturowy.

5. *On New Trends in the Philosophy of Mathematics*. Omówione zostają poglądy Lakatosa, Wildera, Hersha, Shapiro. Zwraca się uwagę na zmianę w strategii uprawiania filozofii matematyki: obecnie nie szuka się już niepodważalnych podstaw matematyki, lecz raczej stara się pokazać rzeczywiste procesy uczestniczące w tworzeniu i uprawianiu matematyki.

6. *Remarks on the Structuralistic Epistemology of Mathematics*. (Współautorka: Izabela Bondecka-Krzykowska). Omówiono odmiany współczesnego strukturalizmu matematycznego. Zwrócono uwagę na wiele trudności koncepcji strukturalistycznych w objaśnianiu praktyki badawczej matematyki.

7. *From the History of the Concept of Number*. (Współautor: Thomas Bedürftig). Autorzy śledzą ewolucję poglądów na temat pojęcia liczby (Platon, Arystoteles, Mikołaj z Kuzy, Kartezjusz, Gauss, Cantor, Dedekind, Peano, Russell, Frege, Hilbert, Brouwer, Piaget, Damerow, Lorenz). Przedstawiają także swoje własne poglądy na temat statusu tego pojęcia.

8. *Church's Thesis and Its Epistemological Status*. Przedstawiono wybrane poglądy na temat statusu Tezy Churcha–Turinga: czy jest to definicja, hipoteza, twierdzenie, czy też stwierdzenie, które nie może zostać udowodnione.

9. *Phenomenology and Philosophy of Mathematics*. Omówione zostały poglądy kilku fenomenologów (Edmund Husserl, Hermann Weyl, Oskar Becker) dotyczące podstaw matematyki oraz specyfiki poznania matematycznego. Większa część artykułu poświęcona została poglądom Kurta Gödla — Autor przypomina, że Gödel studiował prace Husserla, widział w fenomenologii pewne wsparcie dla głoszonego przez siebie samego platonizmu. Autor analizuje też metody wymienione przez Gödla, gdy ten pisał o możliwościach poznania rzeczywistości matematycznej (wnioskach na poziomie elementarnym, owocności w zastosowaniach, mocy objaśniającej oraz systematyczności).

II. Na część drugą tomu złożyły się artykuły poświęcone historii logiki i matematyki:

1. *Hoene-Wroński — Genius or Madman?* Omówiono życiorys, poglądy filozoficzne oraz prace matematyczne Józefa Marii Hoene-Wrońskiego.

2. *Grassmann's Contribution to Mathematics*. Omówione zostały prekursorskie prace Grassmanna w algebrze, które dopiero znacznie później zyskały uznanie oraz powszechną akceptację. Autor przypomina również wyniki Grassmanna w podstawach arytmetyki liczb naturalnych.

3. *Giuseppe Peano and Symbolic Logic*. Ukazanie Peana jako jednego z pionierów logiki matematycznej. Porównanie jego aksjomatyki dla liczb naturalnych z podejściem proponowanym przez Dedekinda. Wspomina się o pracach lingwistycznych Peana.

4. *E.L. Post and the Development of Logic*. Omawia się osiągnięcia Posta związane z ustalaniem wybranych ważnych własności metalogicznych, a także te jego prace, które stanowią początki współczesnej teorii rekursji. Przywołuje się też poglądy filozoficzne Posta.

5. *John von Neumann and Hilbert's School*. Przedstawienie najważniejszych dokonań von Neumanna w podstawach matematyki: jego aksjomatyzacji teorii mnogości, ustaleń dotyczących liczb porządkowych i kardynalnych, dowodu niesprzeczności fragmentu arytmetyki liczb naturalnych. Przedstawienie reakcji von Neumanna na odkrycia Gödla.

6. *Contributions of Polish Logicians to Decidability Theory*. Przedstawienie osiągnięć polskich logików oraz matematyków w badaniach poświęconych *Entscheidungsproblem*. Obok przypomnienia szeroko znanych wyników Tarskiego i Mostowskiego Autor informuje o wynikach uzyskanych przez Grzegorczyka, Ehrenfeuchta, Jaśkowskiego, Janiczaka i Pepisa.

7. *Contributions of Polish Logicians to Predicate Calculus*. Omówienie wybranych osiągnięć polskich logików dotyczących klasycznego rachunku predykatów i jego rozszerzeń. Przedstawienie prac Wajsberga, systemu dedukcji naturalnej Jaśkowskiego, metod algebraicznych rozwijanych przez Rasiową i Sikorskiego, wprowadzonych przez Mostowskiego kwantyfikatorach uogólnionych.

8. *The English Algebra of Logic in the 19th Century*. Opis dokonań logików angielskich XIX wieku związanych z nadaniem rozważaniom logicznym postaci algebraicznej. Autor wymienia Hamiltona, De Morgana, Boole'a, Jevonsa, McColla, Venna i krótko charakteryzuje ich prace. Warto też dodać, że oryginalnym osiągnięciem logicznym tego okresu było pierwsze sformułowanie reguły rezolucji oraz prototyp metody tablic analitycznych — dokonał tego Lewis Carroll.

9. *The Development of Symbolism in Logic and Its Philosophical Background*. (Współautor: Thomas Bedürftig). Pokazanie w zwięzłej formie najważniejszych pomysłów dotyczących symboliki logicznej (Arystoteles, Stoicy, Scholastycy, Leibniz, De Morgan, Boole, Peano, Russell, Frege, Łukasiewicz, Schönfinkel, Leśniewski). Całość uzupełniają uwagi o symbolice w matematyce oraz o filozoficznych aspektach posługiwania się symbolami.

Zwięzła i trafna ocena całości materiału tego tomu zawarta została już w *Przedmowie* napisanej przez Jana Woleńskiego — trudno właściwie coś jeszcze dodać do tej charakterystyki. Zwraca się tam uwagę m.in. na następujące sprawy:

1. Roman Murawski od dawna był zainteresowany różnorodnymi aspektami programu Hilberta. W tym tomie poświęca tej problematyce drugi i trzeci z artykułów; w innych swoich pracach pokazuje, iż — wbrew niektórym pochopnym opiniom — twierdzenia Gödla wcale nie przesądzały o fiasku nadziei Hilberta na osadzenie matematyki na podstawach rozumianych w sposób formalistyczny. Wręcz przeciwnie, wybrane wyniki *matematyki odwrotnej* ukazują, że program Hilberta może zostać częściowo zrealizowany.

