Dobrowolski, W. O.

W sprawie pracy Jana Woźniakowskiego z zakresu matematyki

Kwartalnik Historii Nauki i Techniki 8/4, 519-524

1963

W. O. Dobrowolski *

W SPRAWIE PRACY JANA WOŹNIAKOWSKIEGO Z ZAKRESU MATEMATYKI

W roku 1955 przeglądałem materiały archiwalne związane z działalnością polskiego rewolucjonisty, matematyka-samouka i technika Jana Woźniakowskiego. Po ich zbadaniu napisałem notatkę, która — niestety — z różnych przyczyn nie została dotychczas opublikowana. Treść jej była jednak referowana w 1958 r. na seminarium z historii nauk matematycznych Instytutu Matematyki Ukraińskiej Akademii Nauk [1]. Po pewnym czasie zetknęła się z tymi samymi prawdopodobnie materiałami T. Łobanowa i na tej podstawie napisała dość obszerny artykuł, poświęcając w nim uwagę przede wszystkim ogólnym wypowiedziom o pracach Woźniakowskiego z dziedziny matematyki oraz omówieniu niektórych jego wynalazków, w szczególności maszyny do wyrobu cegły.

Takie przedstawienie sprawy nie daje jednak, naszym zdaniem, pełnego pojęcia o znaczeniu prac J. Woźniakowskego w historii nauki i może doprowadzić do błędnych wniosków o jego działalności. Mimo zaś całej sympatii do niego i współczucia dla ciężkiego losu, jaki go spotkał, uważamy, że obiektywizm wymaga wskazania na pewną powierzchowność i ograniczony zakres jego osiągnięć, przede wszystkim w dziedzinie matematyki. Uzasadnienie tego wniosku można znaleźć w tych samych źródłach, o których wspomniała T. Łobanowa [2].

Program podyktowany przez J. Woźniakowskiego wiosną roku 1844 inżynierowi-podporucznikowi Bondariewskiemu, zawiera następujące zagadnienienia [3]:

1. Wykreślny sposób wyprostowania okręgu z dokładnością do siódmego znaku.
2. Zadanie odwrotne — wyznaczenie promienia danego koła z tą samą dokładnością
3. Trzy twierdzenia dotyczące podziału kąta na trzy równe części.
4. Twierdzenie o właściwości koła, z której wynika nowy sposób wykreślania elipsy.

---

* Nadesłany z Kijowa artykuł tłumaczył z ukraińskiego Wiktor Orłowski. Artykuł nawiązuje do pracy T. Łobanowej *Wynalazca polski Jan Woźniakowski*, „Kwartalnik Historii Nauki i Techniki", nr 1/1960.

[1] Por. protokół seminarium z 30 X 1958.

[2] Materiały filii Centralnego Państwowego Archiwum Wojskowo-Historycznego ZSRR w Leninigradzie (FCGWIAL), zasób (*fond*) 312.

[3] Por. cytowany artykuł T. Łobanowej, s. 50 i 52. Punkty programu przytoczono w takiej kolejności, w jakiej podane były w dzienniku Wydziału Inżynieryjnego Komitetu Wojskowo-Naukowego. FCGWIAL, f. 312, inwentarz (*opis*) 1, nr 2893, karta 19—20. Treść niektórych punktów podano ze zmianami redakcyjnymi.

5. Trzy twierdzenia o nowych właściwościach trzech wzajemnie przecinających się kół.
6. Trzy sposoby podziału łuku na dowolną liczbę równych części.
7. Wykreślne wyznaczenie czwartego wyrazu proporcji za pomocą cyrkla i linii.
8. Wyznaczenie w taki sam sposób średniej geometrycznej dwóch łuków koła.

9-13. Zadania konstrukcyjne, sformułowane nie dość wyraźnie, i dlatego tu opuszczone.

14. Cztery twierdzenia „o nowych pewnikach w kole".
15. Wykresy wielkości $y = x^2$, $y = x^3$, ... $y = x^n$, jak również $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[4]{x}$, $y = \sqrt[6]{x}$, $y = \sqrt[8]{x}$, $y = \sqrt[10]{x}$ itd.

W końcu programu podano rozwiązanie pierwszego tylko zagadnienia. Jak zaznaczył członek Akademii Buniakowski [4], dokładność tego rozwiązania była zadowalająca i pod tym względem miał on przewagę nad sposobami ogólnie znanymi w owym czasie. Wszystkie pozostałe zagadnienia podane były bez rozwiązań. Należy jednak zaznaczyć, że niektóre z nich (np. 6, 9, częściowo 15) należą do rzędu takich, które nie mogą być rozwiązane geometrycznie, tzn. za pomocą cyrkla i linii. Niemożność podobnych rozwiązań wykreślnych była już wówczas znana, ale autor o tym nie wiedział. Jest też możliwe, że w niektórych przypadkach (jak w zadaniach 1 i 2) chodziło mu nie o ścisłe, ale jedynie o przybliżone rozwiązanie. Zaznaczmy również, że niektóre zadania (np. 11, 12, 13) podane są w taki sposób, że nie można się w nich dopatrzyć jakiegoś sensu matematycznego.

