Tadeusz Batóg

STANISŁAW PIĄTKIEWICZ — PIONIER LOGIKI MATEMATYCZNEJ W POLSCE

I

Poważne sukcesy logiki polskiej w okresie międzywojennym i powojennym obudziły żywe zainteresowanie historią tej dyscypliny w naszym kraju. Toteż na temat początków nowoczesnej logiki matematycznej w Polsce wypowiadało się już wielu autorów. Jest przy tym charakterystyczne, że wszyscy oni wiążą te początki z nazwiskami Kazimierza Twardowskiego i Jana Łukasiewicza.

I tak np. K. Ajdukiewicz pisze: „Łukasiewicz, wykształcony nie tylko filozoficznie lecz i matematycznie, stał się dla Polski odkrywcą logistyki. Być może, iż wpłynął na to Twardowski, który pierwszy w Polsce mówił o algebrze logiki w swych wykładach uniwersyteckich z semestru zimowego i letniego r.a. 1899/1900". Twierdzi też Ajdukiewicz, że Twardowski przygotował teren dla wpływu logistyki, a to „dzięki temu, że zarówno w swych publikacjach, jako też w swej działalności pedagogicznej najgorliwiej zwalczał niejasność pojęciową i swych uczniów wychowywał w duchu jak najściślejszego przestrzegania metod naukowych". Ponadto prace Twardowskiego z zakresu nauki o pojęciu i sądzie" przygotowały aparat pojęciowy, stanowiący dla późniejszych badań metateoretycznych a szczególnie semantycznych solidny fundament, na którym można było dalej budować" [1].

Podobną informację podaje też R. Ingarden, który pisze, że „Twardowski [...] pierwszy w Polsce, jeszcze w r. 1898 wykładał o nowych próbach zreformowania logiki [...]" [2].

Za Ajdukiewiczem i Ingardenem poszli na ogół inni autorzy piszący o początkach logiki matematycznej w Polsce. W szczególności Z. Jordan

---

[1] K. Ajdukiewicz: *Logistyczny antyirracjonalizm w Polsce.* „Przegląd Filozoficzny" 1934; to samo po niemiecku: *Der logistische Antiirrationalismus in Polen.* „Erkenntnis" 1935.

[2] R. Ingarden: *Działalność naukowa Kazimierza Twardowskiego.* W: *Kazimierz Twardowski: nauczyciel — uczony — obywatel.* Lwów 1938; przedruk w: R. Ingarden: *Z badań nad filozofią współczesną.* Warszawa 1963; to samo po angielsku: *The scientific activity of Kazimierz Twardowski.* „Studia Philosophica", 1948. Uwaga: Niezgodność dat podanych przez Ajdukiewicza i Ingardena jest — być może — wynikiem pomyłki tego drugiego. Według oficjalnego spisu wykładów Uniwersytetu Lwowskiego Twardowski nauczał logiki przez kolejne dwa lata 1898/99 i 1899/1900 w myśl następującego planu szczegółowego: „Logika" w półroczu zimowym 1898/99, „Ćwiczenia z zakresu logiki formalnej" w półroczu letnim 1898/99, „O dążnościach reformatorskich na polu logiki formalnej" w półroczu zimowym 1899/1900, „O błędach w myśleniu" w półroczu letnim 1899/1900. Wykład „Logika" obejmował zapewne zwykłą tradycyjną logikę formalną.

stara się trzymać ujęcia Ajdukiewicza a H. Skolimowski tłumaczy jedynie odpowiedni fragment Ingardena [3].

Od relacji Ajdukiewicza i Ingardena niewiele też odbiegają ujęcia tej kwesti podane w pracach T. Kotarbińskiego [4]. I tutaj Łukasiewicz występuje jako pierwszy reprezentant logiki matematycznej w Polsce a Twardowski jako jego wielki nauczyciel.

Informacje Ajdukiewicza i Ingardena wymagają jednak pewnego sprostowania. Nie dlatego wszakże iżby były fałszywe. Tego bowiem nie można im wcale zarzucić. Chodzi jedynie o to, iż są one podane w taki sposób i w takich kontekstach, że sugerują czytelnikowi, jakoby przed Twardowskim i Łukasiewiczem logika matematyczna nie znalazła żadnego oddźwięku w Polsce. Że sugestia ta jest istotnie dość mocna, świadczyć może cytowana już wyżej praca Z. Jordana. Autor jej — jak już zaznaczyłem i jak to łatwo sprawdzić przez porównanie tekstów — stara się trzymać relacji Ajdukiewicza; ale ulegając wspomnianej wyżej sugestii mówi już wprost, że dzieje nowoczesnej logiki w Polsce rozpoczynają się w 1895 r. i że pierwszą na naszym gruncie pracą referującą wyniki i metody logiki matematycznej jest książka Łukasiewicza *O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa* (Kraków 1910). Oto odpowiednie fragmenty tekstu Jordana: „The sudden appearance of Polish logicians, of whom nothing had been heard before, taking a leading part in the development of logic may be regarded as an unaccountable event. It does not hold, however, any mystery, though its history is rather long, going back to the end of the last century. It begins in 1895, when Casimir Twardowski, after a few years of lecturing at Vienna University, came to Lwów and was appointed to the chair of philosophy. [...] if my memory serves me right — the first references and a short exposition of the main ideas of modern logic, of its symbolism, of the way in which its theorems are mathematically proved, etc., may be found in Łukasiewicz's *The Principle of Contradiction in Aristotelian Logic* [...]" [5].

