Wierzbicki, Witold

Wkład Feliksa Jasińskiego do nauki światowej

Kwartalnik Historii Nauki i Techniki 1/3, 479-500

1956

Podpis Feliksa Jasińskiego na akcie ślubu

Witold Wierzbicki

WKŁAD FELIKSA JASIŃSKIEGO DO NAUKI ŚWIATOWEJ*

Ludzie studiujący różne gałęzie wiedzy stale spotykają się w swej pracy z nazwiskami przedstawicieli nauki całego świata, których imionami są oznaczone pewne wzory, algorytmy lub zjawiska. Najuważniejszy nawet czytelnik ma nieraz skłonność do traktowania wielkich imion jako znaków rozpoznawczych pewnych osiągnięć naukowych, zastępujących jakby numery wzorów podręcznika. Nie zawsze czytając książkę z pewnej specjalności zadajemy sobie pytanie, kim był człowiek, z którego nazwiskiem się tak często spotykamy, jakie były cechy charakterystyczne jego sylwetki naukowej, dlaczego pracował on nad tym lub owym. A próba tego rodzaju scalenia działalności naukowej jakiegoś uczonego mogłaby

---

* Artykuł napisany dla specjalnego numeru „Archiwum Mechaniki Stosowanej", poświęconego setnej rocznicy urodzin Feliksa Jasińskiego. Jasiński urodził się w Warszawie 15 września 1856 r. W roku 1877 ukończył Instytut Inżynierów Komunikacji w Petersburgu, po czym przez 10 lat pracował w Wilnie jako inżynier kolejowy i inżynier miejski. W roku 1888 przenosi się do Petersburga na stanowisko kierownika wydziału technicznego kolei petersbursko-moskiewskiej. Jednocześnie podejmuje pracę naukową, przede wszystkim w dziedzinie wyboczenia. W roku 1894 przedstawia w Instytucie Inżynierów Komunikacji dysertację z tego zakresu, za którą uzyskuje tytuł naukowy adiunkta (odpowiadający w zasadzie dzisiejszemu tytułowi docenta). Podstawowa praca Jasińskiego *Badania nad sztywnością prętów ściskanych* ukazuje się w latach 1894—5 niemal jednocześnie w wersji rosyjskiej i polskiej oraz w tłumaczeniu francuskim. Począwszy od roku 1895—6 prowadzi Jasiński wykłady z teorii sprężystości, a w roku 1896 zostaje profesorem nadzwyczajnym katedry mechaniki budowlanej w Instytucie Inżynierów Komunikacji. Organizatorzy tworzącego się w Warszawie Instytutu Politechnicznego proponują Jasińskiemu przeniesienie się do Warszawy, projekt ten nie dochodzi jednak do skutku, gdyż na jesieni 1899 r. zapada Jasiński na gruźlicę i w dniu 18 listopada tego roku — umiera. Ciało zostało przewiezione do Warszawy i spoczywa tu na cmentarzu powązkowskim.

nieraz czytelnikowi wskazać na ciekawe metody pracy naukowej, na okoliczności powstawania wielkich dzieł, na drogi, jakimi kroczy myśl ludzi genialnych.

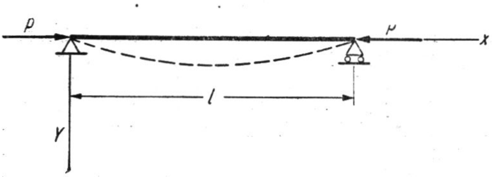
Nazwiskiem, z którym często spotykamy się w pracach z dziedziny mechaniki budowli, jest nazwisko Feliksa Jasińskiego, wybitnego badacza naukowego, znakomitego profesora i inżyniera. Często w literaturze spotykamy się z wyrażeniem „według Jasińskiego“ lub ze wzorami oznaczonymi tym nazwiskiem. Toteż wydaje się, że z okazji setnej rocznicy urodzin tego człowieka jest rzeczą pożyteczną zastanowić się, co zrobił on dla swej dziedziny wiedzy, dlaczego powołujemy się tak często na jego autorytet, jako na autorytet znakomitego uczonego.

Największym dziełem naukowo-badawczym Jasińskiego i legitymacją jego do sławy światowej jest ogłoszona w 1895 r. praca pt. *Badania nad sztywnością prętów ściskanych* (1). Praca zawiera długi szereg rozwiązań, myśli i wskazówek, które stały się już teraz kanonami każdej pracy naukowej w dziedzinie stateczności.

Jako rzecz w dziele Jasińskiego najważniejszą należy podnieść całkowitą rehabilitację teorii wyboczenia Eulera, rehabilitację, która stała się odtąd punktem wyjścia wszystkich prac naukowych z teorii stateczności sprężystej, przyjmowanym w sposób bądź wyraźny, bądź milczący.

Istota zagadnienia jest następująca.

Pręt prosty sprężysty ściskany siłami P (rys. 1), wygięty na skutek działania jakiejś chwilowej przyczyny zakrzywiającej, może po usunięciu tej przyczyny bądź się wyprostować, bądź zachować swój kształt krzywoliniowy. Zależy to od wartości siły P. Wyznaczenie takiej wartości siły P, po której przekroczeniu pręt nie wraca do swej postaci prostej, czyli wartości krytycznej P, odbywa się na podstawie równania:



Rys. 1

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{M}{EJ} \tag{1}$$

gdzie ρ oznacza promień krzywizny osi pręta wygiętego, M — moment zginający równy $M = Py$, E — współczynnik sprężystości materiału pręta, J — moment bezwładności jego przekroju poprzecznego.

