Jadwiga Dianni

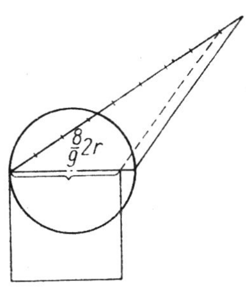
ZAGADNIENIE KWADRATURY KOŁA W POLSKIEJ LITERATURZE MATEMATYCZNEJ

Już we wczesnym okresie (VI — IV w. p.n.e.) powstawania w Grecji nauki geometrii, opierającej się na przyjętych od ludów Wschodu regułach praktycznych z dziedziny miernictwa i budownictwa, wyłaniają się zagadnienia, których ścisły umysł twórców tej pięknej dyscypliny matematycznej nie potrafił rozwiązać stworzonymi przez siebie metodami. Są to tzw. dziś trzy klasyczne zadania konstrukcyjne: podwojenie sześcianu, czyli problem delijski [1], trysekcja kąta oraz kwadratura koła.

Największą popularnością z wymienionych problemów cieszyła się kwadratura koła. Siła przyciągająca tego zadania przetrwała zwycięsko od zamierzchłej przeszłości [2] poprzez wieki, nawet i wówczas, gdy zdobycze nowożytnej matematyki wykazały niemożliwość otrzymania dokładnego wyniku na drodze konstrukcji platońskich, tj. wyłącznie za pomocą cyrkla i liniału [3].

[1] Mianem problemu delijskiego określamy zagadnienie podwojenia sześcianu. Sięga ono odległej starożytności, jak świadczy list Eratostenesa z Kyreny do Ptolemeusza Euergety III, władcy Egiptu (247—223), zachowany w pismach Eutokiosa z Askalonu (VI w. n. e.).

[2] Pierwszą kwadraturę koła spotykamy w najstarszym dziś znanym staroegipskim zabytku matematycznym, tzw. papirusie Ahmosego, pochodzącym z około XX w. p.n.e., znalezionym w r. 1858 w Tebach. (Por. Fotokopia Chace Maning Bull Archibald, Oberlin USA 1927—1929). Obok rysunku podana jest reguła: „Pomniejsz średnicę o $\frac{1}{9}$ jej długości, a otrzymasz bok kwadratu, którego pole jest równe polu koła". A więc π ma tu wartość $3\frac{13}{81}$



[3] Nie pomogły i ogłoszenia Akademii naukowych, m. in. Akademii Paryskiej w r. 1775, iż nie będzie oceniać prac zawierających rzekome rozwiązania kwadratury koła.

Zagadnieniem kwadratury koła zajmowali się i uczeni, i profani. Zainteresowanie to było wywołane niewątpliwie prostotą treści zadania, którą dyletanci utożsamiali z łatwością rozwiązania. Kwadrat i koło — to figury geometryczne, które zna każdy człowiek, z pojęcia ich powierzchni łatwo można zdać sobie sprawę; stąd głęboka wiara, że znaleźć rozwiązanie nie będzie rzeczą trudną, a szczęśliwego odkrywcę czekają zaszczyty nie mniejsze od tych, jakie przypadną w udziale temu, kto znajdzie kamień filozoficzny alchemików.

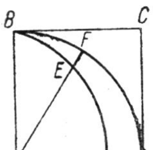
Okazało się jednak, że ten „prosty" problem nasuwał niepokonane trudności. Z istoty tych trudności nie zdawano sobie sprawy ani w starożytności, ani w średniowieczu. Toteż próżne były wysiłki wybitnych nieraz uczonych, którzy nie zdołali osiągnąć zamierzonego celu, ani wykryć źródła niepowodzeń.

Problem kwadratury koła ma dwojakie — jak wiemy — ujęcie. Z wzoru $P = r^2 \pi$ wynika, że powierzchnia koła jest proporcjonalna do kwadratu promienia, a więc trzeba znaleźć wykładnik stosunku $P : r^2 = \pi$. Drugie ujęcie — to zagadnienie konstrukcyjnego wyznaczenia cyrklem i liniałem boku kwadratu, którego powierzchnia byłaby równa polu danego koła.

Pierwsze ujęcie wymagało coraz dalej sięgających udoskonaleń metod matematycznych, które swym zasięgiem przekraczały ramy samego zagadnienia. W drugiej formie — niemożliwość wykonania dokładnej konstrukcji pobudzała twórczą myśl człowieka, dzięki czemu otrzymywano ciekawe, a zarazem piękne w swej prostocie rozwiązania przybliżone.

Problem kwadratury koła o ograniczonej zdawałoby się treści uzyskał w ciągu wieków pełne naukowe znaczenie; w jego rozwoju śledzić możemy postęp wiedzy matematycznej, tworzenie się i ścieranie prądów naukowych różnych epok. Zajmowali się tym zagadnieniem najwięksi matematycy wszystkich krajów i narodowości, znajdując w nim źródło wielkich odkryć. Kwadratura koła dała pierwszą różną od koła krzywą [4], pierwszy w historii matematyki

[4] Jest to tzw. kwadratryca (τετραγωίζσυδα) Hipiasza z Elidy, sofisty z V w. p.n.e., którą Deinostratos (IV w. p.n.e.) zastosował w konstrukcji mechanicznej do rozwiązania kwadratury koła. Krzywą tę otrzymujemy w następujący sposób: Zakładamy, że równocześnie odbywają się dwa ruchy, boku BC kwadratu równolegle do AD i promienia AB obracającego się dookoła punktu A. Oba ruchy są jednostajne z tak dobraną szybkością, by BC i AB równocześnie dotarły do położenia AD. Te ruchome odcinki wyznaczają w każdym położeniu punkt też ruchomy. Ruch tego punktu wyznacza krzywą Hipiasza. Ze stosunku $\frac{AD}{AG} = \frac{\pi}{2}$ można znaleźć odcinek, którego długość jest równa długości łuku koła BFD. Wy-



iloczyn nieskończony [5], pojęcie zbieżności [6]. Dla problemu kwadratury doskonalono metody rachunku: dopatrzyć się w nich można nawet zaczątków rachunku całkowego w formie metody wyczerpywania powierzchni — ograniczonej krzywymi — za pomocą trójkątów [7].

Podkreślić należy, że rachunek nieskończonościowy dostarczył potężnego narzędzia do zwalczenia tego opornego zagadnienia. Za pomocą rozważań całkowych znalazł W a l l i s ciągi iloczynów nie-

---

starczy w tym celu znaleźć x z proporcji $x: AD = AD : AG$. Wówczas:

$$x = \frac{AD \cdot AD}{AG} = AD \cdot \frac{AD}{AG} = AD \cdot \frac{\pi}{2} = BFD$$

4x zaś jest równe obwodowi danego koła. Znając obwód łatwo znaleźć kwadrat równy kołu. Wystarczy zamienić prostokąt, którego jeden bok równa się połowie obwodu, drugi — promieniowi na kwadrat. Wszystkie te konstrukcje można wprawdzie wykonać cyrklem i liniałem, ale krzywej Hipiasza nie można wykreślić bez specjalnych mechanizmów. (Por. H. S t e i n h a u s, *Kwadratura koła.* „Wszechświat", Warszawa 1908, t. 37, s. 355).

[5] Franciszek Vieta ujmując w formę rachunkową rozważania Antyfonta sofisty (V w. p.n.e.) wpisuje w koło wieloboki foremne o coraz większej ilości boków, tak iż boki te zlewają się wreszcie z łukami, a koło staje się równe wielobokowi. Wielobok ten można zamienić na kwadrat. Obliczając kolejno powierzchnie wieloboków dochodzi Vieta do wzoru:

$$\frac{2}{\pi} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}} \ldots$$

(Por. V i e t a, *Variorum de rebus mathematicis responsorium* Liber VIII, 1593). Zbieżność szeregu Viety łatwo udowodnić, a więc można z jego pomocą osiągnąć dowolnie wielką dokładność, biorąc odpowiednią ilość czynników.

[6] Podaje je James G r e g o r y w *Vera circuli et hyperbolae Quadratura*, Padwa 1667. Ujmuje w prostą formę zmodyfikowaną metodę Archimedesa wprowadzając równanie:

$$i_{n+1} = \sqrt{i_n U_n}$$

$$U_{n+1} \; \frac{2i_n + U_n}{i_n + U_n}$$

gdzie i_n wielobok wpisany, u_n opisany, i_{n+1} wpisany o podwojonej liczbie boków, u_{n+1} odpowiedni opisany. Gregory wprowadza tu tworząc serię wieloboków nazwę „series polygonorum convergens", a więc pojęcie zbieżności po raz pierwszy użyte. Pierwszy też wprowadza pojęcie liczby przestępnej.

[7] Metodę wyczerpywania tak formułuje Euklides: „Mając dwie nierówne wielkości, jeżeli od większej odjęta będzie część większa od jej połowy i od pozostałej odjęta będzie znowu część większa od jej połowy i podobne odejmowanie powtarzane zawsze będzie, pozostanie na koniec wielkość mniejsza od danej wielkości mniejszej". Ks. X, pod. 1 *Elementy Euklidesa* w tłumacz. J. C z e c h a, Wilno 1817, ks. XII, pod. przybrane, s. 301—302. Metodę wyczerpywania stosował już Demokryt przy obliczaniu objętości ostrosłupa. W szerokim zastosowaniu spotykamy ją u Archimedesa w obliczeniach powierzchni i objętości brył; rozważa je jako złożone z płaszczyzn, którymi dają się „wyczerpywać".

skończonych, o tyle lepsze od wzoru Viety, że nie zawierają wyrażeń niewymiernych [8].

Dające się wyróżnić trzy kolejne okresy w historii tego wielowiekowego problemu rzucają ciekawe światło na dzieje rozwoju myśli ludzkiej, której ewolucja w zbiorowym wysiłku twórczym jest niewątpliwie sprawdzianem postępu nauki. Coraz lepsze narzędzia badania w postaci doskonalonych metod prowadzą do odkryć, które w końcowym wyniku zdumiewają nas swą prostotą.

W I okresie (od zaczątków matematyki — około XX w. p.n.e. do wprowadzenia ciągów nieskończonych) prace idą głównie w kierunku przybliżonego wyznaczenia liczbowego stosunku okręgu koła do średnicy w drodze konstrukcji geometrycznych. II okres rozpoczęty przez V i e t ę trwa zaledwie jeden wiek, ale jest to okres wielkich odkryć matematycznych i niezwykle bujnego życia naukowego. Coraz szersze zastosowanie do zagadnień przekazanych przez starożytność znajdują metody nowej analizy; wraz z nimi zjawia się po raz pierwszy symbol π (περιφέρεια) [9].

Okres III obejmuje badania o charakterze krytycznym. Mają one na celu określenie rodzaju liczby π oraz liczby e, zasady logarytmów naturalnych, a więc liczby będącej tym samym w odniesieniu do logarytmów, co π w odniesieniu do koła [10].

---

[8] J. W a l l i s, *Arithmetica infinitorum*, Oxford 1655.

$$\frac{\pi}{2}=\frac{2}{1}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{8}{7}\cdot\frac{8}{9}\cdots$$

$$\frac{4}{\pi}=\frac{3\cdot3\cdot5\cdot5\cdot7\cdot7\cdot9\cdot9\cdot11\cdot11\cdot13\cdot13}{2\cdot4\cdot4\cdot6\cdot6\cdot8\cdot8\cdot10\cdot10\cdot12\cdot12\cdot14}\cdots$$

Zaznaczamy, że w rozpatrywanej tu całce $\int^1 (1-x^2)^3 dx$ Wallis nie posługuje się znakiem całki, lecz jej pojęciem. (Por. H. Steinhaus jw. s. 372).

[9] Wprowadzony przez matematyka angielskiego Jonesa w 1708 r., ale utrwalony w znakowaniu Eulera.

[10] Odkrycie Eulera wiążące funkcję trygonometryczną z wykładniczą we wzorach:

$$(1) \qquad e^{xi} = \cos x + \sqrt{-1}\,\sin x$$

$$(2) \qquad e^{-xi} = \cos x - \sqrt{-1}\,\sin x$$

wskazało na ścisły związek między dwoma wielkościami przestępnymi. Gdy w równaniu (1) podstawimy $x = \pi$, wówczas, ponieważ $\sin\pi = 0$ $\cos\pi = 1$, mamy: $e^{\pi\sqrt{-1}} = -1$. Wprowadzenia do rozważanego zagadnienia ilości urojonych związało z sobą różne dziedziny badania wiodące do rozwiązania problemu kwadratury koła.

Liczba algebraiczna jest zawsze pierwiastkiem równania algebraicznego stopnia skończonego o współczynnikach wymiernych. Liczby algebraiczne zawierają w sobie liczby wymierne i niewymierne wszelkich rzędów. Arytmetycznie tak liczby niewymierne, jak i przestępne wyrażają się za pomocą ułamków dziesiętnych nieskończonych i nieperiodycznych i to właśnie było powodem trudności poznania właściwej istoty liczb przestępnych.

W r. 1766 udowadnia Lambert, że liczba π nie może być wymierna[11]. Potwierdzają to i dalsze odkrycia Eulera i Legendre'a. Rozważając charakter liczby π wyprowadza Euler następujący wniosek: „Unde sententia satis certa videtur, quod peripheria circuli tam peculiare genus quantitatum transcendentium constituat, ut cum nullis aliis quantitatibus, sive surdis[12], sive alius generis transcendentibus nullo modo se comparari patiatur“[13]. (Stąd wniosek oczywisty, że obwód koła jest tak szczególną wielkością przestępną, że nie można jej wcale porównać ani z żadnymi wielkościami niewymiernymi, ani przestępnymi innego rodzaju).

Legendre w oparciu o własności ciągów zbieżnych udowadnia w swych *Éléments de Géométrie*, że pewne nieskończone ułamki ciągłe przedstawiają liczby niewymierne[14].

---

[11] H. Lambert, *Mémoire sur quelques proprietés remarquables des quantités transcendants circulaires et logarithmiques*, „Hist. Ac. d. Sciences et belles lettres“, 1767—1768.

[12] Nazwą „surdus“ (od arabskiego asanun) określano od XIII—XVII w. niewymierność. Spotykamy ją także czasem u pisarzy XVIII w. obok nazwy „irrationalis“. Określenie „numeri surdi“ pojawia się po raz pierwszy w literaturze europejskiej w *Liber abaci* Leonarda z Pizy Fibonacciego (napis. w 1202, druk. w 1857).

[13] *Opuscula Analytica*, Petersburg 1785, t. II, § 12, s. 98.

[14] *Nôte IV où l'on démontre, que le rapport de la circomférence au diamètre et son quarré sont les nombres irrationels*, Paryż 1794, II wyd. Paryż 1799. Wychodząc z funkcji:

$$\varphi(z) = 1 + \frac{a}{z} + \frac{1}{z(z+1)} \cdot \frac{a^2}{2!} + \frac{1}{z(z+1)(z+2)} \cdot \frac{a^3}{3!} + \ldots$$

a więc z szeregu zbieżnego dla wszystkich wartości $z \neq 0$ dochodzi Legendre po odpowiednim przekształceniu do wzoru:

$$\mathrm{tg}^x = \cfrac{x}{1 - \cfrac{x^2}{3 - \cfrac{x^2}{5 - \cfrac{x^2}{7 \ldots}}}}$$

Po czym wykazuje, że ten nieskończony ułamek ciągły jest liczbą niewymier-

Przeszło w 100 lat po Lambercie, w 1873 r. udowadnia Hermite, że podstawa logarytmów naturalnych, a więc liczba e jest liczbą przestępną [15]. Lindemann zaś w 1882 r. opierając się na badaniach Hermite'a wykazuje [16], że π jest również liczbą przestępną.

Dalsze prace szły w kierunku upraszczania dowodu Lindemanna aż do formy elementarnej, w jakiej go podaje Klein [17]. Równie prosty dowód przestępności liczb e i π przeprowadził Mertens [18].

Odpowiedź na pytanie nie rozstrzygnięte przez 4000 lat wypadła zatem — jak widzimy — negatywnie, ale w szerszym sensie, niż to ongi przewidywano. Konstrukcja elementarna dająca taką zamianę jest niemożliwa, gdyż liczba π nie da się wyrazić równaniem algebraicznym o współczynnikach wymiernych. Nie tylko nie można zbudować cyrklem i liniałem kwadratu równoważnego kołu, ale w ogóle za pomocą żadnych linii krzywych ani powierzchni algebraicznych konstrukcja nie da się wykonać.

Do rysowania krzywych przestępnych służą przyrządy zwane integrafami lub planimetrami. Pierwsze sposoby przybliżonego kreślenia krzywej całkowej podał W. Żmurko w r. 1864. Po nim Sofin w Pradze i Nehls w Hamburgu. Dalszym zaś udoskonaleniem podanych tam metod jest Integrator Brunona Habdank - Abakanowicza. Przyrząd ten służący w zasadzie do wyznaczania krzywej całkowej wykonuje sumowanie i przedstawia jego wynik [19].

Problem kwadratury koła zajmował żywo i naszych uczonych, a w sposobie jego ujmowania śledzić możemy rozwój polskiej myśli

ną. Ponieważ mianowniki poszczególnych wyrazów (1, 3, 5, 7...) rosną bez końca, przeto od pewnego dostatecznie dalekiego k-tego wyrazu będzie $\frac{x^2}{2k-1} < 1$ zatem wartość ułamka ciągłego, a więc $\operatorname{tg} x$ przy wymiernym x będzie liczbą niewymierną. Na odwrót, do wymiernego $\operatorname{tg} x$, np. do $\operatorname{tg}\frac{\pi}{4} = 1$ będzie należeć niewymierny łuk $\frac{\pi}{4}$. Legendre wykazał również, że π nie może być kwadratowym pierwiastkiem z liczby wymiernej, np. w rodzaju $\sqrt{3}$

[15] *Sur la fonction exponentielle* w „Comptes rendus" 77 oraz „Journal des Mathématiques pures et appliquées" XVI, 1871.

[16] *Berichte der Berliner Akademie*, 1882, „Math. Annalen" t. XX, s. 213 Über die Zahl π.

[17] Vorträge über ausgewählte Fragen der Elementargeometrie, Lipsk 1895.

