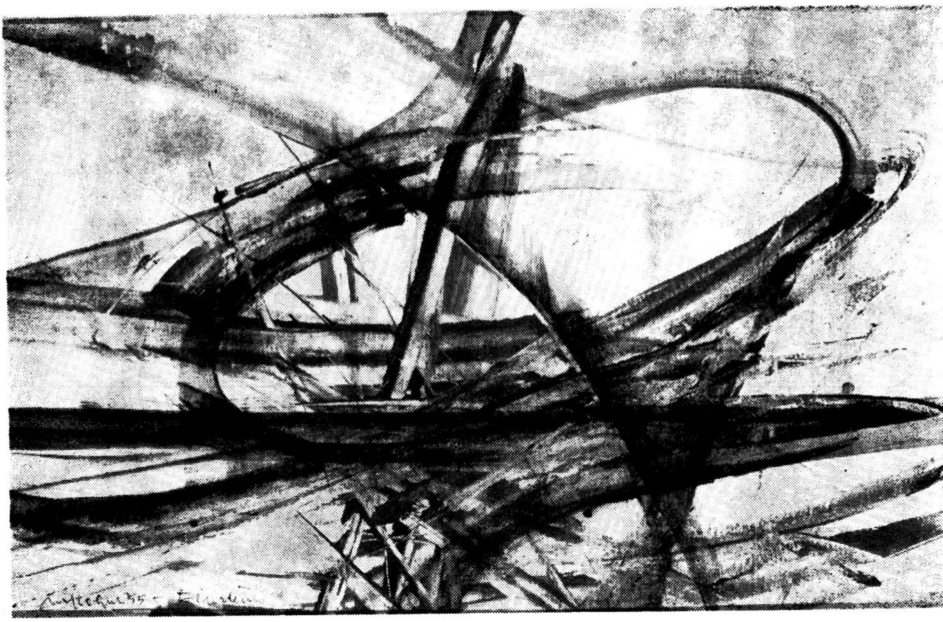
Średniawa, Bronisław

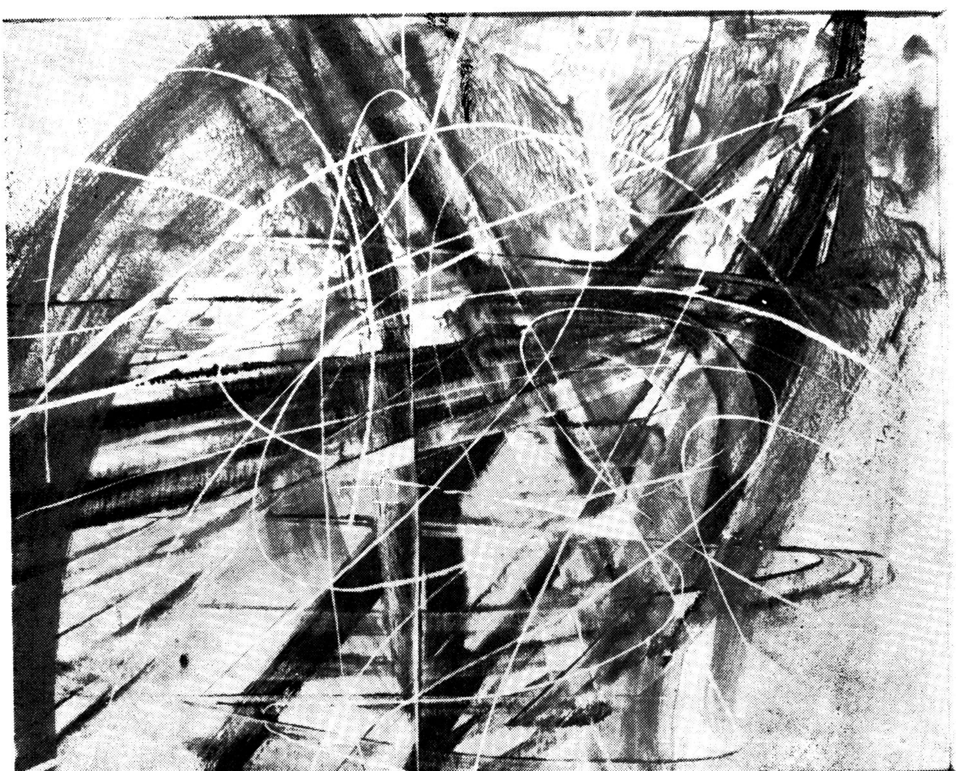
Teoria względności na Uniwersytecie Jagiellońskim w pięćdziesięcioleciu 1909-1959

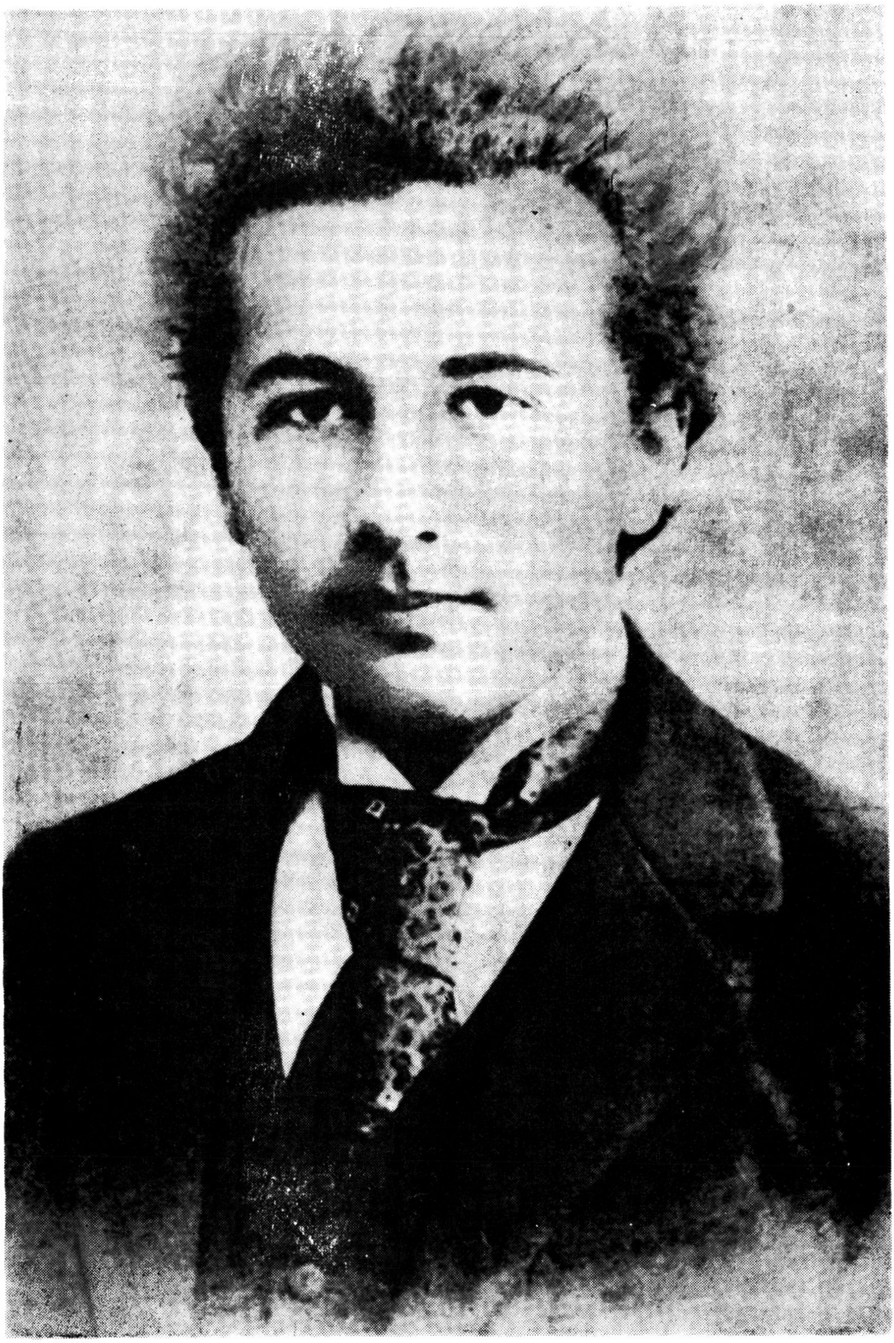
Kwartalnik Historii Nauki i Techniki 24/4, 759-788

1979

W SETNĄ ROCZNICĘ URODZIN
ALBERTA EINSTEINA







Prezentowane w kolejnych artykułach poświęconych teorii Alberta Einsteina portrety tego wielkiego uczonego, pochodzą z wystawy *Albert Einstein — w 100 rocznicę urodzin* otwartej w Muzeum Techniki w Warszawie dnia 12 marca 1979 r. Refleksje o wystawie zawarte są w artykule autora scenariusza wystawy — dr A. Syma. (patrz niniejszy nr s. ...)

A R T Y K U Ł Y

Bronisław Średniawa
(Kraków)

TEORIA WZGLĘDNOŚCI NA UNIWERSYTECIE JAGIELLOŃSKIM W PIĘĆDZIESIĘCIOLECIU 1909—1959

WSTĘP

Teorią względności zajmowano się w Krakowie już od pierwszych lat po sformułowaniu jej zasad przez Einsteina w 1905 r. Jako początek okresu czynnego zainteresowania się tą teorią można przyjąć rok 1909, w którym profesor August Witkowski wygłosił na posiedzeniu Akademii Umiejętności wykład *O zasadzie względności*. W niniejszym artykule zajmujemy się szczegółowo pierwszym pięćdziesięcioleciem prac nad teorią względności na Uniwersytecie Jagiellońskim. Za koniec tego okresu przyjmiemy rok 1959, gdy profesor Jan Weyssenhoff wygłosił na zjeździe w Royaumont, poświęconym relatywistycznym teoriom grawitacji, odczyt o całości prac nad relatywistyczną teorią cząstki spinowej, wykonanych przez siebie i swoich współpracowników. Okres ten wypełnia działalność Augusta Witkowskiego, Kamila Krafta, a przede wszystkim Jana Weyssenhoffa i jego współpracowników, wśród których główną rolę odegrał przybyły z Warszawy Myron Mathisson.

O pracach z teorii względności, wykonanych po 1959 r. zamieścimy jedynie krótkie wzmianki, głównie w tym celu, by wykazać, że badania w tej dziedzinie fizyki teoretycznej były kontynuowane i trwają do dnia dzisiejszego. Nowy impuls powinno im dać utworzenie w Instytucie Fizyki UJ w 1979 r. Zakładu Teorii Względności i Astrofizyki.

W niniejszej pracy będziemy zajmować się klasyczną teorią względności, zarówno szczególną jak i ogólną, nie będziemy natomiast poruszać zagadnień relatywistycznej kwantowej teorii pól.

1. DZIAŁALNOŚĆ AUGUSTA WITKOWSKIEGO W DZIEDZINIE FIZYKI TEORETYCZNEJ I JEGO UDZIAŁ W ROZPOWSZECHNIANIU TEORII WZGLĘDNOŚCI

Praca Einsteina, zawierająca sformułowanie zasad szczególnej teorii względności, została opublikowana w czasopiśmie „Annalen der Physik" w 1905 r.

 PL ISSN 0023—589X

pod skromnym tytułem *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*[1]. Praca dotyczyła zagadnienia badanego intensywnie od lat siedemdziesiątych XIX w., to jest od czasu sformułowania równań pola elektromagnetycznego przez Maxwella w 1862 r. Równania te napisał Maxwell dla przypadku spoczywających lub bardzo wolno poruszających się (w porównaniu z prędkością światła w próżni) źródeł pola elektromagnetycznego. Przez trzydzieści lat próbowano te równania przenieść lub uogólnić na przypadek dowolnie poruszających się źródeł, wprowadzając pojęcie eteru i rozwijając teorię elektronów. Nie można było jednak pogodzić praw ruchu źródeł pola elektromagnetycznego, który opisywano według reguł mechaniki Newtona, z maxwellowskimi prawami pola elektromagnetycznego. Dopiero Einstein zrozumiał, że w celu rozwiązania zagadnienia praw elektromagnetyki ciał w ruchu należy pozostawić równania Maxwella w dotychczasowej postaci, powinno się natomiast zrewidować dotychczasowe pojęcia czasu i przestrzeni, biorąc pod uwagę fakt, że prędkość sygnałów świetlnych jest skończona. Konieczną jest zatem rzeczą zmienić podstawy mechaniki. Einstein rozwinął we wspomnianej pracy nową (relatywistyczną) mechanikę, wykazał, że równania Maxwella pozostają słuszne, gdy źródła poruszają się z dowolną prędkością (oczywiście mniejszą od prędkości światła w próżni) i stwierdził, że pojęcie eteru stało się w fizyce zbędne.

Jako uzupełnienie pracy *Zur Elektrodynamik bewegter Körper* ogłosił Einstein w 1906 r. krótką rozprawę *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?*[2], w której sformułował zasadę równoważności masy i energii, przewidując zresztą możliwość doświadczalnego sprawdzenia tej zasady dla ciał promieniotwórczych.