Przytoczone stwierdzenia Jordana są już jednak po prostu fałszywe, gdyż o logice matematycznej nie tylko wiedziano ale i pisano w Polsce na długo przed cytowaną książką Łukasiewicza, a nawet na długo przed przyjściem Twardowskiego do Lwowa. Wprawdzie ostatnie z przytoczonych zdań Jordana zawiera zastrzeżenie „if my memory serves me right" ale — jak się zdaje — autor nie wątpi jednak w to, iż pamięć go nie zawodzi, skoro wydając swą pracę ponownie w 1967 r. (w cytowanej już wyżej antologii S. McCalla) nie wprowadza żadnych korekt.

Podobne fałszywe stwierdzenia można znaleźć również w dawniejszej literaturze. Np. już w 1910 r. Edward Stamm, pisząc swoje *Zasady algebry logiki* [6] był przekonany, iż daje pierwszy w języku polskim wykład algebry logiki. Widać to zarówno z zestawionej przez niego bibliografii

---

[3] Por. Z. Jordan: *The Development of Mathematical Logic and of Logical Positivism in Poland between the Two Wars*. London 1945 s. 9; H. Skolimowski: *Polish Analytical Philosophy*. London 1967 s. 54.

[4] Por. T. Kotarbiński: *La logique en Pologne, son originalité et les influences etrangères*. Roma 1959; Tenże: *Notes on the development of formal logic in Poland in the years 1900—39*. W: *Polish Logic* 1920—1939. Ed. by S. McCall. Oxford 1967.

[5] Z. Jordan, jw., s. 9 i 11.

[6] E. Stamm: *Zasady algebry logiki* „Wiadomości Matematyczne" T. 15: 1911 s. 1—87 oraz t. 16: 1912 s. 1—31.

jak i z pierwszych zdań wstępu: „Celem tej pracy jest przedstawienie współczesnego stanu teorii algebry logiki. Praca ta jest u nas pierwszą tego rodzaju”.

II

Pierwszymi publikacjami, które informowały szersze grono polskich czytelników o nowych, matematyzujących kierunkach w logice były niewątpliwie przekłady dzieł obcych autorów. Wśród tych zaś najwcześniejszą była dwutomowa *Logika* A. Baina wydana w Warszawie w 1878 r. w przekładzie Fr. Krupińskiego. Dzieło to już we wstępie informuje o doniosłości odkryć De Morgana i Boole'a [7], a w specjalnym trzydziestostronicowym rozdziale *Nowe poprawki w nauce o syllogizmie* [8] dość szczegółowo referuje koncepcje tych autorów. Z innych książek można tu wymienić elementarny podręcznik logiki L. Liarda, znanego skądinąd znawcy angielskiej logiki matematycznej, którego polski przekład ukazał się w Warszawie w 1886 r. Podręcznik ten, mimo swego elementarnego charakteru, omawia Hamiltona teorię kwantyfikacji orzecznika, wspomina o możliwości wyrażania zdań kategorycznych za pomocą równań, o Jevonsa zasadzie podstawiania podobnych, wreszcie o algebraicznym traktowaniu logiki u Boole'a. W tym samym 1886 r. wyszedł też przekład elementarnej *Logiki* W. S. Jevonsa, jednego z klasyków angielskiej logiki matematycznej. Książka ta, co prawda, tylko nieznacznie potrącała o nowsze koncepcje logiczne, ale w każdym razie popularyzowała ważne dla nowoczesnej logiki nazwisko swego autora.

Historycznie najważniejszym z powyższych przekładów było oczywiście dzieło Baina. Ale nie tylko dlatego, że było przełożone najwcześniej i że zawierało informacje najszczegółowsze. Przede wszystkim bowiem dlatego, że bezpośrednio wpłynęło ono na zajęcie się logiką algebraiczną przez Stanisława Piątkiewicza, polskiego matematyka o wyraźnie filozoficznych zainteresowaniach.

Kim był Stanisław Piątkiewicz? Urodził się on 21 września 1849 roku w Dębowcu (Dembowcu) koło Jasła, a więc na terenie ówczesnej Galicji. Ojciec jego, Michał, był prawdopodobnie domokrążcą handlującym płótnami wyrabianymi na ręcznych warsztatach w Dębowcu. W każdym razie nie był to człowiek zamożny. Dzięki przede wszystkim własnym zdolnościom i pracowitości Stanisław Piątkiewicz ukończył najpierw gimnazjum a następnie w latach 1867—1871 studia wyższe w zakresie matematyki i fizyki na Uniwersytecie Lwowskim. Od 1 września 1872 r. był nauczycielem matematyki i fizyki w gimnazjum w Przemyślu. W 1877 r. otrzymał tytuł profesora (według ówczesnej nomenklatury), po czym od 1 września 1879 przeniesiony został do nowo utworzonego IV gimnazjum we Lwowie. Tam nauczał przez jedenaście kolejnych lat szkolnych, początkowo tylko matematyki i fizyki, a od roku 1883 również logiki. W tym właśnie lwowskim okresie zainteresował się Piątkiewicz logiką matematyczną. Jest możliwe, że z uwagi na swe obowiązki dydaktyczne starał się on pogłębić swoją wiedzę logiczną i dlatego sięgnął m.in. po niedawno wydany przekład Baina. A znalazłszy tam informacje o nowych prądach w logice zajął się nimi bliżej. Owocem tych zainteresowań była dość obszerna rozprawa pt. *Algebra w logice*, którą opublikował

[7] Por. A. B a i n: *Logika*, t. 1 s. 39—40.
[8] A. B a i n, jw., s. 203—232.

w *Sprawozdaniu dyrektora c.k. IV gimnazjum we Lwowie za rok szkolny 1888* (Lwów 1888. Nakładem Funduszu Naukowego). Rozprawa ta była też dostępna w postaci osobnej odbitki. Liczyła ona dokładnie 50 stron druku formatu dużej ósemki. Przypuszczalnie tę właśnie pracę trzeba uznać za pierwszą oryginalną polską publikację z dziedziny logiki matematycznej.