O ile siły podłużne utrzymujące pręt w postaci krzywoliniowej zmniejszają się, to postać ta zbliża się do postaci prostej. Dlatego siłę krytyczną można przedstawić za pomocą wzoru

$$P_k = \lim_{f \to o} \left| \frac{M}{f} \right| \tag{2}$$

gdzie f oznacza wygięcie pręta w jego środku. Wyrażeniu (2) możemy nadać postać:

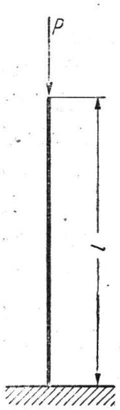
$$P_k = \lim_{f \to o} \left| \frac{EJ \cdot \frac{1}{\varrho}}{f} \right| \tag{3}$$

Scałkowanie równania (1) przy użyciu ścisłego wyrażenia na krzywiznę natrafia na duże trudności, wobec czego Leonard Euler ustawiając w roku 1744 wzór na siłę krytyczną przyjął w przybliżeniu, że:

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{d^2 Y}{dx^2} \tag{4}$$

skąd wzór (3) przybrał postać:

$$P_k = \lim_{f \to o} \left| \frac{EJ \frac{d^2 Y}{dx^2}}{f} \right| \tag{5}$$



Rys. 2

Należy zauważyć, że Euler przeprowadził swe rozważania przede wszystkim dla przypadku przedstawionego na rys. 2, dla którego zachowują moc wszystkie powyższe rozważania. Siłę krytyczną nazywał on „siłą kolumny" otrzymując dla niej wartość:

$$P_k = \frac{EJ \pi^2}{4 l^2} \tag{6}$$

Lagrange w roku 1773 scałkował równanie (1) w postaci ścisłej i potwierdził wynik Eulera.

Clebsch w swej *Theorie der Elastizität fester Körper* z roku 1862 rozwiązał zadanie Eulera na podstawie ścisłego równania (1) za pomocą funkcji eliptycznych.

Otrzymawszy wynik zgodny z wynikiem Eulera uważał on jednak tę zgodność tylko za szczęśliwy zbieg okoliczności.

Ta wypowiedź Clebscha charakteryzuje dobitnie stosunek uczonych i praktyków do wzorów Eulera w całym okresie, który upłynął od powstania tych wzorów, aż do czasu, gdy Jasiński dokonał w swym znakomitym dziele rehabilitacji teorii Eulera. Nieufność do wzorów Eulera miała więc swe źródło w tym, że wzory zostały wyprowadzone na podstawie przybliżonego wzoru na krzywiznę.

Jasiński analizując wzory Eulera zwrócił uwagę na to, że liczniki i mianowniki wzorów (3) i (5) różnią się od siebie jedynie o dodajniki nieskończenie małe, wobec czego granice obydwóch ułamków są sobie równe:

$$\lim_{f \to 0} \left| \frac{EJ \frac{1}{\varrho}}{f} \right| = \lim_{f \to 0} \left| \frac{EJ \frac{d^2 Y}{dx^2}}{f} \right| \tag{7}$$

Stąd wniosek, że obliczenie siły krytycznej według wyrażenia uproszczonego daje wynik ścisły. Wniosek ten dotyczy wszystkich przypadków wyboczenia sprężystego.

W innej pracy [1] uzasadnia Jasiński swe twierdzenie za pomocą prostej równości:

$$\lim \left| \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \right| = \lim \left(\frac{\varepsilon_1 + \eta_1}{\varepsilon_2 + \eta_2} \right) \tag{8}$$

gdzie ε oznaczają wielkości nieskończenie małe a η — dowolne wielkości nieskończenie małe wyższych rzędów.

Omówione tu odkrycie Jasińskiego wprowadziło na nowe tory naukę o stateczności konstrukcji, której rozwój był przez z górą stulecie hamowany przez nieufność do wzorów Eulera, nieufność tak głęboko zakorzenioną, że stała się ona przyczyną szeregu katastrof budowlanych. Przed dokonaniem bowiem przez Jasińskiego rehabilitacji wzoru Eulera, przy konstruowaniu elementów ściskanych bądź w ogóle pomijano w pewnych przypadkach — jak np. w mostach otwartych — zagadnienie wyboczenia, bądź w innych przypadkach korzystano z tzw. wzorów doświadczalnych, często niedostatecznie umotywowanych i nie zabezpieczających należycie konstrukcji przed katastrofą.

[1] Patrz lit. 2, t. II, s. 6.

Zaufanie do wzorów Eulera podważone z wielką szkodą dla budownictwa z matematycznego punktu widzenia mogło zostać przywrócone tylko przez wybitnego inżyniera cieszącego się jednocześnie uznaniem wśród matematyków. Nie należy się więc dziwić, że właśnie Jasińskiemu przypadła w udziale zwycięska obrona wzorów Eulera.

W rozważaniach nad wyboczeniem prętów prostych korzysta Jasiński, pierwszy w literaturze przedmiotu, z równania:

$$EJ\frac{\frac{d^2Y}{ds^2}}{\sqrt{1-\left(\frac{dY}{ds}\right)^2}}=\pm M \tag{9}$$

gdzie ds oznacza długość nieskończenie małego odcinka pręta wygiętego. Wzór ten jest konsekwencją zależności:

$$\frac{1}{\varrho}=\frac{d\alpha}{ds} \tag{10}$$

gdzie α oznacza kąt między styczną do osi odkształconej pręta a osią odciętych oraz zależności:

$$\alpha=\arcsin\frac{dy}{ds} \tag{11}$$

W innej ze swych prac o wyboczeniu prętów prostych [2] zwrócił Jasiński uwagę na to, że przy korzystaniu z przybliżonego równania na krzywiznę w postaci:

$$\frac{1}{\varrho}=\pm\frac{d^2y}{ds^2} \tag{12}$$

popełnia się błąd trzykrotnie mniejszy niż przy korzystaniu z wyrażenia:

$$\frac{1}{\varrho}=\pm\frac{d^2y}{dx^2} \tag{13}$$

[2] Patrz lit. 2, t. I, s. 277.

Zastąpienie tu dx przez ds jest wprawdzie — jak wiemy — bez znaczenia, gdy chodzi o wyznaczenie siły krytycznej, ma jednak wpływ na dokładność obliczenia ugięć pręta.

Swoją metodę obliczenia siły krytycznej zastosował Jasiński przede wszystkim do czterech znanych przypadków wyboczenia prętów prostych. Zrobił to w pracy wydanej w roku 1893 pod tytułem *Próba rozwinięcia teorii wyboczenia* (patrz lit. 2, t. I, s. 289—298), we wspomnianej zaś pracy *Badania nad sztywnością prętów ściskanych* przytoczył tylko bez dowodu wzory na siłę krytyczną dla tych przypadków.

Są to więc:

1) przypadek pręta w jednym końcu utwierdzonego, a w drugim swobodnego (rys. 1 oryginału, patrz lit. 1),

2) przypadek pręta w dwóch końcach swobodnego lub na obydwóch końcach swobodnie podpartego (rys. 2 oryg.),

3) przypadek pręta w jednym końcu utwierdzonego, a na drugim podpartego przegubowo (rys. 3 oryg.),

4) przypadek pręta w dwóch końcach utwierdzonego (rys. 4 oryg.).