[18] Sitzungsberichte der Kais. Akademie der Wiss. in Wien. Mathem.-Nat. Klasse XI, 1896.

[19] B. Abakanowicz, *Integrator* — Spraw. z posiedzeń Wydziału Mat.-przyr. Ak. Um. t. VI, Kraków 1880, s. 75—80. Tabl. II.

naukowej. Prace, które tu kolejno omówimy [20], wykazują, że i u nas — podobnie jak na Zachodzie Europy — istniały różne poglądy, obmyślano rozmaite metody, zmierzające do rozwiązania tego zagadnienia. Zaciekawiało ono i matematyków, i laików, dążących z niesłabnącym uporem do nie dającego się osiągnąć celu, a często wierzących, wbrew logice, iż cel ten osiągnęli.

Problemem kwadratury koła zajmuje się Stanisław Grzepski w swej książce *Geometria to jest Miernicka Nauka...* wydanej w Krakowie w 1655 r. W tej pierwszej geometrii w języku polskim mamy też i pierwszy w naszym języku tekst poświęcony temu zagadnieniu, jak wskazują załączone odbitki (odbitka 1a, b, c, d).

Po wyjaśnieniu, jak mierzyć obwód i pole koła, przechodzi Grzepski do właściwego problemu, podając przepis zamiany koła na równoważny kwadrat. Powołuje się tu na kwadraturę Dürera [21] i Forciusa [22].

W naszej symbolice odpowiada przepis Grzepskiego równaniu:

$$\frac{d^2}{2} = r^2\pi$$

gdzie $\frac{d^2}{2}$ pole kwadratu o przekątnej *d*, a więc przy wartości podanej przez Grzepskiego:

$$50 = 16\,\pi,\ \text{skąd}\ \pi = \frac{25}{8} = 3\frac{1}{8}$$ [23]

---

[20] O ile mi wiadomo, temat ten dotychczas nie był opracowany. Nawet w polskich rozprawach o kwadraturze koła są nieliczne tylko wzmianki o naszych matematykach, którzy się tym zagadnieniem zajmowali.

[21] A. Dürer, *Underweysung der messung mit dem zirckel und richtscheyt in linien, ebenen und ganzen Corporem* ks. II fig. 34. Nürnberg, 1525.

[22] Forcius Leonard w. XVI.

[23] Nie wiemy dokładnie, jakie jest pochodzenie tej dürerowskiej wartości π. Pojawia się ona po raz pierwszy w literaturze matematycznej w pierwszej połowie XI w. w liście nieznanego mnicha do Regimbolda z Kolonii (Por. P. Tannery et Clerval, *Une correspondance d'écolâtres du XI-ème siècle* „Notices et extraits des manuscripts de la Bibliothèque Nationale", Paris 1901, s. 533 i n.). Podana tu jest też wartość $\pi = \frac{22}{7}$, jako „haec in geometricis vetustas circuli habetur regula" (por. Tannery, jw., s. 534) oraz wskazówka, by dla ułatwienia rachunku brać $\frac{5}{4}$ średnicy jako przekątną równoważnego kwadratu.

Oprócz tej reguły podaje Grzepski sposób „według pierwszej nauki".

W naszej symbolice odpowiada to równaniu:

$$P = 2r\pi \cdot \frac{r}{2}$$

tj.
$$P = 8 \cdot \frac{22}{7} \cdot 2 = \frac{352}{7} = 50\frac{2}{7}$$

W tym drugim obliczeniu przyjmuje $\pi = \frac{22}{7}$[24], wartość Archimedesowską[25], co wskazuje na słuszność określenia „według starszej nauki". Porównując oba nieco różne od siebie wyniki $\left(50 \text{ i } 50\frac{2}{7}\right)$ ocenia je Grzepski krytycznie i choć pozostawia czytelnikowi wybór między dwoma sposobami „Masz tedy dwie nauce y możesz używać którey chcesz" — dodaje, że „pierwsza nauka jest pewnieysza a niż ta co ją Dürer i Forcius napisał".

Obszerniejszą rozprawę poświęcił zagadnieniu kwadratury koła Piotr Krüger (Crügerus): *Tetragonismus circuli per lineas quem Nicolaus Raimarus Fundamento suo astronomico transcursim inseruit expeditiori structura et evidentiori demonstratione productus a M. Petro Crügero Borusso, Lipsiae* 1607[26].

Rozprawę tę napisał Krüger podczas swych studiów w Lipsku. Z wypowiedzi zawartych we wstępie wnioskujemy, że autor wierzył w możliwość dokładnej konstrukcji dającej rozwiązanie tego problemu. Argumentuje bowiem tak: „Skoro nie byłoby możności zamiany prostej na krzywą, to jakiż sens miałoby twierdzenie, że stosunek powierzchni kół jest wyrażalny stosunkiem kwadratów ich

---

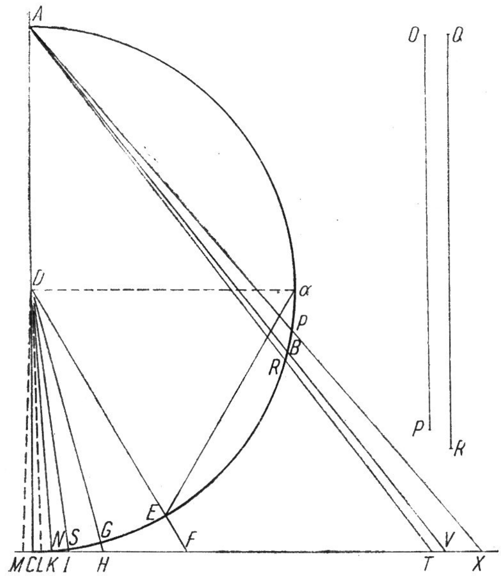
[24] Wartość tę podaje już Marcin Król w swej *Geometrii praktycznej* z r. około 1450, w związku z obliczeniem obwodu koła, gdy dana jest średnica. Poleca mnożyć jej długość przez 22/7; pochodzenia jednak tej wartości Król nie wyjaśnia. Por. *Mg. Martini de Żórawica alias Martinus Rex de Premislia vocitatus Geometriae practicae seu Artis mensurationum tractatus*, wyd. z tłumacz. przez L. A. Birkenmajera, Warszawa 1895, s. 7 oraz objaśn. 8, s. 66.

[25] Por. *Eutocii Comm. in dimensionem circuli Opera Archimedis et. Heiberg*, Lipsk 1910—1915, (II wyd.) 1^2, s. 232—243.

[26] Na egzemplarzu Bibl. Jag. (Math. 430) znajduje się dopisek na karcie tytułowej „Contra suum Tetragonismum scripsit Adrianus Romanus". A więc rozprawa Krügera znana była i za granicą.

średnic, a stosunek obwodów stosunkiem średnic? Czy geometria może dopuścić istnienie stosunków wielkości niewyrażalnych liczbami? Jeżeli dotychczasowe usiłowania zawiodły, niewątpliwie rozum ludzki znajdzie kiedyś zadowalające rozwiązanie". Dzieło swe uważa autor za pewien krok w tym właśnie kierunku, jest ono uzupełnieniem w pewnym sensie konstrukcji D u c h e s n e' a, której obrońcą był R a i m a r u s[27].

Po zaznajomieniu czytelnika z szeregiem twierdzeń pomocniczych z planimetrii przystępuje Krüger do właściwej konstrukcji, którą objaśnia następującym rysunkiem:



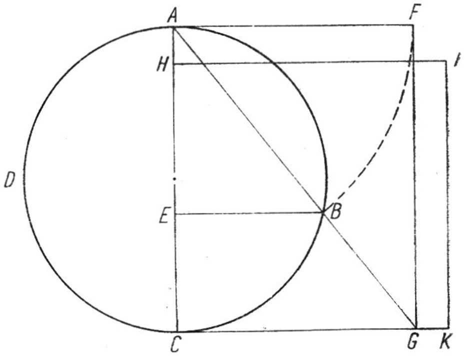
Konstrukcję tę tak autor objaśnia: „Wpisujemy w koło za przykładem Archimedesa 96-bok w ten sposób: Półkole *ABC* o środku *D* dzielimy na dwie ćwiartki *Aa, aC;* promieniem *Da* wyznaczamy punkt *E* otrzymując bok sześcioboku wpisanego *aE*, odpowiadający kątowi środkowemu równemu $\frac{2}{3}$ kąta prostego. Prowadzimy styczną do koła w punkcie *C*. Promień *DE* wyznacza na niej punkt *F*, kąt CDF wynosi $\frac{1}{3}$ kąta prostego, a stąd łuk *CE* jest $\frac{1}{12}$ obwodu koła. Połowiąc kąt *CDF* otrzymamy kąt *CDH* wynoszący $\frac{1}{6}$ kąta prostego, stąd łuk *CG* jest $\frac{1}{24}$ obwodu. Po dalszym

---

[27] Szymon D u c h e s n e (Du Chesne-Van Eyck) w swej rozprawie *Quadrature de Cercle ou manière de trouver un carré égal au cercle donné et au contraire,* Delft 1584, podaje dla π wartość $\frac{39^2}{22}$,co ułatwia znalezienie równoważnego kwadratu, gdyż jego bok musi się równać $\frac{39}{44}$ *d,* jeśli *d* oznacza średnicę. W polemice naukowej, która wywiązała się w związku z nieścisłymi wywodami Duchesne'a, stanął w jego obronie Nicolaus Raimarus U r s u s.

przepołowieniu powstanie kąt równy $\frac{1}{12}$ kąta prostego oraz łuk CS równy $\frac{1}{48}$ obwodu. W ten sam sposób powstanie kąt CDK równy $\frac{1}{24}$ kąta prostego oraz łuk CN równy $\frac{1}{96}$ obwodu. Cięciwa CN wyznacza bok wpisanego 96-boku. Przepołowienie kąta CDK wyznacza kąt CDL równy $\frac{1}{48}$ kąta prostego, a więc styczna CL wyznacza bok opisanego 192-boku; ta styczna podwojona LM daje bok 96-boku opisanego. Bok ten wzięty 24 razy daje $\frac{1}{4}$ obwodu 96-boku opisanego, a tak samo CN wzięte 24 razy daje $\frac{1}{4}$ obwodu 96-boku wpisanego. Te długości wyznaczone są na prostych φR, OP. Przenosimy je od punktu A otrzymując $AP = OP$, $AR = \varphi R$. Przedłużając AP otrzymamy na stycznej punkt X taki, że CX jest większe od AP, a otrzymany odcinek CT jest mniejszy od AR. Między tymi prostymi AP i AR leży prosta AB dająca na stycznej odcinek $CV = AB$. Ten właśnie odcinek jest równy $\frac{1}{4}$ obwodu koła o średnicy AC".

Uważając konstrukcję Raimarusa za dość zawiłą, a więc mogącą prowadzić do niedokładnego rozwiązania, proponuje Krüger prostszą, opartą na podziale odcinka wedle proporcji ciągłej. „Dane koło zamienić na kwadrat. Po podziale średnicy AC według proporcji ciągłej prowadzimy z otrzymanego punktu E prostopadłą do AC wyznaczającą na okręgu punkt B. Cięciwa AB jest jednym bokiem prostokąta $AFGC$, zbudowanego z AB i średnicy AC. Ten prostokąt zamieniamy na równoważny kołu kwadrat $HIKC$".



W swym dziele *Fundamentum Astronomicum Argentorati* 1588 usiłuje — bezskutecznie oczywiście — udowodnić prawdziwość tez „Simonis Quercu inventoris divini artificii".

Opierając się na poprzednich twierdzeniach i konstrukcjach uważa autor odcinek AB za równy $\frac{1}{4}$ obwodu koła, a tym samym i prostokąt $AFGC$ oraz kwadrat $HIKC$ za równoważne kołu [28]. Dowodu Krüger nie podaje.

Udowodnimy, jakiej wartości na π odpowiada konstrukcja Krügera:

Ponieważ $\Delta\, ACG \backsim \Delta\, BCG$,

więc $AG : CG = CG : BG$,

$$(AB + BG)^2 = AB^2 + AC^2$$

$$AB + BG = \sqrt{AB^2 + AC^2}$$

$$BG = \sqrt{AB^2 + AC^2} - AB,$$

$$\sqrt{AB^2 + AC^2} : AB = AB : (\sqrt{AB^2 + AC^2} - AB),$$

$$AB^2 = AB^2 + AC^2 - AB\sqrt{AB^2 + AC^2},$$

$$AB\sqrt{AB^2 + AC^2} = AC^2,$$

$$AB^2\,(AB^2 + AC^2) = AC^4,$$

$$AB^4 + AB^2\,AC^2 - AC^4 = 0;$$

rozwiązując to równanie względem AB otrzymamy:

$$AB = AC\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}.$$

Wedle Krügera: $AB = \frac{r\pi}{2}$; $AC = 2r$

więc $\frac{r\pi}{2} = 2r\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$,

co daje $\pi = 4\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$, a więc bardzo niedokładną wartość 3,148.

Krytycznie ocenia kwadraturę Raimarusa i Krügera Stanisław P u d ł o w s k i wykazując błędność ich rozumowań. Wyniki jednak jego badań pozostały nieznane, gdyż przygotowane do druku dzieła Pudłowskiego zaginęły. Pozostała tylko spuścizna rękopiśmienna, zawarta w dwu kodeksach Biblioteki Jagiellońskiej (495, 2468). Konstrukcje, które tu przytaczamy, znajdują się w Rkp. 495, s. 39–

[28] Stosuje tu Krüger i dziś używaną konstrukcję średniej proporcjonalnej między dwoma odcinkami.

43. Dowody Pudłowskiego podajemy w jego oryginalnej symbolice, którą objaśniamy naszym znakowaniem.

W rozważaniach swych omawia Pudłowski najpierw rozwiązanie Krügera: „Petrus Crügerus in Tetragonismo Circuli docet lineam media et extrema ratione secare“ (probl. 3).

Data recta ——— b $b \parallel AB$	Dana prosta $b = AB$
Extrema et media ratione secare $\frac{b \parallel c}{c \parallel d}$	$b : c = c : d$
Sumpta $\frac{b}{2} \gtrless g$	$\frac{b}{2} = g$
et ea ducatur recta C in B — f	
Inde $f \backsim g \parallel c$	$f - g = c$
Ergo $\frac{b \parallel c}{c \parallel d}$	$b : c = c : d$
$df \parallel cc$	$df = c^2$

Przytacza również drugi rysunek Krügera opatrując go słowami: „Si supra diametrum b extrema et media ratione sectum

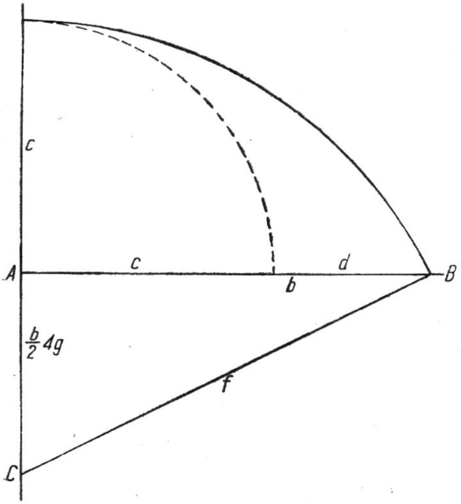
$$\frac{b \parallel c}{c \parallel d} \qquad b : c = c : d$$

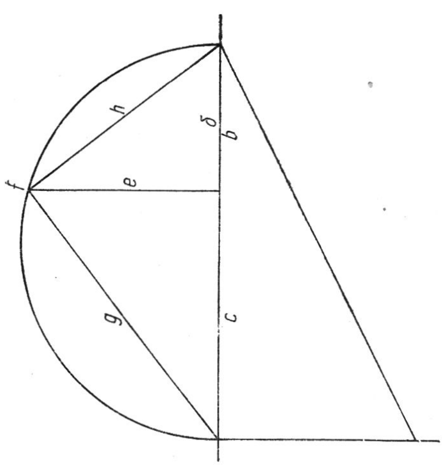
in punctum sectionis erigatur perpendicularis *e*. Coniunganturque puncta extrema *b* in *f* erunt latera inter se proportionalia

$$\frac{b \parallel g}{g \parallel h} \text{ et } \frac{b \parallel g}{g \parallel c}$$

Inde nititur cum Nicolao Raymaro circuli quadraturam conficere ut sequenti figura patebit“: (Jeżeli do średnicy *b* podzielonej według „złotego podziału“ poprowadzimy w punkcie podziału prostopadłą *e* i połączymy końce łuku *b* w punkcie *f*, to powstaną boki między sobą proporcjonalne. To w połączeniu z rozważaniem Mikołaja Raymarusa doprowadza do kwadratury koła, jak wskazuje następujący rysunek).

Teraz przytacza Pudłowski rozumowanie Raymarusa: „Nicolaus Raymarus quadraturam circuli sic deducit: Posito quod polygonum circulo inscriptum sit minoris peripheriae quam peripheria circuli. Et polygonum circulo circumscriptum maioris est peripheriae quam peripheria circuli. Ergo peripheria circuli versatur inter duas peripherias polygoni. Et quadrantis circuli peripheria est inter peripheria polygonorum inscriptorum et circumscriptorum.

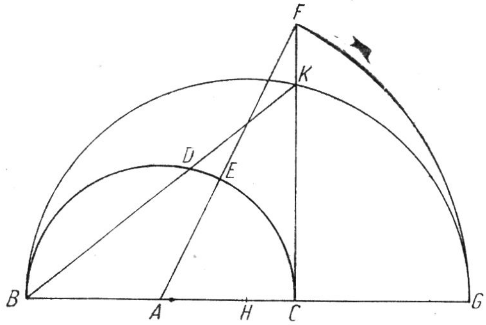




Inscribatur Archimedea ratione circulo *ADC*, polygonum laterum 96. Ergo quadranti *CD* inscribetur quadrans polygoni partium 24 et similiter circumscribetur, quod hic cogitatione perficimus. Postmodum Raymerus extendit quadrantem polygoni inscripti, qui esset aequalis *a*. Extendit et quadrantem circumscripti polygoni qui est || *e*. *A* extensa ad peripheriam circuli ducta *a*, et producta ad tangentem *CF* secabit *CF* in *F*. Sed *CF* est maius [quam] *a*. Et producta ab *A* in *H* linea *e* secabit *CF* in *H*. Sed *CH* minus est *e*, $CH < e$. Ergo ducenda est linea *AB* quae incidens in *CD* secet *CG* ad aequales partes *AB*. *CG* || *AB*. Ducto igitur *CG* in *AC* fiet quadrangulum cuius quadratum aequalis est circulo *ADC*.