W 1890 r. Piątkiewicz ponownie przenosi się do Przemyśla, by z dniem 1 września objąć stanowisko dyrektora tamtejszego gimnazjum (nazwanego kilka lat potem „gimnazjum pierwszym"). Na stanowisku tym pozostawał aż do przejścia w stan spoczynku latem 1906 r. Nauczanie w tym czasie ograniczył już tylko do logiki i psychologii; jedynie wyjątkowo w 1903 r. uczył również łaciny i greki. Postanowieniem cesarza z dnia 24 XI 1895 otrzymał tytuł cesarsko-królewskiego radcy rządu, a takimże postanowieniem z dnia 16 I 1907 nadany mu został Order Żelaznej Korony III klasy.

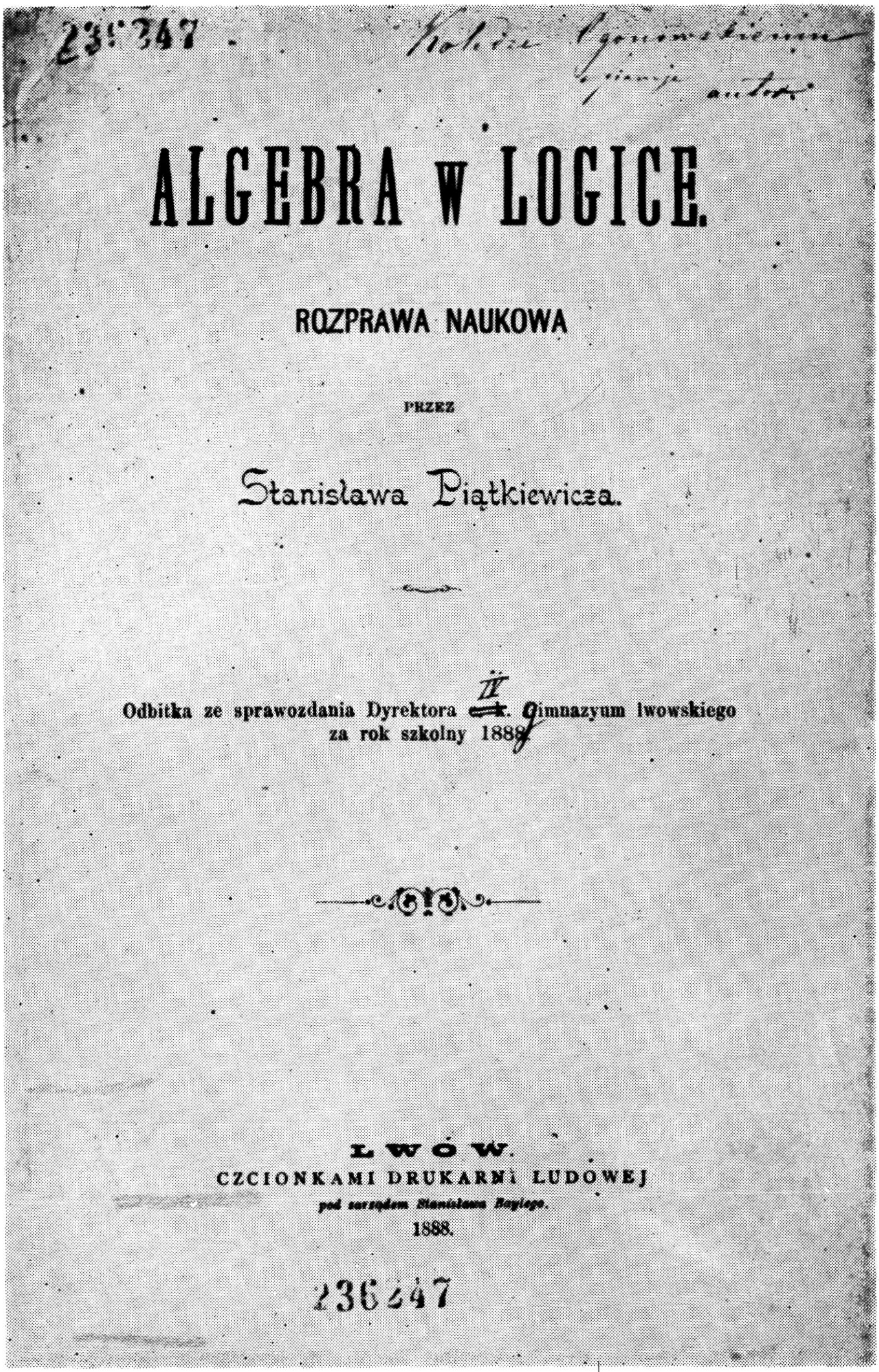
Dnia 4 IX 1906 Stanisław Piątkiewicz opuścił Przemyśl i przeniósł się do Lwowa. Tam żył jeszcze podobno co najmniej kilka lat. Data jego śmierci nie jest znana [9].

III

Rozprawa *Algebra w logice* składa się z trzystronicowego wstępu o charakterze historyczno-biograficznym oraz z pięćdziesięciu sześciu numerowanych ustępów ugrupowanych w sześć paragrafów. Wstęp poświęcony jest krótkiemu omówieniu historycznego rozwoju koncepcji zmierzających do nadania logice postaci algebraicznej. Podnosi tu autor zasługi zwłaszcza Leibniza i Boole'a, a spośród innych Ploucqueta, Hamiltona, De Morgana, Jevonsa, Grassmanna i Schrödera. Oczywiście, Schröder występuje tutaj tylko jako autor rozprawy *Der Operationskreis des Logikkalkuls* (Leipzig 1877), gdyż główne jego dzieło logiczne nie zaczęło jeszcze wówczas wychodzić. Wymienia też Piątkiewicz szereg prac autorów drugorzędnych, mających znaczenie głównie informacyjne, a mianowicie artykuły Delboeufa *Logique algorithmique* („Revue philosophique de la France et de l'Étranger" Vol. 2: 1876), Riehla *Die englische Logik der Gegenwart* („Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie" Vol. 1: 1877) i Prantla *Über mathematisirende Logik* („Sitzungsberichte der philosophisch-philologischen und historischen Klasse der k. bayerischen Akademie der Wissenschaften zu München" 1886), monografię Liarda *Les logiciens anglais contemporains* (Paris 1878) oraz podręczniki logiki Wundta (*Logik*, Vol. 1, Stuttgart 1880) i Baina (*Logic*. London 1870, przekład polski z roku 1878), zawierające rozdziały informujące o nowszych zdobyczach logiki. Przy okazji informuje Piątkiewicz swojego czytelnika, iż logiką matematyczną zajął się on właśnie pod