Następnie przeszedł Jasiński do rozpatrywania przypadków przed nim nie rozwiązanych. Do nich należą:

5) przypadek pręta utwierdzonego w jednym końcu, swobodnego na drugim i ściskanego przez obciążenie rozłożone równomiernie wzdłuż pręta (rys. 5 oryg.); przypadek ten był, co prawda, rozwiązany przez Eulera w roku 1778 w inny sposób, ale rozwiązanie to nie było prawdopodobnie znane Jasińskiemu,

6) przypadek pręta w dwóch punktach swobodnie podpartego i ściskanego przez obciążenie rozłożone równomiernie i symetrycznie względem środka pręta (rys. 6 oryg.),

7) przypadek pręta w jednym końcu utwierdzonego, a na drugim swobodnego i obciążonego w sposób ciągły przy natężeniu obciążenia zmieniającym się według trójkąta od miejsca utwierdzenia do końca swobodnego (rys. 7 oryg.),

8) przypadek pręta w dwóch punktach swobodnie podpartego pod działaniem obciążenia zmieniającego się według trójkąta symetrycznie od środka pręta do jego końców (rys. 8 oryg.),

9) przypadek pręta w dwóch punktach swobodnie podpartego obciążonego, jak w przypadku 8, w środowisku sprężystym; przypadek ten znalazł zastosowanie w obliczeniu stateczności górnego pasa mostu otwartego (rys. 9 oryg.),

10) przypadek pręta w dwóch punktach swobodnie podpartego o przekroju zmieniającym się w sposób schodkowy i ściskanego siłami zaczepionymi na końcach i w środku (rys. 10 oryg.),

11) przypadek krzyżulców kratownicy o dużej liczbie krzyżulców przy jednakowych kątach nachylenia krzyżulców względem pasów (rys. 11 oryg.),

12) przypadek krzyżulców kratownicy o dużej liczbie krzyżulców przy różnych kątach nachylenia krzyżulców względem pasów (rys. 12 oryg.).

W sprawie ustalenia swego pierwszeństwa przy rozwiązaniu zadań 11 i 12 musiał Jasiński przeprowadzić dyskusję z Engesserem na łamach „Schweizerische Bauzeitung", której rezultatem było uznanie w tej sprawie priorytetu Jasińskiego.

Przedstawione przez Jasińskiego rozwiązania wszystkich wymienionych wyżej przypadków wyboczenia odznaczają się niezwykłą pomysłowością, jasnością, zwartością i logiką, zarówno gdy chodzi o przypadki przez niego samego po raz pierwszy rozwiązane, jak i o przypadki przed nim znane.

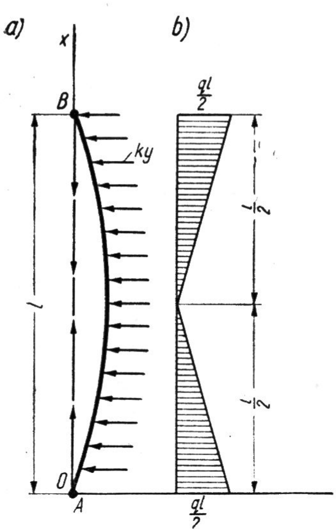
Osiągnięciem o światowym znaczeniu jest tzw. „zadanie Jasińskiego", dotyczące obliczenia stateczności pasów ściskanych mostów otwartych.

Najpoważniej pod względem naukowym zajmował się przed Jasińskim tym zagadnieniem Engesser, który rozwiązał zadanie w dwóch różnych wersjach. W pierwszej wersji zakładał on, że w każdym węźle pasa górnego znajduje się przegub kulisty. Założenie to sprowadza właściwie całe obliczenia stateczności pasa ściskanego — przy pominięciu oporu na zginanie krzyżulców — do obliczenia słupów na zginanie. W tych warunkach wyboczenie pasa następuje w punktach węzłowych, a słup wygina się pod wpływem siły będącej wypadkową sił w dwóch elementach pasa, zbiegających się w danym węźle i przecinających się pod pewnym kątem wskutek wyboczenia w punkcie węzłowym. W drugiej wersji obliczenia przyjmuje Engesser, że górny pas mostu jest całkowicie sztywny, może jednak obrócić się względem środka swej długości w płaszczyźnie poziomej wskutek wyginania się słupów. Obie wersje Engessera oparte są więc na założeniach mało odpowiadających warunkom, w jakich rzeczywiście znajduje się most otwarty, i dlatego wzorów jego nie można uważać za odpowiednie do obliczania mostów. Istotnie, w pierwszej wersji Engesser przesadnie ocenia siłę zginającą słup, a w drugiej pomija sprężyste wybaczanie się pasa (patrz literatura 8).

Jasiński pierwszy oparł obliczenie stateczności pasów ściskanych mostów otwartych na założeniach odzwierciedlających zachowanie się pasa w warunkach rzeczywistych. „Zadanie Jasińskiego" zostało ustawione w sposób następujący.

Pręt pryzmatyczny odniesiony jest do osi współrzędnych OX i OY (rys. 3). W każdym punkcie długości pręta działa siła ściskająca $q\left(\frac{l}{2}-x\right)$, gdzie $q\frac{l}{2}$ oznacza wartość obciążenia jednostkowego na końcach pręta. Oba końce pręta mogą się obracać, nie mogą jednak zejść z osi OX. Pręt znajduje się w środowisku sprężystym, które stawia wyginaniu się pręta opór proporcjonalny do ugięcia pręta, tj. równy ky, gdzie k jest to pewien współczynnik proporcjonalności.

Jasiński uważa przekrój poprzeczny pasa za wielkość stałą; przyjmuje, że ramy podporowe mostu otwartego są dostatecznie sztywne, aby pomimo wyboczenia się pasa końce jego pozostały na linii prostej, z którą się pokrywała przed wyboczeniem oś pasa; wreszcie zastępuje opór przeciw zginaniu poszczególnych słupów kraty przez opór środowiska sprężystego o równomiernej podatności.



Rys. 3

Założenia Jasińskiego urzeczywistniają się najdokładniej wówczas, gdy obciążenie mostu otwartego jest równomiernie rozłożone.