Quia *CG* inventa est || peripheria quadrantis circuli. (Patrz odbitka 2 i 3).

Quod quidem ille assumit hoc nequam probatum et demonstratum cum tamen non video nullam convincentem rationem quod *CG* debeat esse aequalis peripheriae quadrantis". (Mikołaj Raymarus tak wyprowadza kwadraturę koła: Ponieważ wielokąt wpisany w koło ma obwód mniejszy od obwodu koła, a wielokąt opisany na tymże kole ma obwód większy jak obwód koła, przeto obwód koła mieści się między obwodami obu wielokątów. I obwód ćwiartki koła mieści się między obwodami wielokątów wpisanych i opisanych. Jeżeli wpiszemy według Archimedesa w koło *ADC* wielokąt o 96 bokach, to w ćwiartkę *CD* wpisana jest ćwiartka wielokata o 24 bokach, a podobnie ma się



sprawa z wielokątem opisanym, cośmy tym rozumowaniem wykazali. Potem Raymarus prostuje ćwiartkę obwodu wielokąta wpisanego, która niech będzie równa *a*. Wyprostowana ćwiartka obwodu opisanego wynosi *e*. Wyprostowana ćwiartka *a* poprowadzona z punktu *A* do okręgu koła i przedłużona do stycznej *CF* przetnie *CF* w *F*. Lecz $CF > a$. Poprowadzony zaś od *A* do *H* odcinek *e* przetnie *CF* w *H*. Lecz $CH < e$. Przeto poprowadzić należy linię *AB*, która przecinając się z *CD* odcina na *CG* taką samą część, [czyli] $CG = AB$. Przez pomnożenie *CG* przez *AC* powstanie prostokąt, który zamieniony na kwadrat jest równy kołu *ADC*. *CG* bowiem otrzymano jako obwód ćwiartki koła. Ponieważ ów [Raymarus] przyjmuje to bez próby i dowodu, nie widzę żadnej przekonywającej przesłanki, według której *CG* miałoby być równe obwodowi ćwiartki koła).

Następuje dowód:

$BC \gtreqless$ diameter	*BC* jest średnicą
$AC \gtreqless \frac{BC}{2}$	$AB = \frac{BC}{2}$
$CF \parallel BC$	$CF = BC$
$AFG \odot$	*AFG* jest okręgiem
BG ———	*BG* jest linią prostą
$GH \parallel \frac{BG}{2}$	$GH = \frac{BG}{2}$
$HBKG \odot$	*HBKG* jest okręgiem
$CK \parallel BD$	$CK = BD$
$CK, BC \square \odot ABDEC$	prostokąt o bokach *CK* i *BC* równy okręgowi *ABDEC*.

Na zakończenie tych rozważań udowadnia Pudłowski rachunkiem za pomocą tablic sinusów i tangensów błędność rozwiązania Raimarusa. „Raymeri inventum facile confutari potest ex tabulis sinuum. Data diametro *AB* partium 200 ⋛ c. Eoque diviso secundum extremam et mediam rationem in *D*. Supra *D* erecta perpendicularis *DE*. Iunctisque punctis *AE* linea *AE*‖*f*. Et *EB* linea *EB*‖*g*‖*AD*‖*i*

Dico ut
c ‖ i
i ‖ h ‖ c∼i
Inde aequatio
cc ∾ *ic* ‖ *ii* + *ic* ‖ *cc*
Erit ergo *i* ‖ 123 : 79, *h* ‖ 76 : 21"
Et proinde per 47 primi *f*‖157:1"
Diviso quadrante *AL* in 24 partes pars qualibet subtendit gradus 3, 45'. Eius tangens ‖ 655425, sinus ‖ 654031. Multiplicata utraque per 24 inscripta linea erit ‖ *AE* ‖ 1569744 ‖ *m*, circumscripta *AN* ‖ o ‖ 15730440
Porro si eodem modo computantur inscriptae et circumscriptae lineae singulorum graduum, quia gradus tangens ‖ 177460 sinus 177432, utrumque per 90 multiplicando tangentis sive circumscriptae erunt partes 15971400. Inscriptae ‖ sunt suis partibus 1596880 Ergo quantitas lineae inscriptae erit infra *AN* contra hypothesim Raymeri" [29].

$c : i = i : h;\ h = c - i$

$c^2 - ic = i^2$

$i^2 + ic = c^2$

po rozwiązaniu równania:

$i^2 + ic - c^2 = 0$

$i = 123{,}79$; zaś
$h = 76{,}21$; $f = 157{,}1$

24 część kwadranta wynosi $3^0 45'$

— Po podzieleniu przez sinus totus ($r = 10^7$) mamy tg $3^0 45' = 0{,}0656$, sin $3^0 45' = 0{,}0655$ (po zaokrągleniu do 4 m. dz.)

Po pomnożeniu przez 24 dostajemy wartości jak u Pudłowskiego. Ten sam rachunek przeprowadza dla sinus i tangens 1^0 dochodząc do wyników obalających hipotezę Raimarusa — jak wskazuje rysunek (Patrz odbitka 4).

(Wywody Raymarusa łatwo obalić na podstawie tablic sinusów. Dana średnic *AB* = *c* zawierająca 200 części podzielona jest w punkcie *D* według złotego podziału. Niech *DE* będzie prostopadłą do średnicy w punkcie *D*. Kiedy połączymy punkty *A*, *E*, odcinek *AE* równa się *f*, *EB* równe *g*, *AD* równe *i*. Twierdzę, że $c : i = i : (c - i)$, stąd $i = 123{,}79$; $h = 76{,}21$. A stąd na podstawie 47 twierdzenia I ks. Eukli-

[29] Ważnym bardzo szczegółem jest znakowanie, jakim posługuje się Pudłowski. Sprawa wprowadzonej przez niego symboliki jest obszerniej omówiona w monografii poświęconej temu wybitnemu uczonemu.

desa $f = 157{,}1$. Po podzieleniu ćwiartki AL na 24 części każda część ma cięciwę odpowiadającą $3^0 45'$; jej tangens wynosi 655425, sinus 654031. Po pomnożeniu tych obu wartości przez 24 otrzymamy odcinek wpisany $AE = 1569744 = m$, opisany zaś $AN = o = 15730440$. Jeśli w dalszym ciągu w ten sam sposób zostaną obliczone odcinki wpisane i opisane dla poszczególnych stopni, przez pomnożenie wartości sinus i tangens 1^0 — równych odpowiednio 177460 i 177432 — przez 90, to dla opisanych odcinków będzie 15971400. Dla wpisanych zaś 1596880 części. A więc wielkość linii wpisanych będzie mniejsza od AN wbrew hipotezie Raymarusa).

Z kolei przechodzimy do kwadratury koła, zawartej w dziele Aleksego Sylviusa: *Alexii Sylvii Lunae Circulares Periodi seu Cycli... Adjunctum quoque est Examen quorundam propositionum Quadraturae Circuli R. P. Gregorii Sto Vincentio quarum defectus Circuli in Quadrum cogendi Geometrice et per numeros ostenditur.* Leszno 1651 [30].

Rozprawa ta ma w historii naszej nauki szczególne znaczenie, gdyż wiąże się z ciekawym sporem, jaki wywołało ukazanie się książki Gregoriusa à St. Vincentio [31]. Bogata jej treść, zwłaszcza jeśli chodzi o przecięcia stożkowe, których teorię autor szeroko rozwija i wzbogaca nowymi twierdzeniami [32] — zwróciła uwagę na tę dziedzinę geometrii. Próby jednak zastosowania tych twierdzeń do rozwiązania problemu kwadratury koła doprowadziły

---

[30] Podaje tu autor ciekawe o sobie szczegóły: „...hunc mundum auspicatus Anno Christi 1593 die Julij circa meridiem, ab anno vero 1614 Mathematicis studiis operam navans et in libris antiquorum Geometrarum restituendis ab anno 1620...". Urodzony w r. 1593 w lipcu około południa, od r. 1614 oddając się studiom matematycznym, a od r. 1620 starając się zrekonstruować dzieła starożytnych geometrów... Alexii Sylvii Lunse circulares... jw., s. 418. (Por. A. L. Birkenmajer, *Udział Polski w uprawianiu i rozwoju nauk ścisłych; Polska w kulturze powszechnej* t. II, Kraków 1918, s. 231).

[31] *Opus Geometricum Quadraturae Circuli et sectionum coni, Antverpiae* 1647 (napisane w r. 1625).

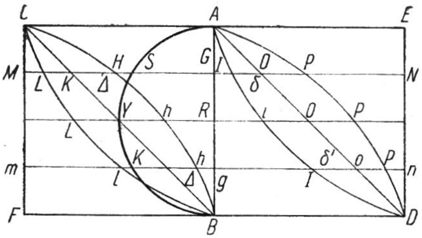
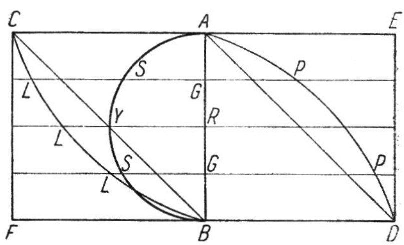
[32] Wymienimy tu przykładowo twierdzenia, które otrzymał Gregorius prowadząc ciąg linii równoległych do asymptoty równobocznej hiperboli. Zamykają one między sobą, gałęzią hiperboli i drugą asymptotą części powierzchni o stałej wielkości. Odcinki równoległe między hyperbolą a asymptotą tworzą ciąg geometryczny. Wobec tego powierzchnie ograniczone asymptotami, hiperbolą i odpowiednią równoległą tworzą postęp arytmetyczny. Ich więc liczby wymiarowe można uważać za logarytmy odpowiednich odcinków równoległych.

Dziś twierdzenie Gregoriusa ujęlibyśmy w prostą formę $\int_1^x \frac{1}{x}\,dx = lx$ gdzie hiperbolę równoboczną w odniesieniu do asymptot jako osi należy przyjąć w formie $x \cdot y = 1$.

Gregoriusa do błędnych wniosków [33]. Nic też dziwnego, że bardzo rychło zaczęto oceniać krytycznie rzekomo dokładne rozwiązanie.

---

[33] Przytaczamy je w skrócie: Na tej samej osi *AB* znajduje się półkole *AB* i dwie równe parabole symetryczne *ABLC*, *BAPD*, przy czym $AB = AC = BD$. Jeśli parabola *ACB* przyjmie położenie prostopadłe do płaszczyzny rysunku i jeżeli wyobrazimy sobie bryłę, której przekroje prostopadłe do tej płaszczyzny będą prostokątami $GL \times GP$, to bryła ta będzie równa walcowi kołowemu o podstawie $A\gamma B$ i wysokości *AB*. Każdy zaś segment tego paraboloidu, np. na podstawie *AGP*, jest równy odpowiedniemu segmentowi walca,

tzn. $AGS \times AB$. Stąd jeśli znane są wymiary paraboloidu czy walca, można otrzymać kwadraturę koła, gdyż z wielkości segmentu walca można otrzymać wielkość podstawy kołowej. Można nawet dojść do tej kwadratury znając tylko stosunek tych segmentów, gdyż wówczas znany będzie stosunek segmentów koła *AGS*, $AR\gamma$. Dla oznaczenia tego stosunku przyjmuje Gregorius jeszcze dwie parabole *AliD*, *CHhB* o wspólnej osi *AB*. Prowadzi przekątne *AD*, *CB*. Powstała z odcinka parabolicznego *AGI* i przyległego do niego *AGHC* bryła daje się wymierzyć, można więc ustalić stosunek brył $AGI \times AGHC$ do $GiIR \times HRGh$. Stosunek ten w wypadku $AG = 1/2$ promienia wyraża się liczbami 53 : 203. Tak samo z trójkąta $AOG \times AGKC$ powstanie bryła wymierzalna, podobnie jak bryła $GOoR \times GK\gamma R$, a stąd wynika możność określenia ich stosunku, który w tym samym przypadku $AG = \frac{1}{2}$ promienia wynosi 5 : 11. Teraz udowadnia Gregorius dalsze własności brył. Prowadzi prostopadłą $MN \perp AB$, która na podstawie własności stożkowych wyznacza odcinki *GM*, *GL*, *GK*, tworzące proporcję ciągłą. Podobnie odcinki *GM*, *GK*, *GH*, tak że wyprowadzając średnią $G\Delta$ między *GK* oraz *GH* otrzymuje 5 odcinków *GM*, *GL*, *GK*, $G\Delta$, *GH* w proporcji ciągłej. Na mocy podobnego rozumowania odcinki *GN*, *GP*, *GO*, $G\delta$, *GI* tworzą proporcję ciągłą, co w konsekwencji odnosi się i do prostokątów $GM \times GN$, $GL \times GP$, $GK \times GO$, $G\Delta \times G\delta$, $GH \times GI$. I to samo dla każdej linii równoległej do *MN*, więc dla *mn* powstają prostokąty $gm \times gn$, $gl \times gp$, $gk \times go$, $g\Delta' \times g\delta'$, $gh \times gi$. W konsekwencji stosunek prostokąta $GK \times GO$ do $gk \times go$, trzeci z rzędu, będzie podwojony w stosunku do poprzedniego $GL \times GP$ do $gl \times gp$, a stosunek ostatniego $GH \times GI$ do $gh \times gi$ będzie czterokrotnością poprzednio wymienionych. Potwierdza to porównanie z ciągami 1, 2, 4, 8, 16... oraz 1, 3, 9, 27, 81... gdzie stosunek 4 : 9 jest »podwojeniem« stosunku 2 : 3, zaś 16 : 8 »czterokrotnością« — jak twierdzi Gregorius — stosunku 2 : 3. Stąd stosunek prostokątów pierwszego rzędu $GH \times GI$ do $gh \times gi$ będzie dwukrotnością stosunku prostokątów rzędu $GK \times GO$ do $gk \times go$. Między elementami tedy podobnych brył $AGI \times AGHC$, $GiIR \times GRHh$ będzie zachodziła analogiczna wielokrotność stosunku elementów $AGO \times AGKC$, $GOoR \times GK\gamma R$. Podobnie dla stosunku ele-

Jako jeden z pierwszych zabrał głos Descartes w korespondencji z Schootenem[34]. Do przeciwników Gregoriusa należeli Mersenne[35], Roberval, Huygens[36], a niemniej poważne zarzuty wysuwał W. Leotaud (Lietaud)[37] w swej obszernej pracy dochodząc do podobnych wniosków, co Huygens. Najpoważniejszym zarzutem było, że Gregorius podanych przez siebie metod nie zastosował do obliczenia π.

Nie brakło jednak Gregoriusowi i obrońców, wśród których na pierwsze miejsce wysuwają się Aloisius Kinner von Löwenthurm[38], Ksawery Aynscom[39] i Alfons de Sarassa[40]. Aynscom usiłuje obronić tezy Gregoriusa, ale popada w te same błędy logiczne, przy zastosowaniu przecięć stożkowych do problemu kwadratury. Alfons de Sarassa zaś mimo równie błędnych rozumowań, jeśli chodzi o to zagadnienie, bardzo umiejętnie jednak podkreśla znaczenie twierdzeń Gregoriusa o przecięciach stożkowych, uzupełniając jego odkrycia nowymi szczegółami.

Sylvius wnikliwie ujmuje w swej rozprawie odkrycia Gregoriusa. Krytyczne ich omówienie świadczy o erudycji naszego uczonego, zwłaszcza w dziedzinie geometrii. Umie ocenić pozytywne wartości książki Gregoriusa, czytamy bowiem w przedmowie: „Multa

mentów $AGP \times AGKC$ oraz $GRPP \times GRLL$. Stąd wnioskuje Gregorius, że pierwszy stosunek brył zawiera drugi, tenże zawiera trzeci itd. Ponieważ dwa pierwsze stosunki są zawsze dane, więc znany będzie ostatni, a tym samym doprowadzą one do rozwiązania problemu kwadratury koła. (Por. Montucla, *Histoire des recherches sur la quadrature du cercle,* Paris 1754, s. 79 i n.).

[34] List z 1649. Por. *Oeuvres de Descartes,* wyd. Adam et Tannery, Paryż 1903, s. 338. Tu dodamy, że sam Descartes zajmował się i to poważnie problemem kwadratury koła, jak świadczy jego rękopiśmienna spuścizna. (Por. *Oeuvres,* jw., Paryż 1908, „Excerpta mathematica" Nr VI Circuli Quadratio, s. 304—305). Metoda Descartes'a, podająca sposób arkufikacji danego odcinka przez znalezienie koła izoperymetrycznego z danym kwadratem, znalazła licznych naśladowców we Francji.

[35] Novarum observationum... 1647 (Por. Kästner, *Geschichte der Mathem.* 1796—1800, III, s. 251).

[36] Huygens ogłosił pisemko Ἐξέτασις *Cyclometriae clarissimi Gregorii a S. Vincentio* jako dodatek do *Theoremata de quadratura hyperboles, elipsis et circuli ex dato portionum gravitatis centro,* Lejda 1651. (Por. Lugd. Batav. *Opera varia* t. II, 1724, s. 328—340).

[37] *Examen novae quadraturae...* 1664.

[38] *Elucidatio geometrica problematis austriaci sive quadraturae circuli feliciter tandem detectae per R. P. Gregorio a Sto Vincentio* (Por. Quetelet, *Histoire des Sciences math. et phys. chez les Belges,* 1864, s. 218).

[39] *Expositio ac deductio quadraturam a P. G. a S. Vincentio depositarum* (Por. Kästner, jw., s. 261—265).

[40] Por. Kästner, jw., s. 251—254.

sunt praeclara et nova..." [41]. (Wiele jest rzeczy świetnych i nowych...). Ale zaznacza zarazem wyraźnie, że „propositiones quadraturae circuli — cum ipsa quadratura a veritate deflectant [42]...". (Twierdzenia odnoszące się do kwadratury koła i sama kwadratura dalekie są od prawdy...). Rozpoczynając od stwierdzenia, że stosunek liczb 53 : 203 nie jest w żadnym wypadku dwukrotnością stosunku 5 : 11 — jak podaje Gregorius — wykazuje błędność metody Gregoriusa [43]. W oparciu o szeroko rozwiniętą teorię proporcjonalności liczb popiera swe wywody bardzo zawiłymi obliczeniami, które tu pomijamy.