Przełomowe idee, zawarte w tych pracach, nie wywołały przez parę lat żadnego wrażenia i odzewu. Dwudziestosześcioletni Einstein, ogłaszając te prace, był nieznany w świecie nauki; nie zajmował stanowiska w żadnej uczelni, będąc wówczas pracownikiem Federalnego Biura Patentowego w Bernie w Szwajcarii. W 1906 r. ukazała się tylko jedna praca, której autor powołał się na publikację Einsteina z 1905 r. Była to praca Maxa Plancka *Das Prinzip der Relativität und die Grundgleichungen der Mechanik*[3], w której autor stwierdza na wstępie, że „wprowadzona niedawno przez H. A. Lorentza i w ogólniejszym ujęciu przez A. Einsteina «zasada względności« pozwala, jeżeli zostanie potwierdzona, na ogromne uproszczenie wszystkich zagadnień elektrodynamiki ciał w ruchu".

Jednym z niewielu fizyków, którzy odrazu po ukazaniu się prac Einsteina zrozumieli doniosłość jego idei, był profesor fizyki doświadczalnej — August Witkowski. Pisze o tym Leopold Infeld, późniejszy wybitny fizyk i długoletni współpracownik Einsteina, w następujących słowach[4]: „A jednak wiem, że byli fizycy, którzy w tym właśnie okresie bardzo uważnie czytali prace Einsteina, widząc w nich narodziny nowej nauki. Przyjaciel mój, profesor

1. A. Einstein, Ann. d. Phys. **17**, 821, 1905.

2 A. Einstein, Ann. d. Phys. **18**, 639, 1906.

3 M. Planck, Verh. d. Deutschen Phys. Ges. **8**, 136, 1906.

4 Leopold Infeld: *Albert Einstein. Jego dzieło i rola w nauce.* Warszawa: PWN 1956 s. 65–66, Zob. też: Antonina Valentin: *The drama of Albert Einstein.* Doubleday Comp. Inc. Garden City NY 1954 str. 48–49.

Loria, opowiadał mi, jak jego nauczyciel profesor Witkowski (a był on wielkim nauczycielem), przeczytawszy pracę Einsteina powiedział do Lorii: »Narodził się nowy Kopernik! Niech pan przeczyta pracę Einsteina «. Gdy więc później w 1907 r. we Wrocławiu profesor Loria spotkał profesora Maxa Borna, opowiedział mu o Einsteinie i spytał, czy czytał jego pracę. Okazało się, że ani Born, ani nikt z obecnych na zjeździe fizyków nic o Einsteinie nie słyszeli. Poszli więc do biblioteki i wziąwszy z półki siedemnasty tom „Annalen der Physik" zaczęli czytać pracę Einsteina. Max Born natychmiast zrozumiał jej doniosłość, a także potrzebę formalnego uogólnienia. Ogłoszona później własna praca Borna stała się jedną z najważniejszych, jakie w pierwszym okresie napisano na temat teorii względności". Była to praca *Die träge Masse und das Relativitätsprinzip* [5].

W 1908 r., a więc po rozmowie Lorii z Bornem, a przed ukazaniem się wspomnianej pracy Borna, została opublikowana tylko jedna rozprawa, której autor powołuje się na Einsteina. Była to praca sławnego matematyka Hermana Minkowskiego, nosząca tytuł *Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern* [6]. Minkowski opierał się głównie na pracach Lorentza, lecz zauważył, iż „A. Einstein wyraził najdobitniej, że ten postulat (tj. postulat względności, przyp. mój — *BŚ*) nie jest sztuczną hipotezą, lecz raczej nowym, narzuconym przez zjawiska pojęciem czasu".

Praca Borna z 1909 r. i ogłoszone w latach następnych przez niego dalsze prace z teorii względności [7] wraz ze słynnym odczytem Hermanna Minkowskiego pt. *Raum und Zeit* [8], wygłoszonym na osiemdziesiątym zjeździe Stowarzyszenia Niemieckich Przyrodników i Lekarzy w 1908 r., zadecydowały o rozpowszechnieniu teorii względności.

Fakt, iż profesor Witkowski zorientował się od razu, jak doniosłe były idee Einsteina, nie był przypadkowy; wynikał z jego długoletnich zainteresowań teoretycznych. August Witkowski był w latach 1888—1913 profesorem fizyki doświadczalnej i kierownikiem Zakładu Fizycznego Uniwersytetu Jagiellońskiego. Kontynuował dzieło swojego wielkiego poprzednika Zygmunta Wróblewskiego, prowadząc badania doświadczalne nad własnościami gazów, głównie nad własnościami termodynamicznymi powietrza, i opublikował z tej dziedziny cenne prace. Odznaczał się również wielkim zamiłowaniem do fizyki teoretycznej. Wykładał przez wiele lat zarówno fizykę doświadczalną, jak i teoretyczną, obok prof. Władysława Natansona i wykładającego sporadycznie fizykę teoretyczną — Ludwika Antoniego Birkenmajera. Witkowski wygłosił również kilka odczytów, w których przedstawił stan ówczesnej fizyki i poglądy na jej rozwój. Interesowało go głównie zagadnienie eteru. Z kolejnych odczytów na ten temat widoczne jest, z jaką

[5] Max Born, Ann. d. Phys. **28**, 571, 1909.

[6] H. Minkowski, Nachr. v.d. Königl. Gesellschaft der Wiss. zu Göttingen, phys. math. Kl. **53**, 1908.

[7] Zob. *Scientific papers presented to Max Born*. Edinburg: Oliver Boyd 1953.

[8] Herman Minkowski w zbiorze artykułów: *Lorentz- Einstein- Minkowski: Das Relativitätsprinzip*. Teubner. Leipzig und Berlin 1913 str. 56—73.

trudnością Witkowski rezygnował stopniowo z potrzeby używania tego pojęcia w fizyce.

W odczycie *O nowszych poglądach w teorii światła*[9], wygłoszonym na Walnym Zgromadzeniu Towarzystwa im. Kopernika w lutym 1887 r., Witkowski przedstawił ówczesny stan teorii eteru jako ośrodka, w którym rozchodzi się światło, przedyskutował różne zjawiska optyczne z punktu widzenia teorii eteru oraz przedstawił teorię elektromagnetyzmu Maxwella i jej związek z optyką. W odczycie tym autor skłania się do uznania teorii eteru, pisząc: „Jest to zasadniczym przypuszczeniem w teorii światła, że istnieje tzw. eter powszechny; na przypuszczenie to wszyscy się godzą i graniczy ono dziś niemal z pewnością". Witkowski zaznacza jednak, iż „[...] nie da się zaprzeczyć, że dalsze rozwinięcie teorii elektromagnetycznej przynieść może niemałe korzyści zarówno teorii światła jak i elektryczności. Na podstawie tego bowiem, co wiemy obecnie o tej teorii, należy przypuszczać, że zostanie ona teorią przejściową i ostatecznie zejdzie się z teorią sprężystą (to jest teorią eteru, przyp. mój — *B.Ś.*) przyczyniając się prawdopodobnie do wyjaśnienia istoty zjawisk elektrycznych".

Wątpliwości co do realnego istnienia eteru znajdują swój wyraz w wykładzie pt. *Eter*[10] z 1903 r., w którym Witkowski analizuje trudności związane z pojęciem eteru ruchomego i eteru nieruchomego, wyciągając wnioski z doświadczeń Lodge'a, Michelsona i zjawiska aberacji światła. Dochodzi do wniosku, „[...] że jak pojęcie materii jest wyrazem naszego doświadczenia zewnętrznego, zmysłowego, tak pojęcie eteru należy uważać jako wyraz naszych doświadczeń wewnętrznych, intelektualnych; eter jest białą tablicą, na której umysł nasz kreśli barwny obraz wzajemnych stosunków między ciałami materialnymi. Taki eter wystarczy nam w zupełności. W takim zrozumieniu eter na pewno jest, był i będzie".

W 1909 r. Witkowski wygłosił odczyt *O zasadzie względności*[11], w którym przedstawił w jasny i przejrzysty sposób podstawy szczególnej teorii względności. W odczycie tym omawia zagadnienie ruchu względnego, rozważa doświadczenie Michelsona i Morley'a mówi o skróceniu Lorentza, po czym wysławia postulat względności Einsteina i omawia wnioski wypływające z niego: względność równoczesności (którą nazywa spółczesnością), skrócenie miarek w kierunku ruchu i podłużenie sekundy. Odczyt kończy się uwagami o teorii eteru, o którym teraz pisze: „Eter był nam potrzebny dopóty, dopóki bez jakiejś nici przewodniej bylibyśmy zbłądzili wśród lasu różnorodnych faktów. Skorośmy raz przejrzeli i zrozumieli ich związek, poprzestańmy na konkluzji, że zjawiska świetlne przedstawiają się nam tak, jak gdyby polegały na ruchu fal lecących z miejsca na miejsce z wiadomą ogromną szybkością. Nie pytajmy o więcej, gdyż nic nadto nie dowiemy

---

[9] A. Witkowski, Kosmos **12**, 71–84 1887.

[10] A. Witkowski: *Eter. Wykład wygłoszony w auli Uniwersytetu Jagiellońskiego w dniu 13.11.1902*. Czcionkami Drukarni Czasu 1903 stron 18.

[11] A. Witkowski: *O zasadzie względności. Odczyt na publicznym posiedzeniu Akademii Umiejętności w dniu 22 maja 1909 r*. Nakładem A.U. Drukarnia UJ 1909 stron 28.

się. Z szeregu bytów metafizycznych należy eter ostatecznie i stanowczo wykreślić".

Jednak wieloletnie przyzwyczajenie do pojęcia eteru nie pozwala Witkowskiemu stanowczo tego pojęcia porzucić, gdyż zaraz dodaje: „Nie zniknie on zresztą z nauki. Podręczniki optyki ciał nieruchomych nie zmienią się ani o jotę. Zachowają one eter, jak sądzę na zawsze, wszelako jako pojęcie raczej dydaktycznej natury, jako środek do uzmysłowienia, a nie do wytłumaczenia praw przyrody".

Zauważmy jeszcze, że jak wynika z przytoczonych wyżej wspomnień Leopolda Infelda, teorią względności zainteresował się pod wpływem Witkowskiego pracujący wówczas na Uniwersytecie Jagiellońskim jako fizyk doświadczalny, Stanisław Loria, który po przejściu w 1917 r. do Lwowa rozpowszechniał tam zasady teorii względności. Jako profesor Uniwersytetu Lwowskiego Loria wygłosił w 1921 r. wykład inauguracyjny pt. *Eter i materia* [12], w którym przedstawił rozwój idei fizycznych, prowadzących do teorii względności.

W 1920 r. Loria wygłosił cykl odczytów dla członków Polskiego Towarzystwa Politechnicznego we Lwowie, które zostały opublikowane w książce *Względność i grawitacja. Teoria A. Einsteina* [13]. Książka ta miała dwa wydania w latach 1921 i 1922, zawierała przedstawienie zasad szczególnej i ogólnej teorii względności i cieszyła się dużą poczytnością w okresie międzywojennym.

2. SERIA PRAC KAMILA KRAFTA Z ZAKRESU SZCZEGÓLNEJ TEORII WZGLĘDNOŚCI W LATACH 1911—1912

Zainteresowania profesora Augusta Witkowskiego teorią względności miały charakter teoriopoznawczy, Witkowski sam jednak nie pisał orginalnych prac z tej dziedziny. Pierwszym, który w Krakowie zajął się twórczo teorią względności (nie można już dziś ustalić, czy pod wpływem Witkowskiego), był fizyk i lekarz okulista — Kamil Kraft.

Kamil Kraft [14], urodzony w 1872 r. w Haliczu, studiował medycynę we Lwowie i następnie w Krakowie, gdzie uzyskał w 1897 r. stopień doktora medycyny. Po uzyskaniu doktoratu z medycyny studiował w latach 1898—1901 fizykę na Uniwersytecie Jagiellońskim. W okresie 1901—1903 był stypendystą Instytutu Fizyki UJ, a w latach 1903—1905 asystentem fizyki doświadczalnej. W okresie tym pracował wspólnie z Konstantym Zakrzewskim w dziedzinie optyki. Od 1905 r. pracował jako nauczyciel w szkołach

---

[12] Stanisław Loria: *Eter i materia. Wykład wygłoszony podczas inauguracji roku akademickiego 1920/21 w Uniwersytecie Jana Kazimierza we Lwowie dnia 1 marca 1921 r.* Nakład H. Altenberga we Lwowie 1921 stron 15.

[13] Stanisław Loria: *Względność i grawitacja. Teoria A. Einsteina.* Nakład H. Altenberga we Lwowie I wyd. 1921 stron 94, II wyd. rozszerzone 1922, stron 159.

[14] Archiwum UJ, WF II 166.

średnich oraz prowadził praktykę lekarską[15]. Do końca życia interesował się fizyką, nie zajmując się niestety czynnie pracą naukową. Zmarł w 1945 r.[16].

W latach 1912 i 1913 Kraft opublikował w "Bulletin International de l'Academie de Sciences de Cracovie, Classe de Sciences Mathématiques et Naturelles" (cytowane dalej jako BIAC) pięć prac z zakresu szczególnej teorii względności, przedstawionych Akademii Umiejętności przez profesora Władysława Natansona i recenzowanych w „Beiblätter zu den Annalen der Physik" (cytowanych tu jako BAP) przez Lauego i Schottky'ego.