Jasiński stosuje do obliczenia stateczności pasa ściskanego rozwiązanie wymienione wyżej jako przypadek 9, tj. rozwiązanie zagadnienia pręta w dwóch punktach swobodnie podpartego poddanego działaniu obciążenia zmieniającego się według trójkąta symetrycznie od środka pręta do jego końców i znajdującego się w środowisku sprężystym.

Poszukuje on mianowicie takiej zależności między wielkościami q i k, aby przyjęta w obliczeniu za krzywoliniową postać równowagi pasa ściskanego, symetryczna względem środka długości pasa i nie posiadająca punktów przegięcia, przyjęła postać linii prostej, czyli aby — według wyrażenia Jasińskiego — pokryła się z pierwotnie prostą osią pasa.

Otrzymuje się w ten sposób dla siły krytycznej w pasie ściskanym mostu otwartego wyrażenie:

$$P = \frac{4\,EJ}{e^2}\,a^2 \tag{14}$$

przy czym wielkość $a^2 = \dfrac{ql^4}{32\,EJ}$, proporcjonalną do q, ustala się na podstawie wielkości $b^2 = \dfrac{kl^4}{16\,EJ}$, proporcjonalnej do k. Zależność między wielkościami a^2 i b^2, której wyznaczenie bezpośrednie natrafia na duże trudności, przedstawia Jasiński w postaci tablic upraszczających obliczenia (patrz lit. 1).

Jasiński przewidywał tylko jedną, symetryczną postać wyboczenia górnego pasa mostu otwartego, podczas gdy możliwość powstania innych — niesymetrycznych — postaci wyboczenia sygnalizuje podana w jego pracy fotografia katastrofy mostu przez Kewdę. Znakomity uczony, wielki entuzjasta Jasińskiego, S. P. Timoszenko, stosując tzw. metodę Ritza i Timoszenki, rozszerzył w roku 1915 „zadanie Jasińskiego" na przypadki dużej sztywności słupów [3], a z jego inicjatywy i niżej podpisany przedsięwziął pewne prace rozszerzające zakres stosowania tego zadania (patrz lit. 8).

Do wyznaczenia naprężeń krytycznych powyżej granicy sprężystości proponuje Jasiński, podobnie jak Tetmajer, wzór liniowy:

$$R = a - b\,\lambda \tag{15}$$

gdzie λ oznacza smukłość pręta ściskanego, a a i b są to pewne stałe współczynniki. Współczynniki te wyznaczył Jasiński sposobem najmniejszych kwadratów na podstawie doświadczeń Bauschingera, Tetmajera i Considère'a. Z tego powodu wzór (15) nosi w literaturze technicznej nazwę wzoru Tetmajera-Jasińskiego.

Jasiński podał w swych *Badaniach nad sztywnością prętów ściskanych* tablice zawierające zależność między naprężeniem krytycznym a smukłością pręta ściskanego; zrobił to dla smukłości zawartych w granicach od 20 do 250, a więc zarówno dla naprężeń kry-

---

[3] Patrz lit. 5, s. 119.

tycznych niższych od granicy sprężystości, jak i wyższych. Tablice dotyczą tzw. podstawowego przypadku wyboczenia.

Aby można było z wykonanych w ten sposób tablic korzystać i dla innych przypadków wyboczenia, Jasiński pierwszy wprowadził do nauki pojęcie „współczynnika długości". Jest to współczynnik μ, przez który należy pomnożyć rzeczywistą długość l pręta ściskanego, aby można było otrzymaną w ten sposób długość wyboczeniową μl wstawić do wzoru Eulera dla przypadku podstawowego i uzyskać w ten sposób siłę krytyczną dla tego przypadku wyboczenia, dla którego współczynnik μ został wyznaczony. Ustalił również Jasiński współczynnik długości i dla pasów ściskanych mostów otwartych.

Za poważne osiągnięcie Jasińskiego należy uważać zaproponowany przez niego i ogólnie przyjęty obecnie sposób sprawdzania wymiarów prętów ściskanych narażonych na wyboczenie. Wyszedł on z twierdzenia, że pręt, w którym naprężenia ściskające osiągnęły naprężenie krytyczne, narażony jest na niebezpieczeństwo w takim samym stopniu, jak pręt rozciągany, w którym naprężenia rozciągające osiągnęły wytrzymałość na rozciąganie. W związku z tym naprężenie dopuszczalne k_b w pręcie narażonym na wyboczenie powinno być równe:

(16) $$k_b = k_r \frac{R_k}{R_r}$$

gdzie k_r oznacza dopuszczalne naprężenie przy rozciąganiu równe dla stali dopuszczalnemu naprężeniu na ściskanie k_c, R_r — wytrzymałość materiału pręta na rozciąganie, a R_k — naprężenie krytyczne.

Stosunek:

(17) $$\varkappa = \frac{R_k}{R_r}$$

określił Jasiński nieco później w innej ze swych prac jako współczynnik zmniejszający podstawowe naprężenia dopuszczalne[4]. Obecnie współczynnik ten bywa częściej nazywany współczynnikiem zmniejszenia przekroju i stosowany do sprawdzania naprężeń dopuszczalnych w pręcie ściskanym według wzoru:

(18) $$\sigma = \frac{P}{\varkappa A} < k_c$$

[4] Patrz lit. 2, t. II, s. 26.

Wprowadzenie współczynnika $\varkappa$ (oznaczonego przez Jasińskiego literą φ) w poważnym stopniu uprościło obliczenie prętów na ściskanie i ich konstruowanie. Sposób Jasińskiego znalazł szerokie zastosowanie wśród inżynierów bardzo wielu krajów.

Rozprawa *Badania nad sztywnością prętów ściskanych* zawiera szereg paragrafów nazwanych dodatkami. Dodatek B poświęcony jest omówieniu zagadnienia pręta sprężystego o małej początkowej krzywiźnie, ściskanego siłami zaczepionymi do jego końców z pewnym mimośrodem. Jasiński wykazuje, że w tych warunkach wygięcia pręta wzrastają w sposób bardzo szybki, w miarę zbliżania się wartości siły podłużnej do jej wartości wyrażonej wzorem Eulera.

