Bogdan Dembiński

Powstanie i upadek pitagorejskiego punktualizmu

Folia Philosophica 15, 23-30

1997

*

BOGDAN DEMBIŃSKI

Powstanie i upadek pitagorejskiego punktualizmu

Jedną z najciekawszych propozycji, jaką pozostawiła myśl pitagorejska, była niewątpliwie próba zbudowania uniwersalnej nauki opartej na podstawach matematycznych, odwołująca się do arytmetyki. Można ją określić mianem *aritmetica universalis*. Upatrywano w niej możliwości wyjaśnienia całej złożoności poznawanego świata i pojawiających się w nim struktur, przyjmując za podstawę rozważania matematyczne.

Upadek pitagorejskiej *aritmetica universalis* stanowił znaczący moment w rozwoju greckiej myśli zarówno matematycznej, jak i filozoficznej. Zasadniczą przyczynę upadku wiąże się z odkryciem liczb niewymiernych (Hippasos z Metapontu), a także z konsekwencjami krytyki pitagorejskiego punktualizmu, której dokonano z pozycji stanowiska eleaty Zenona. Otwarta została w ten sposób droga do nowych rozwiązań matematycznych, które wiążą się bezpośrednio z pracami wybitnego matematyka greckiego Eudoksosa z Knidos. Zmianie uległa również filozoficzna interpretacja zagadnienia matematyczności świata, której wpływ widać już w filozofii Platona. Prezentacja „zwrotu", jaki dokonał się w myśli greckiej pod wpływem odkrycia niewymierności, stanowi przedmiot proponowanych analiz.

Filozoficzną podstawę matematycznej interpretacji świata, której dokonali pitagorejczycy, stanowi przyjęcie najwyższych zasad organizujących jego strukturę. Są nimi: granica (*πέρας*) i nieograniczone (*ἄπειρον*)[1]. Najwyższe zasady tworzą źródłową opozycyjność, dzięki której władni jesteśmy dopiero analizować jedność i wielość

[1] „ῶν ἀρχὴ ἥδε ά φύσις δ' ἐν τῷ κόσμῳ ἁρμόχθη ἐξ ἀπείρων τε καὶ περαινόντων καὶ ὅλος ὁ κόσμος καὶ τὰ ἐν αὐτῷ πάντα." „Natura kosmosu, jak i cały kosmos oraz to, co w nim jest, utworzona jest z nieograniczonego i ograniczonego. Tłum. własne. Diogenes Laertios VIII 84 f. (DK 44 A1, B1).

dostrzegalną w obrębie świata. Stanowią one również warunek analizy jego dynamiki oraz poznawalności, jako że dynamika zakłada opozycyjność, tak jak zakłada ją poznawalność czegokolwiek (niemożliwe jest poznanie izolowanego „jednobytu"). W tym też sensie – jak powiada Arystoteles – „z nauki tych dwóch szkół tyle się można dowiedzieć, że przeciwieństwa są zasadami rzeczy"[2]. Stąd wniosek, że pojawienie się jakiejkolwiek struktury jest możliwe tylko w wyniku nałożenia granicy na nieograniczone. W ten sposób struktury uzyskują określoność, podstawę bycia i poznawalności. Mówi o tym Filolaos: „Wszystko, co będące, musi być z konieczności czy to ograniczone, czy też nieograniczone, bądź ograniczone i nieograniczone zarazem. Nie może ono jednak być tylko ograniczone lub tylko nieograniczone. Skoro więc widać, że wszystko, co będące, nie może być utworzone ani tylko z tego, co ograniczone, ani tylko z tego, co nieograniczone, jasne jest, że świat, jak i to, co w nim znajdujemy, utworzony jest z ograniczonego i nieograniczonego."[3]