W pracy *Eine Identität in der vierdimensionalen Analysis und deren Anwendung in der Elektrodynamik*[17] została wyprowadzona tożsamość, pozwalająca wyrazić dalambercjan (wyrażenie różniczkowe, występujące w równaniach falowych) dowolnego biwektora (antysymetrycznego tensora dwuwskaźnikowego, posiadającego w przypadku przestrzeni czterowymiarowej sześć niezależnych składowych) przez czterowymiarowe rozbieżności (diwergencje) i wiry (rotacje) tegoż biwektora. Identyczność tę można stosować do równań Maxwella pola elektromagnetycznego w zapisie czterowymiarowym, gdyż trzy składowe pola elektrycznego i trzy składowe pola magnetycznego można zebrać w jeden biwektor. Składowe tego biwektora spełniają układ sześciu niejednorodnych równań Maxwella. Równania te dają się, dzięki identyczności wyprowadzonej przez Krafta, zebrać w jedno proste równanie, którego rozwiązanie można od razu napisać stosując uogólnioną teorię potencjału dla czterech wymiarów, otrzymując wyrażenia na składowe pola elektrycznego i pola magnetycznego.

W metodzie Krafta nie trzeba więc wprowadzać funkcji pomocniczych, tak zwanych potencjałów elektromagnetycznych. Zauważyć jednak należy, że pojęcie potencjałów elektromagnetycznych stało się tak potrzebne w teorii elektromagnetyzmu, że metoda Krafta nie znalazła zastosowania praktycznego.

Pracę tę cytują Edwin B. Wilson i Gilbert N. Lewis w publikacji *The space manifold of relativity. The noneuclidean geometry of mechanics and electromagnetism*[18], podając tożsamość wyprowadzoną przez Krafta i pisząc „Kraft poświęca pracę (BIAC 1911 s. 538) dowodowi i zastosowaniu tego wzoru".

W pracy *Über die Integration der typischen Differentialausdrücke von Raum- ZeitVektoren*[19] rozwija Kraft metodę poprzedniej swojej pracy, znajdując dalsze identyczności pomiędzy składowymi biwektorów i wektorów w czasoprzestrzeni. Pozwala mu to na wyprowadzenie, bez posługiwania się potencjałami elektromagnetycznymi, wzoru całkowego na składowe pola elektromagnetycznego. Wzór ten jest zresztą równoważny z tzw. wzo-

---

[15] Informacja prof. Tadeusza Piecha.

[16] K. Zakrzewski, Acta Phys. Pol. 1947.

[17] K. Kraft, BIAC 537–541, 1911, streszczenie BAP, **36**, 327, 1912, Laue, **37**, 723 1913. Schottky.

[18] E. B. Wilson, G. N. Lewia, Proc. American Soc. of Arts and Science **48**, 389, 1912, str. 45.

[19] K. Kraft, BIAC 564–577, 1911, streszczenie BAP **37**, 723, 1913.

rem fundamentalnym Sommerfelda [20], wyprowadzonym w 1910 r. Postać Krafta pozwala jednak na prostsze obliczenie całki występującej we wzorze na składowe pola, a więc na szybsze rozwiązanie równań Maxwella.

W pracy *Zum Problem der Integraldarstellung der elektromagnetischen Vektoren in bewegten Körpern nach Minkowski's Grundgleichungen* [21] Kraft oblicza najpierw współczynniki transformacji wektora oraz biwektora w czasoprzestrzeni, gdy transformacja Lorentza jest scharakteryzowana w przestrzeni przez wektor prędkości $\mathbf{v}$ a dwa rozważane układy mają równoległe osie. Kraft oblicza wartości współczynników transformacji Lorentza w zależności od $\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y, \mathbf{v}_z$, upraszczając tym samym znacznie wzory, wyprowadzone uprzednio, w 1910 r., przez Minkowskiego [22]. Korzystając z tych wzorów Kraft wyprowadza wyrażenia na składowe pola elektrycznego **E**, indukcji elektrycznej **D**, wektora magnetycznego **H** i indukcji magnetycznej **B** oraz czteroprądu elektrycznego w ośrodku ruchomym o stałej dielektycznej ε, przenikliwości magnetycznej μ i przewodnictwie właściwym σ, gdy wielkości te są znane w układzie współrzędnych, względem którego ośrodek spoczywa, dochodząc następnie do równań pola elektromagnetycznego w ośrodku ruchomym w postaci Minkowskiego, wyprowadzonych we wspomnianej pracy z 1910 r. Równania te Kraft rozwiązuje stosując metodę wprowadzoną w swoich poprzednich pracach. W omawianych trzech pracach Kraft stosuje stare znakowanie Sommerfelda i Lauego, dzisiaj prawie nie używane, gdyż zastąpiło je znakowanie tensorowe. Utrudnia to nieco czytanie tych prac.

W publikacji *Über die Koeffizienten der allgemeinen Lorentztransformation* [23] Kraft rozważa dwa prostokątne układy współrzędnych S i S' poruszające się względem siebie z pewną stałą prędkością, o osiach, które nie są na ogół wzajemnie równoległe i oblicza współczynniki transformacji składowych dowolnego wektora czasoprzestrzennego oraz biwektora z układu S do S'.

Jako ilustracje swoich wzorów Kraft oblicza składowe wektorów elektrycznego i magnetycznego równoległe oraz prostopadłe do prędkości układów S i S', otrzymując w tych szczególnych przypadkach znane wyrażenia wyprowadzone przez Minkowskiego.

W ostatniej pracy tej serii *Über die Eigenschaften linearer Raum-Zeit Transformationen* [24] Kraft wypowiada i udowadnia następujące twierdzenie: Jeżeli dwa prostokątne układy współrzędnych $S(x,y,z,t)$ i $S'(x',y',z',t')$ poruszają się względem siebie ruchem translacyjnym ze stałą prędkością, to przy odpowiednim wyborze początków tych układów współrzędnych oraz jednostek długości i czasu zachodzi związek:

$$k\,(x'^2+x'^2+z'^2)-t'^2 = \varepsilon\,(x^2+y^2+z^2)-t^2, \tag{1}$$

gdzie k jest dowolną stałą.

---

[20] A. Sommerfeld, Ann. d. Phys. **32**, 479, 1910; **33**, 649, 1910.
[21] H. Minkowski, Nachr. d. Königl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, 1910.
[22] K. Kraft, BIAC 384–399, 1912, streszczenie BAP **37**, 106, 1913 Schottky.
[23] K. Kraft, BIAC 952–968, 1912, streszczenie BAP **37**, 712, 1912, Schottky.
[24] L. Infeld: *Moje wspomnienie o Einsteinie*. Warszawa: Iskry 1956, str. 8.

Kraft nie zakłada tu, że prędkość światła w próżni, we wszystkich (inercjonalnych) układach współrzędnych jest ta sama i dlatego związek (1) jest ogólniejszy od związku

$$x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2 = x^2+y^2+z^2-c^2t^2 \tag{2}$$

słusznego w szczególnej teorii względności, ze stałą we wszystkich układach inercjalnych prędkością c światła w próżni. Z związku (1) wynika dla $k = 1/c^2$ transformacja Lorentza, a z nią prawa szczególnej teorii względności, a dla $k = 0$ transformacja Galileusza, słuszna w mechanice newtonowskiej.

3. PRACA DOKTORSKA LEOPOLDA INFELDA W 1921 R.

Kamil Kraft opublikował swoją ostatnią pracę w 1912 r. Odtąd aż do 1935 r. krakowscy fizycy teoretycy — Władysław Natanson, Marian Smoluchowski, Ludwik Antoni Birkenmajer (znany bardziej jako historyk nauki i badacz dzieła Kopernika), Jan Król i Maurycy Rudzki (który był równocześnie geofizykiem i astronomem) – nie zajmowali się czynnie teorią względności. W okresie tym mamy do zanotowania w Krakowie tylko dwie prace z tej dziedziny, a mianowicie pracę doktorską Leopolda Infelda oraz krytyczną pracę profesora matematyki UJ, Stanisława Zaremby.

Leopold Infeld (1898–1969) studiował fizykę na Uniwersytecie Jagiellońskim w latach 1916—1920, specjalizując się w fizyce teoretycznej i słuchając wykładów profesora Natansona. O swoim pierwszym zetknięciu się z teorią względności Infeld pisze[25]: „Pierwszy raz usłyszałem nazwisko Einsteina podczas drugiego roku studiów na Uniwersytecie Jagiellońskim. A było to tak: fizykę teoretyczną wykładał podówczas profesor Władysław Natanson; wykładał pięknie, tak pięknie, że znikały trudności, że wydawało się wszystko już załatwione, rozwiązane, wyjaśnione, i to raz na zawsze [...]. Na drugim roku uniwersytetu wykładał mechanikę klasyczną, pięć godzin tygodniowo przez dwa półrocza, bez seminariów, bez ćwiczeń, bez asystentów [...]. Przy końcu roku akademickiego profesor Natanson poświęcił kilka godzin szczególnej teorii Einsteina. Po raz pierwszy usłyszałem to nazwisko, po raz pierwszy usłyszałem o transformacji Lorentza, którą Einstein sformułował. Wykłady te były dla mnie rewelacją. Jeszcze dziś, po blisko czterdziestu latach mam przed oczami obraz tablicy zapisanej wzorami, słyszę nieomal głos profesora. Pamiętam, jak profesor Natanson powiedział o Einsteinie: „geniusz nad geniusze". Pamiętam wrażenie, jakie wywarło na mnie piękno struktury teorii względności, odwaga przyjęcia zupełnie nowego punktu widzenia, odwaga przyjęcia dziwnych, zdawałoby się wówczas nonsensowych wniosków. Nie byłem jeszcze dostatecznie przygotowany, aby zrozumieć w pełni strukturę teorii względności, wiedziałem jednak, że powrócę do niej jeszcze.

Kiedy w kilka miesięcy później studiowałem teorię Maxwella — a uczyłem się jej z książki Drudego — zaabsorbowała mnie idea naukowa, aby zastosować transformację Lorentza do zjawisk elektromagnetycznych i przekonać

[25] L. Infeld, Prace Mat.-Fiz. **32**, 33–67, 1922.

się, czy równania Maxwella są niezmienne wobec tych transformacji. Zdawało mi się — na trzecim roku mych studiów — że znalazłem coś nowego i ważnego: niezmienność równań Maxwella wobec transformacji Lorentza. Pokazałem mój rezultat profesorowi Natansonowi, aby się dowiedzieć, że to samo, tylko znacznie lepiej, piękniej i ogólniej zrobili Einstein i Poincaré trzydzieści lat temu, że istotnie był to problem, od którego rozpoczęła się teoria względności, że dociekania te ubrał później w piękną formę matematyczną Minkowski w roku 1908".

Piąty rok studiów ukończył Leopold Infeld na Uniwersytecie Berlińskim, który wówczas był jednym z najlepszych uniwersytetów w Europie. Wykładali tam Planck, Laue i Einstein. W Berlinie Infeld zetknął się po raz pierwszy z Einsteinem, który dopomógł mu w staraniach o dostanie się na ten uniwersytet. Infeld przebywał w Berlinie w półroczu zimowym 1920/21, zajmując się studiami głównie z teorii względności i słuchając wykładów Plancka i Lauego. Wynikiem tych studiów była praca pod tytułem *Fale świetlne w teorii względności*[26], którą Infeld po powrocie do Krakowa przedstawił profesorowi Natansonowi jako rozprawę doktorską. Promotorem przewodu doktorskiego został profesor Natanson[27], który równocześnie napisał pozytywną, szczegółową recenzję pracy. Do recenzji Natansona dołączył krótką, pozytywną recenzję prof. Konstanty Zakrzewski. Na podstawie tej pracy i celująco złożonych egzaminów Leopold Infeld uzyskał w 1921 r. doktorat, jeden z pierwszych w niepodległej Polsce.

Praca doktorska Infelda składa się z dwóch rozdziałów. W pierwszym, poświęconym szczególnej teorii względności, autor wyprowadza równanie eikonału dla fali świetlnej rozchodzącej się w ruchomym, niejednorodnym ośrodku materialnym. Następnie ogranicza się do przypadku optyki geometrycznej rozpatrując fale o bardzo dużej częstości i wykazuje, że wówczas równania Maxwella są rozwiązalne, gdy spełnione jest równanie eikonału. Stąd wynika, że trójwymiarowy wektor Pointinga (dający przepływ energii elektromagnetycznej) ma w ruchomym, niejednorodnym ośrodku materialnym, podobnie jak w nieruchomym, wynikającym z równania eikonału kierunek promienia świetlnego (którego linią świątła jest geodetyka zerowa).