W całości program, podyktowany przez Woźniakowskiego, świadczy o dość ciekawych zainteresowaniach autora i o jego niewątpliwym uzdolnieniu.

Rękopis pracy J. Woźniakowskiego *Kilka doświadczeń geometrycznych* [5] składał się z 4 części: 1. Część wstępna, w której podane są również wynalazki autora w dziedzinie mechaniki stosowanej; 2. Teoria prostych równoległych; 3. Twierdzenia dotyczące podziału kątów na równe części; 4. Obszerne omówienie przybliżonego wykreślnego sposobu wyprostowania okręgu i zastosowania tego sposobu do innych zagadnień (wykreślne wyznaczenie powierzchni koła, elipsy itp.). Na końcu ostatniej części autor wysuwa pomysł zastosowania specjalnego trójkąta kreślarskiego.

O tej pracy Woźniakowskiego [6] dość jasne pojęcie można sobie wyrobić na podstawie recenzji członków Akademii Buniakowskiego, Fussa i Jakobiego [7]. Skorzystamy z niej w celu przedstawienia istoty pracy Woźniakowskiego.

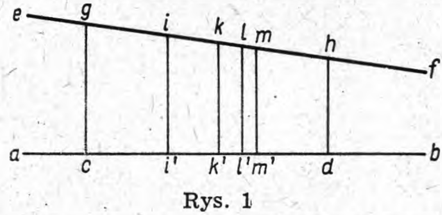
Przy omawianiu drugiego rozdziału pracy recenzenci wspominają na początku o dużych zdolnościach autora i zaznaczają, że popełnił on te same nieścisłości, co i jego poprzednicy. Następna część opinii, dotycząca drugiego rozdziału, ma pewne znaczenie dla wyjaśnienia poglądów

---

[4] Cytowany artykuł T. Łobanowej, s. 50.
[5] Tamże, s. 53.
[6] Nie znaleziono jej w materiałach archiwalnych.
[7] FCGWIAL, f. 312, op. 1, nr 2893, k. 31—38.

samego Buniakowskiego[8] na teorię prostych równoległych. Pozwalamy sobie przeto przytoczyć ją poniżej:

„Dowód 2 twierdzenia (s. 63) oparty jest na przypuszczeniu, że nieograniczone powtarzanie wielkości, oznaczonej w rękopisie przez δ, może utworzyć wszelką wielkość skończoną. Gdyby ta wielkość δ była stała, to — przy dowolnie małej jej wartości — nieograniczone jej powtórzenie mogłoby istotnie dać wielkość skończoną i wnioski autora zachowałyby moc. Jednakże nie uwzględnił on tej okoliczności, że dla ścisłości dowodu konieczne jest założenie zmienności wielkości δ wraz z kątem, do którego jest ona przynależna. Ażeby to stwierdzenie było zupełnie zrozumiałe należy zastąpić myślowo wielkość δ przez jej górną granicę, którą przy dowodzie 1 twierdzenia (s. 55) przedstawia prosta ef (rys. 1). A więc na rysunku 1 wielkość δ, a ściślej jej granica, przybierać będzie kolejno wartości δ, δ', δ'', δ''', ... dla kątów cgf, $i'if$, $k'kf$, $l'lf$, ..., które naturalnie nie mogą być uważane za sobie równe.

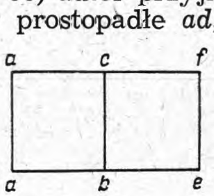


Rys. 1

Na tej podstawie przyjmujemy $gi = \delta$, $ik = \delta'$, $kl = \delta''$, $lm = \delta'''$,... W tym przypadku suma $\delta + \delta' + \delta'' + \delta''' + ...$, którą autor uważa za skończoną, może się stać nieskończenie małą, wskutek czego jego dowód traci moc. Tak np., jeżeli przyjmiemy, że wielkość δ zmienia się według prawa $\delta = \frac{1}{m}$, $\delta' = \frac{1}{m^2}$, $\delta'' = \frac{1}{m^3}$, $\delta''' = \frac{1}{m^4}$, ..., gdzie m jest nieskończenie wielką liczbą, to suma