Przyjęcie takich założeń spowodowało, że zadania filozofii upatrywano przede wszystkim w wyjaśnianiu i konkretyzowaniu funkcji, jaką pełni zasada ograniczenia (*πέρας*) nałożona na nieograniczone (*ἄπειρον*). Tak więc wszystko, co jest, uznać należy za rezultat syntezy: granicy i nieograniczonego. Poszukiwanie zatem źródła określoności tego, co będące (*τά ἐόντα*), jawi się tu jako odsłanianie właściwego zestrojenia zasad, które jest nie czym innym, jak tylko ich zmieszaniem (*κρᾶσις*). Właściwe zestrojenie (*ἁρμονία*) pojmowano ostatecznie jako źródło wszelkiego porządku i ładu. Uzyskano w ten sposób rozwiązanie milezyjskiego problemu opozycji[4]. Stobajos komentuje to następująco: „Jako że oba pryncypia, które są już dane, nie są takie same i związane z sobą, byłoby niemożliwe, aby ukształtowały one jakiś porządek świata, gdyby nie przyłączyła się do nich harmonia. Porządek bowiem powstaje zawsze w ten sposób. Podobne i związane z sobą nie potrzebują harmonii. Lecz niepodobne jest nie związane i nie ma tej samej mocy. Takie musi koniecznie być połączone przez harmonię, jeżeli porządek świata ma być zachowany."[5]

---

[2] A r y s t o t e l e s: *Metafizyka*. Tłum. K. L e ś n i a k. Warszawa 1983, ks. I, 986b. Druga oprócz pitagorejczyków szkoła, o której mówi tu Arystoteles, to szkoła Alkmeona z Krotony.

[3] „ἀνάγκα τὰ ἐόντα εἶμεν πάντα περαίνοντα ἢ ἄπειρα ἢ περαίνοντά τε καὶ ἄπειρα ἄπειρα δὲ μόνον (ἢ περαίνοντα μόνον) οὔ κα εἴη. ἐπεὶ τοίνυν φαίνεται οὔτ' ἐκ περαινόντων πάντων ἐόντα οὔτ' ἐξ ἀπείρων πάντων, δῆλον τἆρα ὅτι ἐκ περαινόντων τε καὶ ἀπείρων ὅ τε κόσμος καὶ τὰ ἐν αὐτῷ συναρμόχθη." Tłum. własne. Stobaios I, s. 187, 16f. (DK 44 B2). Zob. J. A. P h i l i p: *Pythagoras and Early Pythagoreanism*. Toronto 1966, s. 44–76, 110 134; E. F r a n k: *Plato und die sogenannten Phytagoreer*. Tübingen 1962, s. 134–148, 263–331; G. S. K i r k, J. E. R a v e n: *The Presocratic Philosophers. A. Critical History with a Selection of Texts*. Cambridge 1983, s. 322 352.

[4] Harmonia (harmoniczny związek zasad) decyduje o typie wzajemnego odniesienia między przeciwieństwami, a w rezultacie – o ostatecznej postaci tego, co jest wynikiem oddziaływania zasad.

[5] „ἐπεὶ δὲ ταὶ ἀρχαὶ ὑπᾶρχον οὐχ ὁμοῖαι οὐδ' ὁμόφυλοι ἔσσαι, ἤδη ἀδύνατον ἦς κα αὐταῖς κοσμηθῆναι, εἰ μὴ ἁρμονία ἐπεγένετο ᾡτινιῶν ἅδε τρόπῳ ἐγένετο. τὰ μὲν ὦν ὁμοῖα καὶ ὁμόφυλα ἁρμονίας οὐδὲν ἐπεδέοντο. τὰ δὲ ἀνόμοια μηδὲ ὁμόφυλα μηδὲ ἰσοκρατῆ ἀνάγκα τᾷ ταιαύτα ἁρμονίᾳ συγκεκλεῖσθαι, αἰ μέλλοντι ἐν κόσμῳ κατέχεσθαι." Tłum. własne. Stobaios I, S.188, 14f (DK 44 B6).