[9] Większość danych biograficznych wydobyto z drukowanych sprawozdań dyrektorów I gimnazjum w Przemyślu oraz IV gimnazjum we Lwowie. Miejsce i rok urodzenia S. Piątkiewicza podaje S. Goliński w swojej *Historii gimnazjum przemyskiego*. „Sprawozdanie dyrekcyi c.k. gimnazyum w Przemyślu za rok szkolny 1894" s. 100. Dokładną datę urodzenia ustalono na podstawie księgi chrztów parafii Dębowiec. Daty rozpoczęcia i ukończenia studiów uniwersyteckich podano na podstawie wiadomości uzyskanej z Obwodowego Archiwum Państwowego we Lwowie. Niektóre szczegóły biograficzne oraz materiały źródłowe zawdzięczam uprzejmości dr S. Kostrzewskiej-Kratochwilowej, ks. J. Wójtowicza oraz byłych uczniów S. Piątkiewicza a dziś emerytowanych profesorów S. Jurka i J. Kolankowskiego.

Stanisław Piątkiewicz



Koledze Ogonowskiemu
ofiaruje autor

ALGEBRA W LOGICE.

ROZPRAWA NAUKOWA

PRZEZ

Stanisława Piątkiewicza.

Odbitka ze sprawozdania Dyrektora ~~c. k.~~ IV Gimnazyum lwowskiego
za rok szkolny 1888.

LWÓW.
CZCIONKAMI DRUKARNI LUDOWEJ
pod zarządem Stanisława Baylego.
1888.

Ryc. 1. Karta tytułowa rozprawy S. Piątkiewicza

Рис. 1. Титульный лист сочинения С. Пёнткевича

Fig. 1. Title page from the work of S. Piątkiewicz

wpływem polskiego przekładu Baina: „W języku polskim jest tłumaczenie logiki Aleksandra Baina, a w tomie pierwszym rozdział *Poprawki Boole'a.* Właśnie ten rozdział, napisany przez jednego z największych tegoczesnych logików, a zrozumiały — być może — dla niejednego matematyka, stał się pobudką do rozpatrzenia odnośnej literatury i do napisania niniejszej pracy".

Jak stąd widać, Piątkiewicz uwzględnił dość szeroką literaturę przedmiotu i w zasadzie — bo tylko z jednym oczywistym wyjątkiem — nie pominął niczego, co w tym czasie miało w nauce europejskiej istotną wartość dla logiki. Wspomnianym wyjątkiem jest tu słynna rozprawa Fregego *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens* (1879), odkryta dla nauki dopiero w pierwszych latach wieku XX przez B. Russella. Tej rozprawy Piątkiewicz — podobnie jak wszyscy inni współcześni mu logicy — nie znał lub też nie rozumiał; w każdym razie nie ma o niej wzmianki w jego pracy.

Paragraf pierwszy rozprawy Piątkiewicza, obejmujący ustępy 1—5 i nie posiadający żadnego tytułu, ma charakter polemiczny i zawiera obronę algebraicznego ujęcia logiki przed zarzutami przeciwników takiego ujęcia. O jakie tu zarzuty chodziło? Najlepiej poinformują o tym słowa samego Piątkiewicza. Zacytuję w tym celu pierwszy ustęp jego pracy:

„1. Algebra zajmuje się ilością; pojęcie, jako formę myślenia, bada logika formalna. Ta jest umiejętnością ogólniejszą, aniżeli pierwsza, bo pojęcie jakiekolwiek oznacza — według zapatrywania sprowadzającego kategorie myślenia do liczby najmniejszej — albo rzecz, albo ilość, albo jakość, albo stosunek. Z tego wynika, że algebra z całym przyborem znaków i działań przedstawi logikę jednostronnie, nie uwzględni drugiej strony każdej rzeczy, tj. jakości. Nawet w tej jednostronności, powiedzą niektórzy, wyniki algebry w logice muszą być bardzo nikłe, bo któż zdoła wymierzyć ilość takich pojęć, jak prawda, piękno, dobro? I na cóż zresztą, zarzuci inny, do przedstawienia logiki używać algebry? Czyż mowa, ustna czy piśmienna, rozwiązująca najsubtelniejsze kwestie filozoficzne, nie byłaby odpowiednią do wyrażenia formalnych praw myślenia? Według tego zarzutu okazałaby się algebra w logice, chociażby nawet była wykonalną, co najmniej zbyteczną wobec takiego do wszystkiego przydatnego narzędzia, jakim jest język. Nareszcie przypuszczenie, że język chroma pod pewnymi względami, które algebra w logice usunąć potrafi, nie wyklucza zapytania, czy praca w tym kierunku podjęta przyniesie jakie znaczniejsze dla logiki formalnej korzyści, czy posunie dotychczasową logikę formalną chociażby o krok naprzód?

Przytoczone zarzuty wypada obalić, a tym samym wykazać, że przedstawienie logiki w sposób algebraiczny jest możliwe, nie jest zbyteczne, a przyczyni się do rozszerzenia zakresu dotychczasowej logiki formalnej".