2. Takie polskie osiągnięcia w logice, jak np.: logiki wielowartościowe Łukasiewicza, systemy Leśniewskiego, prace metamatematyczne i semantyczne Tarskiego, uogólnione kwantyfikatory Mostowskiego, hierarchia funkcji (elementarnie) rekurencyjnych Grzegorczyka są dobrze znane światowej wspólnocie akademickiej. W drugiej części omawianego tomu Roman Murawski pokazuje, że polska logika poszczycić się może innymi jeszcze osiągnięciami, mniej dotąd ogółowi znanymi.

3. Jan Woleński podkreśla, że Roman Murawski przypisany może zostać do szkoły Andrzeja Mostowskiego, która traktowała logikę matematyczną jako część matematyki. Mostowski żądał jednak przy tym, aby rozprawy z logiki matematycznej opatrzone były studiami historycznymi oraz, w miarę możliwości, komentarzami filozoficznymi. Wszystkie te wymagania spełnione są w przypadku prac Romana Murawskiego. Jego artykuły omawiają problemy logiki matematycznej zawsze w kompetentnie opracowanym kontekście historycznym oraz ze wskazaniem problemów filozoficznych z nimi związanych.

Książkę kończy bardzo obszerna, licząca 34 strony bibliografia oraz indeks nazwisk.

LOGOS AND MÁTHĒMA

W tej z kolei monografii zebrano 20 prac autora. Tu także postąpimy tak, jak w wypadku wyżej omówionej monografii, pisząc najpierw po kilka zdań o każdym z artykułów.

I. Pierwszą grupę stanowią prace dotyczące filozofii matematyki w ogólności:

1. *Mathematical Knowledge*. Ten obszerny tekst prezentuje treści, które bardziej szczegółowo omawiane są w monografii Autora *Filozofia matematyki*. Mamy tu zatem lapidarnie ujętą historię poglądów z zakresu filozofii matematyki (Platon, Arystoteles, Kartezjusz, Pascal, Leibniz, Kant, Mill) oraz omówienie kierunków klasycznych: logicyzmu, formalizmu i intuicjonizmu. Nawet osoby, które znają historię filozofii Zachodu oraz najważniejsze fakty z filozofii matematyki, mogą skorzystać z lektury tego tekstu, ponieważ w ciekawy sposób ukazano *związki* między poszczególnymi stanowiskami oraz różnorodne wzajemne wpływy poglądów. Warto zwrócić uwagę na prezentację *nowych* poglądów w filozofii matematyki. Autor podkreśla *otwartość* filozofii matematyki, ale wskazuje też na jej *normatywny* (a nie tylko deskryptywny) charakter.

2. *On the Power and Weakness of the Axiomatic Method*. Artykuł rozpoczynają informacje historyczne dotyczące metody aksjomatycznej (od Platona, Arystotelesa, Euklidesa, przez Kartezjusza i Leibniza, aż do logików i matematyków XIX wieku). Autor wskazuje na jakościowo nowe wyniki uzyskane w wieku XIX, np.: teorię grup, wykazanie niemożności rozwiązania pewnych problemów, niezależność V aksjomatu Euklidesa od pozostałych jego aksjomatów. Wyniki te wpłynęły na to, że za główne zadanie matematyki zaczęto postrzegać przeprowadzanie dowodów, a nie ustanawianie prawd. Autor informuje o wynikach Gödla wraz z komentarzem o ich znaczeniu dla praktyki badawczej matematyków. Omawia się wyniki interpretowane jako orzekające o słabościach metody aksjomatycznej, czyli pewne twierdzenia limitacyjne (np. twierdzenie Löwenheima–Skolema, twierdzenie Tarskiego o niedefiniowalności prawdy arytmetycznej) oraz fakty z teorii mnogości, które również za tym przemawiają (np. niezależność AC oraz GCH od aksjomatów ZF).

3. *Remarks on the Mathematical Universe*. Artykuł przedstawia różne — historycznie poświadczone — odpowiedzi na pytanie, czy obiekty matematyki tworzymy, czy też odkrywamy. Omawia zatem stanowiska: realizmu (Platon, Cantor, Gödel), konceptualizmu (Mikołaj z Kuzy, Kant, Dedekind, Poincaré, Brouwer) oraz stanowiska pośrednie (Arystoteles, Mill). Wskazuje na konsekwencje przyjmowanych stanowisk oraz trudności związane z głoszonymi poglądami. Krótko wspomina też o nominalizmie.

4. *Structuralism and Category Theory in the Contemporary Philosophy of Mathematics*. (Współautorka: Izabela Bondecka-Krzykowska). Autorzy omawiają dwa podejścia do rozumienia pojęcia *struktury* w matematyce: teorio-mnogościowe oraz teorio-kategoryjne. Wspominają o odmianach pierwszego z tych podejść (strukturalizm *in re*, strukturalizm *ante rem*, strukturalizm modalny). Z kolei przy omawianiu strukturalizmu teorio-kategoryjnego przywołuje się poglądy Steve'a Awodeya. Wedle autorów teoria kategorii stanowi język użyteczny do mówienia o strukturach matematycznych, ale sama nie jest środkiem do „robienia" matematyki na sposób strukturalny (cudzysłów autorów).

II. Druga grupa artykułów dotyczy Programu Hilberta wobec zagadnień niezupełności:

1. *Hilbert's Program: Incompleteness Theorems vs. Partial Realizations*. Autor wychodzi od oryginalnych sformułowań programu Hilberta w jego początkowej postaci. Pokazuje, w jakim sensie możemy mówić, że wyniki dotyczące niezupełności oraz niedowodliwości niesprzeczności świadczą o niemożności zrealizowania w całości owej pierwotnej wersji programu. Podaje przykłady zdań (o treści matematycznej) nierozstrzygalnych w PA. Krótko informuje, czym jest arytmetyka drugiego rzędu. Wreszcie, przypomina podstawowe wyniki z tzw. matematyki odwrotnej, które świadczą na rzecz możności częściowej realizacji programu Hilberta.