Uznano, że najadekwatniejszy sposób wyrażenia harmonii i jej funkcji znaleźć można w matematycznej proporcji (zestrojenie bowiem jest zawsze proporcją tworzących je elementów). W ten sposób w proporcji szukać należy określoności wszelkich analizowanych struktur, jeśli te są zawsze konsekwencją wzajemnego oddziaływania zasad. Proporcja matematyczna jest stosunkiem liczbowym, dlatego w liczbach możemy znaleźć jej warunek możliwości. Tak też czynią pitagorejczycy twierdząc, ze liczba jest pierwszą manifestacją zasad. Jako taka, musi zawierać zarówno to, co ograniczone, jak i to, co nieograniczone. Jest więc pierwszą złożonością. Ponieważ zawiera moment ograniczenia, jest pierwszą określonością. Skoro zaś zawiera nieograniczone, jest określonością nieograniczonego. Jeżeli przyjąć teraz, że wszystko to, co j e s t, wykazuje określoność związaną z nieograniczonością, to powiedzieć trzeba, że wszystko to, co j e s t, musi mieć liczbę. Słusznie tedy Jamblich, komentując poglądy pitagorejczyków, powiada, że „wszystko odpowiada liczbie”[6], Arystoteles zaś stwierdza: „[...] liczby wydają się pierwszymi w całej naturze, sądzili, że elementy liczb są elementami wszystkich rzeczy, a całe niebo jest harmonią i liczbą”[7].

Fakt, że liczby zawierają elementy zarówno ograniczonego, jak i nieograniczonego, potwierdzano występowaniem liczb parzystych (nieograniczone) i nieparzystych (ograniczone). Mówi Arystoteles: „[...] utrzymywali też, że elementami liczby są parzystość i nieparzystość i że ta ostatnia jest ograniczona, a tamta nieograniczona”[8]. Liczbę zatem, jeśli składa się z ograniczonego i nieograniczonego, należy pojmować jako syntezę obydwu elementów. Syntezę tę rozumiano jako pierwszą manifestację zasad. Jak wyobrażano sobie ową pierwszą manifestację? W jaki sposób wyjaśniano jej status?

Wcześni pitagorejczycy zdają się reprezentować pogląd, że rzeczy (struktury realnego świata) są liczbami. Wynika to zapewne z faktu przestrzennego rozumienia liczby, kiedy to geometryzowano arytmetykę odkrywając, że własności geometryczne figury dają się ująć jako stosunki liczbowe jej elementów. W badaniach prowadzonych w dziedzinie muzyki, astronomii czy medycyny odkrywano wszędzie liczbę. Można to pojmować następująco: skoro dwa jakiekolwiek przedmioty mają się do siebie jak dwie liczby, to same te przedmioty muszą być ukrytymi liczbami. Zanim wiec pitagorejczycy powiedzieli, że rzeczy są liczbami, samą liczbę pojęli jako rzecz[9]. Pojawiła się teoria liczb-punktów, tzw. punktualizm, który przypisując liczbom własności przestrzenne, usytuował je w obszarze rzeczy (*μάθηματικα σώματα*). Liczbę reprezentował zbiór punktów rozmieszczonych w przestrzeni, a linie, płaszczyzny, bryły oznaczone tymi punktami były bezpośrednio dane jako liczby. Jeszcze inaczej mówiąc, punkty pojmowano jako

---

[6] Jamblich, Vit. Pyth. 162. In: J. Mansfeld: *Die Vorsokratiker. Griechisch/Deutsch*. Stuttgart 1987, s. 146.

[7] *Arystoteles: Metafizyka*..., ks. I, 986a.

[8] Ibidem.

[9] Z. Jordan: *O matematycznych podstawach systemu Platona*. Poznań 1937, s. 27.

zajmujące miejsce w przestrzeni, stąd też liczbę myślano jako „obiekt" przestrzenny. Zasadniczą przyczyną takiego postępowania było prawdopodobnie nieodróżnianie liczb od przedmiotów liczonych. Ostatecznie powiedzieć można, że pitagorejczycy „nie dlatego uznali rzeczy za liczby, ponieważ zajmowali się matematyką, lecz zajmowali się matematyką, ponieważ rzeczy uznali za liczby"[10]. Liczbami zaś były jedynie liczby całkowite, wskutek czego świat rzeczy w prosty i obrazowy sposób wyrażano za ich pomocą. Sądzono, że pozwoli to zbudować uniwersalną naukę, opartą na algebrze wymiernych liczb całkowitych. Koncepcja ta jednak niebawem musiała ulec zmianie.