Jak widać, chodzi tutaj o zarzuty wcale poważne, trafiające w sedno sprawy. Piątkiewicz nie stara się ich przemilczeć ale odpiera je — i to w sposób przekonujący — i staje po stronie entuzjastów nowego kierunku. Szczegółowe odpowiedzi na wszystkie te zarzuty zawarł w następnych czterech ustępach swej pracy. Nie będę ich tu referował; zwrócę tylko uwagę na momenty najistotniejsze i charakterystyczne.

Przede wszystkim podnosi Piątkiewicz tę okoliczność, że „środek ciężkości algebry nie leży w badaniu ilości, jej rodzajów i własności, jak raczej w działaniach, jakie na tych ilościach można wykonać bez względu na to, do czego je odnieść wypada, bez względu na ich treść." Dalej pisze:

„Jakkolwiek się algebra zajmuje ilością, to przecież i jakość nie jest wykluczoną ze zakresu jej badań." A po dłuższym wywodzie konkluduje: „Owóż jakość bez ilości lub ilość bez jakości jest abstrakcją, która nawet w matematyce w zupełnym odosobnieniu nie występuje.

Zresztą, jeśli to prawda, że logika obok pojęcia ilości i pojęcie jakości uwzględnić musi, dlaczego oparł twórca umiejętnej logiki naukę o wnioskach na porównaniu zakresów pojęć, a nie na porównaniu ich treści, dlaczego przy zestawieniu pojęć mówi przeważnie o ich zakresach, dlaczego wreszcie stosunek podrzędności tak wielką odgrywa rolę w nauce o sądach, że jeszcze dzisiaj, po upływie tylu stuleci, odbrzmiewa we wyrazach: τὸ ὑποκείμενον, subjectum, podmiot?"

Dłuższy wywód poświęca Piątkiewicz sprawie chwiejności i nieokreśloności znaczeniowej, charakterystycznej dla języka potocznego. Jego zdaniem język zwykły „jest utworem nie tylko myśli, ale zarazem uczuć i pożądań, utworem podlegającym nadto prawom fizjologicznym, normującym genezę brzmień i ich kombinacyj, a wreszcie prawom estetycznym o eufonii i symetrii". Z tych powodów język potoczny nie nadaje się do precyzyjnego wyrażania myśli. Że tak jest w istocie, świadczą też długotrwałe spory między uczonymi, toczone nawet na terenie nauk ścisłych a spowodowane wieloznacznością pojęć. Odnośny ustęp kończy autor fragmentem następującym:

„Najlepszym dowodem, że język nie odpowiada wszelkim możliwym żądaniom, jest język algebraiczny. Widocznie nie potrafi zwykła mowa ze ścisłością przedstawić ani ilości, ani związków między nimi istniejących. A jak potężnym, skutecznym środkiem do badań na tym polu okazał się dobór odpowiednich znaków i symbolów algebraicznych, poświadcza o tym dostatecznie historia matematyki. Pojęcie ilości, liczby, działań na nich wykonywanych, skrystalizowało się w owych znakach, w owej mowie, przybrało cielesne kształty jedynie pod wpływem myślenia zastosowanego do owych pojęć. Nie zaciemniają praw tego języka ani uczucia i pożądania, ani prawa fizjologii i estetyki, — zrozumie je każda narodowość".

Obronę logiki algebraicznej przeprowadza Piątkiewicz nie tylko w omawianym paragrafie. Doszukiwać się jej należy również w dalszych częściach rozprawy, zawierających systematyczny wykład logiki w ujęciu algebraicznym. Autor niejednokrotnie bowiem zwraca tam uwagę na fakt, że to nowe ujęcie daje logikę ogólniejszą i bogatszą niż tradycyjna, pozwalającą na rozwiązywanie zagadnień, wobec których logika tradycyjna była bezsilna. Podkreśla tam również i tę okoliczność, że logika algebraiczna jest znacznie prostsza od logiki tradycyjnej z wszystkimi jej figurami i trybami.

Drugi paragraf rozprawy Piątkiewicza obejmuje ustępy 6—16 i nosi tytuł: *Prawo tożsamości. Kojarzenie (dodawanie) pojęć.* Już w samym tym tytule pobrzmiewa pewna charakterystyczna nuta, mianowicie psychologizm autora. Wprawdzie informuje on czytelnika, że zmienne a, b, c, x, y, z używane w algebrze logiki, reprezentują zakresy pojęć, a więc klasy przedmiotów, wprawdzie zdarza mu się w dalszych paragrafach mówić po prostu o dodawaniu czy sumowaniu klas, ale zasadniczym terminem jest tu „kojarzenie pojęć". Ten psychologizm widoczny jest jeszcze wyraźniej w komentarzach do niektórych praw. Tak np. zależność $a + a = a$, będąca w gruncie rzeczy jednym z aksjomatów w pracy Piątkiewicza, stara się autor uzasadnić przy pomocy rozważań psychologicznych. Powołuje się przy tym na Herbarta, którego odnośny pogląd tak oto streszcza: „Nie masz dwóch identycznych pojęć, mówi Herbart; z każdego pojęcia posiadamy zaledwie jeden okaz; nawet jeślibyśmy powtórzyli jakieś pojęcie kilkakrotnie w myśli, wśród rozmaitych wywołali je okoliczności, lub wreszcie, jeślibyśmy polecili tożsamo wykonać wszystkim istotom rozumnym, nawet i przez to nie uwielokrotni się pojęcie".

Psychologizm Piątkiewicza — rzecz jasna — nie ma żadnego wpływu na wartość naukową wykładanej w rozprawie teorii formalnej. Ustaliwszy raz pewne zasady, autor — jak przystało na matematyka — uprawia dalej robotę formalną, nie oglądając się na psychologistyczne czy antypsychologistyczne ich rozumienie.