Przechodząc dalej do zagadnień praktyki bada Jasiński wpływ mimośrodu siły ściskającej i początkowej krzywizny na wyboczenie pręta dochodząc do wniosku, że w granicach mimośrodów zawartych między $0,05i$ i $0,1i$, gdzie i oznacza promień bezwładności przekroju pręta, i przy pierwotnej krzywiźnie pręta odpowiadającej strzałce nie przekraczającej $0{,}001l$ po sprawdzeniu wymiarów pręta z punktu widzenia stateczności można nie mieć obaw co do wytrzymałości pręta. Podniesienie przez Jasińskiego kwestii początkowego mimośrodu siły ściskającej i początkowej krzywizny było ze względu na czas, w jakim miało miejsce, osiągnięciem wybitnie przodującym, gdyż przez innych autorów zostało to zagadnienie podniesione dopiero znacznie później, nie zawsze z poszanowaniem naukowego pierwszeństwa Jasińskiego [5].

Najbardziej pod względem treści związana jest z rozprawą *Badania nad sztywnością prętów ściskanych* rozprawa *Jednoczesne zginanie i ściskanie lub zginanie i rozciąganie* [6]. W pracy tej wyprowadza Jasiński na ugięcia przy mimośrodowym ściskaniu wzór (rys. 4):

$$y = e\left[\frac{\cos k\left(\frac{l}{2} - x\right)}{\cos\frac{kl}{2}} - 1\right] \tag{19}$$

który przypisywany jest nieraz całkowicie niesłusznie innym autorom.

---

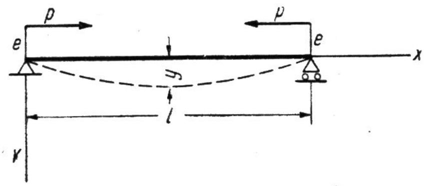
[5] Patrz lit. 5, s. 177.

[6] Patrz lit. 2, t. II, s. 33.

W tej samej pracy podaje Jasiński następujący wzór na naprężenie w pręcie jednocześnie zginanym i ściskanym:

$$\sigma = \frac{P}{\varkappa A} + \frac{M}{W} \leqq k_c \tag{20}$$

gdzie $\varkappa$ ma to samo znaczenie co we wzorze (18), M oznacza moment zginający przy zginaniu pręta siłami poprzecznymi, a W — wskaźnik wytrzymałości przekroju poprzecznego pręta zginanego.



Rys. 4

Znacznie później wzór (20) został wprowadzony do podręczników niemieckich jako tzw. ω - Verfahren. Wśród inżynierów radzieckich i polskich wzór (20) zyskał sobie powszechną prawie wziętość.

Wzór (20) uzasadnia Jasiński drogą następującego rozumowania (patrz lit. 2). Skoro naprężenie dopuszczalne na ściskanie wynosi k_c, a największe naprężenie spowodowane przez moment zginający równa się $\frac{M}{W}$, to naprężenie dopuszczalne na wyboczenie będzie równe naprężeniu k_c zmniejszonemu o wyzyskane już naprężenie $\frac{M}{W}$, czyli będzie równe $k_c - \frac{M}{W}$. Wstawiając więc we wzór (18) zamiast k_c różnicę $k_c - \frac{M}{W}$ otrzymujemy:

$$\frac{P}{\varkappa A} \leqq k_c - \frac{M}{W}, \tag{21}$$

skąd dochodzi się do wzoru (20).

Tego rodzaju uzasadnienie wzoru Jasińskiego może wydawać się niedostateczne, wobec czego wzorowi bywa zarzucana sztuczność i nieekonomiczność. Zresztą sam Jasiński traktował wzór ten — jak to wynika z tekstu omawianej pracy — jedynie jako zalecenie praktyczne.

Wrażenie sztuczności stwarza tu głównie okoliczność, że podczas gdy pierwszy dodajnik wzoru podkreśla niejako dążność do zabezpieczenia się przed wyboczeniem, a więc przed wygięciem pręta, drugi wyraz stwarza wrażenie pogodzenia się ze zginaniem jako mającym już miejsce. Ten jakby brak konsekwencji we wzorze (20) jest jednak tylko pozorny i odpada przy głębszej analizie. Analizę taką i porównania ekonomiczne przeprowadził niżej podpisany w roku 1933 dochodząc do wniosku, że wzór Jasińskiego może z powodzeniem służyć przy projektowaniu konstrukcji budowlanych (patrz lit. 7).

Polemika ze szwajcarskim inżynierem Mantelem na łamach „Schweizerische Bauzeitung" z r. 1895 [7] dała Jasińskiemu okazję do sprecyzowania swego poglądu na sprawę stosowania wyprowadzonych przez niego współczynników długości μ w przypadkach wyboczenia niesprężystego, tj. w przypadkach, kiedy naprężenie krytyczne przekracza granicę sprężystości, chociaż w rozprawie *Badania nad sztywnością prętów ściskanych* omawiał on już to zagadnienie. W odpowiedzi Mantelowi pisze Jasiński wyraźnie, że w przypadku wyboczenia sprężystego należy dla siły krytycznej używać wzoru:

$$P_k = E\pi^2\left(\frac{i}{\mu l}\right)^2 A \tag{22}$$

a dla wyboczenia niesprężystego — wzoru:

$$P_k = \left(a - b\frac{\mu l}{i}\right) A \tag{23}$$

Motywacja tego stanowiska opiera się przede wszystkim na porównaniu podstawowego przypadku wyboczenia z wyboczeniem pręta utwierdzonego w jednym końcu a na drugim swobodnego i ściskanego zaczepioną tu siłą. W tym szczególnym wypadku wprowadzenie do wzoru doświadczalnego na naprężenie krytyczne przy wyboczeniu niesprężystym długości wyboczeniowej równej podwójnej długości rzeczywistej nie może wzbudzać żadnych wątpliwości, gdyż wynika to bezpośrednio z warunków symetrii. Jasiński uważa, że twierdzenie jego jest bezpośrednim skutkiem liniowej postaci wzoru na naprężenie niesprężyste, co już jest wprawdzie mniej przekonywujące, jednak robi on tu ostrożne zastrzeżenie (w odpowiedzi Mantelowi), że współczynniki długości μ obliczone dla wyboczenia sprężystego nie powinny się wiele różnić od tych samych współczynników przy wyboczeniu niesprężystym.

---

[7] Patrz lit. 3, s. 196.

Na ogół inżynierowie postępują w myśl zaleceń Jasińskiego, stosując jedynie pewne środki ostrożności, jednak i dotychczas sprawa nie może być uważana za całkowicie wyjaśnioną. Podobnie jak Jasiński i my obecnie nie możemy twierdzić, że wstawianie długości wyboczeniowych μl do wzoru na wyboczenie niesprężyste może być uważane we wszystkich przypadkach na zupełnie bezbłędne.