Drugi rozdział pracy poświęcony jest zagadnieniu fal świetlnych w ogólnej teorii względności, a więc w polu grawitacyjnym. Ponieważ metoda, użyta w pierwszym rozdziale pracy prowadzi w ogólnym przypadku do skomplikowanych równań, z których trudno jest wyciągnąć konkretne wnioski o zachowaniu się promieni świetlnych, Infeld ogranicza się do zbadania prostego szczególnego przypadku fali świetlnej o dużej częstotliwości w statycznym polu grawitacyjnym. Dla tego przypadku uzyskuje uogólnienie rezultatów pierwszej części swojej pracy doktorskiej. Wykazuje, że wtedy istnieje wektor Pointinga, którego kierunek w trójwymiarowej przestrzeni jest równoległy do kierunku wektora świetlnego (o linii świata będącej geodetyką zerową). Wnioski, jakie Infeld wyciąga z swych rachunków, formułuje w następujący sposób: „Rozważania nasze, stojące na pograniczu między optyką geometryczną a fizyczną, wskazują jak z jednej strony

---

[26] L. Infeld, Prace Mat.-Fiz.

[27] Archiwum UJ, WF II 619.

możliwe jest uogólnienie związków optyki geometrycznej, i jak z drugiej strony związki te otrzymujemy przez uproszczające założenia z odpowiednich teorii fizycznych. W ogólnej teorii względności odgrywają geodetyczne linie zerowe tę samą rolę co proste zerowe w szczególnej teorii względności".

Jak trudno było w owych latach zrezygnować z pojęcia eteru, świadczą dalsze słowa Infelda: „Propagacja każdego działania, którego podłożem jest eter, może się odbywać jedynie wzdłuż linii geodetycznej zerowej naszego kontinuum czterowymiarowego".

Dalsza działalność Leopolda Infelda, który stał się wybitnym relatywistą i współpracował z Einsteinem, a także z uczonymi tej miary, co Born i van der Warden, nie była już związana bezpośrednio z Krakowem[28].

4. KRYTYCZNA PRACA PROFESORA STANISŁAWA ZAREMBY W 1922 R.

W 1922 r. ukazała się praca wybitnego matematyka, profesora Uniwersytetu Jagiellońskiego Stanisława Zaremby (1863–1942), *Teoria względności wobec faktów stwierdzonych doświadczeniem i spostrzeżeniem*[29], w której autor ten poddał krytyce ówczesny sposób formułowania teorii względności jako nie wystarczający.

Twórczość matematyczna Stanisława Zaremby związana była z fizyką. W autoreferacie do swoich prac naukowych pisał[30]: „Już od młodości pociągały mnie problemy analizy występujące w fizyce matematycznej. Otóż fakt ten oraz moje głębokie przekonanie, że badania w zakresie analizy matematycznej osiągają pełną wartość naukową jedynie wtedy, gdy są zupełnie ścisłe, wyznaczyły charakter mojej twórczości naukowej". Prace Stanisława Zaremby dotyczyły głównie równań różniczkowych cząstkowych drugiego rzędu, będących jednym z podstawowych narzędzi fizyki i techniki. Publikował jednak również prace (i podręczniki, jak *Mechanika teoretyczna*), w których, przyjmując punkt widzenia matematyka, zajmował się podstawami teorii fizycznych, dążył do możliwie ścisłego zaksjomatyzowania rozpatrywanych teorii fizycznych.

Do tego rodzaju prac należy wspomniana rozprawa o teorii względności, w której autor stawia sobie jako cel, aby „[...] dokładnie zbadać, czy tezy wysnute przez relatywistów, jako następstwa logiczne przesłanek teorii względności, rzeczywiście z tych przesłanek wynikają". Pierwsza część pracy poświęcona jest aksjomatyzacji podstaw szczególnej i ogólnej teorii względności, a właściwie tej jej części, która zajmuje się własnościami czasoprzestrzeni, a także własnościami czasoprzestrzeni w fizyce przedrelatywistycznej. Druga część jest poświęcona związkowi pojęć rozważanych w części pierwszej z doświadczeniem. Autor dochodzi do wniosku, że w szczególnej teorii względności, wobec nieistnienia ciał sztywnych, nie można podsta-

[28] Zob. L. Infeld, I. Białynicki-Birula, A. Trautman: *Polish men of Science Leopold Infeld*, edited by E. Infeld, Polish Scientific Publishers, Warszawa 1978.

[29] S. Zaremba: *Teoria względności wobec faktów stwierdzonych doświadczeniem i spostrzeżeniem*. Wyd. Min. Wyzn. Rel. i Ośw. Publ. Kraków 1922; Journ. de Math. pur. et appl. **1**, 105, 1922.

[30] J. Szarski, Wiad. Mat. **5**, 15, 1962.

wowych pojęć teorii powiązać z faktami doświadczalnymi, a w ramach ogólnej teorii względności nie można w sposób jednoznaczny zinterpretować na przykład przesunięcia perihelium Merkurego, gdyż w tej teorii nie można określić odległości w sposób jednoznaczny. Zaremba podkreślił jednak, że celem jego pracy nie było wcale obalenie teorii względności, mówiąc: „Wobec powyższego stanu rzeczy mowy być nie może o potwierdzeniu albo obaleniu faktów stwierdzonych przez jakieś doświadczenia lub spostrzeżenia. Żeby taka kontrola teorii stała się możliwa, należałoby uzupełnić stopniowo zespół jej przesłanek".

Dalsze prace nad podstawami teorii względności wykazały, że w szczególnej teorii względności, gdzie działanie grawitacji nie odkształca miarek, nie muszą one być sztywne. Okazało się też, że odległości wprowadzone przez Einsteina w jego pracy o przesunięciu perihelium Merkurego, mają znaczenie fizyczne. Odpowiedź na zarzuty – stawiane teorii względności przez Zarembę (i nie tylko przez niego) — zawierają pośrednio na przykład prace Jana Weyssenhoffa, które zreferujemy w następnym rozdziale.

Dwie prace Zaremby[31], poświęcone badaniom transformacji pól elektromagnetycznych przy zmianach układów współrzędnych, chociaż interesujące z punktu widzenia użytej metody matematycznej, zawierają dla fizyka rezultaty błędne, ponieważ autor bierze za podstawę przekształcenie Galileusza, a nie transformację Lorentza, względem której równania Maxwella są niezmiennicze.

5. PRACE PROFESORA JANA WEYSSENHOFFA O PODSTAWACH TEORII WZGLĘDNOŚCI, W OKRESIE WILEŃSKIM 1928—1934 I WCZESNYM KRAKOWSKIM 1935—1937

Systematyczną pracę w dziedzinie teorii względności podjął w Krakowie w 1935 r. profesor Jan Weyssenhoff.

Jan Weyssenhoff[32] urodził się w Warszawie w 1889 r. W 1907 r. rozpoczął na Wydziale Filozoficznym Uniwersytetu Jagiellońskiego studia matematyczne, a następnie fizyczne. Wkrótce potem podjął pracę naukową z fizyki doświadczalnej pod kierunkiem profesora Augusta Witkowskiego i docenta Konstantego Zakrzewskiego, a następnie w 1913 r. rozpoczął doświadczalną pracę doktorską pod kierunkiem profesora Mariana Smoluchowskiego.

Wybuch I Wojny Światowej zastał Jana Weyssenhoffa w Szwajcarii. Tam kontynuował studia na Uniwersytecie u Zurychu, gdzie otrzymał doktorat na podstawie teoretycznej pracy z teorii kwantów *Anwendungen der Quantentheorie auf rotierende Gebilde und die Theorie des Paramagnetismus*. Następnie pracował jako fizyk doświadczalny na politechnice w Zurychu. W owym czasie zetknął się w Zurychu z Einsteinem. Spotkania te opisuje Weyssenhoff w artykule *Uwagi o życiu i twórczości Einsteina na tle własnych*

---

[31] S. Zaremba, Ann. de la Soc. Pol. de Math., 1926, **8**, 8 (1927).

[32] J. Rayski, B. Średniawa, Acta Phys. Pol. **B3**, No. 5, III 1972. B. Średniawa, Postępy Fizyki **23**, 461 1972. W artykułach tych podana jest pełna bibliogravia prac. J. Weyssenhoffa.

wspomnień[33]. Pierwsze krótkie spotkanie miało miejsce w 1916 r. Sposobności do bliższych kontaktów dostarczył dwumiesięczny pobyt Einsteina w Zurychu w 1919 r. O tym pobycie pisze Weyssenhoff we wspomnianym artykule: „Po dwóch z górą latach przyjechał znowu do Zurychu na dwumiesięczny cykl wykładów o obu teoriach względności w styczniu i w lipcu 1919 r. Brał wówczas udział w konwersatoriach fizycznych (zwanych tam Physikalisches Colloqium), na których byłem jednym z dwóch najgorliwszych referentów i wówczas, a szczególnie na wspólnych posiedzeniach w kawiarni, miałem sposobność bliższego kontaktowania się z Einsteinem".

W końcu 1919 r. Weyssenhoff wrócił do kraju i objął obowiązki asystenta przy Zakładzie Fizyki Uniwersytetu Jagiellońskiego u profesora Konstantego Zakrzewskiego. Interesował się wtedy kinetyczną teorią materii. Habilitował się w 1921 r. u profesora Natansona, jako jedyny dotychczas docent „z zakresu fizyki teoretycznej i doświadczalnej" na podstawie pracy o teorii ruchów Browna i prawa Stokesa. Bezpośrednio po habilitacji Weyssenhoff otrzymał nominację na profesora fizyki teoretycznej Uniwersytetu Stefana Batorego w Wilnie, gdzie przebywał do 1935 r. W okresie wileńskim zaczął zajmować się teorią względności oraz problemami geometrycznymi z nią związanymi. W czasie pobytu w Wilnie opublikował na temat teorii względności trzy prace.

Pierwsza z nich nosi tytuł *Komentarze do teorii względności I*[34]. Stanowi ona wstęp do dalszych badań Weyssenhoffa nad podstawami teorii względności i precyzuje jego stanowisko metodologiczne, które sam określał mówiąc, że jest „fizykiem teoretycznym o mentalności fizyka doświadczalnego". We wstępie do omawianej pracy autor zaznacza, że istnieją dwa sposoby precyzowania podstaw teorii fizycznych. Jeden z nich to aksjomatyzacja na wzór aksjomatyzacji w matematyce, drugi sposób, to możliwie konkretne, naoczne ujęcie podstaw fizyki aż do najdrobniejszych szczegółów, to podanie „doświadczeń idealnych", służących do pomiaru każdej nowo wprowadzonej wielkości. Weyssenhoff omawia szczegółowo i interesująco ogólne cechy tej metody, a następnie stosuje ją do teorii względności, podkreślając, że jest to teoria, stosująca się tylko do zjawisk makroskopowych.

Ponieważ teoria względności operuje pojęciem czasoprzestrzeni, Weyssenhoff rozważa to pojęcie wychodząc od współrzędnych Hilberta, mających tę cechę, że cztery współrzędne punktochwili x^1, x^2, x^3, x^4 rozpadają się na dwie grupy, a mianowicie trzy współrzędne przestrzeni x^1, x^2, x^3 i jedną czasową x^4. Aby te współrzędne przedstawić w sposób poglądowy, Weyssenhoff rozważa „obszar czasoprzestrzeni" wypełniony materią ciągłą. Wtedy współrzędne x^1, x^2, x^3 są to ogólne współrzędne krzywoliniowe, przyporządkowane w sposób ciągły i różniczkowalny tej materii ciągłej, którą Weyssenhoff nazywa materią odniesienia (przy założeniu, że umiemy identyfikować jej punkty). W każdym punkcie materii odniesienia, które nazywa się też punktami przestrzennymi, znajdują się „chronoskopy", wskazujące współrzędną x^4 w ten sposób, że późniejszym chwilom odpowiadają większe x^4. Gdyby wewnątrz obszaru wypełnionego materią znajdowało się wydrążenie

[33] J. Weyssenhoff, Post. Fiz. **6**, 481–488 1955.

[34] J. Weyssenhoff, Spraw. i Prace Polskiego Tow. Fiz. **3**, 295, 1928.

wolne od ciał materialnych, można by mówić o punktach i ich współrzędnych wewnątrz tego wydrążenia, jeżeli poprzez tę próżnię możemy przesyłać sygnały świetlne przebiegające pomiędzy punktami materii odniesienia, leżącymi na powierzchni wydrążenia.

Następna praca Weyssenhoffa o podstawach teorii względności nosi tytuł *Anschauliches zur Relativitätstheorie. I. Lineare Koordinaten und* g_{ik} *-Koeffizienten in der speziellen Relativitätstheorie*[35]. W pracy tej, pozostając na gruncie szczególnej teorii względności i wychodząc od „współrzędnych Galileusza" X, Y, Z, T, używanych zwykle w szczególnej teorii względności i określonych przez pomiary za pomocą sztabek mierniczych i zegarów, Weyssenhoff wprowadza nowe współrzędne x, y, z, t za pomocą transformacji liniowych jednorodnych, oblicza składowe tensora metrycznego g_{uv}[36] w szczególnej teorii względności jako funkcje x, y, z, t i bada interpretację fizyczną nowych współrzędnych oraz składowych tensora metrycznego. Wykazuje, że trójwymiarowy tensor metryczny, związany bezpośrednio z pomiarami długości i kątów dany jest wyrażeniem

$$\gamma_{ik} = g_{ik} - \frac{g_{4i}\, g_{4k}}{g_{44}}, \quad i,k = 1,2,3 \tag{1}$$

że krótki przedział czasowy, odczytany na chronoskopie jako ε jest równy $\varepsilon \sqrt{g_{44}}$ sek, a składowe g_{i4} są związane z asymetrią prędkości rozchodzenia się światła w dwóch przeciwnych kierunkach:

$$g_{i4} = c g_{44} \frac{c_i^+ - c_i^-}{2 c_i^+ \, c_i^-} \tag{2}$$

gdzie c jest prędkością światła, mierzoną we współrzędnych Galileusza, $\bar{c}_i^+$ i $\bar{c}_i^-$ są składowymi prędkości światła w kierunku osi x^i w kierunku przeciwnym.