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{m^2} + \frac{1}{m^3} + \frac{1}{m^4} + \ldots = \frac{1}{m-1}$$

stanie się oczywiście nieskończenie małą, a nie skończoną. Przy dowodzeniu trzeciego twierdzenia (s. 66) autor przyjmuje, że jeżeli do prostej ae (rys. 2) poprowadzimy trzy prostopadłe ad, bc, ef w ten sposób, aby



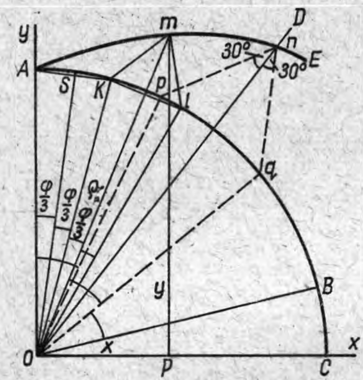
Rys. 2

$ab = be$, a przez c poprowadzimy prostą df prostopadle do cb, to prosta ta spotka się z prostymi ad i ef. Jednakże w ścisłym dowodzie teorii prostych równoległych założenie spotkania się cd z ad lub cf z ef odrzuca się, a uzasadnienie takiego przypuszczenia za pomocą niezbitych dowodów nastręcza takie same trudności jak teoria, o której tu jest mowa".

[8] Opinia napisana jest jego ręką po rosyjsku. Publikuje się tu ją po raz pierwszy.

W uwagach do trzeciej części pracy Woźniakowskiego recenzenci wskazywali, że podstawowe twierdzenie, na którego zasadzie wyciągnięto wniosek o możliwości podziału kąta na równe części, zawierało błąd. Polegał on na tym, że krzywa, którą autor uważał za łuk koła, opierając oczywiście na tym dowód, była w rzeczywistości krzywą ósmego rzędu. Buniakowski, Fuss i Jakobi zajęli się przypadkiem podziału kąta na trzy części i na tym przykładzie wykazali nieścisłość rozważań autora, jak również wyprowadzili równanie krzywej 8 rzędu. W związku z tym pisali oni:

„Sprowadzając kąt, który mamy podzielić na trzy równe części, do kąta równego 45° lub mniejszego, co rzeczywiście jest zawsze możliwe, postępujemy w sposób następujący: niech sprowadzany kąt będzie AOB (rys. 3), dzielimy go na połowy prostą OD i zakreślamy ćwierć okrę-



Rys. 3

gu ABC dowolnym promieniem $OA = r$. Następnie, obierając cięciwę $Ak = kl$ tak, aby kąt AOk był mniejszy od $\frac{45^\circ}{2}$ budujemy na kl trójkąt równoboczny kml. Wierzchołek tego trójkąta wyznaczy pewien punkt m. Zbiór punktów, znalezionych w podobny sposób, będzie miejscem geometrycznym pewnej krzywej $AmnE$, którą autor błędnie uważa za łuk koła. Opierając się na tym fałszywym założeniu określa on dwa punkty, podobnie jak punkt m, które wraz z punktem A wyznaczą łuk koła; wówczas po przeprowadzeniu z punktu n dwóch prostych np i nq, tworzących kąty 30° z prostą On, utworzy się kąt pOq równy trzeciej części danego kąta AOB. Stwierdzenie autora byłoby istotnie słuszne, gdyby krzywa $AmnE$ stanowiła łuk koła. Ażeby wykazać nieścisłość omawianego sposobu, wyznaczymy po prostu równanie krzywej $AmnE$.

Niech $x = OP$, $y = Pm$ będą współrzędnymi krzywej $AmnE$ w układzie prostokątnym półosi Ox i Oy, φ zaś oznacza kąt AOm, a więc $kOm = kOs = sOA = \frac{1}{3}\ \varphi$.

Jeżeli dla uproszczenia przyjmiemy $Om = x^2 + y^2 = s$, to z trójkąta Okm otrzymamy $\overline{Ok}^2 = \overline{Om}^2 + \overline{km}^2 - 2\ \overline{Om}.\ \overline{km}.\ \cos 30^\circ$.

Ponieważ $\overline{Ok} = r$, $\overline{Om} = \sqrt{x^2 + y^2} = s$, $\overline{km} = 2As = 2r \sin\frac{\varphi}{3}$,

$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

więc $r^2 = 4r^2 \sin^2 \frac{\varphi}{3} + s^2 - 2rs\sqrt{3} \sin \frac{\varphi}{3}$, skąd rozwiązując równanie kwadratowe względem $\sin \frac{\varphi}{3}$, otrzymamy

$$\sin \frac{\varphi}{3} = \frac{1}{2r}\left[\frac{\sqrt{3}}{2} s - \sqrt{r^2 - \frac{s^2}{4}}\right] \tag{1}$$

gdzie przed pierwiastkiem zachowano znak minus, gdyż przy $s = r$ powinno być $\varphi = 0$, a więc i $\sin \frac{\varphi}{3} = 0$.