Dyskusja między Jasińskim a Mantelem w „Schweizerische Bauzeitung" dotyczyła jednak przede wszystkim stateczności ściskanych krzyżulców kratownic o dużej liczbie krzyżulców, zagadnienia opracowanego w *Badaniach nad sztywnością prętów ściskanych*, a mającego w okresie działalności inżynierskiej Jasińskiego wielkie znaczenie techniczne. Tego samego tematu dotyczyła również wspomniana wyżej dyskusja przeprowadzona na łamach tego samego czasopisma w tym samym roku z Engesserem [8], który zaproponował przy tej okazji swoją teorię badania prętów na wyboczenie niesprężyste.

Engesser zastępował współczynnik sprężystości E przez nowy współczynnik T, który, jego zdaniem, powinien być ten sam dla włókien położonych po stronie wklęsłej i wypukłej zginanego pręta. Jasiński zwrócił uwagę na to, że od strony wypukłej pręta wybaczanego włókna ulegają przy zginaniu odciążeniu, wobec czego skróty ich z tej strony pręta podlegają prawu Hooke'a i dlatego współczynnik sprężystości od strony wypukłej pręta zginanego powinien być przyjmowany za równy E. Poprawka Jasińskiego znalazła uznanie Engessera i została również uwzględniona we wszystkich późniejszych teoriach dotyczących wyboczenia niesprężystego, w szczególności w teorii Kármána.

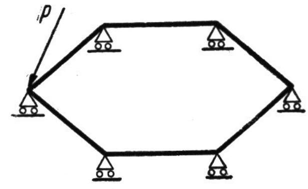
Większość osiągnięć naukowych Jasińskiego nie dotyczących zagadnień stateczności budowli lub z nimi bezpośrednio nie związanych znalazła swe odbicie w pracy jego *Statyka budowli*. W pracy tej przytoczono szereg oryginalnych pomysłów Jasińskiego ogłoszonych uprzednio w charakterze oddzielnych publikacji.

Statyka budowli jest podręcznikiem stosunkowo niedużym i przeznaczonym nie wyłącznie dla specjalistów w zakresie inżynierii i budownictwa. Stąd pochodzi zwięzłość wydawnictwa i pominięcie w nim szeregu rozdziałów zwykle znajdujących miejsce w tego rodzaju książkach (patrz lit. 2, t. II). *Statyka budowli* obejmuje więc jedynie teorię różnych rodzajów podpór, układy kratowe i łuki.

---

[8] Patrz lit. 3, s. 209.

W podręczniku umieszczone jest zasługujące na szczególną uwagę wykreślne obliczenie pierścienia podporowego kopuły kratowej (rys. 5), całkowicie oryginalnie opracowane przez Jasińskiego i opublikowane już wcześniej. Stanowi ono z jednej strony, bardzo wygodny schemat obliczenia statycznego, z drugiej zaś — daje okazję do głębokiego przemyślenia ważnych zagadnień statyki wykreślnej, posiada więc w ten sposób duże znaczenie dydaktyczne. Autor zbadał przy tym i przedstawił na podstawie wykreślnych kryteriów warunki statycznej wyznaczalności i geometrycznej niezmienności tego rodzaju układów.



Rys. 5

Istota rozwiązania wykreślnego polega na tym, że pierścień podporowy uważany jest za wielobok łańcuchowy, a siły w prętach są poszukiwane jako promienie wieloboku sił, odpowiadającego pierścieniowi jako wielobokowi sznurowemu. Poszukiwanie to odbywa się jakby drogą kolejnych przybliżeń, które są jednak ograniczone przez pomysłowe wprowadzenie dodatkowej siły zewnętrznej.

Dalej podręcznik statyki budowli Jasińskiego zawiera w rozdziale o kratownicach uogólnienie metody wymiany prętów Henneberga polegające na wymianie połączeń podporowych oraz uzasadnienie twierdzenia, że w układach statycznie wyznaczalnych zmiany temperatury nie wpływają na wielkości reakcji i sił w prętach. Metoda wymiany połączeń została tu opublikowana przed ogłoszeniem jej przez Föppla.

Podręcznik statyki zawiera wreszcie bardzo ciekawy rozdział *Teoria krzywych sznurowych,* traktowany z punktu widzenia teorii łuków. Podana tu jest ogólna teoria tych krzywych oraz szereg ważnych przypadków szczególnych. O ile autorowi wiadomo, zagadnienie krzywej sznurowej dla parcia ziemi nie było przed Jasińskim przez nikogo opracowane.

Częściowo tylko zachowana praca Jasińskiego *Próba ogólnej teorii równowagi konstrukcji* (patrz lit. 2, t. II) stanowi w pewnym stopniu uzupełnienie jego *Statyki budowli.* W części zachowanej zawarta jest obszerna klasyfikacja podpór oraz ciekawa zapowiedź ogólnej metody wyznaczenia wielkości nadliczbowych w układach statycznie niewyznaczalnych, opartej na tym, że przesunięcia części układu przy odkształceniu elementarnym czynią zadość warunkom kinematycznym. Metodę tę nazwaną w pracy kinematyczną moglibyśmy też nazwać dziś geometryczną. Zdaniem Jasińskiego, nie ustępuje ona metodom energetycznym górując nad nimi prostotą.

Z zakresu statyki budowli znajdujemy jeszcze wśród publikacji Jasińskiego dowód twierdzenia uzasadniającego rozkładanie kratownic statycznie wyznaczalnych na kratownice prostsze [9] oraz ustalenie warunków rozłożenia siły na sześć danych kierunków, co jest ważne dla obliczenia kratownic przestrzennych [10].

W dziedzinie dynamiki budowli nie ogłosił wprawdzie Jasiński żadnych prac teoretycznych, jednak zagadnienia te wywoływały jego duże zainteresowanie jako inżyniera konstruktora. Na tym tle powstały dwie prace Jasińskiego o działaniu taboru kolejowego na mosty. Prace te mają wprawdzie w tej chwili już tylko znaczenie historyczne, w owym czasie miały charakter przodujący.

Do tej grupy prac Jasińskiego należy zaliczyć również wystąpienie jego na zjeździe rosyjskich inżynierów kolejowych, zawierające krytykę wzoru Winklera na dynamiczne działanie pociągu na szynę oraz propozycję własnego wzoru [11].