Jako szczegół ważny warto podkreślić, że o czasie powstania rozprawy Silviusa dowiadujemy się ze słów autora: „Nonus mensis est ex quo ad manus meas pervenit insigne Opus Geometricum quadraturae circuli et Coni sectionum R. P. Gregorij a S. Vincentio" [44]. (Dziewiąty miesiąc upływa od czasu, gdy doszło do moich rąk wyborne dzieło geometryczne o kwadraturze koła i przecięciach stożkowych Gregoriusa a S. Vincentio). Rozprawa naszego matematyka ukazała się prawie współcześnie z dziełem Huygensa. Czy znał je Sylvius, nie wiemy. W rozprawie swej nie powołuje się na inne prace na ten temat. Wspomina tylko o błędnych wynikach obrońcy Gregoriusa — Sarrasy [45].

Nie pozostała więc — jak widzimy — Polska na uboczu w tej polemice, w której brali udział uczeni różnych krajów i narodowości. Wystąpienie naszego matematyka i jego wkład naukowy świadczy o poziomie naszej myśli matematycznej XVII w., a jest zarazem dowodem żywego w owym okresie rozwoju Ośrodka Leszczyńskiego.

Problem kwadratury koła zajmował i B r o ż k a. Chociaż nie poświęcił temu zagadnieniu osobnego opracowania, niemniej jednak zachowane zapiski świadczą o głębszym niż u innych współczesnych mu uczonych zrozumieniu istoty tych poszukiwań. Jedna z zachowanych wypowiedzi jest zarazem dowodem, jak popularne było w Polsce dzieło Gregoriusa, znajduje się ona bowiem na dołączonych kartkach w egzemplarzu wyżej omówionego dzieła Sylviusa [46].

---

[41] S y l v i u s, *Lunae circulares...* jw., s. 374.
[42] S y l v i u s, *Lunae circulares,* jw., s. 374.
[43] Por. przypis 33.
[44] S y l v i u s, jw., s. 374.
[45] S y l v i u s, jw., s. 411.
[46] Alexii S y l v i i, *Lunae circulares...* Egz. Bibl. Jag. 56536, karta 3 dołączona z innego egzemplarza nr 1931 (notatka A. Birkenmajera).

Ocenę swą ujmuje Brożek w następujące słowa: „Quod attinet ad quadraturam circuli a R. P. Georgio a S. Vincentio propositam magno volumine reddet prius rationem suae Logisticae qua docet ex quadrati in quadratum ducto produci cubum quod est contra Euclidem, Clavium P. Georgii Praeceptorem atque omnes Geometros, qui cubum procreant ex linea in quadratum ductu. Et Clavius in Algebra aperte docet ex quadratis in quadratum ductu produci zensizensum / Algebra hanc nomenclatura utitur[47] / hoc est quadroquadratum cuius longe alia analysis est quam cubi ut manifestum est ex Francisco Vietae Exegetico Opere. Vana spe delusi sunt Geometriae studiosi tam superbo Quadraturae titulo...". (To, co odnosi się do kwadratury koła Georgiusa à S. Vincentio, tak obszernie ujętej, opiera się raczej na jego logistyce, według której iloczyn kwadratu przez kwadrat daje sześcian, co sprzeciwia się Euklidesowi, Claviusowi nauczycielowi Georgiusa i wszystkim geometrom, którzy sześcian wyprowadzają z iloczynu linii przez kwadrat. Clavius w swej Algebrze przecież wyraźnie mówi, że z iloczynu kwadratu przez kwadrat powstaje zensicensum /w algebrze używa się takiej nazwy/, tj. czwarta potęga, której jakość jest całkiem inna niż sześcianu, jak wskazuje Franciszek Vieta w Exegeticum Opus. Zawodu doznali studiujący geometrię, złudzeni tak wzniosłym tytułem kwadratury...). Cenna ta zapiska [48] jest dowodem, jak dobrze zdawał sobie Brożek sprawę z nierozwiązalności tego problemu w tym sensie, jak wówczas to rozumiano. A niemniej ważny jest i ten szczegół, że powołuje się tu na twierdzenia algebraiczne i używaną w nich nomenklaturę. Nawiązanie do dzieł algebraicznych Viety i Claviusa świadczy, że erudycją swą obejmował nasz wielki uczony i tę dziedzinę matematyki, ale niestety nie poświęcił jej specjalnych prac.

Zagadnienie kwadratury koła porusza jeszcze raz Brożek w liście do doktora medycyny Tomasza T u r n e r a, Anglika: ...„Joannes Broscius Curzeloviensis Doctissimo Domino Thomae Turnero Anglo Medicinae Doctori S. P. — Remitto Cyclometricum Snellii et gratias ago; legi totum a capite ad calcem aliquoties semper aliquid quod

[47] Używa tu Brożek nazwy wprowadzonej przez „kosistów" (algebraików) XV i XVI w. Chociaż nasi matematycy owego okresu rzadko kiedy posługują się symboliką algebraiczną, znają ją jednak, jak świadczą zachowane rękopisy, np. *Tabela nazw i symboli* zestawiona przez J. N a r o ń s k i e g o w rozdz. XII Arytmetyki. Rkp. Bibl. Kras. 3263 (Por. E. S t a m m, *Z historii matematyki XVII w. w Polsce*, „Wiadomości matem.", t. 40, 1936, s. 11) podług książki Ch. R u d o l f f a *Behend u. hübsch Rechnung*... (Coss), Strassburg 1525, oraz P. R a m u s a, *Arithmetices Libri duo*... 1592.

[48] Po raz pierwszy teraz opublikowana.

delectaret me reperiebam; neque his veterum proverbio locus fuit: Crambe bis posita mors est. Nihil unquam simile prodit neque credo aliquando prodibit, etsi nonnulli puerili iactantia id polliceantur. Ergo iam inquies: quadratura circuli est confecta? Vide meam sententiam: Ut in medicina plurima πρὸςτὶ /*cicuta* enim est quidem temperamento venenum, alteri cibus est/, ita hic distinguendum censeo. Absolute circuli quadratura non est confecta, at in comparatione ad circulum positum ita confecta, ut veritatem in minimis etiam articulis consequi liceat. Pone diametrum circuli 1 00000 00000 00000 00000. Snellii ingenium dabit quadratum posito circulo aequale utne quidem aberratur 1/1 00000 00000 00000 00000 Quo quid accuratius dari potuit? Ita autem iacet geometrica fundamenta, et omnia arithmeticae beneficie ad praxin liceat revocare quod nuper aliorum in duplicando cubo conatus praestare non potuit..." [49]. (Jan Brożek z Kurzelowa wielce uczonemu Panu Tomaszowi Turnerowi Anglikowi, Doktorowi medycyny — śle pozdrowienia. Odsyłam Cyklometrię Snelliusa i serdecznie dziękuję. Przeczytałem ją w całości parę razy, znajdując zawsze coś, co budziło mój podziw. Nie miało tu więc zastosowania starożytne przysłowie: Kapusta dwa razy podana sprowadza śmierć. Nie wyszło dotąd dzieło, które by można z tym porównać i nie sądzę, by się w przyszłości ukazało, chociaż obiecują to niektórzy z dziecinną zgoła zarozumiałością. A więc — powiesz — kwadratura koła została już rozwiązana? Oto mój pogląd na tę sprawę: Podobnie jak w medycynie najważniejszą rzeczą jest właściwe zastosowanie środków /cykuta np. jest dla jednego ustroju trucizną, dla innego lekarstwem/, tak i tu należy — moim zdaniem — wprowadzić rozróżnienie: Kwadratura koła nie została rozwiązana w sposób ogólny, w odniesieniu do określonego koła wykonano ją z dokładnością do najmniejszych części. Przyjmijmy średnicę koła 1 00000 00000 00000 00000. Talent Snelliusa pozwolił nam uzyskać kwadrat, którego powierzchnia nie różni się od pola danego koła nawet o 1/1 00000 00000 00000 00000. Czyż można było otrzymać dokładniejszy wynik? W ten sposób ujawnia się niewzruszoność podstaw geometrii, których nie może zachwiać cały aparat

[49] Na karcie 1 przed kartą tytułową dzieła: Willebrordi Snelli R. F. Cyclometricus. De circuli dimensione secundum Logisticarum abacus... Lugd. Batav. 1621, Bibl. Jag. Math. 1819 zaznaczone jest ręką Brożka, że książka ta była jego własnością. Umieszczona jest tu kopia wyżej przytoczonego listu. Z Turnerem zawarł Brożek znajomość w Padwie i ofiarował mu egzemplarz swej *Arithmetica integrorum*. Druga kopia tegoż listu znajduje się w „Atlasie Mercatora" (Bibl. Jag. 5645 b). List wysłany został — jak widzimy z daty 12 czerwca 1624 — na 3 dni przed wyjazdem Brożka z Padwy.

arytmetyczny zastosowany w praktyce, co było niedawno przedmiotem usiłowań innych przy podwajaniu kostki).

Stwierdza zatem nasz uczony, że problem kwadratury koła nie został rozwiązany, choć przyczyn tego jeszcze sobie nie uświadamiał, wyjaśniła je bowiem dopiero matematyka nowożytna. By zaś zrozumieć entuzjastyczne słowa Brożka w odniesieniu do zacytowanego wyniku szczegółowego, przypomnijmy sobie, że badania Snelliusa w omawianej przez nas dziedzinie zaznaczały istotnie wówczas najwyższy możliwy stopień osiągnięć. On pierwszy bowiem wykazał, że dla otrzymania żądanej ilości miejsc dziesiętnych dla π, a więc możliwie dokładnego wyznaczenia liczbowego okręgu koła do średnicy — co wedle ówczesnych poglądów prowadzić miało do dokładnego rozwiązania kwadratury — nie jest rzeczą konieczną, jak ogólnie mniemano, coraz dalsze powiększanie ilości rozważanych wielokątów, można bowiem przy mniejszej niż dotychczas ilości boków otrzymać bliższe granice [50].

Obszernie rozważa zagadnienie kwadratury Stanisław Solski w swej książce *Geometra Polski, to jest Nauka Rysowania podziału, przemieniania i rozmieszczenia linij, angułów, figur i brył pełnych,* Kraków 1683. Omawia zamianę części okręgu i całego okręgu na linie proste oraz zwijanie prostej na łuki. Podajemy kilka przykładów: „Daną linię prostą przemienić na równy obwód cyrkułów". (Patrz odbitka 6).

Podaje tu 2 sposoby powołując się w pierwszym z nich na „Własność 182", wedle której podaje obliczenia cytując wartość Archimedesa, prop. 3 *De dimensione circuli,* oraz Claviusa *Geometria Practica lib. 4,* cap. 6 prop. 2.

„Obwód cyrkułu danego przemienić na linię prostą". (Patrz odbitka 7).

[50] Snellius dzięki wprowadzonym przez siebie twierdzeniom (prop. 17, 29 wymienionego wyżej dzieła) otrzymał już przy sześciokącie granice dla π dokładnie dla 3 miejsc dzies., czego Archimedes mimo żmudnych rachunków nie zdołał osiągnąć nawet przy 96-boku. Przy 96-boku otrzymał Snellius dokładnie 6 miejsc dzies. Twierdzenia, na których się oparł, mają w naszej symbolice formę:

$$\operatorname{arc} \alpha = \frac{3 \sin \alpha}{2 + \cos \alpha} \qquad x < \operatorname{tg} \frac{x}{3} + 2 \sin \frac{x}{3}$$

Pierwsze z tych twierdzeń znał już Mikołaj Cusanus, który badania swe oparł bezpośrednio na rozprawie o kole Archimedesa (por. Eutocii Comm. in dimensionem circuli, Opera Archiw., wyd. Heiberg, Lipsk, 1915, 3, s. 234 i n.). Cusanus zajmował się szczególnie problemem rektyfikacji łuku oraz arkufikacji odcinka. Dowody twierdzeń Cusanusa i Snelliusa podał dopiero Huygens w swej rozprawie *De circuli magnitudine inventa,* Lugd. Batav. 1654.

Podaje tu również dwa sposoby rozwiązania zadania, przy czym w pierwszym (początek tekstu, odbitka 8) powołuje się na zestawienie porównawcze, w którym ocenia dokładność obliczeń Archimedesa, Metiusa, Ludolfa. Wywody ilustruje przykładem liczbowym. „Kwadransowey lunecie wystawić linią prostą równey długości".

Chodzi tu o zamianę kwadrantu koła na linię prostą. Podaje Solski aż trzy sposoby takiej zamiany. Omawiając pierwszy sposób rozwiązania (odbitka 9) opiera się Solski na twierdzeniu 34 III ks. *Elementów,* uzasadniającym wyznaczenie w okręgu cięciwy, na której by się opierał dany kąt obwodowy. W konstrukcji posługuje się Solski krzywą Hipiasza.

Trzeci sposób rektyfikacji pochodzi od jezuity Zygmunta B r u d z e w s k i e g o, którego Solski nazywa „swoim nauczycielem". Rozwiązanie uzupełnia własnym obliczeniem liczby π.

Uogólniając te konstrukcje podaje Solski praktyczne wskazówki dla architektów, geometrów, rzemieślników, aby — jak mówi — „według tey nauki mogli prędko lunetom kwadransowym wynajdować linie proste równe". W tym celu podaje rysunek nazwany „Tablicą, z którey snadniusińko każdey linii prostey możesz wystawić lunetę cyrkułową przyzwoitą w gradusach y lunecie wiadomych gradusów 10, 20, 30 itd. wydzielić prostą linię równą". Dołączone są dokładne objaśnienia sposobu używania tej Tablicy [51].

„Linię prostą przemienić na cyrkuł równy". Sposób tu podany wymaga umiejętności posługiwania się skalą, co Solski wyraźnie zaznacza, mówiąc: „Kto rachować nie umie, poki się nie nauczy, niech używa sposobów Nauki I..." (Por. odbitka 8).

Przechodzi następnie do figur równoważnych. „Kwadrat przemienić w cyrkuł równy ile do Pola, albo placu obwodem zawartego". (Patrz odbitka 10).

Podaje tu Solski dwa sposoby rozwiązania zadania, odsyłając czytelnika do 47 twierdzenia I ks. *Elementów* (twierdzenie Pitagorasa), następnie cytuje twierdzenie Claviusa (Geom. prac. lib. 7 prop. 13): Z figur izoperymetrycznych największą powierzchnię ma koło. Oraz jako trzecie: Powierzchnie kół mają się do siebie, jak kwadraty promieni.

Aby i to zagadnienie usprawnić na potrzeby praktyki podaje Solski dwie figury służące do tego rodzaju zamiany (Patrz odbitka 11 i 12).

---

[51] S o l s k i, *Geometra,* jw., „Nauka" XV, s. 169—171.

W uzasadnieniach tych konstrukcji odsyła Solski czytelnika do poprzednich zadań oraz powołuje się na twierdzenia, które zestawia pt. *Własności linii angułów, kwadratów itp. w Zabawie* VI. M. i cytuje twierdzenie, że równoległa do jednego z boków trójkąta dzieli pozostałe boki na odcinki proporcjonalne.

Z tych kilku przytoczonych przykładów widzimy, że problemem zamiany figur na równoważne zajmuje się Solski bardzo obszernie. Treść części *Zabawy* V poświęca temu tematowi, tak że problem kwadratury koła jest tu właściwie traktowany jako pewne szczegółowe zagadnienie bardzo szeroko i ogólnie podjętego tematu równoważności figur geometrycznych.

Oto jakich zamian uczy Solski:

„I Równe linie przemienić na cyrkliste i cyrkliste na równe.

II Trianguły w kwadraty i w insze wielościenne figury prostościenne także i w cyrkuł i w ellipsę zamienić.

III Kwadraty na trianguły zamienić.

IV Cyrkuły w inne figury zamienić.

V Elipsy, parabole, wężownice itp. w inne figury zamienić".

W r. 1685 ukazała się w lipskich „Acta Eruditorum", najpoważniejszym wówczas wydawnictwie naukowym, rozprawa Adama Kochańskiego pt. *Adami Adamandi ex Societate Jesu Kochański, Serenissimi Polonorum Regis Mathematici et Bibliothecarii observationes cyclometricae ad facilitandam praxin accomodatae.* Lipsk 1685, mense augusti.

Konstrukcję tę uznano za jedną z najpiękniejszych, łączy bowiem prostotę wykonania z dużym przybliżeniem. Podkreślić przy tym należy, że wykonuje się ją jedną rozwartością cyrkla. Zalety te podkreśla historyk matematyki Montucla przytaczając rozwiązanie Kochańskiego [52].

Kreśli się styczne $BG = DH = AC$ prostopadłe do średnicy BD oraz odcinek GCH. Odkładamy $HL = 2r$ czyli $DL = 3r$. Okrąg $C\ (r)$ wyznacza punkty E, F. Sieczna AE wyznacza punkt I na stycznej BG. Odcinek IL jest w przybliżeniu równy długości półokręgu BCD.

Dowód przeprowadza Kochański drogą trygonometryczną:

---

[52] J. E. Montucla, *Histoire des recherches sur la quadrature du cercle.* II wyd. Paryż: „La plus remarquable par sa simplicité et son exactitude", s. 64.

W Δ prostokątnym IKL

$KI = 2r$; $KL = DL - DK = 3r - r \operatorname{tg} 30^0$,

gdyż $DK - BI$.

Przyjąwszy $r = 1$

$KL = 3 - \operatorname{tg} 30^0$

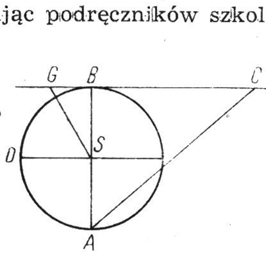
przeciwprostok. $IL = \sqrt{4 - (3 - \operatorname{tg} 30^0)^2} = 3{,}141533$, a więc różnica od wartości 3,141592 wynosi 0,000059. Konstrukcję odwrotną, tj. zwinięcie odcinka danej długości w półokręg, objaśnia Kochański słownie nie ilustrując jej rysunkiem.