2. *On the Distinction Proof-Truth in Mathematics*. Przypomnienie propozycji Hilberta leżących u podstaw jego *Beweistheorie*. Autor komentuje fakt „odżegnywania się" przez Gödla od używania pojęcia prawdziwości w sformułowaniu jego

twierdzenia o niezupełności. Podaje wybrane informacje dotyczące rozszerzeń PA za pomocą użyć ω-reguły. Wreszcie, omawia rolę klas spełniania w charakterystyce systemu ω-logiki.

3. *Reactions to the Discovery of the Incompleteness Phenomenon*. Autor dokonuje przeglądu reakcji (logików, matematyków, filozofów) na odkrycia Gödla dotyczące niezupełności oraz niedowodliwości niesprzeczności. Są to zarówno reakcje tych, którzy owe twierdzenia od razu zrozumieli, jak też tych, którzy bądź wykazali całkowity brak zrozumienia, bądź uwikłali się w niepotrzebne polemiki.

4. *Gödel's Incompleteness Theorems and Computer Science*. Przedstawienie argumentacji Lukasa (o wyższości ludzkiego intelektu nad możliwościami maszyn Turinga). Autor streszcza poglądy Kurta Gödla dotyczące *Mind-Body Problem*. Wspomina także komentarze Chaitina oraz uwagi samego Gödla sugerujące, że matematyka jest może bliższa naukom empirycznym niż dotychczas sądzono.

5. *The Present State of Mechanized Deduction, and the Present Knowledge of Its Limitations*. Omówione zostały klasyczne już dziś ustalenia w dziedzinie automatycznej dedukcji, a więc metoda rezolucji oraz algorytmy unifikacji. Krótko informuje się o wybranych bardziej współczesnych rozwiązaniach. Zwrócono uwagę na pewne istotne (z punktu widzenia praktycznej realizacji obliczeń) ograniczenia niektórych metod. W szczególności, przytoczono przykład podany przez Boolosa ukazujący fizyczne ograniczenia dowodowe logiki pierwszego rzędu.

6. *On Proofs of the Consistency of Arithmetic*. Przypomnienie wyników Ackermanna, von Neumanna, Herbranda, Hilberta i Bernysa, Löba oraz Gentzena dotyczących dowodliwości niesprzeczności arytmetyki liczb naturalnych lub fragmentów tej teorii.

7. *Decidability vs. Undecidability. Logico-Philosophico-Historical Remarks*. Przedstawienie początków formułowania *Entscheidungsproblem* i pierwszych wyników na ten temat. Autor dokonuje przeglądu ustaleń dotyczących rozstrzygalności bądź nierozstrzygalności wybranych ważnych teorii matematycznych.

8. *Undefinability of Truth. The Problem of the Priority: Tarski vs. Gödel*. Przywołanie różnych opinii (w tym Gödla oraz Tarskiego) na temat pierwszeństwa w dowodzeniu niedefiniowalności w arytmetyce predykatu prawdy. Autor podaje też swoją interpretację sporu o priorytet w tej sprawie.

9. *Troubles With (the Concept of) Truth in Mathematics*. Omówienie różnych możliwości rozumienia predykatu prawdziwości (dla teorii typu PA lub jej rozszerzeń). Przypomnienie ustaleń dotyczących niejednoznaczności (oraz innych patologii) klas spełniania.

III. Trzecią grupę tworzą artykuły poświęcone filozofii matematyki w Polsce:

1. *The Philosophy of Hoene-Wroński.* Przedstawienie poglądów filozoficznych Hoene-Wrońskiego, mesjanisty łączącego myśl racjonalistyczną z myślą romantyczną. Autor pisze o systemie filozoficznym Hoene-Wrońskiego, jego rozumieniu historii oraz o recepcji jego poglądów przez współczesnych.

2. *Philosophical Reflection on Mathematics in Poland in the Interwar Period*. Autor wykazuje, że logicy i matematycy polscy omawianego okresu bardzo dobrze znali bieżące osiągnięcia matematyki światowej. Traktowali logikę i matematykę jako autonomiczne dyscypliny, niezależne od filozoficznej nad nimi refleksji. Oddzielali wyraźnie praktykę badawczą w logice i matematyce od jakichkolwiek założeń filozoficznych. Akceptowali wszelkie poprawne metody w owej praktyce, w tym również infinitarne.

3. *Philosophy of Mathematics in the Warsaw Mathematical School*. Przedstawienie działalności Sierpińskiego, Janiszewskiego i Mazurkiewicza, nie tylko ich samodzielnych osiągnięć badawczych, lecz także poglądów na całość matematyki oraz — przede wszystkim — ich działań zmierzających do utworzenia i rozwoju szkoły matematycznej w Polsce. Poszczególne fakty podane przez autora są znane w polskim środowisku matematycznym, ważne jest jednak, aby prezentować je również światowej społeczności akademickiej.

4. *Andrzej Mostowski on the Foundations and Philosophy of Mathematics*. (Współautor: Jan Woleński). Autorzy szkicują najpierw tło, pisząc o cechach wyróżniających warszawską szkołę matematyczną. Omawiając poglądy Andrzeja Mostowskiego, Autorzy podkreślają jego swoistą niechęć do jednoznacznych filozoficznych deklaracji: Mostowski starał się zawsze wskazywać raczej na całą gamę możliwości. Zdarzało mu się czasem wyrażać sympatię dla poglądów konstruktywistycznych czy też głoszących empiryczne podstawy genezy nauk formalnych. Autorzy nieco szerzej przytaczają poglądy Mostowskiego dotyczące podstaw teorii zbiorów.

IV. W ostatniej grupie artykułów znalazły się prace poświęcone logice matematycznej w Polsce:

1. *Stanisław Piątkiewicz and the Beginnings of Mathematical Logic in Poland*. (Współautor: Tadeusz Batóg). Autorzy wskazują na prekursora logiki matematycznej w Polsce — można mianowicie za takiego uważać Stanisława Piątkiewicza (1849-?), który w 1888 roku opublikował pracę *Algebra w logice* zawierającą najważniejsze ustalenia całkiem nowego wówczas algebraicznego ujęcia logiki. Piątkiewicz nie działał w środowisku akademickim, dlatego też jego rozprawa nie została w owym czasie zauważona i doceniona. Jak wiadomo, pierwsze bardziej znane prace z logiki matematycznej w Polsce opublikował Jan Łukasiewicz około 20 lat po ukazaniu się rozprawy Piątkiewicza.