Na przykładzie transformacji liniowej jednorodnej dwóch zmiennych

$$X = A(x - wt), \qquad Y = B(t - ax), \tag{3}$$

gdzie A, B, w, a są stałymi, o wyznaczniku transformacji różnym od zera, Weyssenhoff wykazuje, że przy „niewłaściwym" wyborze stałych, występujących w tej transformacji, można otrzymać takie rezultaty pomiarów, jak asymetrię prędkości rozchodzenia się światła w przeciwnych kierunkach (związaną, jak wynika z (2) z faktem, że składowe g_{i4}nie znikają); można otrzymać rezultat, że chronoskopy umieszczone w pewnych miejscach wskazują normalny bieg czasu, a w innych wsteczny. Powstawaniu tego rodzaju anomalii zapobiega nałożenie na transformację (3) warunków, które już dawniej sformułował (w ogólnej teorii względności) Hilbert. Interpretację tych warunków w szczególnej teorii względności podał Weyssenhoff w dalszej części omawianej pracy. Praca ta stanowi pomost pomiędzy szczególną a ogólną teorią względności, gdyż uwidacznia podobieństwo szczególnej teorii względności w ogólnych współrzędnych liniowych do ogólnej teorii względności w ogólnych współrzędnych Einsteina.

---

[35] J. Weyssenhoff, Zeits. f. Phys. **95**, 391, 1935.

[36] W omawianej pracy składowe te są oznaczone przez g i k.

W okresie wileńskim Jan Weyssenhoff napisał również krótką pracę *On the derivation of the laws of motion in the theory of relativity* [37], w której, wychodząc z praw zachowania pędu w szczególnej teorii względności, podał bardzo proste wyprowadzenie związku między pędem a prędkością.

Opublikował też artykuł przeglądowy *Zagadnienie elektronu w elektrodynamice klasycznej* [38], w którym przedyskutował osiągnięcia i braki klasycznej teorii elektronów i przedstawił próby zastosowania teorii względności do teorii elektronów. Napisał również artykuł popularny *Geometria wszechświata* [39], w którym opisał ówczesny stan astronomii galaktycznej i pozagalaktycznej oraz przedstawił modele kosmologiczne Einsteina, de Sittera i Lemaitre'a. Artykuł ten ukazał się w książce *Od gwiazdy do atomu,* zawierającej również trzy inne artykuły: Czesława Białobrzeskiego *Budowa i ewolucja gwiazd,* Ludwika Wertensteina *Budowa atomów i przemiany pierwiastków* i Szczepana Szczeniowskiego *Promienie kosmiczne.*

Zajmując się podstawami teorii względności Weyssenhoff już wcześnie zdał sobie sprawę z tego, że próby pogodzenia jej z mechaniką kwantową napotykają na wielkie trudności. Świadczy o tym jego krytyczny odczyt *Teoria względności a mechanika falowa* [40], wygłoszony na VII zjeździe fizyków w Krakowie we wrześniu 1934 r. Przedstawiwszy trudności, na jakie napotykały próby łączenia typowo makroskopowej teorii względności z teorią mikroskopową, jaką jest mechanika kwantowa i związana z nią kwantowa teoria pola, Weyssenhoff przypuszcza, że dotychczasowa fizyka rozporządza zbyt małą liczbą stałych fundamentalnych (są tylko dwie, prędkość światła i stała Plancka). W fizyce przyszłości powinno ich występować więcej. Aby taką możliwość dopuścić, Weyssenhoff sugeruje, że w przyszłej fizyce podstawową rolę będzie grać geometria bardziej ogólna niż geometria Minkowskiego lub Riemanna (na których opiera się teoria względności) i przypuszcza, że taką rolę może objąć piętnastoparametrowa geometria kul Liego, gdyż geometria ta zawiera w sobie dziesięcioparametrową grupę przekształceń Lorentza, grającą podstawową rolę w szczególnej teorii względności. Poza tym równania pola elektromagnetycznego w próżni są niezmiennicze wobec 15-parametrowej geometrii konforemnej, blisko związanej z geometrią kul Liego. Ponadto przez proste przekształcenie można od geometrii kul Liego przejść do geometrii, w której da się określić spinory, grające ważną rolę w mechanice kwantowej.

Te rozważania Weyssenhoffa, wypowiedziane w latach sukcesów zarówno teorii względności, jak i mechaniki kwantowej, gdy przeważająca większość fizyków sądziła, że wszystkie trudności zostały pokonane i gdy bardzo niechętnie słuchano głosów krytycznych, świadczy o trafnej intuicji Weyssenhoffa. Po 45 latach od wygłoszenia tego referatu, widać jasno, że trudności, o których wówczas pisał, nie zostały rozwiązane, a w ostatnich kilkunastu latach wielu teoretyków bada rolę transformacji konforemnych w kwanto-

---

[37] J. Weyssenhoff, Phil. Mag. **19**, 416, 1935.

[38] J. Weyssenhoff, Mathesis Polska **10**, 45, 1935.

[39] J. Weyssenhoff: *Od gwiazdy do atomu.* Warszawa: Trzaska, Evert i Michalski. I wyd. 1934, II wyd. 1936, str. 1–18.

[40] J. Weyssenhoff, Mathesis Polska **10**, 15, 1935.

wej teorii pola. Zresztą i Weyssenhoff rozpoczął w latach pięćdziesiątych badania nad rolą geometrii kul Liego w mikrofizyce (zob. niżej s.).

W 1935 r. profesor Jan Weyssenhoff został powołany na katedrę fizyki teoretycznej Uniwersytetu Jagiellońskiego, opróżnioną przez odejście w stan spoczynku profesora Władysława Natansona. Przed objęciem stanowiska na Uniwersytecie Jagiellońskim Weyssenhoff wyjechał na paromiesięczny pobyt w Instytute of Advaced Study w Princeton w stanie New Jersey (USA) gdzie zetknął się jeszcze raz z Einsteinem. Wracając stamtąd zatrzymał się na krótko w Cambridge w Anglii. Stanowisko profesora fizyki teoretycznej i kierownika katedry tego przedmiotu na UJ objął w październiku 1935 r.

Wraz z profesorem Weyssenhoffem przybył do Krakowa jego uczeń z Uniwersytetu Wileńskiego, Józef Kazimierz Lubański. Lubański[41], urodzony w 1914 r. w Rumunii, spędził młodość w Związku Radzieckim, a po przyjeździe w 1926 r. do Polski studiował fizykę, specjalizując się pod kierunkiem profesora Weyssenhoffa w fizyce teoretycznej. W latach 1935—1938 współpracował jako stypendysta Funduszu Kultury Narodowej w Krakowie z Weyssenhoffem i od 1937 r. z Mathissonem w dziedzinie teorii względności. W 1938 r. otrzymał stypendium na wyjazd naukowy do Holandii, gdzie pracował przez cały okres wojny ze znanymi fizykami holenderskimi, Kramersem, Belinfantem, i Rosenfeldem, głównie nad teorią cząstek o dowolnym spinie. Zmarł wskutek nieszczęśliwego wypadku w Delft w 1946 r. Nazwisko Lubańskiego znane jest fizykom głównie w związku z tzw. wektorem Pauliego–Lubańskiego.

Asystentem profesora Weyssenhoffa przy Katedrze fizyki teoretycznej został doktor matematyki Uniwersytetu Jagiellońskiego Adam Bielecki (obecnie profesor matematyki UMCS w Lublinie).

W Krakowie Weyssenhoff kontynuował pracę nad podstawami teorii względności, ogłaszając dwie publikacje. Pierwsza z nich to *Metrisches Feld und Gravitationsfeld*[42]. W pracy tej przyjmuje on definicję pola metrycznego jako obszaru czasoprzestrzennego z określoną metryką, a pola grawitacyjnego (zgodnie ze swoimi poprzednimi pracami) jako pola metrycznego z materią odniesienia i bada własności tej materii odniesienia, a w szczególności ruch jej małych (trójwymiarowych) obszarów względem układu lokalnie inercjalnego (jakim jest na przykład spadająca winda w ziemskim polu ciężkości), rozważa tensor odkształcenia tej materii, który rozkłada na część symetryczną ε_{ik} oraz część antysymetryczną ω_{ik}, związaną z obrotem materii odniesienia względem układu lokalnie inercjalnego. Wykazuje w końcu, że warunkiem koniecznym i dostatecznym na to, aby można było wszędzie wprowadzić współrzędne ortochroniczne (tj. takie aby rosnącemu czasowi odpowiadała rosnąca współrzędna x^4), jest aby tensor ω_{ik} znikał. Niemożliwe jest wprowadzenie takich współrzędnych na przykład na obracającej się tarczy.

Ostatnia praca Weyssenhoffa, dotycząca podstaw teorii względności, nosi tytuł *Anschauliches zur Relativitätstheorie II. Raumzeitmessungen in Gravita-*

[41] L. Rosenfeld, Acta Phys. Pol. **9**, 63, 1948; Informacje P. Heleny Weyssenhoffowej.
[42] J. Weyssenhoff, Bull. Acad. Pol. Sci., Classe. Mathem. Nat. Ser. A 252–254, 1937.

tionsfeldern[43]. W pracy tej, opierając się na omawianej już przez nas definicji pola grawitacyjnego, wskazuje najpierw na zagadnienia i trudności związane z realizacją układów lokalnie inercjalnych i realizacją ruchów bezobrotowych. Następnie stwierdza, że do pomiarów wykonywanych w układach współrzędnych lokalnie inercjalnych, które nazywa pomiarami pierwszego rodzaju, niepotrzebne są miarki, mające cechy sztywności, gdyż w układach tych nie działa pole grawitacyjne, nie ma w nich działań deformujących te miarki, które mogłyby być sporządzone nawet z gumy. W układach tych można mierzyć składowe tensora metrycznego (w otoczeniu rozważanej punktochwili) w sposób opisany w pracy *Anschauliches zur Relativitätstheorie I,* a następnie przy pomocy wzorów transformacyjnych obliczyć je w innych układach współrzędnych.

W polach grawitacyjnych (na przykład w laboratorium ziemskim) musi się przy mierzeniu długości i czasu (pomiary drugiego rodzaju) brać pod uwagę sprężyste własności miarek i zegarów i stwierdzić, kiedy są one praktycznie „sztywne". Praca kończy się krytyką fałszywego, ale często w dawniejszych podręcznikach podawanego aksjomatu, że zegar poruszający się mierzy „czas własny", stwierdzając, że do zmierzenia czasu własnego poruszającego się ciała materialnego konieczna jest nieskończona liczba zegarów, z których każdy jest związany z układem lokalnie inercjalnym i umieszczony w sąsiedztwie punktu przestrzeni, przez który przechodzi ruchomy punkt materialny.

Z wyników prac Weyssenhoffa nad podstawami teorii względności skorzystał znany duński fizyk C. Möller, który cytuje je w swoim szeroko rozpowszechnionym podręczniku *The theory of relativity,* mającym kilka wydań (pierwsze w 1952 r.).

Zanotować należy, że w roku akademickim 1936/37 profesor Weyssenhoff prowadził pierwszy w dziejach fizyki na UJ roczny wykład teorii względności, zarówno szczególnej jak i ogólnej.

W 1937 r. Jan Weyssenhoff ukończył pracę nad podstawami teorii względności i przystąpił do badania własności cząstek klasycznych obdarzonych spinem. Aby zrozumieć genezę tych prac, musimy cofnąć się o kilka lat i omówić działalność Myrona Mathissona w dziedzinie teorii względności w Warszawie.

6. DZIAŁALNOŚĆ MYRONA MATHISSONA W WARSZAWIE W LATACH 1930—1937

Myron Mathisson[44] urodził się w 1897 r. w Warszawie. W latach 1915—1919 studiował na wydziale inżynierii budowlanej Politechniki Warszawskiej, uzyskując tzw. półdyplom. W latach 1920—1924 był studentem wydziału filozoficznego Uniwersytetu Warszawskiego. W następnych latach, pracując dorywczo przy obliczeniach budowlanych i wytrzymałościowych, zajmował się fizyką teoretyczną. W 1930 r. uzyskał na wydziale filozoficznym Uniwersytetu Warszawskiego stopień doktora filozofii na podstawie pracy *Ogól-*

[43] J. Weyssenhoff, Zeits. f. Phys. **107**, 64—72, 1937.