W każdym razie, akceptując psychologizm, odchodzi Piątkiewicz od stanowiska zajmowanego np. przez Schrödera w kierunku pozycji bardziej tradycjonalistycznych. Być może było to powodem, dla którego Piątkiewicz również pod względem formalnym odchodzi nieco od ujęcia Schrödera i trzyma się wzorów nieco starszych. Jak wiadomo, nowością ujęcia przedstawionego w *Der Operationskreis des Logikkalkuls* była wyraźna aksjomatyzacja algebry logiki. Piątkiewicz nie docenia jednak tego aspektu pracy Schrödera i np. przy wymienianiu różnych elementarnych praw kieruje się czasem raczej upodobaniami logiki tradycyjnej niż rzeczywistymi potrzebami formalnymi. Toteż z praw charakteryzujących identyczność wymienia on tylko prawo tożsamości ($a = a$), które dawniejsi logicy i filozofowie cenili szczególnie, choć nieco bezpodstawnie; natomiast ważnego „rachunkowo" prawa przechodniości w ogóle nie wspomina, a o symetrii identyczności nawet błędnie sądzi, iż jest wyrażone już w prawie tożsamości. Jednakże usterki te nie mają u niego większego znaczenia. W praktyce bowiem autor i tak korzysta — niejako „po cichu" — z odnośnych praw i rozważania jego są tak samo poprawne jak zwykła intuicyjna matematyka.

Głównym przedmiotem rozważań omawianego paragrafu jest operacja dodawania klas i jej własności. Operacja ta jest tu rozumiana zgodnie z propozycją Jevonsa, a więc jako określona dla klas całkiem dowolnych a nie — jak u Boole'a — tylko dla rozłącznych. Niejako ubocznie omawia też autor niektóre stosunki między zakresami pojęć, mianowicie nadrzędność (wyrażaną za pomocą symbolu $>$), podrzędność, krzyżowanie się, wykluczanie pojęć współrzędnych i różnorodność. Określenia tych stosunków, choć dość jasne, nie są jednak całkowicie precyzyjne, w związku z czym pojawiają się tu i ówdzie różne drobne usterki w wywodach.

Jako ciekawostkę raczej, odnotujemy fakt, że Piątkiewicz — podobnie jak przedtem Bolzano — uważa za fałszywą tzw. zasadę odwrotności między treścią i zakresem pojęć.

Następny, a więc trzeci paragraf rozprawy, obejmuje ustępy 17—24 i nosi tytuł *Uszczególnianie (mnożenie) pojęć*. Wprowadza tu autor operację mnożenia klas oraz ubocznie — dla zagwarantowania wykonalności mnożenia w każdym przypadku — klasę „próżną", oznaczaną przez 0. Ponadto podaje tutaj kilkanaście formalnych praw dotyczących iloczynu i jego związków z sumą i zerem. Niektóre z tych praw, bardziej elementarne, są jedynie komentowane i ilustrowane przykładami; dla innych podane są formalne dowody. W szczególności w ustępie 24 udowodnione jest następujące ważne twierdzenie: *Jeśli* $ac = bc$ i $a + c = b + c$, *to* $a = b$.

I tu, podobnie jak w paragrafach poprzednich, nie odróżnia Piątkiewicz aksjomatów od udowodnionych twierdzeń. Zdaje się też nie zauważać różnicy między formalnym dowodem jakiegoś prawa a jego geometryczną ilustracją. (Por. np. ustęp 22, traktujący o prawie rozdzielności).

Paragraf czwarty posiada następujący tytuł: *Zaprzeczanie pojęć, pojęcia odjemne. Prawo sprzeczności i prawo wykluczające środek.* Obejmuje on ustępy 25—33 i poświęcony jest operacji uzupełniania, nazywanej przez autora zaprzeczaniem. Tutaj też wprowadzona jest Boole'owska jedynka dla oznaczenia ogółu rozważanych przedmiotów. Wymienione w tytule paragrafu prawa sprzeczności i wyłączonego środka podane są w postaci: $aa_1 = 0$, $a + a_1 = 1$. Symbol a_1 oznacza — jak u Schrödera — uzupełnienie klasy a. Inne podane tutaj prawa to prawo podwójnego przeczenia, prawa de Morgana oraz równości: $b \cdot 1 = b$, $b = ab + a_1b$, $b + 1 = 1$, $a + b + a_1b_1 = 1$. Ponadto udowodnione jest twierdzenie o jednoznaczności zaprzeczania oraz krótko omówione rozwijanie klas na konstytuenty Boole'a. W związku z tym ostatnim tematem podana jest reguła zaprzeczania wielomianów rozwiniętych. Dowody w tym paragrafie są przeprowadzane dość starannie.

Paragraf piąty, zatytułowany *Równania w logice*, stanowi niejako trzon rozprawy Piątkiewicza. Zawiera on szczegółowy wykład Schröderowskiej metody rozwiązywania równań logicznych. Wykład ten jest prowadzony samodzielnie, ze swobodą dobrego znawcy przedmiotu i świadczy o niepospolitej biegłości autora w rachunku logicznym. Nie ma, oczywiście, potrzeby streszczania tego paragrafu. Warto może jednak przytoczyć jakiś ustęp w charakterze próbki stylu Piątkiewicza w rozważaniach formalnych. Niech to będzie np. ustęp 41, zawierający dowód zasadniczego twierdzenia Schrödera.

„41. *Według podanych wskazówek okaże się, że równanie*

$$xa + ya_1 = 0$$

jest równoważne z następnymi równaniami:

$$xy = 0, \qquad a = y + ax_1,$$

z których ostatnie może jeszcze inne poniżej podane kształty przybrać; i na odwrót, z dwóch ostatnich równań wynika naczelne równanie.