2. *Contributions of Polish Logicians to Recursion Theory*. We wstępie autor pisze krótko o początkach teorii rekursji. Kolejne omawiane tematy dotyczą osiągnięć Polaków w tej dziedzinie. Są to: hierarchia Grzegorczyka, hierarchia Kleenego–Mostowskiego, funkcjonały rekurencyjne (Grzegorczyk), konstruktywne podstawy matematyki (Banach i Mazur, Grzegorczyk), złożoność modeli (Mostowski). Autor przypomina, że Mostowski w 1957 roku udowodnił, iż przy pewnych założeniach każdy rekurencyjny model arytmetyki jest izomorficzny z jej modelem standardowym.

3. *Logical Investigations at the University of Poznań in 1945-1955*. (Współautor: Jerzy Pogonowski). Autorzy omawiają wyniki i poglądy wybitnych polskich logi-

ków pracujących w rozważanym okresie w Uniwersytecie Poznańskim: Kazimierza Ajdukiewicza, Adama Wiegnera, Seweryny Łuszczewskiej-Romahnowej oraz Romana Suszki. Wspomina się o wcześniejszych badaniach logicznych w Poznaniu, przypomina tematy dyskutowane na seminarium Ajdukiewicza. Tekst artykułu był prezentowany przez autorów na konferencji poświęconej pięćdziesięcioleciu *Studia Logica* — jednemu z najważniejszych czasopism logicznych, które założone zostało w Poznaniu właśnie w omawianym okresie.

W zakończeniu książki znajdujemy obszerną (31 stron) bibliografię, notki edytorskie podające źródła, z których pochodzą zamieszczone w tomie prace oraz indeks nazwisk. Czytelnik tej monografii (a także monografii omówionej wcześniej) z pewnością z podziwem i szacunkiem dostrzeże wszechstronne kompetencje autora w filozofii matematyki oraz historii logiki i matematyki. Poszczególne działy obu monografii składają się w spójne całości. Rzecz jasna, zdarzają się w artykułach powtórzenia pewnych sformułowań, jest to jednak spowodowane tym, że pierwotnie każdy artykuł publikowany był osobno gdzie indziej. Za ważny wyróżnik obu ocenianych tu monografii uważamy m.in. to, że prezentując całkiem współczesne poglądy w filozofii matematyki, sytuują je zawsze w szerszym kontekście historycznym, ukazując wzajemne związki między poszczególnymi stanowiskami. Tworzenie samej matematyki oraz refleksja nad nią przedstawione są z zachowaniem dynamiki rozwoju tej dyscypliny.

PHILOSOPHIE DER MATHEMATIK

Jest to autorski wykład filozofii matematyki stanowiący zarówno przegląd najważniejszych stanowisk w tej dyscyplinie, jak również omówienie osobno pewnych wybranych ważnych zagadnień. Czytelnik może dowiedzieć się nie tylko o najważniejszych stanowiskach w historii tej dyscypliny, lecz także zapoznać się z wynikami we współczesnej logice matematycznej i teorii mnogości. Autorzy osobno potraktowali kilka zagadnień, które od stuleci frapują matematyków, logików i filozofów: naturę *nieskończoności*, strukturę *kontinuum* oraz rolę, którą w matematyce odgrywały tajemnicze wielkości *nieskończenie małe*, wreszcie to, jak dochodzono do konstrukcji jednej z najważniejszych struktur matematycznych, a mianowicie *liczb rzeczywistych*. Wyłania się z tego fascynujący obraz zmagań intelektualnych uczonych postawionych w sytuacji konieczności zrozumienia nie tylko otaczającego nas świata, lecz także samego Rozumu ów świat — oraz, co jeszcze trudniejsze, samego siebie — próbującego pojąć. Podkreślić także należy, że wykład obejmuje dzieje filozofii matematyki z włączeniem nurtów współczesnych, a więc jest również raportem z tego, co napotykamy dzisiaj na granicy Poznanego i Niepoznanego.

Pierwszy rozdział (*Na drodze ku liczbom rzeczywistym*) adresowany jest głównie do tych, którzy mniemają, że liczby rzeczywiste to to samo, co kontinuum geometryczne. Autorzy piszą o niewymierności, niewspółmierności, jednym ze sformułowań aksjomatu zupełności, rozróżnieniu między *prostą liczbową* a *kontinuum geo-*

metrycznym. Wskazują na pewne trudności (może raczej: uprzedzenia) natury pojęciowej, z którymi uporać się trzeba przy posługiwaniu się nieskończonością *aktualną*. Nie wspominają jednak w tym wstępnym rozdziale — co trochę dziwi — o roli teorii proporcji Eudoksosa w dochodzeniu do pojęcia wielkości, a potem liczby rzeczywistej. Krótkie uwagi o Eudoksosie, jego teorii proporcji, metodzie wyczerpywania znajdujemy w rozdziale drugim, na stronie 30 oraz na stronie 73 przy okazji omawiania poglądów Dedekinda.

Rozdział drugi to chronologiczny przegląd stanowisk w filozofii matematyki. Omawiane są poglądy: Pitagorasa i Pitagorejczyków, Platona, Arystotelesa, Euklidesa, Proklosa, Mikołaja z Kuzy, Kartezjusza, Pascala, Leibniza, Kanta, Milla (i empirystów), Bolzany, Gaussa, Cantora, Dedekinda i Poincarégo. Dalej przedstawiono zwięźle zarówno klasyczne stanowiska w filozofii matematyki (logicyzm, intuicjonizm, konstruktywizm, formalizm), jak i stanowiska bardziej współczesne, z wyszczególnieniem okresu od 1931 roku do lat pięćdziesiątych XX wieku, stanowiska ewolucyjnego (Damerow) oraz wybranych stanowisk po 1960 roku. Uwzględniono koncepcje quasi-empiryczne (Lakatos, Wilder) oraz omówiono spór realizmu z antyrealizmem. Polscy czytelnicy znający kolejne wydania monografii Romana Murawskiego *Filozofia matematyki. Zarys dziejów* niech nie dadzą się zwieść temu, że w *Philosophie der Mathematik* wyliczeni są dokładnie ci sami poprzednicy współczesnych stanowisk, co właśnie w owej polskiej pracy. Rozdział drugi monografii niemieckiej nie jest po prostu tłumaczeniem tekstu polskiego. Powtórzone zostają podstawowe informacje, jednak w monografii *Philosophie der Mathematik* zostają one opatrzone licznymi wnikliwymi komentarzami oraz trafnymi cytatami z dzieł omawianych myślicieli. Tak więc, uzyskujemy o wiele bogatszy w treści przegląd wymienionych stanowisk.