Teoria liczb-punktów, wyrażająca pitagorejską wiarę w *aritmetica universalis*, uległa załamaniu wraz z odkryciem niewymierności (*ἄλογοι*), czy – jak wyraża to Platon – „przekątni nie dającej się wypowiedzieć" (*ἄῤῥητος διάμετρος – Państwo* VIII 546c). Odkrycie to wiąże się z analizą własności trójkąta prostokątnego równoramiennego oraz z problemem podwojenia kwadratu[11]. Pitagorejczycy sądzili, że każde dwie liczby całkowite można przez siebie podzielić. Takie liczby, które są ilorazem dwóch liczb całkowitych, nazywano wymiernymi (*λόγοι*). Odkryto jednak stosunki, które nie są ilorazem dwóch liczb całkowitych.

Zbudujmy przykładowo trójkąt prostokątny o dwu przyprostokątnych równych jedności. Pitagorejczycy, znając twierdzenie Pitagorasa, stwierdzili, że kwadrat przeciwprostokątnej takiego trójkąta równa się (według współczesnej notacji) $a^2 = 1^2 + 1^2 = 2$, gdzie a jest liczbą niewymierną, tj. liczbą, która nie jest ilorazem dwóch liczb całkowitych. Gdyby chcieć przybliżyć tę liczbę za pomocą ułamków, otrzymalibyśmy $1{,}1142 < \sqrt{2} < 1{,}4143$. Można dowolnie przybliżać, ale nie ma ułamka, który równałby się dokładnie $\sqrt{2}$. Podobnie, kiedy zbudujemy kwadrat o boku 1, przekątna kwadratu okaże się $\sqrt{2}$, tj. liczbą nie dającą się wypowiedzieć.

Odkrycie niewymierności niosło ważkie konsekwencje. Oznaczało bowiem, że liczby całkowite i ich stosunki nie wystarczają do wyrażenia stosunków dwóch dowolnych odcinków; że za pomocą samych tylko liczb wymiernych nie można zbudować geometrii metrycznej. Znakomicie charakteryzuje się sytuację Z. Jordan: „Jeżeli wyrażenie »długość odcinka *a*« jest równoznaczne z wyrażeniem »liczba tylu a tylu punktów odcinka *a*«, to stosunek między dwoma odcinkami jest stosunkiem ich »liczb«, a zatem nie ma i być nie może odcinków niewspółmiernych. Jeżeli dalej istnieją chociażby tylko dwa odcinki, które nie mają się do siebie jak dwie liczby całkowite, to istnieją przynajmniej dwa odcinki, które nie są »liczbą« tylu a tylu punktów, ogólnie: istnieją przynajmniej dwa przedmioty, których nie można pojąć jako »liczby«. Otóż istnienie odcinków niewspółmiernych

[10] Ibidem, s. 32.

[11] Zob. K. von Fritz: *Die Entdeckung der Inkommensurabilität durch Hippasos von Metapont*. In: *Grundprobleme der Geschichte der antiken Wissenschaft*. Berlin, New York 1971, s. 545–576. Odkrycie to przypisane zostało Hippasosowi z Metapontu, za ujawnienie zaś tego odkrycia ponieść miał karę, ginąc śmiercią tragiczną.

zostało niezbicie udowodnione."[12] Zachwiało to teorią liczb-punktów, opartą na liczbach wymiernych. Tym samym więc upadła *aritmetica universalis* tworzona na podstawie wymiernych liczb całkowitych. Świat przestał być wyrażalny i pojmowalny w tak prosty sposób, jak wyobrażali to sobie dotychczas pitagorejczycy.