Kurs teorii sprężystości Jasińskiego jest jednym z pierwszych podręczników tego rodzaju opracowanym przez inżyniera. Jest on interesujący zarówno z punktu widzenia metodyki wykładu, jak i sposobu oświetlenia poszczególnych zagadnień. Poddana jest np. w pracy krytyce molekularna hipoteza budowy materii Cauchy'ego i Poissona. Sposób przedstawienia materiału w tym kursie nie odbiega na ogół od sposobu przedstawienia ich obecnie, dlatego też podręcznik Jasińskiego mógłby być po przetłumaczeniu pomocny i dziś przy studiowaniu teorii sprężystości w naszych politechnikach.

Niezależnie od swej wspaniałej działalności naukowej w dziedzinie mechaniki budowli był Jasiński również wybitnym inżynierem, przejawiającym ożywioną działalność w różnych działach budownictwa i kolejnictwa. Występuje on jako inżynier-projektant, jako kierownik projektowania i jako wykonawca. Buduje most przez rzekę Wilię, wieżę ciśnień dla kolei w Wilnie i opracowuje projekt rzeźni, projektuje i buduje wspaniałe pokrycie torów na stacji Gatczyno, pokrycie warsztatów parowozowych i wagonowych oraz wiele innych obiektów (patrz lit. 6). Jako kierownik wydziału technicznego na kolei Petersburg — Moskwa tworzy z wydziału jakby kierowniczy organ myśli naukowo-technicznej na tej kolei w okresie,

---

[9] Patrz lit. 2, t. I, s. 115.

[10] Patrz lit. 2, t. I, s. 45.

[11] Patrz lit. 3, s. 397.

gdy były tu wykonywane poważne roboty związane ze wzmocnieniem torów i mostów. Konstrukcje zaprojektowane przez Jasińskiego cechuje dokładne zrozumienie całokształtu każdego układu budowlanego i roli poszczególnych jego elementów.

Jasiński opierał się w swoich projektach technicznych na własnych dociekaniach naukowych, i na odwrót działalność inżynierska była mu podnietą do pracy naukowej.

To niezwykłe połączenie zainteresowań dla zawodu inżynierskiego i do działalności naukowej na najwyższym poziomie cechowało całą działalność Jasińskiego. W tej rzadkiej zbieżności teorii i praktyki w niezwykłej umysłowości Jasińskiego znaleźć można między innymi wytłumaczenie tych metod naukowych, którymi ten wielki człowiek się posługiwał. Stosunek między doświadczeniem w nauce a spekulacją matematyczną wyraził on słowami [12]:

„Nikt nie wątpi, że doświadczenia i obserwacje stanowią jedyny godny zaufania fundament dla całego przyrodoznawstwa. Jedynie w oparciu o nie możliwe jest zbudowanie uogólniającej hipotezy, pozwalającej na wprowadzenie do nauki matematycznego sposobu rozumowania jako potężnego narzędzia jej rozwijania. Analiza matematyczna nie jest w stanie sama stworzyć nauki przyrodniczej, może tylko być pomocną przy jej rozwijaniu, ale i wówczas doświadczenia i obserwacje dają jedyny skuteczny sposób sprawdzenia wyników dedukcji; również nienaruszalność tych wyników zależy od stopnia słuszności hipotezy będącej punktem wyjścia analizy".

To zrozumienie roli eksperymentu w nauce przy wielkich uzdolnieniach spekulacyjnych, to harmonijne połączenie zagadnień praktyki i zagadnień teorii w umyśle Jasińskiego było niewątpliwie poza wielkim talentem dydaktycznym i miłym sposobem bycia przyczyną jego wielkiej atrakcyjności, przyczyną tego, że garnęli się do niego tłumnie młodzi adepci nauki [13]. Po przedwczesnej śmierci Jasińskiego rozwijali oni i rozszerzali podjęte przez niego zagadnienia, niosąc w świat jego płodne w wyniki metody pracy naukowej. Niektórzy z nich — jak S. P. Timoszenko — zyskali sobie również światową sławę, nigdy nie zapominając jednak o mistrzu, z którego szkoły wyszli.

Na ogół zasługi naukowe i inżynierskie Jasińskiego były całkowicie uznawane za jego życia i mało było przypadków opozycji prze-

---

[12] Patrz lit. 3, s. 327.

[13] Patrz lit. 4, s. 295.

ciw jego poglądom w dziedzinie wiedzy i zawodu. Te nieliczne przypadki spotykały się z repliką Jasińskiego zawsze wytworną i operującą nieodpartymi argumentami rzeczowymi. Przekonani dyskutanci niejednokrotnie, jak Engesser, przyznawali w druku rację Jasińskiemu.

Jasiński należał niewątpliwie do uczonych postępowych swego czasu, a tematykę jego prac i metody pracy naukowej uważalibyśmy za postępowe i dzisiaj. Pracował Jasiński dla dobra ludzi i nie zajmował się dociekaniami nie mającymi szans zastosowania praktycznego. Atakował wielkie zagadnienia naukowe swojej specjalności — jak zagadnienia stateczności układów sprężystych — lub techniczne zagadnienia aktualne w jego czasach — jak zagadnienie budowy torowiska. Nawet zagadnienia stosunkowo drobne rozwiązywał jako postulaty życia codziennego (tak było np. z projektowaniem rzeźni w Wilnie).

Dzięki genialnemu wyczuciu kierunków rozwoju nauki zajmował się Jasiński przed 60 laty kwestiami, które i dziś są zagadnieniami najważniejszymi w mechanice budowli, jak zagadnienie stateczności sprężystej i obliczenia dynamiczne konstrukcji.

Nowe tematy naukowe wyłaniały się bezpośrednio z ożywionej działalności inżynierskiej Jasińskiego, a metoda jego prac opierała się na schemacie: doświadczenie, budowa teorii, weryfikacja doświadczalna wniosków, a więc na schemacie, który powinien wytyczyć kierunek myśli badawczej również i uczonemu naszych czasów.