Wybór przedstawicieli poprzedników współczesnych poglądów jest reprezentatywny dla ukazania rozwoju koncepcji w filozofii matematyki. Oczywiście, każdy z nas ma swoich ulubionych filozofów i chciałby może, aby to właśnie im, kosztem innych, poświęcić więcej uwagi. Taki wybredny czytelnik musi jednak sięgnąć do opracowań bardziej szczegółowych, poświęconych w całości poglądom wybranej postaci. Niezależnie jednak od osobistych upodobań pewne nazwiska powinny się pojawić w każdym omówieniu zagadnień z filozofii matematyki, pewne wyniki matematyczne oraz związana z nimi refleksja filozoficzna powinna zostać odnotowana. Do takich *wielkich pominiętych* w książce Bedürftiga i Murawskiego należą niewątpliwie Pierre-Simon Laplace i Joseph-Luis Lagrange — nie chodzi tu o ich zasługi matematyczne, w obu wypadkach wielce doniosłe i to na wielu obszarach matematyki, lecz o to, że wyniki te miały także wielkie znaczenie dla tworzonego ówcześnie obrazu świata oraz dla rozumienia najbardziej podstawowych pojęć matematyki. Naszym zdaniem autorzy potraktowali też trochę zbyt zdawkowo Archimedesa oraz Newtona — również dokonania matematyczne tych myślicieli miały przemożny wpływ na pojmowanie roli niektórych metod stosowanych w matematyce. Nie znajdujemy w książce — zapewne przez przeoczenie — wspomnienia Teajteta oraz Talesa, nie ma też Bernharda Riemanna (a przecież dość powszechnie uważa się Hipotezę Riemanna za jeden z najważniejszych nierozwiązanych problemów matematyki). Natomiast ze współczesnych wybitnych filozofów, którzy wypowiadali się o filozofii matematyki, zabrakło nam wspomnienia Jaakko Hintikki oraz Paula Benaceraffa (nie ma w bibliografii bardzo często cytowanego zbioru *Philosophy of Mathematics: Selected Readings* pod redakcją Paula Benaceraffa i Hilarego Putnama, nie ma też znanego tomu *From Kant To Hilbert: A Source Book In The Foundations Of Mathematics* pod redakcją Wiliama Bragga Ewalda; upominamy się tu o nie ze względu na rolę, którą pełniły — i nadal pełnią — jako zbiory tekstów źródłowych dla wszystkich studiujących dzieje filozofii matematyki).

Rozdział trzeci (*O podstawowych problemach filozofii matematyki*) rozpoczyna krótki przegląd poglądów dotyczących pojęcia liczby naturalnej. Wspomnijmy przy tej okazji, że stosunkowo niedawno autorzy opublikowali wspólną pracę: *Zählen — Grundlage der elementaren Mathematik* (Hildesheim 2001), w której temat ten omawiają o wiele bardziej szczegółowo. W rozdziale trzecim następuje przedstawienie wybranych poglądów na temat nieskończoności w matematyce. Znajdujemy informacje o stanowiskach filozoficznych (logicyzm, intuicjonizm, empiryzm, formalizm), poglądach filozofów (Arystoteles, Kant) oraz samych matematyków (Cantor, Hilbert). Nieskończoność objawia się, jak wiadomo, na wiele różnych sposobów w matematyce. Mówimy o zbiorach i ciągach nieskończonych, przejścia graniczne wykorzystują pojęcie nieskończoności, w pewnych systemach geometrii mowa jest o punktach w nieskończoności, rozważamy operacje na nieskończonych szeregach itd. Osobnym tematem tego rozdziału jest (klasyczne) kontinuum oraz wielkości nieskończenie małe. Poglądy na ten temat ulegały w matematyce ewolucji. Dla jednych kontinuum było nieskończenie podzielne, inni z kolei sądzili, iż w jakiś sposób składa się (scala się) z niepodzielnych atomów. Autorzy zdają sprawę z tej ewolucji poglądów. Omawiają „dole i niedole" owych nieskończenie małych wielkości, które zrazu pojawiają się w rozważaniach matematycznych (np. w ujęciu Leibniza rachunku różniczkowego i całkowego lub w poglądach Cavalieriego) i żyją sobie spokojnie (jak było to np. przez cały wiek XVIII), choć nie bardzo wiadomo, czym właściwie są, po czym zostają unicestwione w programie arytmetyzacji analizy w wieku XIX, aby powrócić na nowo — tym razem w matematycznie precyzyjnej postaci — w analizie niestandardowej w połowie wieku XX. Autorzy komentują problem współczesnego ujęcia klasycznego kontinuum, jego związek ze zdefiniowanym zbiorem wszystkich liczb rzeczywistych oraz fakt, że nie myślimy już dzisiaj o matematyce jako nauce o wielkościach, lecz raczej — w arytmetyce i algebrze — mówimy o strukturach liczbowych. O tej ostatniej sprawie autorzy mogliby, naszym zdaniem, dodać nieco więcej, ukazując czytelnikowi triumf we współczesnej matematyce myślenia algebraicznego, którego początki tkwią w rewolucyjnej zmianie sposobu postrzegania algebry, dokonanej w wieku XIX. Wtedy to przestano myśleć o tej dyscyplinie jako o zajmującej się jedynie rozwiązywaniem równań, a zaczęto uważać ją za dziedzinę badającą różnorodne struktury matematyczne. Natomiast przy omawianiu historii wielkości nieskończenie małych warto byłoby wspomnieć nazwiska Wallisa, Keislera oraz Luxemburga (dwaj ostatni znacznie przyczynili się do rozwoju i popularyzacji analizy niestandardowej zapoczątkowanej przez Abrahama Robinsona). W zakończeniu rozdziału trzeciego autorzy powracają do pojęcia liczby, ukazując teraz problemy z rozdziału pierwszego w świetle ustaleń z rozdziału trzeciego.