Podjęto próbę ratowania *aritmetica universalis* przez wykazanie, że twierdzenie o niewspółmierności jest prawdziwe jedynie wtedy, kiedy posługujemy się jednostką o długości skończonej. Jeżeli założymy, że na przykład linia jest zbiorem nieskończenie małych odcinków, to twierdzenie o niewspółmierności okaże się fałszywe. Gdyby zatem dowieść, że w realnej strukturze świata mamy do czynienia ze zbiorami nieskończenie małych, nieciągłych jednostek, trudności związane z niewymiernością mogłyby zostać przezwyciężone. Nadzieję na uratowanie teorii liczb-punktów rozwiał ostatecznie Zenon z Elei dowodząc, że przyjęcie nieciągłej struktury materii, tj. składającej się z nieskończenie małych jednostek (punktów), wiedzie do sprzeczności. „Niedorzeczności wynikające z założenia nieciągłej struktury materii sformułował Zenon w klasycznych »rozumowaniach« (*λόγοι*). W dziele swym pisze Simplicius, w każdym z wielu epichejrematów, które ono zawiera, wykazuje Zenon, iż kto zakłada istnienie wielości, popada w sprzeczność [...]. Jeżeli bowiem rzeczy są wielością, to muszą być jednocześnie wielkie i małe, tak wielkie – iż wielkość ich jest nieskończona, tak małe – iż żadnej wielkości już nie posiadają (są »niczym«) (fr. 2). Kto bowiem twierdzi (tak myśl Zenona można wyłożyć), że rzeczy są wielością, musi przyjąć, iż one składają się bądź z elementów nieskończenie podzielnych, bądź z elementów niepodzielnych. Rozpatrzmy pierwszą możliwość. Jeżeli elementy są nieskończenie podzielne, to przy jakimś *n*-tym podziale dochodzimy do elementu, który jest »niczym«. »Niczym jest bowiem to, co nie ma ani wielkości, ani grubości, ani objętości« – wyjaśnia Simplicius. Gdyby je dodać do innej rzeczy, to nie uczyniłoby ją większą, gdyż nic nie może zyskać na wielkości przez dodanie tego, co nie ma wielkości. Stąd wynika, że dodane było »niczym«. Skoro z drugiej strony przez odjęcie tej »wielkości« inna jakaś rzecz wcale się nie zmniejszy, podobnie jak przez dodanie wcale się nie powiększyła, to jasną jest rzeczą, że to, co się dodało i odjęło, jest »niczym«."[13]

Zenonowa krytyka, eliminująca pojęcie nieskończenie małego odcinka, wymusiła na matematyce greckiej poszukiwanie możliwości przezwyciężenia trudności związanych z odkryciem niewymierności oraz konsekwencjami jego analiz. Rozwiązanie znaleziono w tzw. metodzie wyczerpywania oraz w teorii proporcji, której autorem był Eudoksos z Knidos[14]. Metoda wyczerpywania eliminowała z matematyki pojęcie nieskończenie małego odcinka. Opierała się ona na aksjomacie, zwanym aksjomatem Archimedesa, który głosił, że jeżeli dane są dwie

---

[12] Z. Jordan: *O matematycznych podstawach...*, s. 35. Jordan dowodzi, że krytyka Zenona odnosi się przede wszystkim do punktualizmu pitagorejczyków.

[13] Ibidem, s. 40.

[14] Zob. K. Praechter: *Die Philosophie des Altertums*. In: F. Ueberweg: *Grundriss der Geschichte der Philosophie*. Erster Teil, s. 346.

wielkości, to zawsze istnieje wielokrotność mniejszej z tych wielkości, która większa jest od drugiej (większej) danej wielkości. Z aksjomatu tego wynika, że wszystkie wielkości są porównywalne i że nie istnieje wielkość nieskończenie mała, co czyni zbędnym pojęcie wielkości nieskończenie małej[15].