Opisaną konstrukcję Kochańskiego przedstawia odbitka fragmentu jego rozprawy [53] (patrz odbitka 13).

Po bogatym w osiągnięcia naukowe okresie Odrodzenia następuje w w. XVIII upadek nauk matematycznych. O zaniku twórczej myśli świadczy nie tylko brak samodzielnych poczynań czy dążności dalszego rozwijania zapoczątkowanych już problemów, ale popadają w zapomnienie te nawet odkrycia polskich uczonych, które nauce naszej wyznaczały w w. XVII poważne miejsce w ogólnym dorobku kulturalnym.

Dobitnym potwierdzeniem tego stanu rzeczy w odniesieniu do interesującego nas tu zagadnienia kwadratury są publikacje polskich autorów z XVIII i XIX w. W krytycznej ocenie ich poglądów trzeba brać pod uwagę fakt, czy wypowiadają je przed czy po r. 1882, a więc po epokowym odkryciu Lindemanna, kładącemu definityw-

[53] W całym szeregu naszych publikacji nie wyłączając podręczników szkolnych — spotyka się z reguły taki oto rysunek:



mający rzekomo ilustrować rozwiązanie Kochańskiego. Geneza tej nieścisłości jest następująca: W XI zesz. „Pamiętnika Naukowego Moskiewskiego“ z 1834 r. znajduje się rozprawa Mikołaja N a w r o c k i e g o, którą w r. 1844 przedrukowano w Hamburgu pt. *Über die Rektifikation der Peripherie des Kreises von Nicolai Nawrocki, Doktor der Philosophie der Universität zu Leipzig.* Autor podaje, jak widzimy, nieco zmienioną rektyfikację Kochańskiego jako własny pomysł. Być może, że Nawrocki w 150 lat po Kochańskim trafem wpadł na podobne rozwiązanie lub uważał je za nowe z powodu pewnych różnic w konstrukcji. Konstrukcja polega tu na wykreśleniu dwu prostopadłych średnic $AB \perp DF$ oraz stycznej BC. Okręg D (DS) wyznacza punkt E, a prosta SE wyznacza punkt G. Po odłożeniu $CG = 3r$ otrzymuje się punkt C, odcinek zaś AC jest równy w przybliżeniu połowie danego okręgu. Dowód zbliżony do poprzedniego.

nie kres bezowocnym wysiłkom znalezienia w drodze elementarnych konstrukcji kwadratu równoważnego kołu.

Jeśli wcześniejsze próby mniej lub więcej wartościowe można oceniać z pewną dozą pobłażania i dopatrywać się tu i ówdzie przebłysku zdrowej myśli, to zdziwienie musi budzić fakt, że i z końcem w. XIX niewiele wiedziano u nas o odkryciach Hermite'a i Lindemanna, jak stwierdzimy z krótkiego przeglądu polskich publikacji tego ostatniego okresu.

W r. 1758 ukazała się rozprawa pt. *Questio cyclometrica de tetragonismo, seu quadratura circuli... desumpta... a M. Jacobo Francisco Niegowiecki Philosophiae doctore... Collega minore, Geometra Strzałkowiano Jurato pro loco in Collegio Majori obtinendo publice ad disputandum... proposita A. D.* 1758 *die* 14 *mensis Junii.* Autor zapowiada, że rozwiązanie swe opiera na *Almageście* Ptolemeusza, *Rozprawie o kole Archimedesa,* na tezach Papposa i Arystotelesa. Istotnie przytacza definicje tych autorów, ale wywody o kwadraturze koła są powtórzeniem w głównej mierze rozważań Archimedesa. W drugiej części rozprawy dochodzi autor do wniosku, że kwadratura koła jest wykonalna. Skoro bowiem można kwadrować księżyce Hipokratesa [54], to tym samym i koło za pomocą odpowiedniej konstrukcji da się zamienić na kwadrat.

Końcowy wniosek jest oczywiście błędny, niemniej jednak treść rozprawy świadczy o dużym oczytaniu autora i jest zarazem dowodem żywotności katedry z fundacji Adama Strzałki.

W w. XVIII podpułkownik Eugeniusz Corsonich napisał 11 rozpraw poświęconych temu tematowi, usiłując wykazać, że π wynosi ‚dokładnie" $3^1/_8$. Ukazują się one w latach 1774—1786, a z treści tych pisemek przebija coraz większa pewność w trafność „odkrycia", zwłaszcza gdy w toku swych rozważań dochodzi autor do wniosku, że badania Archimedesa i jego następców opierały się

[54] Hipokrates z Chios (V w. p.n.e.) w swej *Rozprawie o księżycach*, najstarszym dziś nam znanym zabytku matematyki greckiej (Por. Rudio F., *Der Bericht des Simplicius über die Quadraturen des Antiphon und des Hipokrates*, „Urkunden zur Gesch. der Math. im Altertum" Heft 1, Lipsk 1907) zamienia istotnie pewne części pola koła w kształcie księżyców na równoważne im trójkąty, te zaś — na kwadraty. Jak wykazały badania matematyków XIX w., tylko takie księżyce dają się zmienić na równoważne kwadraty, w których stosunek liczby stopni łuku wewnętrznego do liczby stopni łuku zewnętrznego wyraża się liczbami: 1/2, 1/3, 2/3, 1/5, 3/5. (Por. Th. Clausen, Journal f. Mathem. 21, 1840).

na fałszywych założeniach, o czym nie waha się zawiadomić uczonych w liście skierowanym „Ad Illustros et Excellentissimos Mathematicos Academiae Regiae Borussiae".

Serię rozpraw rozpoczyna dziełko *Perfecta circuli quadratura, ubi geometrice demonstratur esse peripheriam diametri triplam cum una octava ab Eugenio Corsonich Vicecolonello in exercitu regni inventa, ac tandem Anno 1774 in lucem edita, Varsaviae* 1774. Potem kolejno:

Vera quadratura circuli decies demonstrata, et iam quasi a septem academiis approbata. Auctore Eug. Corsonich... Varsaviae Anno 1779.

Ratio vera diametri ad peripheriam, ut. 8:25 variis modis a Vice — Colonello Eug. Corsonich demonstrata et judicio orbis euditi subjecta. Varsaviae Anno 1781.

Dissertatio de methodo demonstrativa perfecte quadrandi circulum et de objectionis contra eam factis (bez miejsca i roku wydania).

Methodus infalibilis resolvendi summas, excessus et defectus peripheriam falsarum in excessus et defectus quaesitos, ut inde peripheris vera determinari possit (bez miejsca i roku wydania).

Vice-Colonelli Corsonichii methodus brevissima et demonstrativa describendi quadratum aequale circulo et vice-versa, ex qua luculenter apparet, quadratura, circuli inventam per rationes diametri ad periph. ut. 8:25 vel quadrati diametri ad aream circuli, ut 64:50 esse veram. Varsaviae 1785.

Falsitas stupenda rationum diametri ad peripheriam, a Metio, Ludolpho et ab Archimedo publicatarum, unaque ratio vera, ut 8 : 25 ad captum cujuslibet rigorosissime demonstratae. Varsaviae 1786.

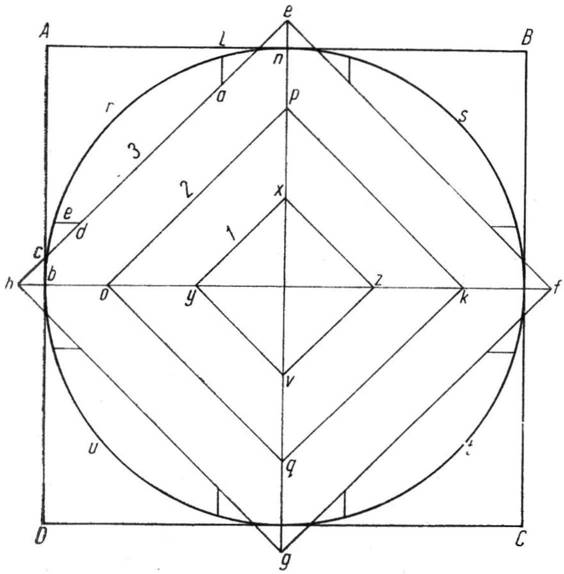
Quadratura circuli ad amussim exacta invictis argumentis brevissime demonstrata (bez daty i miejsca wydania).

Examen perfectae quadraturae circuli per Calculum literalem demonstratae (rok dopisany 1788).

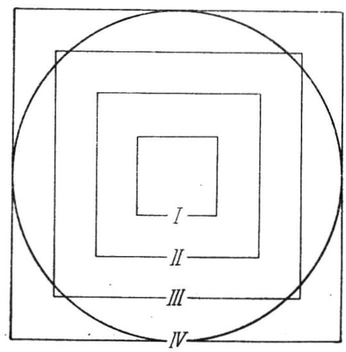
Serenissimo ac Potentissimo, Principi Stanislao Augusto Regi Poloniae... Haec quadratura circuli a mathematicis, iam approbata submissime dedicatur. Varsaviae 1786. Mieszczą się tu rozprawy: *Vice-Colonelli Corsonichii scripta brevissima rationem veram diametri ad peripheriam, consequenter et perfectam Quadraturam Cir-*

culi demonstrantia; Objectio contra rationem diametri ad peripheriam, ut 8:25 facta, felicissime soluta.

Wywody swe ilustruje Corsonich rysunkiem:



Tok jego rozumowania można by tak ująć wedle schematycznego rysunku:



Średnicę „najmniejszego koła" (sic) podzielmy na nieskończenie małe części, a następnie wykreślmy szereg kwadratów, między które nie można już wstawić kwadratu pośredniego. Różnica powierzchni koła i powierzchni kwadratu I lub II jest większa od różnicy powierzchni kwadratu IV i powierzchni koła, a że między kwadratem II i IV prócz kwadratu III nie ma żadnego kwadratu pośredniego, więc różnica powierzchni koła i powierzchni kwadratu III musi być równa różnicy powierzchni kwadratu IV i powierzchni koła. Wobec tego powierzchnia koła $r^2 \pi$ jest średnią arytmetyczną między powierzchnią kwadratu IV o boku $2r$ i powierzchnią kwadratu III o boku $2r \cdot 3/4$. A zatem [55]:

$$r^2 \pi = \frac{(2r)^2 + \left(r \cdot \frac{3}{2}\right)^2}{2}$$

$$\pi = \frac{4 + \frac{9}{4}}{2} = 3\frac{1}{8}$$

Ponieważ wszystkie kwadraty są do siebie podobne, a także wszystkie koła między sobą, rozszerza Corsonich otrzymany wynik na wszelkie koła, uważając otrzymaną wartość za dokładną. Stwierdza, że wywody Archimedesa są nieścisłe, gdyż niepotrzebnie wprowadził liczby niewymierne. „Quoniam autem ratio diametri ad peripheriam in omnibus circulis ob similitudinem eorum est eadem, evidens est peripheriam circuli cuiuscumque esse diametri triplam cum 1/3. Ad quid ergo quaerere nodum in scirpo? Cur statuere irrationalitatem rationis, quae hic non datur"...[56]. (Ponieważ stosunek średnicy do obwodu jest we wszystkich kołach z powodu ich podobieństwa taki sam, jest rzeczą oczywistą, że obwód jakiegokolwiek koła równa się 3 i 1/3 średnicy. Po co więc stwarzać sobie trudności? Po co ustalać niewymierność stosunku, której tu nie ma?).

Rzeczowej krytyce poddał rozwiązanie Corsonicha Jan Koc, profesor matematyki i filozofii w Collegium Nobilium w Warszawie. W związku z tym wywiązała się wymiana listów w bardzo ostrym tonie utrzymanych. Ponieważ z powodu zaciętości obu przeciwników sąd polubowny nie doszedł do skutku, sprawa oparła się w r. 1780 o Sąd Marszałkowski. O tej niezwykłej w historii matematyki drodze załatwiania sporów naukowych dowiadujemy się

[55] M. Hrycak, *Kwadratura koła w rozwoju historycznym*, Lwów **1914**, s. 57.

[56] E. Corsonich, *Perfecta circuli quadratura..* jw., s. 6.

z listu Corsonicha z r. 1779, w którym czytamy m. in. „...Tandem cum impudentia 14 Junii processisti ut non dubitaveris in Judiciis Mareschalcalibus 1-mae instantiae mihi dicam scribere,... enimvero confido, Celsissimum Principem Mareschallum Regni Supremum, qui nihil magis curae cordique habet, quam ut iustitia exacte administretur, aviditatem tam indecentem, postulationemque tam injustam non relicturum impunitum“ [57]. (Wreszcie 14 czerwca postąpiłeś bezwstydnie, nie zawahawszy się wytoczyć mi proces przed Sądem Marszałkowskim I instancji... ponieważ J. O. Księciu Marszałkowi Koronnemu nic na sercu bardziej nie leży i nic nie jest przedmiotem żywszej troski jego jak doskonałe sprawowanie aparatu sprawiedliwości — ufam, że nie pozostawi bezkarnie chciwości tak nieprzyzwoitej, żądania tak niesprawiedliwego...).

W r. 1809 ukazuje się książeczka G o r z k o w s k i e g o pt. *Une erreur trouvée dans les éléments de Géométrie ou la quadrature du cercle par François Gorzkowski, Géomètre du feu Roi Stanislaus Auguste, Roi de Pologne et Duc de Lithuanie, Varsovie* 1809. Autor stwierdza w przedmowie, że wielkie odkrycia z trudem zdobywały uznanie, a ich twórcy nieraz narażeni byli na prześladowanie. Do teorii Kopernika ustosunkowano się wrogo, a Kolumb też stał nieraz w obliczu groźnych oskarżeń. Może i rozwiązanie problemu kwadratury koła, które autor podaje, spotka się z lekceważeniem i niedowierzaniem, niemniej jednak chce on odważnie iść śladami swych wielkich poprzedników, chociaż — dodaje skromnie — problem, który rozwiązuje, nie dorównuje swym znaczeniem owym wielkim odkryciom nowego systemu budowy świata i nowych lądów.

Przyczyną, że mimo tylu wysiłków nie zdołano dotychczas zamienić koła na kwadrat, jest — zdaniem autora — błędne od starożytności począwszy ujęcie tego problemu. Koła nie można stosowanymi dotychczas sposobami zamienić na kwadrat, gdyż linia prosta i średnica koła nie są wielkościami jednorodnymi. Średnica koła bowiem jest wielkością rzędu drugiego, a powierzchnia koła — wielkością rzędu czwartego.

W długich wywodach usiłuje autor wyjaśnić związek między powierzchnią koła a kwadratami cięciw, które można obierać za bok równoważnego kwadratu. Wprowadza jako figurę pomocniczą tzw. „piasten“ (le piastène) złożony z prostokąta i półkola oraz ca-

[57] Responsum ad scriptum latinum R. D. Koc Prof. Phil. 16 Junii A. 1779 editum.

łego szeregu symboli określanych nazwami „kant", „franklin", „newton", „kopernik". Odnoszą się one do odcinków w kole oraz części jego powierzchni. Konstrukcje przybliżone i bardzo zresztą niedokładne, oparte na tych wielkościach, uważa autor za dokładne rozwiązanie problemu kwadratury koła i kończy rozprawę stwierdzeniem, że „poprawił błędne rozwiązanie Archimedesa i jego następców".

W r. 1815 zamieścił „Pamiętnik Warszawski, czyli Dziennik Nauk i Umiejętności", Warszawa, t. III, s. 102—112 recenzję pracy, przy czym nazwisko autora omawianej pracy nie jest wymienione. Recenzja (nie podpisana) jest prawdopodobnie pióra pijara Antoniego D ą b r o w s k i e g o, profesora Liceum Warszawskiego i członka Tow. Przyj. Nauk.[58]. Wykazuje on błędność wywodów zawartych w rozprawie, których wynik autor jej streszcza w słowach „prostokąt mający promień koła jako wysokość, a półtora promienia jako podstawę, jest równy co do powierzchni półkolu. A więc prostokąt dwa razy większy, tj. mający promień jako wysokość a trzy promienie jako podstawę — jest — wedle autora — równy powierzchni koła. Przy promieniu równym jedności powierzchnia prostokąta, a więc i koła, równałaby się 3. A że $P : \frac{r}{2} = 2r\pi, r^2\pi : \frac{r}{2} = 2r\pi$, czyli powierzchnia koła podzielona przez połowę promienia równa się obwodowi koła. Zatem 3 podzielone przez połowę promienia, tj. $3 : \frac{1}{2}$ daje jako iloraz liczbę 6, co miałoby wyrażać obwód koła. Byłby on zatem równy obwodowi sześciokąta foremnego wpisanego w to koło, a to jest absurdem. Błąd ten wynika — zdaniem Dąbrowskiego — z nielogicznego rozumowania autora, który zamiast różnicy między długością łuku równego $\frac{3}{4}$ części okręgu i długością jego sinusa, czyli promienia, bierze różnicę między czwartą i szóstą częścią okręgu. Zakłada zatem, że promień, czyli bok sześciokąta wpisanego w koło równy jest co do długości $\frac{1}{6}$ okręgu. Stąd błędny wniosek, że obwód całego sześciokąta równa się obwodowi koła.

Uzasadniając nierozwiązalność tego problemu opiera się Dąbrowski na poglądach M o n t u c l i wyrażonych w t. IV jego hi-

[58] Por. *Krótki rys życia X. Antoniego Dąbrowskiego przez X. Ksawerego Szaniawskiego*, „Rocznik Tow. Królew. Warsz. Przyj. Nauk", t. XXI, Warszawa 1830, s. 106—112, oraz M. Hrycak, jw., s. 56.

storii w związku z zagadnieniem kwadratury koła. Podaje też uwagi Condorceta, który był sekretarzem Akademii Paryskiej w owym czasie, gdy Akademia ogłaszała, że nie będzie przyjmować rzekomych rozwiązań kwadratury koła. (Por. przypis 3).