[44] Arch. Uniw. Warsz., Album stud. nr UW 6767, Sekr. RP/WF2, informacje P. Heleny Weyssenhoffowej oraz prof. Ludwika Natansona.

na teoria względności a dynamika elektronu. Promotorem przewodu doktorskiego był prof. Czesław Białobrzeski. Po uzyskaniu doktoratu Mathisson, utrzymując się nadal z pracy w budownictwie, prowadził na UW wykłady z fizyki teoretycznej. Wykładał mechanikę kwantową według podręcznika van der Wardena *Grupentheorie und Quantenmechanik.*

W latach 1931—1933 Mathisson ogłosił trzy prace z fizyki teoretycznej, pozostające bez wątpienia w związku z jego pracą doktorską (której tekst nie zachował się w archiwum UW), oraz dwie prace matematyczne, łączące się z jego badaniami fizycznymi.

We wspomnianych pracach Mathisson zajął się zagadnieniem ruchu cząstek materialnych w ogólnej teorii względności. Jak wiadomo ogólna teoria względności w jej pierwotnym sformułowaniu opierała się na dwóch niezależnie od siebie przyjętych układach równań, a mianowicie na równaniach pola grawitacyjnego i równaniach ruchu cząstek w polu grawitacyjnym. Równania pola grawitacyjnego, w których występują wyrażenia związane z tensorem krzywizny czasoprzestrzeni, są równaniami różniczkowymi cząstkowymi. Równania ruchu są to równania tzw. geodetyk (krzywych będących uogólnieniem linii prostych w geometrii euklidesowej), będących równaniami różniczkowymi zwyczajnymi. Jednak wkrótce po sformułowaniu ogólnej teorii względności w 1916 r. pojawiło się pytanie, czy wszystkie założenia, na których opiera się ta teoria, są od siebie niezależne, a w szczególności czy można równania ruchu wyprowadzić z równań pola. Na tę możliwość wskazywał fakt, że równania pola grawitacyjnego są równaniami nieliniowymi.

Równania geodetyk wyprowadzili z równań pola w 1927 r. Einstein i Grommer w pracy *Allgemeine Relativitätstheorie und Bewegungsgesetz* [45]. Rozważali oni punktowe cząstki materialne jako osobowości pola grawitacyjnego (miejsca, w których pole grawitacyjne staje się nieskończone) i dla tych osobliwości wyprowadzili z równań pola pewną zasadę wariacyjną. Przyjąwszy następnie, że osobliwość ta (opisana tensorem energii i pędu) jest tego rodzaju, że w pewnym układzie współrzędnych przestrzennych ma własność symetrii centralnej, otrzymali z zasady wariacyjnej równania geodetyki. Praca Einsteina i Grommera zapoczątkowała trwające do dzisiaj intensywne badania nad wyprowadzeniem równań ruchu z równań pola grawitacyjnego. Zagadnieniem tym zajął się również Mathisson.

W pracy *Die Beharrungsgesetze in der allgemeinen Relativitätstheorie* [46] Mathisson wyprowadza przede wszystkim zasadę wariacyjną, pozwalającą z równań pola otrzymać równania ruchu cząstek w tym polu. Metoda wyprowadzenia zasady wariacyjnej różni się jednak od metody Einsteina i Grommera. Mathisson — wychodząc z równań pola grawitacyjnego ogólnej teorii względności — uważa najpierw, zgodnie z Einsteinem i Grommerem, linie świata punktów materialnych za osobliwości tego pola. Następnie każdą z tych linii osobliwych otacza rurką czasoprzestrzenną i poza rurkami rozkłada tensor pola grawitacyjnego na sumę tensora, opisującego „tło" gra-

---

[45] A. Einstein, J. Grommer, Sitzungsber. der preuss. Akad. der Wiss., phys-mat. Klasse **1**, 1927.

[46] M. Mathisson, Zeits. f. Phys. **67**, 270—277, 1931.

witacyjne (najczęściej w zastosowaniach jest to tensor metryczny szczególnej teorii względności) oraz tensor metrycznego słabego pola grawitacyjnego, opisującego odstępstwo od tła w sąsiedztwie rurek. To słabe pole spełnia w pierwszym przybliżeniu pewne równanie różniczkowe cząstkowe, w którym występuje tensor energii i pędu cząstki. Do równań tych dołącza się „warunek normalizacyjny", narzucony przez znikanie czterodywergencji tensora energii i pędu. Następnie (inaczej niż Einstein i Grommer), zamiast uważać linie pola grawitacyjnego za osobliwości tego pola, Mathisson przedłuża zewnętrzne pole grawitacyjne do wnętrza rurki, zastępując osobliwość przez pole opisane skończonym tensorem metrycznym, a pierwotnie osobliwy na tej linii tensor energii i pędu przez tensor nieosobliwy. W dalszym ciągu wprowadza dowolne czterowymiarowe pole wektorowe znikające poza pewnym obszarem czterowymiarowym i przy pomocy tego pola formułuje zasadę wariacyjną dla pola grawitacyjnego, pozwalającą na zamianę całki po obszarze czterowymiarowym na całkę liniową wzdłuż linii świata cząstki i na wypisanie zasady wariacyjnej dla tej linii świata. Założenie, że cząstka ma centralną symetrię (w odpowiednio dobranym układzie współrzędnych), daje równanie geodetyki i stałość masy cząstki.

W drugiej pracy, mającej tytuł *Die Mechanik des Materieteilches in der allgemeinen Relativitätstheorie*[47] Mathisson wyprowadza równania ruchu cząstki z równań pola grawitacyjnego stosując metodę opóźnionych potencjałów grawitacyjnych. Rozwiązuje mianowicie (przy tych samych założeniach o symetrii cząstki) przybliżone liniowe równania pola grawitacyjnego, o których była mowa. Wstawiając ich rozwiązania do warunku normującego otrzymuje znowu równania geodetyki i stałość masy cząstki. Metoda ta jest rachunkowo prostsza niż metoda użyta w pracy poprzedniej.

W trzeciej pracy *Bewegungsproblem der Feldphysik und Elektronenkonstanten*[48] stwierdza autor we wstępie, że rozwiązania równań pola zależą od struktury cząstki i robi pierwszą próbę uwolnienia się od stosowanego dotąd powszechnie założenia o centralnej symetrii cząstki. Udowadnia mianowicie twierdzenie, że gdy jako metrykę tła obierzemy metrykę szczególnej teorii względności, możemy rozwiązania przybliżonych liniowych równań pola grawitacyjnego rozwinąć, dla dużych przestrzennych odległości od cząstek materialnych, na szereg wyrazów, podobnych od wyrażeń na potencjały multipolowe w teorii elektromagnetyzmu.

Wspomnimy tu jeszcze tylko tytuły dwóch matematycznych prac Mathissona o rozwiązywaniu równań różniczkowych cząstkowych typu hiperbolicznego występujących w zagadnieniach teorii względności. Są to *Eine neue Lösungsmethode für Differentialgleichungen von normalen hyperbolischen Typus*[49] oraz *Die Parametrixmethode in Anwendung auf hyperbolische Gleichungssysteme*[50].

W 1935 r. Mathisson wyjechał na roczny pobyt do Związku Radzieckiego, gdzie prowadził wykłady na Uniwersytecie w Kazaniu. Po powrocie

---

[47] M. Mathisson, Zeits. f. Phys. **67**, 826–844, 1931.
[48] M. Mathisson, Zeits. f. Phys. **69**, 389, 408, 1931.
[49] M. Mathisson, Math. Ann. **107**, 400–419, 1932.
[50] M. Mathisson, Prace Mat.-Fiz. **41**, 177–184, 1933.

w 1936 r. przebywał przez kilka miesięcy w Warszawie. W 1937 r. ukazała się najważniejsza praca Mathissona *Neue Mechanik materieller Systeme*[51], w której rozważa on ruch cząstek materialnych w polu grawitacyjnym, nie zakładając jednak, że cząstki te mają symetrię sferyczną. W wyprowadzonej wcześniej (w pracy o prawach zachowania w ogólnej teorii względności) zasadzie wariacyjnej (zob. wyżej s. 775), rozwija wprowadzone tam pole wektorowe na szereg Taylora, otrzymując pod całką szereg wyrazów, w których występują momenty multypolowe grawitacyjne, będące odpowiednikami momentów multypolowych, występujących w teorii elektromagnetyzmu.

Uwzględnienie w zasadzie wariacyjnej tylko pierwszego wyrazu rozwinięcia dało Mathissowi znane równanie geodetyki, a więc rezultat znany już dawniej. Natomiast uwzględnienie dalszych wyrazów rozwinięcia daje równanie różniczkowe linii świata (czyli równanie ruchu) wyższego rzędu i znacznie bardziej skomplikowane niż równanie geodetyki. Mathisson wyprowadza równanie ruchu cząstki biorąc najpierw pod uwagę dwa pierwsze wyrazy rozwinięcia w zasadzie wariacyjnej. W równaniach tych oprócz masy występuje „wektor momentu dipolowego" n^{λ}[52] i „biwektor spinu" $s^{\lambda\mu}(\lambda\mu = 1, 2, 3, 4)$. Mathisson rozpatruje przypadek szczególny, gdy $n^{\lambda} = 0$, $s^{\lambda\mu} \neq 0$, który nazywa cząstką dipolową. Równanie ruchu takiej cząstki jest trzeciego rzędu, a więc rzędu wyższego niż równanie ruchu punktu materialnego scharakteryzowanego tylko przez masę. Następnie Mathisson wyprowadza równania ruchu cząstki kwadrupolowej, uwzględniając trzy pierwsze wyrazy rozwinięcia w zasadzie wariacyjnej. Równania te są czwartego rzędu. W omawianej pracy Mathisson nie rozwiązuje jeszcze równań ruchu cząstki dipolowej i kwadrupolowej.

Omawiana praca ma podstawowe znaczenie dla rozwoju teorii cząstek spinowych. Uwalniając się od założenia symetrii sferycznej cząstek, Mathisson umożliwił podejście do badania struktury cząstek od strony teorii klasycznej, jaką jest teoria względności, a w związku z tym do klasycznego potraktowania spinu, stanowiącego typowo kwantową własność cząstek. Ta pionierska praca otworzyła nową obszerną dziedzinę badań w teorii względności.

Druga możliwość, to jest cząstkę, dla której wektor n^{λ} nie znika, znika natomiast $s^{\lambda\mu}$, rozpatrywali w 1940 r. Hönl i Papapetrou[53], którzy nadali jej nazwę „Pol-Dipol Teilchen". Cząstka ta, gdy jej rozmiary dążą do zera przy nie znikającym n musi być dipolem grawitacyjnym, a więc musi się składać z masy dodatniej i ujemnej, podczas gdy rozpatrywana przez Mathissona cząstka, scharakteryzowana przez $n^{\lambda} = 0$, $s^{\lambda\mu} \neq 0$ ma masę tylko dodatnią.

Równania wprowadzone w pracy o nowej mechanice układów punktów materialnych rozwiązał Mathisson w następnej pracy *Das zitternde Elektron und seine Dynamik*[54], lecz zrobił to jedynie w przypadku nierelatywistycznym,

[51] M. Mathisson, Acta Phys. Pol. **6**, 163—200, 1937.

[52] Wskaźniki oznaczone literami greckimi przebiegają cztery wartości 1, 2, 3, 4.

[53] H. Hönl i A. Pappapetrou, Zeits. f. Phys. **112**, 512, 1940, zob. też H. Hönl, Erg. d. exact. Naturw. **26**, 291, 1952.

[54] M. Mathisson, Acta Phys. Pol. **6**, 218—227, 1937.

gdy prędkość cząstki jest mała wobec prędkości światła w próżni. Jako rozwiązanie otrzymał w odpowiednio dobranym układzie współrzędnych jednostajny ruch cząstki po okręgu (o dowolnym promieniu). W trakcie tego ruchu moment pędu cząstki jest stały. W dalszej części pracy Mathisson podjął pierwszą próbę kwantowania tego rodzaju ruchu.

Czytelnik, znający formalizm matematyczny szczególnej i ogólnej teorii względności, może znaleźć przedstawienie idei Mathissona, Weyssenhoffa i współpracowników oraz ich badań nad równaniami ruchu klasycznych cząstek spinowych w referacie Bronisława Średniawy *Relativistic equations of motion of "spin particles"*[55].

7. PRACE GRUPY JANA WYSSENHOFFA I MYRONA MATHISSONA W LATACH 1937—1939 NAD ZAGADNIENIEM RELATYWISTYCZNYCH RÓWNAŃ RUCHU CZĄSTEK

W 1937 r. Mathisson, który otrzymał dzięki staraniom profesora Weyssenhoffa stypendium, umożliwiające mu pracę naukową, przybył do Krakowa i w roku tym rozpoczęła się współpraca Weyssenhoffa, Mathissona oraz Bieleckiego i Lubańskiego. Jej rezultatem były trzy publikacje. Pierwsza z nich to praca J. Lubańskiego, napisana pod kierunkiem Mathissona pt. *Neue Bewegungsgleichungen materieller Systeme in Minkowskischer Welt*[56]. Lubański stosuje w niej metodę Mathissona, rozwiniętą w pracy o mechanice cząstki materialnej (zob. wyżej s.), polegającą na wykorzystaniu rozwiązań przybliżonych równań liniowych pola grawitacyjnego. Otrzymane przez Mathissona grawitacyjne potencjały opóźnione, Lubański rozwija na szereg potencjałów multypolowych i stosując „warunek normalizacyjny" otrzymuje równania ruchu cząstki dipolowej i kwadrupolowej, identyczne z odpowiednimi równaniami otrzymanymi przez Mathissona w pracy *Neue Mechanik materieller Systeme* (zob. wyżej s. 777).