Niewspółmierność z kolei eliminował Eudoksos, proponując nową teorię proporcji. Już pitagorejczycy posługiwali się pojęciem proporcji: „Na podstawie Eukl. Elem. VII, (def. 21) można je tak zdefiniować: »$a : b = c : d$ wtedy i tylko wtedy, jeżeli istnieją takie miary (x, y) i takie liczby naturalne (m, n), iż

$$mx\ (= a) : nx\ (= b) = my\ (= c) : ny\ (= d)«.$$

Mogli więc pitagorejczycy łączyć znakiem równości dwa [stosunki – B. D.] lub więcej stosunków tylko wtedy, jeżeli umieli wskazać dla każdej pary wielkości tworzących stosunek (a, b), (c, d) ich wspólną miarę taką, iż dla pewnej liczby wymiernej ($\frac{m}{n}$)

$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}, \quad \frac{c}{d} = \frac{m}{n}.$$

Okazało się jednak, że pitagorejskie pojęcie wielkości (uwikłane w powyższej definicji) jest niewystarczające. Matematyk ustala stosunki także między odcinkami (a, b), dla których nie można wskazać ich wspólnej miary.”[16]

Eudoksos widzi możliwość przezwyciężenia ograniczeń propozycji pitagorejczyków we wprowadzeniu nowej, ogólniejszej definicji proporcji. Uwidacznia to Eucl. Elem. V, def. 4: „Twierdzi się, że wielkości pozostają do siebie we wzajemnym stosunku, jeżeli pomnożone mogą się wzajemnie przewyższać (*λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέϑη λέγεται, ἅ δύναται πολλαπλασιαζόμετα ὀλλήλων ὑπερέχειν*), co wysłowimy jaśniej w słowach: warunkiem dostatecznym istnienia stosunku między dwoma wielkościami (a, b), przy zachodzeniu nierówności: $a > b$, jest istnienie takiej wielokrotności b (Eucl. Elem. V, def. 1, 2), iż $nb > a$, inaczej – iż wielkości tworzące stosunek spełniają postulat Archimedesa. Uogólnienie pojęcia wielkości, dokonane przez Eudoksosa, polega więc na tym, iż podpadają pod nie z jednej strony tak odcinki współmierne, jak i niewspółmierne, z drugiej – tak odcinki, jak powierzchnie i bryły. Teoria proporcji Eudoksosa jest ogólna i abstrakcyjna. Twierdzenia dotyczące własności proporcji, jak np.: jeżeli prawdziwa jest proporcja $a : b = c : d$, to prawdziwa jest także proporcja $a : c = b : d$ (Eucl. Elem. V, 16), do którego to twierdzenia odwołuje się Arystoteles An. post. I, 5, 74a, 17 – nie odnoszą się do proporcji określonego rodzaju wielkości, lecz »w jednym dowodzie« (74a, 20: *μιᾷ ἀποδείξει*) wykazują tę własność proporcji dla wszystkich wielkości. Dyrektywę, pozwalającą łączyć dwa [stosunki – B. D.] lub więcej stosunków znakiem równości, opiera Eudoksos na następującej definicji proporcji: »$A : B = E : F$ wtedy i tylko wtedy, jeżeli dla dowolnych liczb naturalnych c, d:

$$\text{jeżeli} \quad cA \lesseqgtr dB, \quad \text{to} \quad cE \lesseqgtr dF.«$$

[15] Zob. Eukl. Elem. V def. 4.

[16] Z. Jordan: *O matematycznych podstawach...*, s. 56–57.

W ten sposób rozwiązał Eudoksos zagadnienie nierozwiązalne na gruncie pitagorejskiej definicji proporcji. Wskazał on bowiem, że można zbudować proporcję czterech wielkości nawet wówczas, gdy stosunki między odpowiednimi wielkościami nie dają się ustalić bezpośrednio za pomocą liczb naturalnych."[17] Istotną zatem konsekwencją rozstrzygnięć Eudoksosa było to, że wprowadził on pojęcie stosunku niezależne od tego, czy rozpatrywane wielkości są, czy nie są współmierne. Pozwalało to prowadzić analizę matematyczną niezależnie od współmierności pojawiających się wielkości.