Z drugiej strony z rysunku wynika, że

$$\overline{Op} = x = s \sin \varphi \tag{2}$$

Jeżeli teraz z równań (1) i (2) wyrugujemy kąt φ, to otrzymamy zależność pomiędzy x i s lub, co na jedno wychodzi, między x i y, a więc poszukiwane równanie krzywej *AmnE*. W tym celu, pamiętając, że

$$\sin \varphi = 3 \sin \frac{\varphi}{3} - \varphi \sin^3 \left(\frac{\varphi}{3}\right)$$

oraz wyznaczając z równania (1) $\sin^3\left(\frac{\varphi}{3}\right)$, znajdujemy

$$\sin \varphi = \frac{3}{2r}\left[\frac{\sqrt{3}}{2} s - \sqrt{r^2 - \frac{1}{4}s^2}\right] - \frac{1}{2r^3}\left[\frac{3\sqrt{3}}{2} sr^2 - (r^2 + 2s^2) \cdot \sqrt{r^2 - \frac{1}{4}s^2}\right],$$

lub, po skróceniu,

$$\sin \varphi = \frac{s^2 - r^2}{r^3} \sqrt{r^2 - \frac{1}{4} s^2} \tag{3}$$

Podstawiając tę wielkość do równania (2) otrzymamy ostatecznie równanie krzywej *AmnE*

$$x = s \cdot \frac{s^2 - r^2}{r^3} \sqrt{r^2 - \frac{1}{4} s^2},$$

które, po wprowadzeniu $x^2 + y^2$ zamiast s^2 i podniesieniu do kwadratu, przybiera postać

$$r^6x^2 = (x^2 + y^2)(x^2 + y^2 - r^2)\left(r^2 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}y^2\right) \tag{4}$$

Równanie (4), przynależne do krzywej *AmnE*, będzie oczywiście ósmego stopnia w układzie współrzędnych prostokątnych x i y, lub czwartego stopnia w stosunku do ich kwadratów. Obniżymy stopień równania do trzeciego, jeżeli wyrazimy je we współrzędnych biegunowych φ i s.

Istotnie, w ostatnim przypadku wzór (3) wyrażać będzie równanie tej samej krzywej *AmnE* w układzie biegunowym i będzie trzeciego stopnia względem s^2. Wykreślenie tej krzywej według punktów jest bardzo proste, ponieważ jednak nie jest ona łukiem koła, więc sposób na niej oparty nie może być uważany za geometryczny. To, co było tu powiedziane o podziale kąta na trzy części, ma oczywiście zastosowanie również i do innych podziałów, które doprowadzą do krzywych jeszcze wyższego rzędu".

W dalszym ciągu członek Akademii Buniakowski zaznacza, że Woźniakowski nie popełniłby błędu w przypadku podziału dowolnego kąta na równe części, gdyby miał możność przejrzenia odpowiednich podręczników, np. książki Gaussa *Disquisitiones arithmeticae.*

W czwartym rozdziale pracy podaje J. Woźniakowski przybliżoną metodę wykreślną wyprostowania okręgu. Rozdział ten, jak stwierdzają recenzenci, jest niezaprzeczalnym świadectwem niewątpliwych uzdolnień autora w dziedzinie geometrii. W rozważaniach tego rozdziału nie zauważyli oni żadnych niedociągnięć. Podane sposoby wykreślne uznali recenzenci za oryginalne, a kreślarski trójkąt pomysłu autora uważali za pożyteczny w praktyce.

О РАБОТАХ ЯНА ВОЗЬНЯКОВСКОГО В ОБЛАСТИ МАТЕМАТИКИ

Автор приводит дополнительные сведения[1] о работах по математике польского революционера, математика и техника-самоучка Яна Возьняковского и рассматривает вопрос оценки его достижений в этой обасти.

SOME REMARKS ON MATHEMATICAL WORK OF J. WOŹNIAKOWSKI

The author gives a few additional[1] informations on mathematical works of the Polish revolutionary, self-taught mathematician and technical engineer, J. Woźniakowski, giving an envaluation of his mathematical works.

[1] Сравн. статью Т. Лобановой „Польский изобретатель Ян Возьняковский" напечетанную в журнале „Квартальник истории науки и техники" № 1, 1960.

[1] Cf. the article of T. Lobanowa: The Polish inventor Jan Woźniakowski, „Kwartalnik Historii Nauki i Techniki", nr 1/1960.