Rozpoczynając rozdział czwarty (*Zbiory i teorie mnogości*), autorzy zwięźle, acz z wielką kompetencją i elegancją, przedstawiają początki teorii mnogości lub raczej drogi do teorii mnogości. Czytelnik dowiaduje się, jakie idee poprzedzały Cantorowską teorię mnogości. Potem następuje omówienie aksjomatyk teorii mnogości Zermela–Fraenkla oraz teorii mnogości von Neumanna–Bernaysa–Gödla. Informuje się o pewnych własnościach tych teorii oraz o ich modyfikacjach. Osobno omawiany jest aksjomat wyboru, hipoteza kontinuum, aksjomat determinacji i kwestia jego niezgodności z aksjomatem wyboru. Autorzy wspominają również o problematyce poszukiwania całkiem nowych aksjomatów dla teorii mnogości, które to poszukiwania po części motywowane są ustaleniami Gödla i Cohena, pokazującymi niezależność zarówno aksjomatu wyboru, jak i hipotezy kontinuum od pozostałych aksjomatów teorii mnogości Zermela–Fraenkla. W tym kontekście wymieniono aksjomaty istnienia dużych liczb kardynalnych związane z *siłą niesprzeczności* teorii nierozstrzygające jednak niczego w kwestii samej hipotezy kontinuum. Pewne nowo odkryte zdania nierozstrzygalne w teorii mnogości dostarczają wskazówek, zgodnie z którymi dla uprawiania matematyki dotyczącej obiektów skończonych potrzebne są także nieskończone piętra Cantorowskiej pozaskończonej hierarchii zbiorów. Z drugiej strony przypominają autorzy, zgodnie z twierdzeniem Kreisela teoria Zermela–Fraenkla wraz z aksjomatem wyboru oraz uogólnioną hipotezą kontinuum w zakresie zdań dotyczących jedynie liczb naturalnych jest konserwatywnym rozszerzeniem samej teorii Zermela–Fraenkla: ani ten aksjomat, ani ta hipoteza nie dostarczają o liczbach naturalnych więcej informacji, niż dostarcza ich sama teoria Zermela–Fraenkla. W rozdziale tym omawia się jeszcze rolę i status aksjomatu konstruowalności Gödla, a także dodaje kilka uwag filozoficznych dotyczących zbiorów.

Rozdział piąty (*Aksjomatyka i logika*) jest świetnym lapidarnym wprowadzeniem w problematykę współczesnej logiki matematycznej, która łącznie z teorią mnogości służy obecnie za podstawy całej matematyki. Autorzy prezentują podstawowe konstrukcje syntaktyczne i semantyczne, przywołują kilka fundamentalnych wyników metalogicznych, dodają uwagi o historii logiki oraz metody aksjomatycznej, która od samego początku tej dyscypliny stanowiła wzorzec postępowania. Jako dalsze przykłady teorii aksjomatycznych (obok wcześniejszych teorii mnogości) przywołują arytmetykę liczb naturalnych Peana, arytmetykę drugiego rzędu oraz aksjomatyczną teorię liczb rzeczywistych Hilberta–Tarskiego.

Tekst książki zamyka krótki rozdział szósty (*Rzut oka wstecz*) podsumowujący dokonane ustalenia oraz kreślący poglądy autorów na to, czym jest filozofia matematyki i jakim celom ma służyć. W dodatku znajdujemy krótkie biogramy, bibliografia obejmuje 211 pozycji, książkę kończą indeksy: nazwisk, symboli oraz pojęć.

FILOZOFIA MATEMATYKI I LOGIKI W POLSCE MIĘDZYWOJENNEJ

Ostatnia z omawianych pozycji traktuje o filozofii matematyki i logiki w Polsce w okresie dwudziestolecia międzywojennego. Był to bardzo szczególny okres w historii Polski, odzyskującej po długiej niewoli samodzielność państwową, z czym wiązał się wspaniały rozwój polskiej kultury i nauki. Był to też czas, gdy polska logika i niektóre działy matematyki znajdowały się w czołówce światowej — nigdy przedtem ani potem sytuacja taka się nie zdarzyła. Wtedy właśnie powstały Polska Szkoła Matematyczna oraz Lwowsko-Warszawska Szkoła Filozoficzna (pisane właśnie wielką literą jako nazywające niepowtarzalne fenomeny kulturowe), niepoślednią rolę odgrywał też akademicki ośrodek krakowski. Monografia Romana Murawskiego przedstawia sylwetki najwybitniejszych logików i matematyków polskich tego okresu wraz z analizą żywionych przez nich przekonań filozoficznych. Autor stawia wiele ważkich pytań dotyczących interpretacji tych poglądów, roli, jaką odegrały w tworzeniu programów badawczych w samej logice i matematyce, a także wpływu osiąganych wyników matematycznych i logicznych na formułowane stanowiska filozoficzne. Analizy te są bezcenne dla należytego zrozumienia przyczyn wielkiego i niepowtarzalnego sukcesu kulturowego, jakim była polska logika i matematyka w dwudziestoleciu międzywojennym. Swoje rozważania i refleksje Autor dokumentuje, cytując — w większości bardzo trudno już dzisiaj dostępne — oryginalne wypowiedzi omawianych postaci. Uzupełnia je, kreśląc tło historyczne i informując o dokonaniach wcześniejszych polskich uczonych. Podaje biogramy opisywanych w książce postaci, dostarcza też bardzo rzetelnej bibliografii prac z rozważanego okresu. Doprawdy, niewiele znam rozpraw z historii nauki, w szczególności polskiej nauki, które byłyby tak błyskotliwe i gruntowne w prezentacji zagadnień o fundamentalnym znaczeniu dla kultury i przy tym zagadnień, do których dotarcie wiąże się z wielkim wysiłkiem badawczym — nie są to bowiem rezultaty, do których mielibyśmy powszechny i łatwy dostęp, jak rzecz się ma współcześnie za sprawą ogólnej dostępności Internetu. Omawiana monografia powstała w ramach przyznanego Romanowi Murawskiemu subsydium profesorskiego Fundacji na rzecz Nauki Polskiej, uzyskała też wyróżnienie w programie Monografie Fundacji na rzecz Nauki Polskiej. Nie jest jedynie przedstawieniem po kolei poglądów logików, filozofów i matematyków polskich, wyrażanych w rozpatrywanym okresie. Prezentacja owych poglądów jest bowiem podporządkowana pytaniom natury metodologicznej, które autor wylicza we wstępie, a które warto tutaj przypomnieć (cytujemy sformułowania autora *Wstępu*, s. 9–10):