W „Pamiętniku Warszawskim Umiejętności czystych i stosowanych" Warszawa 1829, t. II, zesz. 3, s. 366—367 znajdujemy wiadomość o kwadraturze Słomińskiego. Bez bliższych szczegółów podany jest wzór:

$$\pi = -2\sqrt{-1}\ \ \lg \text{nat} \sqrt{-1}$$ [59]

dający się wyprowadzić z wzoru:

$$e^{x\sqrt{-1}} = \cos x + \sqrt{-1} \sin x$$

przez wzięcie logarytmów naturalnych obu stron równania i przyjęcie $x = \frac{\pi}{2}$

Wzór powyższy zasługuje na uwagę, gdyż ujmuje π — zdawałoby się — w formę prostą. Ale wyrażenie to jest tylko skróconym symbolem szeregu nieskończonego[60]. Toteż Słomiński dla znalezienia wartości liczebnej π rozwija $-2\sqrt{-1}$ lg nat $\sqrt{-1}$ i otrzymuje:

$$\pi = 4\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots\right),$$

a następnie przechodzi do bardziej zbieżnego szeregu:

$$\pi = 8\left(\frac{1}{1\cdot 3} + \frac{1}{5\cdot 7} + \frac{1}{9\cdot 11} + \ldots\right).$$

W Paryżu w r. 1852 ukazuje się rozprawa pt. *Solution du problème de quadrature du cércle,* której autorami są M. Miładowski i A. Izbicki. Rozwiązanie, jakie podają autorzy, sprowadza się do twierdzenia, że powierzchnia koła równa się powierzchni prostokąta, którego podstawą jest średnica koła, a wysokość wynosi $\frac{4}{5}$ średnicy.

A więc $r^2 \pi = 2r \cdot \frac{4}{5} \cdot 2r$ skąd $\pi = 3\frac{1}{5}$. Podane rozwiązanie uważają autorzy za dokładne.

---

[59] Wzór ten wyprowadził Jan Bernoulli. Por. F. Lacroix, *Traité du calcul différentiel et du calcul intégral,* II wyd. t. I, s. 137.

[60] Lacroix, jw., s. 70.

W książce pt. *O początkach matematyki jako części oświatę naukową integrującej, a w szczególności o stosunku stałym dwu wymiarów powierzchni koła słów kilka przez b. oficera ochot. Poznańskich* St. Służewskiego, Nowy Sącz 1862, znajdujemy rozważania, które jednak nie wnoszą nic nowego do interesującego nas tu problemu. Autor przedstawia w krótkim ujęciu założenia starożytnych, dłużej natomiast zatrzymuje się nad tezami Legendre'a w *Éléments de Géométrie;* uważając jego pogląd, że π jest liczbą niewymierną, za niesłuszny, podaje własny dowód. Opiera go na obliczeniu łuków odpowiadających bokom wielokątów foremnych wpisanych w koło. Otrzymaną z tych obliczeń wartość $\pi = 3{,}14203176$ uważa za dokładną, co pozwala zamienić koło na kwadrat. Konstrukcji tej jednak autor nie podaje.

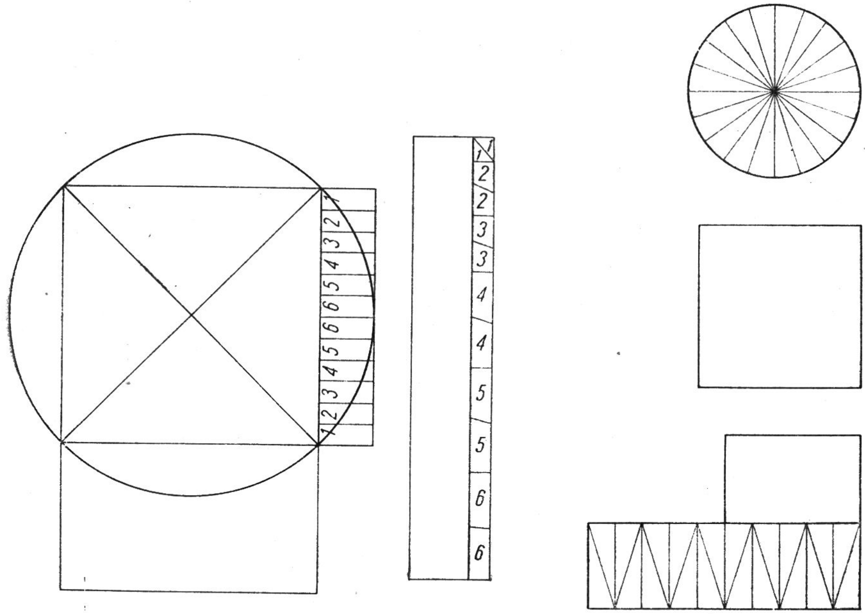
Wydając w r. 1875 swą rozprawę pt. *Dzieło popularne bardzo ważne i ciekawe interesujące wszystkie narody i każdego człowieka w szczególności o kwadraturze koła przez autora Polaka Ludwika Skrzyszowskiego,* Warszawa 1875, zapowiada autor ambitnie:

Po odkryciu przez Kopernika obrotu Ziemi,
Kwadratury koła jeszcze brakowało,
Bo rachunek miary z kołami wszystkiemi
Niedokończony, coś niedostawało,
Więc Ziemia niezmierzona była z tego powodu,
Aż drugi Polak dokończa miary, zrodzony z tegoż narodu.

Autor — jak widzimy — pragnie „dokończyć dzieła Kopernika". W tym celu podaje aż trzy sposoby zamiany koła na kwadrat. Pierwszy polega na wpisaniu kwadratu w koło, kwadrowane i podziale pozostałych odcinków koła na części (w kole o promieniu dwucalowym dzieli autor cięciwę odcinka koła na 12 równych części i na tyleż części dzieli łuk za pomocą prostych równoległych), które następnie wycina i układa w prostokątnej „foremce". Po utworzeniu 4 takich „foremek" dołącza je autor do kwadratu wpisanego w koło i otrzymuje kwadrat, o którym twierdzi, że jest „dokładnie równy danemu kołu".

Drugi sposób nazywa autor „równopromiennym traktowaniem". Podzieliwszy koło na szereg równych wycinków (autor uważa je za trójkąty) zestawia te wycinki i otrzymuje prostokąt, a następnie kwadrat, jak widzimy na rysunku.

Trzeci sposób jest taki: „Koło, które mamy zamienić na kwadrat, jest dnem przetaka o niskich brzegach. Dno tego przetaka pokrywa się ołowianymi paciorkami kształtu sześciennego nawleczonymi na



nitkę. Tę nitkę z paciorkami układa się w przetaku kolisto od okręgu aż do środka. Po wyjęciu z foremki układa się kwadrat, jaki wypada z długości nitki z paciorkami. Wyznaczony tymi paciorkami kwadrat jest równy danemu kołu“. Ten nieco gospodarski sposób, dający nader względne przybliżenie, uważa autor za dokładne rozwiązanie problemu kwadratury koła.

W r. 1893 wydaje Andrzej O ż e g o w s k i dziełko w języku niemieckim *Die Quadratur des Kreises von Dr Andr. Ożegowski,* Ostrowo 1893, w którym stwierdza, że właśnie jemu, nie-matematykowi, udało się znaleźć rozwiązanie zagadnienia, któremu tyle matematyków bezskutecznie poświęcało czas i trud.

Za pewne usprawiedliwienie niewątpliwie uważać można dyletantyzm, niemniej jednak musi nas dziwić fakt, że skoro interesowało go tego rodzaju zagadnienie, nie zapoznał się bliżej z publikacjami odnoszącymi się do niego i w przeszło 10 lat po odkryciu Lindemanna próbuje obmyślić dokładne rozwiązanie.

Miernicka.

dnáko po obu stronách do mierzá-
nia. A ták/ rozumieiąc iákoby dłu-
ża tu była po dwu stronách ná dwu
ná dwudziestu łokci/ (á tewiem że
czterdzieści y że czterech/ iest polo-
wicá dwádzieściá y dwá) á szerzá
ná puł Diámetru/ to iest/ ná siedmi
łokiet. Wiedź liczbę szerzey ná licz-
bę dłużey: siedmi kroć dwádzieściá
y dwá/ wiele vczynią: kiedy pilno
zliczysz/ naydziesz pułtoriá stá y czte-
ry Kwádratowych łokiet.

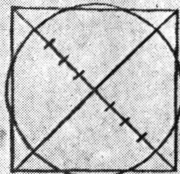
¶ Durerus y Forcyus nápisáli oby-
czay/ iáko kto może vczynić Kwá-
drat tylki iáko Koło. A to ták: V-
czyń Kwádrat/ ktoryby miał *Diame-
ter* piątą częścią więtszy/ á niż Ko-
ło ma. Czego przykład dam: Niech
będzie Koło iákie/ coby *Diameter* miá-
ło ná czterech łokci/ iesli chcesz mieć
Kwádrat/ coby tyle miał w sobie
iáko to Koło/ vczyń tákowy Kwá-
drat/ coby *Diametrum* miał ná pięci
łokiet. Tákże też/ iesli Koło ma

I *Diameter*

a

Náuká

Diameter ná ośmi łokiet/ vczyń Kwá-
drat/ tylko coby miał *Diametrum* ná
dziesiąci łokiet. A według tey náu-
ki/ nie trudno będzie Koło zmierzyć.



Abowiem kiedy Koło będzie/ któ-
regoby *Diameter* był ná ośmi łokiet/
tedy iuż sobie rozumiey/ iákoby był
Kwádrat/ ktorego *Diameter* iest ná
dziesiąci łokiet. Weźmiesz puł Diá-
metru tego/ to iest/ pięć łokiet/
wiedzże to ná cáły *Diameter*, to iest/
ná dziesięć/ mowiąc ták: pięcioiá
dziesięć/ vczyni piećdziesiąt. A to
iuż będzie summá Kolá tákowego/
co ma *Diametrum* ná ośmi łokiet/ we-

dług te-

b

Miernicka.

dług tego tu postępku mowie. A
iesli chcesz według pierwszey náuki
to Koło zmierzyć/ przód obácz iáko
wielka iest *Circumferentia*, álbo Obód
tego Kolá. *Circumferentia* iákom rzekł
każda ma trzy Diámetry/ y siodmą
część Diámetru. Gdyż tedy tu *Dia-
meter* iest ná ośmi łokiet: weźmi to
trzy kroć/ á będziesz mieć dwádzie-
ściá y cztery łokcie: przydayże ie-
szcze k temu siodmą część z ośmi ło-
kiet/ á będziesz wszytkiego mieć $25\frac{1}{7}$
dwádzieściá y pięć łokiet/ y siodmą
część łokciá. A to iest *Circumferentia*
tego Kolá. Weźmiesz puł Diámetru
cztery łokcie wiedzże ie ná puł Cir-
cumferencyey/ to iest/ ná pułtrze-
ciánaśćiá łokciá/ y ná czwartaną-
stą część łokciá: á naydziesz summe
wszytkiego $50\frac{2}{7}$ piećdziesiąt łokiet
Kwádratowych/ y dwie siodmé czę-
ści łokciá Kwádratowego. Z tą
liczbą trochę się nie zgadza óná co
iest według Durerowey y Forcyuso-

I ij wey

c

Náuká

wey náuki: bo ondzie było piećdzie-
siąt/ á tu piećdziesiąt y dwie siod-
mé części. Masz tedy dwie náu-
ce/ y możesz vżywáć ktorey chcesz: ie-
dno wiedz/ że pierwsza náuká iest
pewnieysza/ á niż tá co ią Durer y
Forcyus nápisał.

¶ Toć iest obyczay mierzánia plá-
ców/ według pisánia Grekow y Łá-
cinow/ krotko vkazány. Teraz zá-
sie iáko nászy Miernicy zwykli mie-
rzáć/ krotko powiem.

¶ Miernikow nawięcey iest w Má-
zowszu niż gdzie indzie w Koronie/
indzie ich nie ták wiele: á w Pol-
szcze trudno się ktorego dopytáć.

¶ Miárá też nie wszędzie iednáka
iest: w Prusiech/ w Mázowszu/ w
Litwie/ ná Włoki mierzą. w Wiel-
kiey Polszcze ná Szlády. w Máley
Polszcze y w Ruśi ná łany.

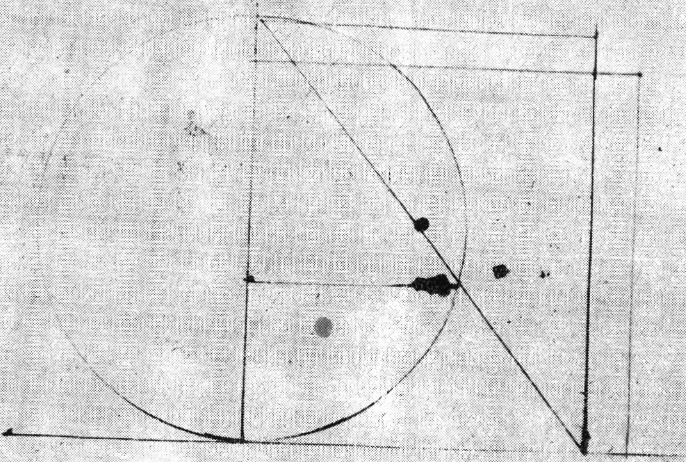
¶ Włoká/ iest Pruska miárá: prze-
coż też ią zową Chełmieńska Wło-
ká: ták iáko łan w Polszcze/ zową

Fráncu-

d

Odbitka 1.

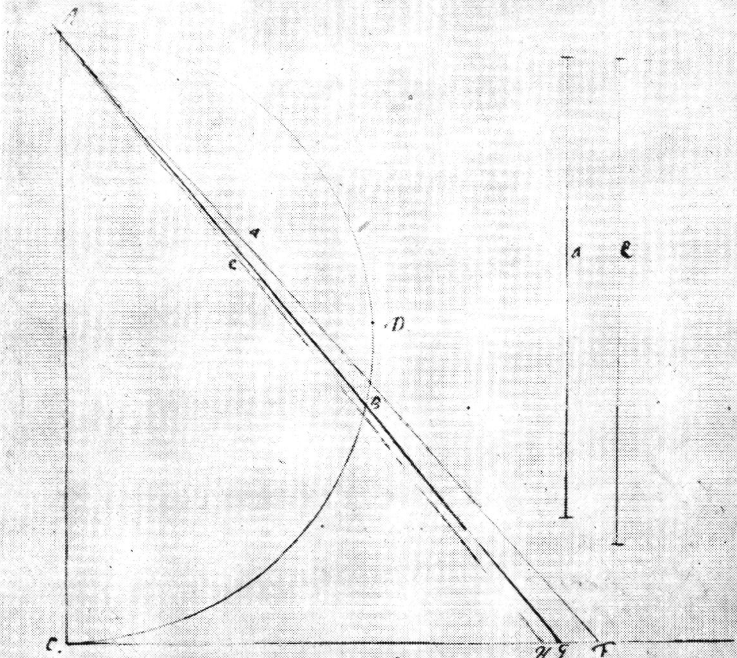
41



Nicolaus Raynerus Quadraturam Circuli sic deducit

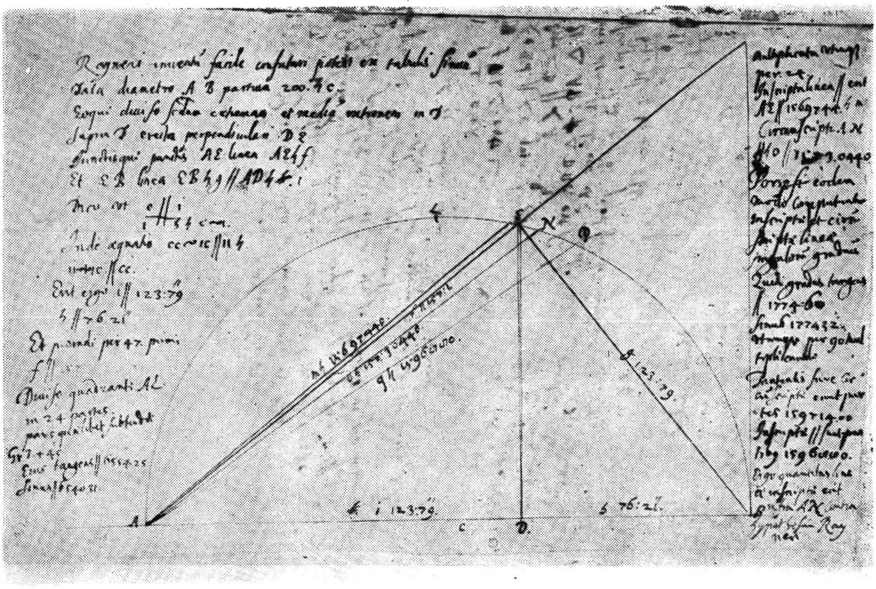
Posito quod Polygoni Circulo inscripti sit minoris periphe-
riae quam periphaeria Circuli
Et Polygoni Circulo circumscripti maioris est periphaeria
quam periferia circuli.
Ergo periphaeria Circuli versatur inter duas periphaeri-
as polygoni
Et quadrantis Circuli periphaeria est inter perimetra
polygonorum inscriptorum et circumscriptorum.
Inscribatur Archimedea ratione Circulo ARC polygonum
laterum 96.
Ergo quadranti ED inscribetur quadrans polygoni par-
tium 24 et similiter circumscribetur quod sic cogitationi percipitur.
Postmodum Raynerus extendit quadrantem polygoni inscri-
pti qui esset aequalis a

Odbitka 2.



Extendit et quadrantem polygoni circumscripti qui est ∥ e.
Ex A extensa ad peripheriam circuli ducta a et producta ad tangentem CF secabit CF in F.
Sed C.F. est maius a.
Et producta ab A in H linea e. secabit CF in H
Sed C.H. minus est e   C.H. < e.
Ergo ducenda est linea AB quae incidens in C.G.
Secet C.G. ad aequales partes AB. CG ∥ AB.
NB In B hic aliquantulum erratum quia deberet propius H. cadere G.
Ducto igitur C.G. in A.C. fiet quadrangulum cuius quadratum aequale est circulo ADC.
Quia C.G. inventa est ∥ peripheriae quadrantis circuli.

Odbitka 3.



Odbitka 4.