Istotną konsekwencją ustaleń Eudoksosa jest fakt, iż teoria proporcji przyczyniła się w dużym stopniu do geometryzacji matematyki. Rozpatrywane bowiem w oderwaniu od figur geometrycznych, liczby niewymierne okazują się przedmiotami sprzecznymi (*ἄλογοι*), można je natomiast bez trudności przedstawić geometrycznie. Zamiast na przykład rozpatrywać stosunek odcinków tworzących przekątną i bok kwadratu, zaczęto badać stosunek kwadratów zbudowanych na tych odcinkach. Nastąpiło w ten sposób przejście do tzw. algebry geometrycznej, która polegała na zastąpieniu liczb oraz wykonywanych na liczbach działań operacjami na figurach geometrycznych (odcinki, prostokąty, równoległościany) tak, że liczba stała się odcinkiem otrzymanym z odcinka przyjętego za jednostkę przez dodawanie skończoną ilość razy[18]. Okazało się ponadto, że liczby naturalne wystarczają do rozwiązania problemu wielkości niewspółmiernych, co przyczyniło się do ich ponownej rehabilitacji. W ten sposób za pomocą określonego pojęcia niewspółmierności usunięto pojęcie niewymierności. Jak się bowiem okazało, każda liczba jest „wymierna", istnieją jedynie wielkości niewspółmierne i odkrycie pitagorejskie jest zagadnieniem geometrycznym, a nie arytmetycznym[19]. Zdecydowano zatem, aby budować matematykę nie na podstawie arytmetyki liczb wymiernych, lecz na podstawie geometrii, po zdefiniowaniu, bezpośrednio dla wielkości geometrycznych, wszystkich operacji algebry.

Musiało to, rzecz jasna, spowodować konieczną zmianę w filozoficznym podejściu do analizy świata i jego struktury. Zmianę tę dostrzegamy w dalszym rozwoju problematyki filozoficznej opartej na intuicjach pitagorejskich. Przykładem szczególnym jest tu rozwój filozofii Platońskiej, w której trudno wyobrazić sobie pogłębioną analizę problematyki, prezentowanej w wielu dialogach (np. *Timajos, Państwo, Fileb* czy *Menon*), bez odwołania się do wielu kwestii matematycznych. Analizowana koncepcja rozwoju i upadku pitagorejskiego punktualizmu stanowi jedynie przykład wpływu, jaki na zagadnienia filozoficzne (koncepcja *mathesis universalis*) wywarły konkretne problemy matematyczne i ich rozwiązania. Świadczy to o bezpośrednim wzajemnym oddziaływaniu matematyki i filozofii greckiej. Uzasadniona zostaje tym samym teza o konieczności takiego prowadzenia badań nad filozofią grecką, aby uwzględniony w niej został każdorazowo wpływ rozwoju nauk.

---

[17] Ibidem, s. 58–59.

[18] R. Murawski: *Filozofia matematyki. Zarys dziejów*. Warszawa 1995, s. 21.

[19] Z. Jordan: *O matematycznych podstawach...*, s. 60–61.

Bogdan Dembiński

THE RISE AND FALL OF PYTHAGOREAN PUNCTUALISM

Summary

The paper presents the problematic of the development of the mathematical issues and their influence on the philosophical theories of the Pythagoreans. The essential question is the emergence of the problems of irrationality and incommensurability which led to the decline of the Pythagorean project of creating universal science based on the arithmetic of whole numbers (*aritmetica universalis*). Thus there arose a need to resolve the difficulties and develop a new approach to both mathematical and philosophical problems. The decisive role is assigned to Zenonian critique and mathematical works of Eudoxus of Knidos. The paper presents the impact of the theories of the two thinkers on the development of Greek mathematics and philosophy.

Богдан Дембиньски

НАЧАЛО И ПАДЕНИЕ ПИФАГОРЕЙСКОГО ПУНКТУАЛИЗМА

Резюме

Предметом анализов, проводимых в предлагаемой статье, является представление проблематики связанной с развитием математических вопросов, а также их влияние на философские концепции пифагорейцев. Основной вопрос – это появление проблемы иррациональности, а также несоизмеримости, которые решили провал пифагорейского видения создания универсальной науки, основывающейся на арифметике целых чисел (*aritmetica universalis*). Таким образом появилась потребность в преодолении обанруженных трудностей и нового подхода, как к математическим вопросам, так и философским. Решающая роль была приписана критике Зенона Элейского, а также математическим работам Эвдокса Книдского. Статья представляет последствия, какую точку зрения имели оба мыслителя для развития греческой математики и греческой философии.