D o w ó d. Jeśli $xa + ya_1 = 0$, to według 34-go ustępu

$$xa = 0, \qquad ya_1 = 0.$$

Z pierwszego i drugiego jednomianu sprowadzonego do zera wynika na mocy 35-go ustępu

$$a = ax_1 \tag{I}$$
$$a_1 = a_1y_1.$$

Chcąc obydwa wyrazy zestawić, zaprzeczmy drugie z równań ostatniego wiersza; to

$$a = a + y \tag{II}$$

Równania oznaczone przez (I) i (II) dają — według wskazówek w 40-ym ustępie następujące równania:

$$a + y = ax_1,$$
$$a = ax_1 + y,$$
$$a = (a + y)\,x_1 = ax_1 + yx_1.$$

Pierwsze z przytoczonych równań, jakkolwiek rzetelne, nie zmierza do celu, bo nie podaje wartości a; z drugiego i trzeciego wynika według 24-go ustępu

$$x_1y = y$$

czyli

$$xy = 0 \qquad (35 \text{ lub } 38).$$

Ostatnie równanie da się bezpośrednio z równania sprowadzonego do zera wyprowadzić. Mnożąc je przez xy, otrzymujemy:

$$xy\,(xa + ya_1) = 0 = xya + xya_1 = xy\,(a + a_1) = xy; \qquad (26)$$
$$xy = 0.$$

Owóż z założenia: $xa + a_1 y = 0$, wypływają następujące wnioski:

$$xy = 0,$$
$$a = y + ax_1 = (y + a)\,x_1.$$

Odwrócenie: Jeśli $a = y + ax_1$ i $xy = 0$, to

$$ax + a_1 y = 0.$$

Pomnożywszy pierwsze równanie założenia raz przez x, drugi raz przez a_1, to

$$ax = xy + ax_1 x = 0 + 0 = 0; \qquad ax = 0.$$
$$aa_1 = 0 = a_1 y + aa_1 x_1 = a_1 y + 0 = a_1 y; \qquad a_1 y = 0$$
$$\overline{}$$
$$ax + a_1 y = 0.$$

Do tego samego wyniku dojdziemy, jeśli sprowadzimy pierwszą część założenia według 36-go ustępu do zera i uwzględnimy przy tym drugą część założenia.

U w a g a. Z uwagi, że

$$a + y = a_1 + y = a\,(y + y_1) + y = ay + ay_1 + y =$$
$$= (ay + y) + ay_1 = y + ay_1,$$

przybrać może nasze równanie następujące kształty:

$$a = y + ax_1 = (a + y)\,x_1 = (y + ay_1)\,x_1 =$$
$$= yx_1 + ay_1x_1 = y + ax_1y_1,$$

z których każdy da się według 36-go ustępu sprawdzić i stosownie do okoliczności rozmaitych dostarcza korzyści".

Dalsze ustępy zawierają jeszcze szczegółową dyskusję udowodnionego tu twierdzenia oraz podają dalsze jego konsekwencje, zwłaszcza dla obliczania rugownika w przypadku równoczesnego eliminowania wielu niewiadomych.

Ostatni, tzn. 45, ustęp omawianego paragrafu poświęcony jest krótkiemu przedstawieniu Boole'owskiej teorii sądów warunkowych i rozjemczych, opartej na porównywaniu czasów, w jakich prawdziwe są rozmaite zdania. Teoria ta — jak to dziś łatwo dostrzec — nie była poprawna, tym niemniej pozwalała ona na nadanie równaniom algebry logiki interpretacji zdaniowej, a tym samym na stworzenie pewnej postaci rachunku zdań. W ten sposób torowała ona drogę późniejszym pomysłom Fregego [10].

Ostatni, szósty, paragraf rozprawy Piątkiewicza obejmuje ustępy 46—56 i nosi tytuł *Zastosowanie poprzednich paragrafów.* Jest to paragraf najobszerniejszy w całej pracy. Terenem zastosowań, o które tu chodzi,

---

[10] Na marginesie warto może wyrazić pogląd, że opinia Łukasiewicza, w myśl której „bez żadnego pośrednictwa, tak, że niepodobna sobie faktu tego historycznie wytłumaczyć, wyskakuje współczesna logika zdań w postaci niemal zupełnie doskonałej z genialnej głowy Gottloba Fregego", wydaje się być mocno przesadzona. W sprawie opinii Łukasiewicza por. J. Ł u k a s i e w i c z: *Z zagadnień logiki i filozofii.* Warszawa 1961 s. 192.

jest przede wszystkim tradycyjna sylogistyka a ponadto rozmaite konkretne zadania z gatunku tych, które rozwiązywali Boole, Jevons czy Venn. Większa część paragrafu poświęcona jest wywodowi poszczególnych trybów sylogistycznych w oparciu o wyłożoną przedtem teorię równań logicznych oraz sformułowaniu reguł sylogistyki uogólnionej przez dopuszczenie zdań z zaprzeczonymi podmiotami i orzecznikami. Także tutaj widoczna jest duża biegłość formalna autora oraz wysoki poziom jego wiedzy logicznej. Nie zdołał on wszakże uniknąć pewnych niedokładności, związanych z wyrażaniem tradycyjnych sądów szczegółowych w postaci równań. Wiadomo jednak, że niedokładności te występowały już u Boole'a. Można więc stwierdzić jedynie, że Piątkiewicz nie zdołał ulepszyć w tym względzie koncepcji Boole'a.

IV

Jak widać z powyższego przeglądu treści *Algebry w logice*, Piątkiewicz w sposób kompetentny informował o nowych prądach w logice formalnej. I choć rozprawa jego nie przynosiła nowych odkryć na tym polu, to przecież zdaje się nie ulegać wątpliwości, że żaden z ówczesnych uniwersyteckich nauczycieli logiki w Polsce nie dorównywał mu pod względem wiedzy logicznej. On jeden tylko był w pełni świadom postępu, jaki dokonywał się w logice w ciągu ostatnich kilkudziesięciu lat.