Liczba wielkości kolejki	Znaki arabskie	Nazwiska arabskie	Znaki łać.	Pomnożenie od 2	Nazwa łac.	Piszą	Nazwa polska
1	[illegible]	radia	l	2	latus, radix	2 : ʒ	kraynik, korzeń
2	ʒ	zensi	q.	4	quadratus	2 : q	gruntogran
3	cl.	latus cubi	c.	8	cubus	2 : c	kupogran
4	ʒʒ	zensizensus	bq.	16	biquadratus	2b : q	dwogran
5	ʒ	surselidus	∫.	32	solidus	2 : ∫	sowitogran
6	ʒcl	zensicubus	qc.	64	quadraticubus	2 : qc	czworogran
7	Bʒ	bissurdesolidus	b. ∫.	1,8	bisolidus	2 : b ∫	dwusowitogran
8	ʒʒʒ	zensizenzensus	tq.	256	triquadratus	2 : tq	trzypogran
9	ccl	latuscubocubato	bc.	512	bicubus	2 : bc	dwukupogran
10	ʒʒ	zensurdesolidus	∫. q.	1024	solidiquadratus	2 : ∫ q	dwukupogranigran

Odbitka 5.

Náſtepuiąca liczba po ſłowku [ze, *álbo* od] *to ieſt* Miánuiacy, *znáczy części, iákieykolwiek iedności cáłey, na ktore ſię dzielić może. Liczba zás poprzedzaiąca to ſłowko* [ze, *álbo* od] [*Numeratorem Łácinnicy zowią, to ſię zowie* Liczące] *znáczy liczbe tych części. To ieſt nákázuie: wiele ſię ich ma bráć.* Náprzykład *przeczytaſz* w Náuce 2. *náſtepuiącey, że Dyámeter Cyrkułu, z obwodu iego wiádomego wychodzi troche wiekſzy niż prawdziwy 28 y 4. ze 223. ma ſię to rozumieć: że Dyámeter Cyrkułu pewnego ma tákich części cáłych 28, iákich Obwod tegoż cyrkułu, ráchuie* 88; *y ieſzcze nád 28, części cáłych, cztery tákich czaſtek, na iákich 223 może bydź podzielona iedná część cála że dwudzieſtu ośmi.*

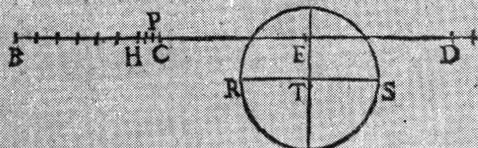
W tenże ſpoſob gdy przeczytaſz: Ze wyſokości, pewney Fáciáty Kościelney, ieſt łokći 77. y 3. ze 4. Maſz rozumieć: że tákowa wyſokość krom zupełnych łokci 77, ma ieſzcze części 3. tákowych, iákich łokieć ieden cáły, 4. to ieſt ćwierci 3. O czym znaydzieſz dokładniey w Zabáwie 14. w Części 2. *O Łamáney liczbie.*

N A V K A I.

Dána liniia proſta (BD) *przemienić ná rowny Obwod cyrkułu.*

NIewiádomi Geometryi, liniia proſta dzielą ná części ſześć rownych, y ſzoſta części gdy zryſuią cyrkuł, rozumieią obłędliwie, że tákowy cyrkuł ieſt rowny dáney linii. Ty z vmieiętnymi.

Liniią proſtą BD, rozdzieliwſzy ná trzy części rowne, BC, CE, ED, iedne z nich BC, rozdzieliſz ná ſiedm czaſtek. Potym z tych ſiedmi iedne CH, rozetnieſz ná trzy części, iákich ieſt iedná CP, y poſtáwiwſzy BP, oſobno; áby byłá RS, rozdzieliſz RS, w poł ná T. A gdy połowicą RT okryślisz z punktu T Cyrkuł RS, będzie bliſko rowny, linii proſtey BD. Poniewaz dyámeter w obwodzie cyrkułu, znáyduie ſię rázow 3. y 1. ze 7. *wedlug Wiádomości 181.*



Drugi ſpoſob ſnádnieyſzy.

POłowicę dáney linii BD rozdziel ná 11. części rownych. Gdy tákich 7. weźmieſz: będzieſz miał Dyámeter RS, cyrkułu ktorego połowicą RT, cyrkuł zátoczony, będzie rowny dáney linii proſtey.

N A V K A II.

Z Obwodu Cyrkułu wiádomego w liczbie, ználeść dyámeter niewiádomy.

VCzyń iáko 22 do 7. ták obwod 88. náprzykład łokći, do czwartego: wynidzie Dyámeter 28, trochę mnieyſzy nád prawdziwy. Ná wielki obwod cyrkułu, vczyń: Iáko 355. do 113, ták obwod 314 159, do Dyámetru 99 999. y 122. ze 355 mnieyſzego nád prawdziwy. Troche wiekſzy Dyámeter wychodzi: gdy vczyniſz iáko 223. do 71. ták obwod 88 do Dyámetru 28. y 4 ze 223.

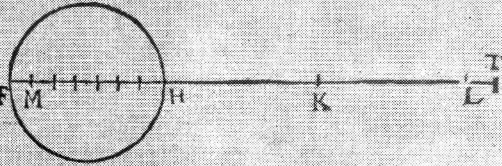
N A V K A III.

Obwod Cyrkułu dánego (FH) *przemienić ná liniią proſtą.*

INdżienierow, y Młynárzow błąd zwyczáyny, Dyámeter kołá [ktory oni wyſokość kołá zowią] bráć trzy rázy. Ty dyámeter FH, cyrkułu dáne-

Odbitka 6.

dánego, rozdźiel ná siedm części. Potym Dyámetru FH, wbrod pociągnawſzy ku T, poſtaw ná FT, trzy rázy dyámeter FH, áż do L, y przyday ieſzcze FM, iednę część siodmą Dyámetru; będzieſz miał cała liniią



FHKLT, rowną bliſko cyrkułowi dánemu FH. *według Właſności 182. Zabáwy 6.*

Drugi ſpoſob.

DYámeter cyrkułu dánego rozdźiel ná 7. częśći rownych, gdy tákich iedenaśćie poſtáwiſz ná iákiy linii, á weźmieſz ią dwá rázy: będzieſz miał liniią rowną bliſko Obwodowi cyrkułowemu.

Ztąd idźie że połowicá tey linii FT ieſt rowna obwodowi połcyrkułowemu: á część czwarta, obwodowi kwádránſowemu. *3. Sposob czytay w nauki 5 náſtępuiącey ſpoſobie 5.*

NAVKA IV.

Z dyámetru Cyrkulu, wiádomego w liczbie pewnych częśći, ználeść obwod cáłego cyrkulu.

PRzez liczbę złotą, ktorą Łáćinnicy zowią *Aurea regula*, Włoſzy *Regula de Tri:* vczyń iáko 7, do 22: ták dyámeter 10 náprzykład łokći, do czwartego. Wynidźie obwod 31. y 3. ze 7. więkſzy nád prawdźiwy.

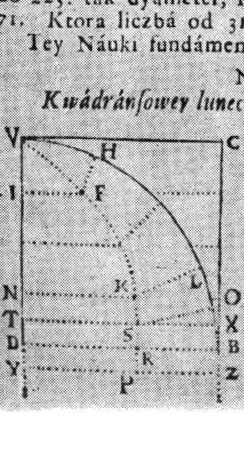
Ná wielkie Dyámetry, ktore przechodzą tysiączne miáry, zázey więkſzey liczby, máiącey proporcyą Dyámetru do Obwodu doſkonálſzą niż 7. do 22, ktora ieſt ználeziona od Mecyuſzá 113 do 355: y vczyń: Jáko 113, do 355, ták dyámeter 100 000. náprzykład łokći, do obwodu cyrkulu 314 159. y 33 ze 113. Ktory obwod, z Archimedeſowych siedmi, do dwudźieſtu dwoch, wychodźi 314 285. y 5 ze 7. więkſzy ſtem dwudźieſtá y ſześćią cząſtek, krom frákcyi.

Jeżeli chceſz obwodu mnieyſzego nád prawdźiwy: vczyń: iáko 71. do 223: ták dyámeter, 10. náprzykład dány, do obwodu 31. y 20 ze 71. Ktora liczbá od 31 y 3 ze 7: ieſt mnieyſza 10 ze 497.

Tey Náuki fundáment, ieſt Własność 182.

NAVKA V.

Kwádránſowey lunecie wyſtáwić, liniią proſtą, rowney długośći.



NIech będźie luneta kwádránſowa VHLB, ktorey potrzebá wynáleść liniią proſtą, rowney długośći. Znalawſzy oſtátni punkt R, linii kwádruiącey VFKR [*według Náuki 96. Zabáwy 4.*] Vczyń. Jáko DR, bázá kwádruiącey, do DV, śćiány teyże kwádruiącey. Ták też DV do czwartey: wynidźie [*według Właſnośći 195. punktu 2.*] liniia proſta, rowney długośći z luneta kwádránſową VHLB.

Odbitka 7.

PD. 14 664. 660 940. 672 623. 779 957. 781 891.
NP. 4 289. 321 881. 345 247. 359 915. 563 789.

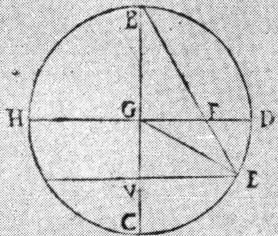
DL, *Synuſá 45. graduſow wyráchowánie.*

Wziawſzy promień GD. 50 000. 000 000. 000 000. 000 000. 000 000.
Będźie iego kwádrat 2 500. 000 000. 000 000. 000 000. 000 000. 000 000. 000 000. 000 000. 000 000. 000 000.

Z ktorego wyiawſzy połowicę; to ieſt kwádrat ná LG, zoſtánie ściány DL kwádrat, 1 250. 000 000. 000 000. 000 000. 000 000. 000 000. 000 000. 000 000. 000 000. 000 000 Poniewaz *z Wáznośći 123.* kwádrat ná GD, ieſt rowny kwádratom ná DL, LG.

Z tego kwádratu wyćiągniona Arythmetycznie *Radix*, to ieſt Sćiáná: ieſt Synus Graduſow 45. DL 35 355. 339 059. 327 376. 220 042. 218 105.

Trzeći ſpoſob doskonálſzy nád poprzedzáiący, wynáleźienia proſtey liniy, rowney walugośći dáney lunecie kwádránſowey.



Niech będźie dána luneta kwádránſowa HB. Dopełniwſzy cyrkułá BHCD, promieniem GB, z punktu C odetni punkt E, A złączywſzy BE, przećináiąca Dyámeter HGD, ná punkćie F; Będźieſz miał HF, bliſko rowną lunećie kwádránſowey HB.

Ten ſpoſob ieſt X. Zygmuntá Prudeckiego Societatis Iesu, *mego w Mathematyce Profeſſorá w Roku 1641.*

PROBA.

Probuiac tego ſpoſobu w Roku 1656, dniá 7. Lipcá, ználazłem go doſkonálſzy od poprzedzáiacego. Wizerunk proby ten máſz.

Zryſowawſzy w figurze, VE, y GE, y wziawſzy Promień.
GB, 50. 000 000. 000 000. 000 000. będźie poł promięniá,
GV, 25. 000 000. 000 000. 000 000.
BV, 75. 000 000. 000 000. 000 000.

Potym wyiawſzy kwadrat ná GV, z kwadratu ná GE: z pozoſtáłego kwádratu ná liniy VE, wyćiągni Arythmetycznie *Radicem*: to ieſt ściánę: będźie wiádoma.
VE 43. 301 270. 189 221. 932 338.

Ná koniec vczyniwſzy. Jáko BV, do VE; ták BG, do GF: wynidźie.
GF, 28. 867 513. 459 481. 288 225.

Ktora przydána do Promięnia HG, oznáymi cała.
HF, 78. 867 513. 459 481. 288 225. rowna lunećie kwádránſowey.
Ta zas cztery rázy wźięta, wyſtáwi Obwod cálego cyrkułu.
315. 470 053. 837 925. 152 900. więkſzy iedna ze 100 cząſtek Dyámetru. Gdyż w trzećiey figurze tylko 1 więkſzy, od *Ludolphi à Ceulen*; nie 3. iako *Lanſſergiuſzow*. Záczym doſkonálſzy.

Odbitka 8.

Zryſowawizy linia kwádruiaca VFKF: iey ściánę VD rozdziel ná Y, średnia y ſkraynia proporcya *według Nauki 78. Zábáwy 2.* będą VY, YD, niepomierne. Według nich gdy kwádrans VSB wydzieliſz; będzieſz miał oraz y Lunety VS, SB: y Anguły VDS, SDB niepomierne. Poniewaź z nátury linii kwádruiacey, tákie ſa podziały kwádránſu, iákie ściány. Záczym że z ryſowánia, ściáná ieſt podzielona ná linie niepomierne: y Lunęty y Anguły, tákież będą. Figurá porządek

N A V K A XXVI.

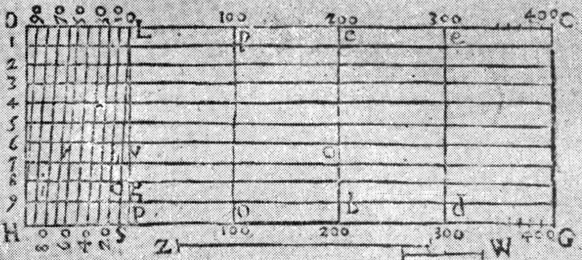
O vżywániu Skáli, ná 1000. części wydzieloney, w przemienianiu Liniy proſtych ná cyrkuły rowne, y cyrkułow ná linie proſte rowne.

§ I.

Liniia proſta przemienić ná cyrkuł rowny.

DAna liniia Z, poſtaw ná *Skáli*, y wyráchuy iey części 245. Toż vczyn; iáko 355 Obwod cyrkułu, do 113 Dyámetru: ták linia wyráchowána ná *Skáli* do czwartego: będźieſz miał wiádomy w częściách Dyámeter cyrkułu, ktorego ſzukaſz, 78. Ten tédy Dyámeter wyráchowány, gdy cyrklem przeſtáwiſz z *Skáli*, ná kártę, y przedzieliſz ná dwoie, á ze srzodká zátoczyſz cyrkuł: bedźie ten rowny, linii proſtey dáney. Záczym Liniia proſta przemięniſz ná Cyrkuł rowny. Ponieważ iáko Obwod 355. do wźiętego z *Skáli*; ták Dyámeter 113 do Dyámetru 78.

Notuy: *Że ten ſpoſob ieſt doſkonálſzy, niżeli inſze dwá* w Naucę 1. tey Zábáwy, według Własności 182. *Záczym kto ráchowáć vmie, á ma* Skále *ná 1000 części wydźielona, niech ſie tego trzyma. Kto ráchowáć nie vmie, poki ſie nie náuczy, niech vżywa ſpoſobom Nauki 1. álbo Nauki 14, y 15.*



§ II.

Wſzelki Cyrkuł przemienić ná liniia proſta rowna.

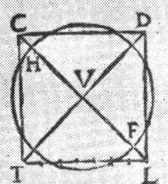
OBeymi Cyrklem W. Dyámeter cyrkułu dánego, ktorego Obwod chceſz przemięnić ná liniia proſta: y poſtaw go ná *Skáli* wydzieloney ná 1000 części, notuiac wiele czaſtek zábierze. *Toż vczyn:* Jáko 113. do 355. ták Dyámeter wiádomy w czaſtkách *Skáli* 78. do czwartego: wynidźie liczbá Obwodu cyrkułowego 245. Ktora gdy z *Skáli* obięta cyrklem przeſtáwiſz ná kártę, będźieſz miał liniia proſta, rowna Obwodowi cyrkułu dánego. Záczym cyrkuł przemięniony ná liniia proſta; dáleko doſkonáley, niżeli z *Nauki 3. tey Zábawy*,

Odbitka 9.

N A V K A LXI.

Kwádrat przemienić w cyrkuł rowny ile do Polá, álbo plácu Obwodem záwártego.

POniewaz cyrkuł ieſt nawiękſzy między Rownoobwodnymi figurámi według Własnośći 181: nie przeto będźie cyrkuł rowny kwádratowi, ile do polá y plácu, że mu Obwodem wyrowna. Záczym ábyś wynálazł kwádratowi, rowny cyrkuł ile do plácu, ták ſobie poſtąpiſz.

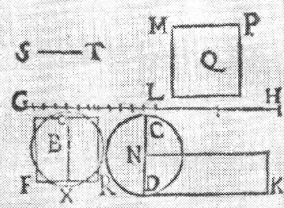


Niech będźie kwádrat C D L T, ktoremu chceſz ználeść cyrkuł rowny ile do plácu. Przećiągnąwſzy poprzeczne C L. D T; śćiánę T L, rozdziel ná śiedm częśći, y iednę śiodmą, przeſtaw ná L C, od L, ku C, áby byłá L F: á cyrkuł zátoczony z centrum V, promieniem V F, ſtánie blizko rowny, kwádratowi C D L T.

Demonstracya. *Poſtaw śćiany* T L, y T C, *po częśći śiedmi; będą ich kwádraty, po częśći 49. y kwádrat ná* C L, *rowny obiemá kwádratom ná* T L, y T C [z Własnośći 123] *częśći 98. ktorego* Śćiáná *blizko 10. trochę większa. Wyiąwſzy tedy* F L, *iedne: y* C H, *drugą z dźieśiąći: zoſtánie* H F *Dyámeter, 8. Gdyż śćiáná kwádratu, do Dyámetru cyrkułu rownego, ieſt blizko, iáko 7. do 8.* Dechales curſus tom: 1. pag: 381.

Drugi Spoſob, przemieniánia Kwádratu *w cyrkuł, rowny ile do Plácu.*

CZtery śćiány kwádratu B, złoż w iednę liniią proſtą G H, y z niey znaydź Dyámeter cyrkułu N, *według Nauki 2. 10, 11, álbo 26. tey Zabáwy.* Toż między Dyámetrem cyrkułu N, y połobwodem iego, to ieſt G L, wyſtaw śrzednią proporcyonálną M P. Będźie ći M P, śćiáná kwádratu rownego Q, cyrkułowi N, z *Własnośći 181. punktu 1.* Máiąc zás cyrkuł rowny N, kwádratowi Q: Trzemá liniiom: *Pierwſzey* C D, Dyámetrowi cyrkułu N: *Drugiey.* Śćiánie M P, kwádratu Q, rownego cyrkułowi N: *Trzećiey* F R, śćiánie kwádratu B, ktoremu trzebá ználeść rowny cyrkuł, znaydź czwártą proporcyonálną S T. *Nákoniec:* Między pierwſzą C D, dyámetrem cyrkułu N, y czwártą S T, gdy znaydźieſz śrzednią proporcyonálną O X: będźie O X, Dyámeter cyrkułu rownego kwádratowi B.