1. Czy badania w zakresie matematyki i logiki prowadzone w Polsce w okresie międzywojennym były powiązane z jakimiś koncepcjami filozoficznymi, dokładniej metodologicznymi czy ogólniej epistemologicznymi, czy u ich źródeł leżały jakieś motywacje i przekonania filozoficzne, czy też były to dziedziny autonomiczne? 2. Jeśli były to dziedziny autonomiczne, to jakie były „prywatne” preferencje filozoficzne ich twórców i dlaczego nie wywierały one żadnego wpływu na same badania

w zakresie matematyki i logiki? 3. Jeśli zaś badania logiczne i matematyczne bazowały na pewnych założeniach natury filozoficznej, to na jakich? 4. Czy ścisła współpraca filozofów z matematykami i logikami w okresie międzywojennym w Polsce (a miała ona także wymiar instytucjonalny, a nie tylko osobisty i prywatny) nie wymuszała zainteresowania się tych drugich kwestiami filozoficznymi? 5. Czy osiągnięcia i wyniki w zakresie matematyki, a zwłaszcza logiki stanowiły punkt wyjścia do formułowania jakichś koncepcji filozoficznych dotyczących tych dziedzin? 6. Czy powstały w Polsce jakieś oryginalne koncepcje w zakresie matematyki i logiki? 7. Jaki był stosunek logików i matematyków oraz filozofów polskich do stworzonych i intensywnie rozwijanych na świecie w pierwszej połowie XX wieku koncepcji w zakresie filozofii matematyki i logiki, a mianowicie logicyzmu, intuicjonizmu i formalizmu?

Cztery rozdziały książki grupują rozważane zagadnienia w osobne tematy: *Poprzednicy*. Do najważniejszych postaci, które powinny zostać uwzględnione, autor zaliczył: Jana Śniadeckiego, Józefa Marię Hoene-Wrońskiego, Samuela Diksteina oraz Edwarda Stamma. *Polska Szkoła Matematyczna*. Autor osobno pisze o postaciach Warszawskiej Szkoły Matematycznej (Wacław Sierpiński, Zygmunt Janiszewski, Stefan Mazurkiewicz) oraz przedstawicielach Lwowskiej Szkoły Matematycznej (Hugo Steinhaus, Stefan Banach, Eustachy Żyliński, Leon Chwistek). *Lwowsko-Warszawska Szkoła Filozoficzna*. Autor wybrał osiem postaci: Jana Łukasiewicza, Zygmunta Zawirskiego, Stanisława Leśniewskiego, Tadeusza Kotarbińskiego, Kazimierza Ajdukiewicza, Alfreda Tarskiego, Andrzeja Mostowskiego oraz Henryka Mehlberga. Dwaj ostatni zaliczani są do *drugiego pokolenia* Szkoły, Zawirski działał co prawda we Lwowie, Poznaniu i Krakowie, ale ze Szkołą był przez cały czas związany. *Ośrodek Krakowski*. Tu autor wymienia: Jana Sleszyńskiego, Stanisława Zarembę oraz Witolda Wilkosza.

Omawianie poglądów wymienionych postaci podporządkowane jest, jak już wspomniano, celom wyłuszczonym we wstępie książki, czyli próbom udzielenia odpowiedzi na postawione wyżej pytania. Oczywiście, celem tej recenzji nie może być sprawozdanie wszystkich ustaleń poczynionych przez autora, postaramy się zwrócić uwagę na niektóre z nich. Pisząc o polskich poprzednikach szkół działających w okresie międzywojennym, autor kilkakrotnie podkreśla zarówno ich dobrą znajomość matematyki im współczesnej, jak i nowoczesne — na miarę epoki — nastawienie metodologiczne. Zwraca też uwagę na ich działalność popularyzującą dyscypliny matematyczne, co niewątpliwie mogło po części przygotować grunt pod późniejsze osiągnięcia polskich matematyków. Omawiając w rozdziale drugim Polską Szkołę Matematyczną, autor dobitnie podkreśla znany skądinąd fakt, że jej sukcesy uwarunkowane były m.in. prowadzoną z rzetelnym namysłem *polityką naukową*. Powołując np. czasopismo *Fundamenta Mathematicae* i nadając mu wyraźny profil tematyczny (przede wszystkim: teoria mnogości i topologia), polscy matematycy nie tylko doprowadzili do skupienia wysiłków badawczych w tych właśnie dziedzinach (ze spektakularnymi, jak wiadomo, polskimi osiągnięciami), lecz także uzyskali możność dostępu do najświeższych pomysłów matematyków zagranicznych, zapraszając ich do publikowania w tym czasopiśmie. Nie chcąc pozostawać w tyle matematyki światowej i pracować w odosobnieniu, z dala *od owych kuźni i kotłów, w których wytwarza się matematyka*, polscy matematycy postanowili stworzyć taką „kuźnię'' u siebie. Zamiar wprowadzono w czyn. Ten z kolei przyniósł błyskotliwe efekty o wielkiej wartości naukowej. Polska matematyka uzyskała prestiż na miarę światową. Nie tylko zresztą w topologii i teorii mnogości, lecz także w analizie funkcjonalnej oraz w dziedzinie zastosowań matematyki.