Drugą publikacja, to krótki list Weyssenhoffa *A nonradiating motion of a spinning electron*[57] do „Nature". W liście tym Weyssenhoff wskazuje na możliwość usunięcia trudności, związanych z faktem, że ruch cząstki naładowanej, krążącej po okręgu (który Mathisson otrzymał jako rozwiązanie równań ruchu cząstki dipolowej) nie jest w myśl zasad teorii elektromagnetyzmu stabilny, gdyż cząstka ta emituje promieniowanie hamujące jej ruch. Gdy jednak, jak wskazuje Weyssenhoff, założymy, że krążący po torze kołowym elektron obdarzony ładunkiem elektrycznym posiada również moment magnetyczny, to moment ten można tak dobrać, aby promieniowanie elektromagnetyczne cząstki posiadającej ten moment skompensowało promieniowanie elektromagnetyczne krążącego ładunku elektrycznego. Cząstka taka, poruszająca się ruchem jednostajnym po okręgu, nie promieniuje. Wtedy znika trudność związana z niestabilnością ruchu naładowanej cząstki

---

[55] Materiały konferencji *Spin. torsion, rotation and supergrawity* Erice, maj 1979, red. P. Bergmann i V. de Sabbata.

[56] J. Lubański, Acta Phys. Pol. **6**, 356–370, 1937.

[57] J. Weyssenhoff, Nature **141**, 329, 1938.

dipolowej. Argumenty te, nieco zmodyfikowane, zostały ogłoszone przez Weyssenhoffa w drugim liście do „Nature", noszącym ten sam tytuł[58].

Ostatnią pracą tego okresu jest wspólna publikacja Bieleckiego, Mathissona i Weyssenhoffa *Sur le théorème concernant une transformation d'integrales quadruples en integrales curvilignes dans l'espace de Riemann*[59]. Autorzy wypowiadają tu precyzyjnie i udowadniają twierdzenie o zamianie poczwórnej całki, występującej w pracy Mathissona o nowej mechanice układów materialnych (zob. wyżej s. 777) na całkę liniową.

W 1929 r. Mathisson otrzymał stypendium zagraniczne i od wiosny tegoż roku pracował w Anglii, w Cambridge.

8. OKRES WOJNY I OKUPACJI 1939—1945. PRACE MATHISSONA W CAMBRIDGE. PRACE WEYSSENHOFFA I RAABEGO W KRAKOWIE

Wybuch II Wojny Światowej przerwał na wiele miesięcy pracę naukową. W wyniku wypadków wojennych prof. Weyssenhoff znalazł się we Lwowie, gdzie w latach 1939—1941 wykładał na Politechnice Lwowskiej. Jedynie Mathisson kontynuował w latach 1939—1940 pracę w Cambridge, gdzie ogłosił wyniki swoich badań w publikacji *The Variational equations of relativistic dynamics*[60], w której wyprowadził jeszcze raz swoją zasadę wariacyjną, biorąc tym razem jako tło metrykę szczególnej teorii względności i rozpoczął badanie ruchu swojej cząstki w zewnętrznym polu sił elektromagnetycznych.

Dalsze badania przerwała śmierć Mathissona, który zmarł na grypę we wrześniu 1940 r.[61] Wyniki tych badań zebrał i przygotował do publikacji P. A. M. Dirac w pośmiertnej pracy Mathissona pt. *Relativistic dynamics of a spinning magnetic particle*[62], w której Mathisson zajął się własnościami cząstki dipolowej, posiadającej ładunek elektryczny i moment magnetyczny, w szczególnej teorii względności. Wyprowadził równania ruchu takiej cząstki w przypadku gdy jest ona swobodna, jak również gdy znajduje się w polu elektromagnetycznym oraz obliczył pole elektryczne i magnetyczne takiej cząstki.

W jesieni 1941 r. profesor Weyssenhoff powrócił do Krakowa. Po aresztowaniu profesorów wyższych uczelni krakowskich w listopadzie 1939 r. i zamknięciu wyższych szkół przez Niemców, profesorowie i asystenci Uniwersytetu Jagiellońskiego i innych szkół wyższych organizowali i prowadzili tajne studia oraz tajną pracę naukową. Także profesor Weyssenhoff zorganizował po przyjeździe do Krakowa w 1941 r. tajne seminarium z zagadnień cząstki spinowej, w którym wzięli udział: Adam Bielecki, Antoni Raabe i Bronisław Średniawa (student UJ w latach 1935—39). Zespół ten rozpoczął pod kie-

[58] J. Weyssenhoff, Nature **157**, 809, 1946.

[59] A. Bielecki, M. Mathisson, J. Weyssenhoff, Bull. de l'Acad. Pol. des Science et des Lettr., Classe des Sciences Math. et Nat., Serie A, 22—28, 1939.

[60] M. Mathisson, Proc. Cambr. Phil. Soc. **36**, 331—350, 1940.

[61] P. A. M. Dirac, Nature **146**, 613, 1940.

[62] M. Mathisson, Proc. Cambr. Phil. Soc. **38**, 40—60, 1942.

runkiem profesora Weyssenhoffa pracę naukową. Wkrótce Weyssenhoff i Raabe otrzymali pierwsze wyniki w teorii cząstek spinowych.

Antoni Raade, urodzony w 1915 r. studiował fizykę[63] w Warszawie od 1932 r. Studia ukończył przed wojną, jednak dokument ukończenia studiów nie zachował się. Raabe zetknął się we Lwowie z profesorem Weyssenhoffem i przyjechał z nim do Krakowa. Współpraca Weyssenhoffa z Raabem była bardzo owocna, trwała jednak krótko, gdyż Raabe, zatrzymany w czerwcu 1942 r. przez Niemców podczas łapanki, został aresztowany i zesłany do obozu koncentracyjnego w Oświęcimiu, gdzie w cztery miesiące później zmarł. Wynikiem współpracy Weyssenhoffa z Raabem były dwie prace, ogłoszone dopiero po wojnie najpierw w skrócie w „Nature" i następnie w „Acta Physica Polonica", a referowane na tajnym spotkaniu fizyków w Warszawie w 1942 r.

Pierwsza z tych prac nosi tytuł *Relativistic dynamics of spin fluids and spin particles*[64]. Weyssenhoff i Raabe rozważają tutaj fluid spinowy, to jest płyn niespójny, dla którego w każdym miejscu oprócz gęstości masy określony jest biwektor gęstości wewnętrznego momentu pędu i w którym gęstość pędu ma kierunek na ogół różny od prędkości. Równania ruchu takiego fluidu wynikają z zasady zachowania pędu i zasady zachowania całkowitego krętu, będącego sumą zwykłego momentu pędu i wewnętrznego momentu pędu. Całkując następnie te równania po małej bryłce fluidu, autorzy otrzymują równania ruchu tej bryłki, którą nazywają cząstką spinową. Równania te są równoważne równaniom ruchu cząstki dipolowej Mathissona, lecz dzięki temu, że wprowadzono do teorii pęd cząstki (który nie jest na ogół równoległy do prędkości cząstki), mają one tak prostą postać, że dadzą się ogólnie rozwiązać. Rozwiązaniem jest (podobnie jak w szczególnym, nierelatywistycznym przypadku, rozwiązanym przez Mathissona) w odpowiednio dobranym układzie współrzędnych (w którym przestrzenne składowe pędu znikają), jednostajny ruch po okręgu o odpowiednio dobranym promieniu z dowolną prędkością, mniejszą od prędkości światła. Autorzy wyprowadzają w tej pracy również równania ruchu cząstki spinowej, obdarzonej ładunkiem elektrycznym i momentem magnetycznym, znajdującej się w polu elektromagnetycznym. Zauważmy, że w równaniach ruchu cząstki, poruszającej się wolniej niż światło, można obrać jako zmienną niezależną czas własny.

Fakt, że w pewnym układzie współrzędnych cząstka porusza się po okręgu nasuwa myśl, aby całe koło traktować jako własną cząstkę spinową. Interpretacja taka napotyka jednak na trudności, gdy promień okręgu jest duży (może być nawet makroskopowy). Aby okręg miał dostatecznie małe rozmiary, prędkość cząstki musi być (jak wynika z wzorów Weyssenhoffa i Raabego) bliska prędkości światła. W drugiej pracy pt. *Relativistic dy-*

[63] Arch. Uniw. Warsz., Album stud. t. 9, nr 41900.

[64] J. Weyssenhoff, Nature **157**, 766, 1946. J. Woyssenhoff, A. Raabe, Acta Phys. Pol. **9**, 7–18, 1947.

[65] J. Weyssenhoff, Nature **157**, 767, 1946. J. Weyssenhoff, A. Raabe, Acta Phys. Pol. **9**, 19–25, 1947.

namics of spin-particles moving with the velocity of light[65], Weyssenhoff i Raabe wykonują przejście graniczne, dążąc z prędkością cząstki do prędkości światła. Przejście to jest związane z trudościami, gdyż wówczas nie można używać w rachunkach czasu własnego, lecz trzeba wziąć dowolny parametr rosnący z biegiem czasu. Po pokonaniu tych trudności autorzy otrzymali równania, których rozwiązaniem jest w odpowiednio dobranym układzie współrzędnych jednostajny ruch po okręgu o ściśle określonym promieniu.

Dwie dalsze prace z tej serii pt. *Further contributions to the dynamics of spin-particle moving with the velocity smaller than that of light*[66], oraz *Futher contributions to the dynamics of spin-particles moving with the velocity of light*[67] zawierają rozwinięcie strony matematycznej teorii cząstek spinowych, zarówno swobodnych, jak i cząstek w polu elektromagnetycznym.

Charakter fizyczny posiada natomiast praca *On two relativistic models of Dirac's electron*[68], w której Weyssenhoff porównuje własności obu cząstek spinowych, poruszającej się wolniej niż światło i poruszającej się z prędkością światła, z własnościami elektronu Diraca, dochodząc do wniosku, że tylko cząstkę spinową, poruszającą się z prędkością światła można uważać za klasyczny (relatywistyczny) model elektronu Diraca, gdyż dla obu tych cząstek:

1. pęd i prędkość nie są równoległe,
2. prędkość klasycznej cząstki spinowej po okręgu, podobnie jak wartość własna składowej prędkości w dowolnym kierunku w teorii elektronu Diraca są równe prędkości światła,
3. w obu teoriach moment pędu nie jest stałą ruchu i należy do niego dodać wewnętrzny moment pędu (ruchu po okręgu, względnie spinowy moment pędu), aby stałą ruchu otrzymać,
4. jeżeli podstawimy do wzorów Weyssenhoffa i Raabego doświadczalną masę elektronu i wewnętrzny moment pędu $\hbar/2$, otrzymamy promień okręgu równy długości fali Comptona dla elektronu (rzędu 10^{-11}cm) i częstość obiegu równa częstości „drgawek Schrödingera" charakterystycznych dla teorii elektronu Diraca,
5. warunek stabilności ruchu po okręgu dla cząstki spinowej w polu elektromagnetycznym jest taki sam, jak warunek w teorii elektronu Diraca, aby w tym polu nie tworzyły się pary negaton — pozyton.

Zreferowane przez nas prace znalazły szeroki oddźwięk, trwający do dzisiaj. Niektóre artykuły przeglądowe, cytujące te prace, wymienione są na s. . Tutaj zaznaczymy tylko, że teorią cząstek spinowych zainteresował się szczególnie L. de Broglie, który nazywa ją „théorie de M. Jan v. Weyssenhoff" i poświęca jej całą książkę o cząstkach o spinie 1/2[69], wydaną w 1952 r.

---

[66] J. Weyssenhoff, Acta Phys. Pol. **9**, 26—33, 1947.
[67] J. Weyssenhoff, Acta Phys. Pol. **9**, 34—45, 1947.
[68] J. Weyssenhoff, Nature **157**, 842 1946, Acta Phys. Pol. **9**, 46—53, 1947.
[69] L. De Broglie: *La théorie de particules à spin 1/2. (Electrons de Dirac.)* Paris: Gauthier — Villars 1952 stron 164.

9. PRACE JANA WEYSSENHOFFA I BRONISŁAWA ŚREDNIAWY Z TEORII CZĄSTEK SPINOWYCH, WYKONANE W LATACH 1945—1959

Po wyzwoleniu w 1945 r. wysiłek pracowników szkół wyższych musiał skupić się przede wszystkim na pracy dydaktycznej i odbudowie zniszczonych i zdewastowanych zakładów, co nie sprzyjało rozwijaniu intensywnej pracy naukowej. Pracę naukową podjął jednak prof. Jan Weyssenhoff jako kierownik Zakładu Fizyki Teoretycznej UJ wraz z asystentem Bronisławem Średniawą. W latach 1945—1951 ukazały się (oprócz wykonanych w latach wojny i publikowanych po wojnie w 1946 i 1947 r. omówionych prac Weyssenhoffa oraz Weyssenhoffa i Raabego) tylko dwie prace z relatywistycznej teorii cząstek spinowych.