Ponieważ bowiem cyrkuły máią ſię iáko kwádraty ná ich Dyámetrách, według Własnośći 184. *odmieniáć ſię máią, iáko y Dyámetrow kwádraty, to ieſt proſtośćienne figury: ktorych odmiánę podobną czytay w Nauce náſtępuiącey, pośćiey Zabáwy.*

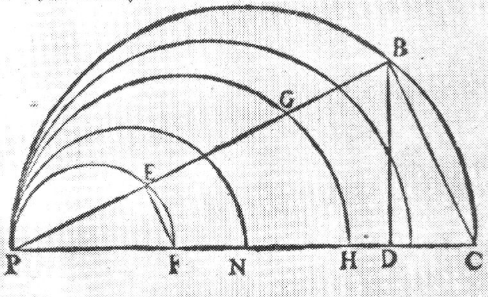
Przydatek. *Kwádratowi dánemu nie potrzebá wyſtáwiáć rownego cyrkułu ile do Obwodu. Lecz doſyć mieć iákikolwiek kwádrat rowny cyrkułowi, ábyś Dyámeter cyrkułu wziął zá pierwſzą proporcyonálną, á śćiánę kwádratu temu cyrkułowi rownego, zá wtorą proporcyonálną, dla wynálezienia czwártey.*

Odbitka 10.

N A V K A LXII.

Figurę zryſowáć ſłużąca do przemieniánia cyrkułow ná kwádraty, y kwádratow ná cyrkuły.

1. ZAtocz połcyrkuł iákikolwiek PBC, y znaydź liniią proſtą rowną temu połobwodowi *według Náuki 6. 12. 13. 15. albo 16.*][2. Między Połdyámetrem PN tego połcyrkułu, y między linią proſtą rowną połobwodowi PBC, poſtaw ſrzednią proporcyonálną PB. Ktora będzie ſćianą kwádratu rownego cyrkułowi z dyámetru PC. *według Náuki 19.*][3.Ználeziona PB, wſtaw w połcyrkuł PBC, y złącz punktá B, C. A będźieſz miał figurę gotową, ná przemięniánie kwádratow w Cyrkuły, y Cyrkułow w kwádraty.



Vżywánie Figury.

W przemieniániu Kwádratu ná Cyrkuł.

POſtaw ná PB, ſćiánę kwádratu dánego, ktory chceſz przemięnić ná rowny Cyrkuł; y niech będźie PE. Potym przez E zryſuy EF, rownoodległą ſámey BC, przećináiąca PC, ná F: wydźieli PF, Dyámeter cyrkułu rownego kwádratowi.

Ponieważ iáko PB, *do* PC, *ták* PE, *do* PF. z Własności 98 *Więc że zryſowánia,* PC *ieſt Dyámeter połcyrkułu* PBC: y PF, *będźie dyámeter połcyrkułu* PEF. *Czytay obſzernieyſzą Demonſtrácyą* w ſpoſobie 3. Náuki 97. náſtępuiącey w tey Zábáwie 5.

Druga Figurá.

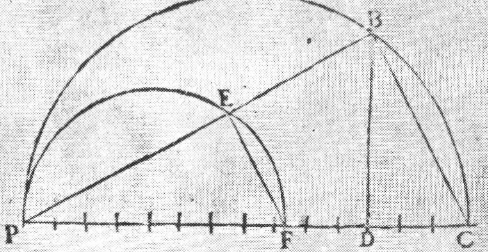
Słuząca do przemieniánia Kwádratow ná Cyrkuły, y Cyrkułow ná Kwádraty.

LIniią naprzod zryſowána PC, rozdźiel ná części 14. y z punktu D, iedenaſtego podźiału, wyprowádź krzyżową BD, áż do Obwodu połcyrkułu PBC. Potym złącz punktá P, B, y B, C, proſtymi PB, y BC: wyſtawiſz figurę drugą, ſpoſobną do przemięniánia cyrkułow ná kwádraty, y kwádratow ná cyrkuły. *Demonſtruie* z Claviuſzá ná pomięnionym mieyſcu.

Vżywánie tey Figury

NIech będźie dána ſćiáná Kwádratu PE: Gdy przez E, zryſuieſz EF, rownoodległą ſámey BC, przećináiącą PC, ná F, wydźieliſz PF, Dyámeter cyrkułu rownego kwádratowi. *Ponie-*

Odbitka 11.

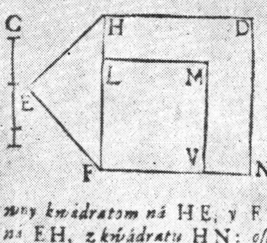


Ponieważ táko P C, iest z rysowania Dyameter cyrkulá P B C, rownego kwádratowi ná ścianie P B; Ták y P F, z własnośći 28. będźie Dyameter cyrkulu P E F, rownego kwádratowi ná ścianie P E. Cáłá Demonstracya obserwuie śię, w sposobie 3. Náuki nástępuiącey 96. tey Zábáwy 5.

N A V K A LXIII.
Dány kwádrat ná rowną Węgielnicę przemienić.

*W*Ęgielnicą, *názywa śię figurá płáska ná kształt Węgielnice Mularskiey: Euclides názywa ią* Gnomon: *Iest bárdzo potrzebna Architektom do przemiány budynku kwádratowego ná dwie ściány. Kwádrat tedy w Węgielnicę ták przemienisz.*

Niech będźie ściáná C, Kwádratu dánego. Wźiąwszy tey rowną E F, z punktu E, wyprowadź krzyżową E H wbrod: [dłuższą, ieżeli węższey Węgielnice potrzebuiesz, krotszą, ieżeli szerszey.] y złącz punktá F, H, prostą H F, podpásuiącą ángul krzyżowy F E H. Potym ná F H, postaw kwádrat doskonáły H D N F; y H E, postaw ná F H, áby byłá F L. Ná tey F L, gdy zrysuiesz kwádrat F L M V, zostáwi węgielnicę H D N V M L, rowną kwádratowi dánemu z linii C.



Gdyż kwádrat, ná F H, *z własnośći 123. iest rowny kwádratom ná* H E, *y* E F: *záczym wyiąwszy kwádrat* L V, *ná* F L, *to iest ná* E H, *z kwádratu* H N: *ostátek* H D N V M L, *musi być rowny kwádratowi ná* E F, *to iest ná* C.

N A V K A LXIV.
Kwádrat dány doskonáły przemienić ná dáną Wielośćienną figurę nákazáną: Piećiokąt, Sześćiokąt, Ośmiokąt &c.

*N*Iech będźie nákazány Sześćiokąt w ktory trzebá odmienić dány kwádrat doskonáły. Zrysuy Sześćiokąt do vpodobáney wielkośći, y postaw mu rowny kwádrat podłużny lubo *według Náuki 49. tey Zábáwy* lubo snadniey z między połobwodem Sześćiokątu á między krzyżową spuszczoną od środka ściány iedney do centrum. Gdyż tákowy kwádrat *z własnośći* [illegible] iest rowny wielośćienney figurze. Potym ten kwádrat podłużny, przemień ná doskonáły *według Náuki nástępuiącey*. Toż trzem liniom: pierwszey, ściánie kwádratu dánego: wtorey, śćiánie kwádratu ználezionego: trzeciey śćiánie Sześćiokątu, postaw czwartą proporcyonálną. Gdy ná tey czwartey proporcyonálney, zrysuiesz Sześćiokąt, *według Náuki* [illegible] *tey Zábáwy*, Będźie rowny kwádratowi dánemu. Záczym kwádrat dány przemieniłeś ná figurę Wielośćienną nákazáną.

Ponieważ táko kwádrat doskonáły [illegible] *kwádratowi do wielośćienney* [illegible] *dánemu kwádratowi.*

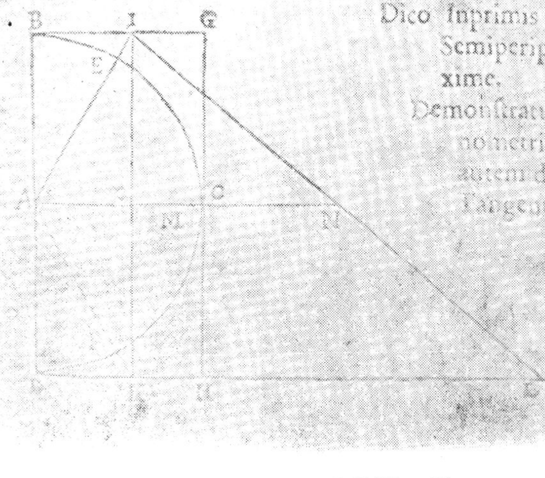
Odbitka 12.

Colligitur ex eadem fecundo. Rationes a nobis exhibitas, adeo compendiosas esse, ut earum nonnullæ duplo pluribus notis Archimedeis æquivaleant; quanquam ipsa Cc duplum earum excedat, quæ proinde brevitate, nec non exactitudine sua, in Praxi cæteris præferenda videatur, cui, dum quid accuratius quæritur, ipsa d succedat. Præter has quidem mihi suppetunt adhuc plures, consimili dote præditæ, sed eas, ne nimius videar, alteri occasioni servandas existimo. Concludam interim singulari quadam, & ut ita dicam, curiosa Ratione, quæ est 991 ad 3113 [illegible], quæ cum Archimedea consentit in octonis notis prioribus, ac tum primum illam incipit excedere, minus quam 23 centesimis.

GRAMMICÆ RATIONES CYCLOMETRICÆ,
Ad Usus Mechanicos.

Harum quidem complures olim a me repertæ; hoc tamen loco visum mihi est eam tantum proponere, quæ huic Anno præsenti, quo ista scribimus, affinitate quadam conjuncta est.

Oporteat igitur Semiperipheriæ BCD Rectam proxime æqualem reperire. Ducantur Tangentes BG, DH, quarum prior Radio AC æqualis, & jungantur GCH. Tum Radio CA secentur ex C arcus utrinque æquales CE & EF: quorum quivis complectetur Gradus 60, reliqui autem BE, DF singuli gr. 30. Agatur per E Secans AI, determinans Tangentem BI. Capiatur tandem HL, æqualis Diametro BD; ac tum ducatur IL.



Dico inprimis IL æqualem esse Semiperipheriæ BCD proxime.

Demonstratur calculo Trigonometrico. Intelligatur autem ducta esse IK, quæ Tangentes BI, DK conjungat.

Odbitka 13.

Po szumnej zapowiedzi: „Die Wahrheit schreitet einfach aber majestätisch voran und zermalmt ihre Gegner" zaczyna autor swe wywody, wychodząc z fałszywego założenia, które ilustruje rysunkami — że bok foremnego sześcioboku wpisanego w koło odcina na prostopadłym do niego promieniu $\frac{1}{7}$ promienia, licząc od okręgu do punktu przecięcia. Dochodzi, rzecz jasna, do błędnych wyników, a mianowicie, że obwód koła wynosi $\frac{48}{7}$ r, wartość $\pi = 3\frac{3}{7}$. Powierzchnia koła wynosi $r^2 \cdot 3$. Jest ona, zdaniem autora, równa $\frac{3}{4}$ powierzchni kwadratu opisanego na kole oraz $\frac{7}{8}$ powierzchni sześcioboku opisanego na kole.

Autor kończy swoje „naukowe" wywody kategorycznym stwierdzeniem, że jego „odkrycie poprawiające błędny sposób dotychczasowego obliczania obwodu i powierzchni koła rozwiązuje ostatecznie wielowiekowy problem kwadratury koła i zmieni z gruntu rachunki astronomiczne oraz pchnie na nowe tory wiedzę przyrodniczą".

Pierwszą polską pracą o kwadraturze koła, która swym poziomem naukowym nie ustępuje publikacjom zagranicznym, jest rozprawa Samuela D i c k s t e i n a *O liczbach e i* π z r. 1895, „Kosmos" XX Lwów, 1895, s. 359—365. Ścisłymi wywodami uzasadnia nasz zasłużony matematyk niemożliwość elementarnej konstrukcji zamiany koła na kwadrat, gdyż liczba π nie daje się wyrazić równaniem algebraicznym o współczynnikach wymiernych.

Do naszej literatury matematycznej zaliczyć można również bardzo wartościową rozprawę Franciszka M e r t e n s a, który swą działalnością pedagogiczną i naukową związany jest z historią Akademii Krakowskiej. W latach bowiem 1865—1884 zajmował katedrę matematyki w Uniwersytecie Jagiellońskim [61]. Rozprawa Mertensa *O przestępności liczb e i* π znajduje się w „Pracach Matemat.-fizyczn." t. IX Warszawa 1898, s. 28—45 i napisana jest w języku polskim [62]. Dowód Mertensa odznacza się dużą prostotą; autor opiera swe wywody na twierdzeniach algebraicznych bez uciekania się do twierdzeń pomocniczych z teorii liczb.

[61] „Rocznik Zarządu Akad. Umiej.", Kraków w 1885, s. 23—24.

[62] Por. „Sitzungsberichte der Kais. Akad. der Wiss. in Wien, Mathem.-Natur". Klasse XI, 1896.

Na tych wartych upamiętnienia kartach historii naszej nauki zamykają się i u nas dzieje tego zagadnienia [63]. Nie spotykamy już wypadków owej „choroby epidemicznej, przechodzącej z wieku na wiek", jak w swej *Histoire Générale des Mathématiques* nazwał Bossut zawziętość, z jaką usiłowano zwalczyć trudności z za słabym wobec nich orężem przekazanym przez matematyków starożytności.

ВОПРОС КВАДРАТУРЫ КРУГА В ПОЛЬСКОЙ МАТЕМАТИКЕ

В начале статьи автор пишет об исторических основах вопроса квадратуры круга как критерия прогресса математических знаний и характеризует способы, с помощью которых этот вопрос пытались решить то ли путем геометрических конструкций для определения численного соотношения окружности и диаметра круга (I период), то ли путем аналитических методов (II период). В III-м периоде благодаря исследованиям Ламберта (1766 г.), Эрмита (1873), Линдемана (1882) было установлено, что число П является трансцендентным, следовательно, что преобразование круга в квадрат путем элементарных конструкций невыполнимо.

Польские математики внесли в эту область значительный вклад. Станислав Гжепский в своей Геометрии (1566) ссылается на Дюрера, избирая $П=3^1/_8$, но приводит также величину Архимеда $^{22}/_7$, считая ее более точной. О конструкции, созданной Петром Крюгером (1607), говорится в связи с тезисами Дюшесна и Раймара. Указанные в их трактатах результаты критически обсуждает Станислав Пудловский, который доказывает их неправильность.

Алексы Сыльвий в своем обширном трактате (1651) выступая против выводов Грегора à Сто Винчентио и тем самым в числе других европейских математиков принял участие в полемике, вызванной трудом Грегора. О зрелости польской математической мысли в XVII в. свидетельствуют также высказывания Брожека, содержащиеся в его переписке (1624).

Широко пишет об этом вопросе Станислав Сольский в своей Геометрии (1683), который квадратуру круга рассматривает как особый случай преобразования фигур. Квадратура Адама Коханьского (1685) дает весьма прекрасное благодаря своей простоте приближенное решение.

[63] Rozprawy o kwadraturze koła Teofila Wiśniewskiego, która miała się ukazać w r. 1904 pt. *Wyprostowanie okręgu i kwadratura*, nie cytuje żadna ze znanych mi bibliografii. Wiadomość o tej publikacji podaje Hrycak w swej wyżej wymienionej książce (s. 56), ale bez bliższych objaśnień o jej treści.

Упадок науки в XVIII в. находит свое отражение также в публикациях, посвященных этому вопросу. Мнимые решения называют „точными", а их авторы еще в XIX в. стремятся исправить „нелогичные заключения" Архимеда или „ошибочные рассуждения" Линдемана.

Последними трудами польских математиков, посвященными этому вопросу, являются два ценных трактата о сущности числа П, принадлежащие Самуэлю Дикштейну (1895) и Франтишеку Мертенсу (1898).

THE QUESTION OF THE SQUARE OF A CIRCLE IN POLISH MATHEMATICS

After an introductory discussion of the historical background of the question of the square of a circle as criterion of the progress of mathematical knowledge, the author presents a study of the manners in which attempts have been made to solve the problem, either by way of geometrical constructions for the determination of the numeric ratio of the circumference of the circle to the diameter (first period), or by means of analytical methods (second period); in the third period, as a result of the investigations made by Lambert (1766), Hermite (1873), and Lindemann (1882), it was settled that π was a number, and that therefore the conversion of a circle into a square by way of elementary constructions was unfeasible.

The contribution of Polish mathematicians in this field has been considerable. In his Geometry (1566), Stanislaw Grzepski adopts $\pi = 3\,(1/8)$, referring to Durer; but he also gives the value of Archimedes, 2 (/7), which he considers more exact. Piotr Krüger's construction (1607) is discussed in connection with the theses of Duchesne and Raimarus. The results given in their theses are given a critical review by Stanislaw Pudlowski who proves them wrong.

Aleksy Sylvius opposes in a copious treatise (1651) the theses of Gregorius a Sto Vincentio, thereby taking a stand in the general polemic which the work of Gregorius had originated amongst European mathematicians. Another proof of the maturity of our mathematical thought in the seventeenth century is contained in the enunciations of Brozek, in his correspondence (1624).

The question was also amply discussed by Stanislaw Solski, in his *Geometry* (1683), where he treats square of a circle as peculiar case of figure conversion. An approximate solution remarkable for its simplicity is supplied by Adam Kochanski (1685).

The general degeneration of science in the eighteenth century found also its reflection in publications devoted to the question of the square of a circle.

Alleged solutions are described as „exact", and as late as the nineteenth century, their authors claim to amend the „illogical arguments" of Archimedes or the „fallacious reasoning" of Lindemann.

Polish mathematical literature dealing with that question closes with two valuable treatises explaining the nature of π. They are the works of, — respectively — Samuel Dickstein (1895) and Franciszek Mertens (1898).