O fenomenie Lwowsko-Warszawskiej Szkoły Filozoficznej pisano już wielokrotnie, dogłębną jego analizę przedstawił jako pierwszy Jan Woleński (*Filozoficzna szkoła lwowsko-warszawska*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1985). Zarówno Woleński, jak i Murawski przypominają o arcyważnym fakcie z dziejów tej formacji filozoficznej, a mianowicie o wyraźnym, programowym wręcz oddzieleniu osobistych przekonań światopoglądowych od uprawianej twórczości naukowej oraz refleksji filozoficznej. To, że udało się dokonać owej separacji, niewątpliwie miało wpływ na oryginalność wyników badawczych polskich logików, matematyków i filozofów, a ponadto sprawiało, że ich dokonania prezentowane być mogły w jednoznacznej, krystalicznie czystej postaci, bez domieszki niedopowiedzeń, niejasnych sformułowań, poglądów jeno życzeniowych itp. Gdy wyrażano jakiś pogląd osobisty, to wyraźnie to zaznaczano — jak choćby w znanym, wielokrotnie cytowanym fragmencie z Jana Łukasiewicza „W obronie logistyki'', gdzie autor deklaruje, iż w swoich *odkryciach* logicznych dostrzega fragment jakiejś idealnej konstrukcji, o której *Filozof wierzący powiedziałby, że jest w Bogu i jest myślą Jego*. Gdy jednak członkowie Szkoły bywali nagabywani o (rzeczywiste lub jedynie rzekome) rozbieżności między ich poglądami filozoficznymi a praktyką ich pracy badawczej (jak w przypadku Tarskiego, który sympatyzował z nominalizmem, stosując jednocześnie infinitarne metody w swoich badaniach matematycznych, co mogło sugerować, iż jest raczej platonikiem), to mogli przecież odpowiedzieć (jak właśnie uczynił to Tarski), że są *udręczonymi nominalistami*, ale *nawet bajka jest wartościowa*. Przedstawiciele Szkoły zwracali jednak baczną uwagę na poglądy filozoficzne swoich współtowarzyszy, dokonywali ich analiz, a czasem formowali lub modyfikowali pod ich wpływem własne stanowiska. Murawski cytuje za Kotarbińską wypowiedź Andrzeja Mostowskiego, wygłoszoną po powrocie z konferencji poświęconej teorii mnogości (czujemy nieodpartą potrzebę jej przytoczenia): „Proszę sobie wyobrazić, że ja wzdychałem tam do reizmu. Koncepcje, które przedstawiono, były wynikiem spekulacji tak karkołomnych i tak dalece nieuchwytnych dla intuicji i niezrozumiałych, że reizm wydawał się oazą, w której można pooddychać świeżym powietrzem''. Każdemu, kto zna wyrafinowane prace Andrzeja Mostowskiego z teorii mnogości, ta deklaracja powinna dać posmak tego, jak zagmatwane pojęciowo konstrukcje omawiano na owej konferencji.

W wypadku każdej z omawianych postaci autor przypomina niektóre jej najważniejsze dokonania oraz komentuje żywione przez nią poglądy filozoficzne. W odczuciu piszącego te słowa komentarze te często dostarczają całkiem nowych interpretacji analizowanych stanowisk. Czy mamy w tej materii rację — to już niech zechce rozstrzygnąć czytelnik książki Romana Murawskiego. Tutaj przywołajmy jeszcze ustalenia autora podane w *Zakończeniu* tomu:

(1) Polscy matematycy i logicy okresu międzywojennego żywo interesowali się problemami filozoficznymi związanymi z ich dziedzinami, byli doskonale zorientowani w aktualnych tendencjach panujących w nauce światowej, formułowali na ich temat oryginalne komentarze.

(2) Formułowali też własne koncepcje filozoficzne odnoszące się do logiki i matematyki, uważając przy tym — co było dla nich wielce charakterystyczne — że same badania logiczne i matematyczne nie powinny być krępowane żadnymi wprzódy przyjmowanymi założeniami natury filozoficznej. Wypowiedzi te dotyczyły jednak raczej kwestii szczegółowych, konkretnych otrzymywanych wyników.

(3) Jak już wspomniano, szanowano prywatność poglądów filozoficznych, oddzielano je wyraźnie od pracy badawczej. Dla przykładu, uważano, że filozoficzna kwestia prawomocności aksjomatu wyboru lub hipotezy kontinuum rozstrzygana powinna być jedynie na podstawie konkretnych wyników matematycznych.

(4) Autor uważa, że u źródeł i podstaw tak świetnego rozwoju logiki i matematyki polskiej tego okresu nie leżała żadna ideologia ani sprecyzowana koncepcja filozoficzna. Kierunek teoriomnogościowy miał raczej charakter metodologiczny, a nie wymuszający jakiekolwiek rozstrzygnięcia ontologiczne lub epistemologiczne.

(5) Szukając przyczyn opisanych w książce postaw polskich logików i matematyków rozważanego okresu wobec samej filozofii logiki i matematyki, autor podziela pogląd wyrażony przez Jana Woleńskiego („Filozoficzne problemy logiki", w: *Historia nauki polskiej. Wiek XX.* Polska Akademia Nauk, Instytut Historii Nauki oraz Fundacja im. W. Świętosławskiego, Warszawa 1996), pisząc, iż dopatrywać się ich należy w: (a) odróżnieniu praktyki badawczej od filozoficznych sporów dotyczących podstaw matematyki (np. w przypadku sporów wokół aksjomatu wyboru); (b) zasadzie (postulowanej już przez Kazimierza Twardowskiego) odróżniania nauki i światopoglądu. Gdy więc pracujemy w konkretnej dyscyplinie naukowej, to powiązane z nią zagadnienia filozoficzne stają się rodzajem światopoglądu. Gdy natomiast pochylamy się nad kwestiami filozoficznymi, to powinniśmy się w tej refleksji posługiwać metodami naukowymi.

Pozostaje nam szczerze zachęcić do lektury wszystkich interesujących się dziejami polskiej nauki. Przy okazji, może warto zastanowić się nad porównaniem proporcji: osiągniętych wyników do pozostających w dyspozycji możliwości w trudnym okresie dwudziestolecia międzywojennego oraz np. w o ileż łatwiejszym, jak się zdaje, okresie ostatnich dwudziestu lat. Wartościujące porównanie nauki polskiej dwudziestolecia międzywojennego z jej stanem i rozwojem w okresie czterdziestolecia bezpośrednio po ostatniej wojnie światowej jest, sądzimy, nieporównanie trudniejsze.