CYTOWANA LITERATURA

1. F. Jasiński, *Badania nad sztywnością prętów ściskanych.* Warszawa 1895.
2. F. S. Jasiński, *Sobranije soczinienij.* Petersburg 1902—1904 (redaktor N. N. Mitinski).
3. F. S. Jasiński, *Izbrannyje raboty po ustojcziwosti szatnych stierżniej, s priłożenijem oczerka A. N. Mitinskogo „O żizni i naucznoinżeniernoj diejatielnosti F. S. Jasinskogo“.* Moskwa-Leningrad 1952.
4. S. P. Timoshenko, *History of Strength of Materials,* New York, Toronto, London 1953.
5. S. P. Timoszenko, *Ustojcziwost uprugich sistiem.* Moskwa- Leningrad 1946.
6. St. Bełzecki i A. Pszenicki, *Feliks Jasiński,* „Przegląd Techniczny“, Warszawa 1929.

7. W. Wierzbicki, *Kilka uwag w obronie wzoru prof. F. Jasińskiego na ściskanie mimośrodowe,* „Przegląd Techniczny", Warszawa 1933.

8. W. Wierzbicki, *O stateczności pasów ściskanych w mostach otwartych.* „Sprawozdania i Prace Warszawskiego Towarzystwa Politechnicznego", Warszawa 1923.

ВКЛАД ФЕЛИКСА ЯСИНСКОГО В РАЗВИТИЕ МИРОВОЙ НАУКИ

Феликс Ясинский родился в 1856 г. в Варшаве. По окончании Петербургского института инженеров путей сообщения Ясинский работал инженером службы пути в Вильно и Петербурге. В 1896 г. он был избран экстраординарным профессором по кафедре строительной механики Петербургского института инженеров путей сообщения. Ясинский умер в 1899 году.

Фундаментальный научный труд Ясинского „О сопротивлении продольному изгибу" был издан в 1894 г. на русском языке, а затем год спустя на польском языке („Исследования по устойчивости сжатых стержней"). В 1894 г. вышел также перевод на французский язык.

В своем труде Ясинский реабилитировал разработанную Эйлером теорию продольного изгиба и доказал её точность. Это позволило опереть на научные основы практический расчет металлических конструкций, подверженных изгибающему действию, и заменить известные до того времени недостаточно обоснованные эмпирические формулы.

Вытекающий из теории Эйлера метод расчета Ясинский применил к вопросу устойчивости сжатых поясов открытых мостов, создав таким образом научные основы для разрешения этой проблемы.

На основании опытов, проведенных другими учеными, он вывел формулу для критических напряжений, превышающих предел упругости. Соответствующая формула названа формулой Тетмайера—Ясинского.

Кроме того, Ясинский разработал метод расчета стержней, подверженных изгибу, который широко применяется в настоящее время, установив понятие коэффициента уменьшения сечения, коэффициента длины и т.п.

Крупнейшим достижением Ясинского было то, что он разработал еще один практически очень важный вопрос: о влиянии экцентриситета сжимающего усилия и первоначального искривления оси стержня на его устойчивость.

В другой из своих работ он рассматривал вопрос об одновременном изгибе и сжатии стержней и вывел точную формулу, а также приблизительную формулу, которая находит широкое применение по нынешний день.

Ясинскому принадлежат также лекции по теории упругости и курс статики сооружений. В последнем содержится ряд оригинальных решений, например, начертательное вычисление опорного кольца фермы свода, обобщение метода замены стержней в фермах и т.п.

Вопрос динамики сооружений интересовал Ясинского как инженера-конструктора. Его работы по этому вопросу хотя и не имеют теоретического характера, однако весьма прогрессивны в этой области исследований.

Наряду с выдающейся научной деятельностью Ясинский развивал крупную инженерную деятельность в разных областях строительства и железнодорожного транспорта. Им был построен ряд мостов, перекрытий паровозо- и вагоноремонтных мастерских и превосходно решен и осуществлен проект навеса на станции Гатчина и т.п.

Вся деятельность Ясинского характеризовалась чрезвычайно тесным сочетанием его деятельности инженера и крупного ученого, умением увязывать теорию с практикой. Это имело решающее значение для методологии его работ, которая основывалась на принципах: „опыт, построение теории, опытная проверка выводов'' — то есть на принципах, которые должны определять направление исследовательской работы ученых нашего времени.

FELIKS JASIŃSKI CONTRIBUTION TO WORLD SCIENCE

Feliks Jasiński was born in Warszawa in 1856. After graduating from an engineering college in Petersburg he worked as a railroad engineer in Wilno and Petersburg. In 1896 he was appointed professor of construction mechanics at the Institute of Communication Engineers in Petersburg. He died in 1899.

Jasiński's most prominent scientific work is *Research on the rigidity of compressed rods* published in 1894 in Russian and next year in Polish. In 1894 it was translated into French.

In this work Jasiński carried through the rehabilitation of Eulers theory of elastic deformation, proving its accuracy. It made possible a practical, based on a scientific foundation, calculation for structures exposed to deformation and dismissed the empiric formulae, insufficiently motivated, which were used previously.

The method of calculation, evolved from Euler's theory, was applied by Jasiński to solve the problem of stability of belts at open bridges, creating a basis for a scientific solution of this problem.

Making use of experiments done by other scientists Jasiński worked out a formula for critical stresses at nonelastic deformations. This formula bears the name of Tetmajer-Jasiński.

His is also the method, at present in general use, to calculate rod exposed to deformation by introducing the conception of coefficient for cross-section reduction, coefficient for lenght asf.

An outstanding attainment of Jasiński was his deliberation on the effect of the excenter of the compressing force and of the initial curve exercise on the deformation of the rod.

In another of his works Jasiński discusses a simultanous bending and pressing of rods, introducing an accurate formula and an approximate one which is now in general use.

Jasiński is also the author of handbooks *The theory of elasticity* and *The stability of structures* containing many new ideas and solutions, such as a perspective calculation of rings supporting a lastice dome, a generalisation of a method concerning the exchange of rods in lattices asf.

Problems concerning the stability of structures were always of interest to Jasiński — a construction engineer. His works in this domain though devoid of scientific character were distinctly precursory for this sphere of research.

Beside his prominent scientific activity Jasiński was also an outstanding engineer in various branches of buildings and railroad construction. He designed many bridges and roof coverings for locomotive- and railroad car repair shops and a brilliantly solved track crossing at the Gatczyna station.

A close union of engineering profession with scientific activity, the combination of practice with theory characterize Jasiński's works and put a progressive stamp on all his doings. His method was based on the scheme: experience, theory construction, experimental verification of conclusions, that is on a scheme which should clear the path to scientific though to scholars of our own times also.