Niestety, Piątkiewicz nie zdołał rozbudzić szerszego zainteresowania nową logiką na terenie Polski. Jest to zresztą zrozumiałe. Nie zajmował bowiem stanowiska akademickiego, a przy tym wkrótce po napisaniu swej rozprawy opuścił Lwów i przeniósł się do Przemyśla, położonego daleko od naukowych centrów. Z drugiej strony, matematycy ówcześni — nie tylko zresztą w Polsce — jedynie wyjątkowo interesowali się logiką, a logicy — filozofowie po prostu nie byli w stanie czytać prac pisanych stylem matematycznym. Toteż Piątkiewicz pozostał na długo postacią zupełnie odosobnioną. Dopiero mniej więcej dwadzieścia lat później Stamm, Łukasiewicz i Chwistek osiągnęli poziom wiedzy logicznej porównywalny z poziomem Piątkiewicza. I oni jednak nie od razu mogli poszczycić się oryginalnymi odkryciami na polu logiki. Słynny dodatek w książce Łukasiewicza *Zasada sprzeczności u Arystotelesa* (Kraków 1910), który — według Jordana — miał zawierać pierwszy w literaturze polskiej wykład elementów logiki matematycznej, był przecież tylko streszczeniem podręcznika Couturata z roku 1905. Pod względem metodologicznym dodatek ten stał oczywiście wyżej od pracy Piątkiewicza. Ale to już była po prostu inna epoka w rozwoju logiki. To był już rok 1910, a więc rok, w którym ukazał się pierwszy tom *Principia Mathematica* Russella i Whiteheada.

W każdym razie wydaje się, że początków dziejów nowoczesnej logiki matematycznej w Polsce nie można odnosić ani do 1910, ani 1899 ani nawet — jak tego chce Jordan — do 1895 r. Bo rozprawa Piątkiewicza wyszła drukiem już w 1888 r. i ona właśnie stanowi właściwy początek nowoczesnej logiki w naszym kraju. Zresztą, pomiędzy latami 1888 i 1895 można by umieścić jeszcze co najmniej jedną datę. Mam na myśli rok 1891, w którym ukazała się pierwsza część książki *Pojęcia i metody matematyki* znanego matematyka polskiego S. Dicksteina. Książka ta na stronie 39 i następnych informowała już krótko o logice G. Peano. Wiedza o nowej logice przyszła zatem do Polski nie aż tak późno, jak to się dość powszechnie sądzi.

СТАНИСЛАВ ПЁНТКЕВИЧ – ПИОНЕР МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ В ПОЛЬШЕ

Станислав Пёнткевич родился 21 сентября 1849 г. в Дэнбовце около Ясла на территории, оккупированной в то время Австрией. Он происходил из небогатой семьи. В 1867–1871 гг. Пёнткевич изучал математику и физуку на факультете Львовского университета. С 1 сентября 1872 года он работал преподавателем физики и математики в гимназии в Пшемысле. 1 сентября 1879 г. его перевели в новооткрытую IV Гимназию во Львове. Там в течение следующих 11 лет Пёнткевич преподавал сначала математику и физику, а с 1883 года – логику. В 1890 году Пёнткевич снова переезжает в Пшемысль и занимает должность директора гимназии. Летом 1906 года он уходит на пенсию и переезжает во Львов, где жил ещекрайней мере несколько лет. Дата его смерти неизвестна.

В 1888 году Станислав Пёнткевич опубликовал обширный труд под названием *Алгебра в логике*, где представил принципы алгебры логики и силлогизмы категорических суждений, изложенные методами алгебры. Этот труд был написан на базе богатой литературы в этой области, а именно, на базе работ Буля и Шредера. Особенно интересна первая часть труда, включающая полемику с противниками математических методов в логике. Автор проявляет глубокое понимание достоинств алгебраической логики, которая, по его мнению, является более общей по сравнению с традиционной логикой и дает возможность разрешать такие задачи, при решении которых традиционная логика была бессильна.

Алгебра в логике Пёнткевича была первой оригинальной польской книгой в области математической логики. Она была издана почти на 20 лет до работ Лукашевича и Э. Штамма в этой же области.

STANISŁAW PIĄTKIEWICZ — A PIONEER OF MATHEMATICAL LOGIC IN POLAND

Stanisław Piątkiewicz was born on September 21, 1849 in the village of Dębowiec near Jasło, in that part of Poland which was then under Austrian rule. He was a member of a poor family. In 1867—1871 he completed his university studies in mathematics and physics at Lvov University. Beginning with September 1, 1872 he was a teacher of mathematics and physics at a high school in Przemyśl. From September 1, 1879 he was assigned to a new post at the newly opened IV high school in Lvov. There he taught for eleven years, at the beginning only mathematics and physics, and from 1883 logic too. In 1890 Piątkiewicz returned to Przemyśl and became director of the local high school. In the summer of 1906 he retired and moved to Lvov where he lived for at least a few years more. The date of his death is unknown.

In 1888 Piątkiewicz published a dissertation *Algebra w logice (Algera in Logic)* which contained an exposition of the principles of the algebra of logic and of the algebraic interpretation of the syllogism of categorical sentences. The rich literature on the subject served as his source, especially the works of Boole and Schröder. The first part of the dissertation is especially interesting, it contains a polemic with the adversaries of mathematical methods in logic. The author revealed his profound understanding of the assets of algebraic logic which, according to him, is much more general than the traditional logic and makes it possible to solve problems that traditional logic could never have coped with.

Algebra in Logic by Piątkiewicz was the first original Polish publication on mathematical logic. It was twenty years ahead of analogical works by J. Łukasiewicz and E. Stamm.