Pierwszą z nich była praca doktorska Bronisława Średniawy *Relatywistyczne równania ruchu cząstek dipolowych i kwadrupolowych swobodnych*[70], opublikowana w skrócie pt. *Relativistic equations of motion of free dipole and quadrupole particles*[71], rozpoczęta jeszcze w czasie okupacji. W pierwszej części tej pracy rozpatrywane są równania ruchu cząstki dipolowej na tle geometrii szczególnej teorii względności, otrzymanej z zasady Mathissona przez uwzględnienie dwóch pierwszych wyrazów, scharakteryzowanej zarówno przez $s^{\lambda\mu} \neq 0$ jak i $n^{\lambda} \neq 0$. Autor pokazuje, że równania cząstki monopolowo – dipolowej (dla której $n^{\lambda} \neq 0$, $s^{\lambda\mu} = 0$), dają jako rozwiązanie jednostajny ruch po okręgu, gdy dodamy do nich jako warunek poboczny żądanie stałości wektora n mianowicie $n^{\lambda}n_{\lambda} = const.$ W drugiej części wyprowadzono i rozwiązano równania ruchu cząstki kwadrupolowej. Okazało się, że rozwiązaniem tych równań jest znowu, w odpowiednio dobranym układzie współrzędnych, jednostajny ruch po okręgu.

Pod koniec lat czterdziestych i w latach pięćdziesiątych krakowscy fizycy teoretyczni, których liczba powoli wzrastała, zaczęli pracować również w innych działach fizyki, w fizyce jądrowej, kwantowej teorii pola i fizyce cząstek. Prace z teorii względności były jednak kontynuowane.

Pracę, która zapoczątkowała nowy kierunek badań w teorii cząstki spinowej, opublikował w 1951 r. prof. Weyssenhoff. Jako punkt wyjścia przyjął on fakt, że równania ruchu cząstek spinowych są równaniami różniczkowymi zwyczajnymi rzędu wyższego niż drugi. Powstaje więc pytanie, czy dla takich równań da się skonstruować tzw. formalizm kanoniczny, w którym wprowadza się uogólnione pędy cząstek. Zagadnienie to dla równań różniczkowych wyższego rzędu, będących formalnym uogólnieniem równań ruchu Newtona, rozwiązał już w połowie XIX w. Ostrogradzki[72]. Korzystając z tego Bopp[73] wyprowadził formalizm kanoniczny opisujący ruch cząstki dipolowej, poruszającej się wolniej niż światło, biorąc jako parametr czas własny. Bopp zamierzał, w oparciu o hamiltonian występujący w tym formaliźmie, skwantować klasyczny model cząstki spinowej i otrzymać w ten

---

[70] B. Średniawa, praca dvktorska, 1947.

[71] B. Średniawa, Acta Phys. Pol. **9**, 99–108, 1947.

[72] M. Ostrogradzki, Mem. de l'Ac de St. Pet. **6**, 358, 1850, zob. E. T. Whittaker: *Dynamika analityczna*. Warszawa: PWN 1959.

[73] F. Bopp, Zeits. f. Naturforschung **1**, 196, 1946.

sposób widmo mas cząstek elementarnych (co zresztą okazało się niewykonalne). Formalizm Boppa nie dozwalał jednak na przejście z prędkości cząstki do prędkości światła (a taka cząstka powinna być według Weyssenhoffa modelem elektronu Diraca), wobec czego Weyssenhoff postanowił zbudować formalizm kanoniczny, z którego wynikną równania ruchu cząstki poruszającej się z prędkością światła. Do tego celu nadawał się formalizm kanoniczny jednorodny, dopuszczający zmiany parametru. Ograniczając się do badania cząstki swobodnej Weyssenhoff oparł się na prostych założeniach, żądając, aby lagrangian (od którego zwykle zaczyna się budowę formalizmu kanonicznego) był regularny, relatywistycznie niezmienniczy oraz aby całka liniowa z lagrangianu nie zależała od parametru i aby pozostawała skończona, gdy prędkość cząstki zmierza do prędkości światła.

W pracy *Relativistically invariant homogenous canonical formalism with higher derivatives* [74], Weyssenhoff zbudował taki jednorodny formalizm kanoniczny z wyższymi pochodnymi, który dał równania ruchu Weyssenhoffa i Raabego dla cząstki spinowej poruszającej się z prędkością światła (i wówczas lagrangian był całką pierwszą równań ruchu). Natomiast dla cząstki spinowej, poruszającej się wolniej niż światło, formalizm ten dawał równania ogólniejsze niż równania Weyssenhoffa i Raabego dla takiej cząstki.

Wyniki badań nad cząstką spinową streścił Weyssenhoff w dwóch artykułach. Pierwszy, opublikowany w *Max Planck Festschrift* w 1958 r. nosi tytuł *Über die klassisch relativistische Behandlung des Spinproblems* [75]. W recenzji wspomnianego tomu w czasopiśmie „Uspiechy fiziczeskich nauk" prof. D. Iwanienko poświęcił najwięcej miejsca omówieniu artykułu Bohra i Weyssenhoffa. Drugi artykuł pt. *Modèles relativistes de particules à spin et lignes d'univers isotropes* [76] zawiera tekst referatu, wygłoszonego na międzynarodowej konferencji grawitacyjnej *Les théories relativistes de la gravitation* w Royaumont w 1959 r.

Teoria cząstek spinowych była oczywiście rozwijana nietylko w Krakowie, zajmowano się nią w wielu ośrodkach na świecie. Bibliografie prac, poświęcone tej teorii można znaleźć na przykład w cytowanych wyżej artykułach H. Hönla, B. Średniawy i monografiach K. Westphala [77] i E. Schmutzera [78]. Teoria ta budzi zainteresowanie również obecnie. Dowodem tego może być fakt, że w tzw. szkole letniej *Spin, torsion, rotation and supergravity* (Erice, maj 1979) poświęcono jej kilka referatów.

Dzisiaj, po niepowodzeniu prób skwantowania teorii cząstek spinowych można w każdym razie powiedzieć, że całość badań nad tą teorią wskazuje, iż z ogólnej teorii względności, teorii fluidu spinowego czy z zasad wariacyjnych z wyższymi pochodnymi (a więc z teorii o charakterze klasycznym) wynika istnienie struktur o charakterze płaskim, mających pewne cechy cząstek.

---

74 J. Weyssenhoff, Acta Phys. Pol. **10**, 303 305, 1951; ibid. **11**, 49 70, 1951.

75 J. Weyssenhoff, Max Planck Festschrift, 155–168, 1959.

76 J. Weyssenhoff, Coll. Int. du Centre Nation, de la Recherche Scient. **91**, 58, 1962.

77 K. Westphal, Relativistische Bewegungsprobleme, Freiburg i. Br., 1964.

78 E. Schmutzer: *Relativistische Physik. Klassische Theorie*. Leipzig: Ak. Werlagsges. 1968.

Od 1951 r. prof. Weyssenhoff poświęcił się poszukiwaniom teorii, która umożliwiłaby uzgodnienie teorii względności i mechaniki kwantowej, rozwijając idee, których zalążki tkwiły w jego cytowanym wyżej referacie *Teoria względności a mechanika falowa* z 1935 r. Część wyników swoich badań z tej dziedziny Weyssenhoff opublikował w pracy *On the microstructure of the world. I. The elementary lenght* [79], w której wykazał, że przyjąwszy jako elementy podstawowe fizyki kule Liego i odzorowując je na punkty trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej, dochodzi się do konieczności przyjęcia nowej stałej fundamentalnej o wymiarze długości.

Dalszym badaniem w dziedzinie teorii cząstki spinowej zajęli się uczniowie i współpracownicy profesora Weyssenhoffa.

10. PRACE ZBIGNIEWA BORELOWSKIEGO Z TEORII CZĄSTEK SPINOWYCH I ANDRZEJA BIAŁASA Z TEORII PROMIENIOWANIA CZĄSTKI DIPOLOWEJ W LATACH 1960—1965

Prace te, będące bezpośrednią kontynuacją prac Weyssenhoffa i Mathissona zreferujemy krótko, gdyż czas ich powstania wybiega poza okres lat 1909—1959, będący tematem niniejszej pracy. Borelowski zajął się badaniem własności cząstek spinowych swobodnych i cząstek spinowych poddanych słabemu polu grawitacyjnemu. W pierwszej pracy [80] wykazał, że jeżeli ograniczymy się do badania takich ruchów swobodnej cząstki spinowej z prędkością mniejszą niż prędkość światła, dla których lagrangian jest całką ruchu, wówczas otrzymuje się z jednorodnego formalizmu kanonicznego Weyssenhoffa również równanie ruchu dla cząstki spinowej, poruszającej się wolniej niż światło. Borelowski zbadał też jednorodny formalizm kanoniczny dla cząstki spinowej posiadającej lagrangian z pochodnymi prędkości do rzędu drugiego względem czasu własnego (a więc wyższe niż lagrangian Weyssenhoffa) [81]. Otrzymał równania ruchu mające jako rozwiązanie jednostajny ruch po okręgu w odpowiednio dobranym układzie współrzędnych (co zgadza się z rezultatem, jaki otrzymał B. Średniawa dla cząstki kwadrupolowej w swojej pracy doktorskiej). Obie wymienione prace stanowiły podstawę do ubiegania się o stopień doktora, który Borelowski otrzymał w 1962 r. Promotorem był profesor Weyssenhoff.

W następnej pracy [82] został skonstruowany dwupunktowy model cząstki spinowej. Autorzy (Borelowski i Średniawa) zbudowali tu klasyczny model dla kwantowej bilokalnej teorii pola Borna [83], rozwijanej przez Rayskiego [84] i innych. Model ten składa się z dwóch punktów materialnych, których odległość jest w stosownie obranym układzie współrzędnych stała. Oba punkty mają te same masy. Postulując te same własności lagrangianu (będącego obecnie funkcją prędkości środka masy, współrzędnych względnych

[79] J. Weyssenhoff, Acta Phys. Pol. **11**, 273—297, 1952.
[80] Z. Borelowski, Acta Phys. Pol. **20**, 619—632, 1961.
[81] Z. Borelowski, Acta Phys. Pol. **21**, 609—635, 1962.
[82] Z. Borelowski, B. Średniawa, Acta Phys. Pol. **25**, 609—616, 1964.
[83] M. Born, Rev. Mod. Phys. **21**, 456, 1949.
[84] J. Rayski, Helhv. Phys. Acta **36**, 1081—1094, 1963.

i prędkości względnych) oraz całki liniowej z lagrangianu, jakie stawiał Weyssenhoff przy konstrukcji jednorodnego formalizmu kanonicznego (zob. wyżej s. 782), autorzy otrzymali dla cząstek poruszających się wolniej niż światło, równania ruchu, których rozwiązaniem w układzie środka masy S jest jednostajny ruch kołowy obu punktów dokoła S.

W dalszych pracach[85] Borelowski badał własności cząstek spinowych jednopunktowych (Mathissona i Weyssenhoffa), oraz cząstek dwupunktowych (Borelowskiego i Średniawy), uzyskując interesujące wyniki.

Andrzej Białas, wyprowadził w trzech pracach[86] z 1961 i 1962 r. wyrażenia na potencjały elektromagnetyczne dipola elektromagnetycznego, poruszającego się ruchem dowolnym i otrzymał tensor energii i pędu pola jego promieniowania w postaci jawnie relatywistycznie niezmienniczej. Otrzymane wzory zastosował do ruchu kołowego i hiperbolicznego dipola. Prace te, wykonane pod kierunkiem profesora Weyssenhoffa były podstawą do otrzymania stopnia doktora w 1962 r.

W ostatniej pracy[87] z tej dziedziny Andrzej Białas wyprowadził prawa zachowania dla cząstki spinowej w polu grawitacyjnym, dopuszczającym grupę ruchów.

11. UWAGI O PRACACH JERZEGO RAYSKIEGO, ANDRZEJA BIAŁASA I ANDRZEJA STARUSZKIEWICZA W LATACH SZEŚĆDZIESIĄTYCH I SIEDEMDZIESIĄTYCH

W latach sześćdziesiątych rozpoczęto w Krakowie badania również w dziedzinach teorii względności, nie związanych z tematyką prac profesora Weyssenhoffa.

Jerzy Rayski (student Uniwersytetu Jagiellońskiego w latach 1936—1939), do 1958 r. profesor fizyki teoretycznej Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu, przybył do Krakowa w 1958 r. Główną dziedziną badań prof. Rayskiego była i jest kwantowa teoria pola, w kręgu jego zainteresowań znajduje się również ogólna teoria względności. Rayski w latach 1960 i 1961 zajmował się badaniem praw zachowania energii i pędu w ogólnej teorii względności przy użyciu formalizmu tetradowego; od 1965 r. konstruował teorie unifikacyjne, początkowo pięciowymiarowe, łączące pole grawitacyjne z polem elektromagnetycznym. Później rozwijał teorie unifikacyjne, w których liczbę wymiarów zwiększał do ośmiu; w tych prekursorskich badaniach czynił próby unifikacji grawitacji i elektromagnetyzmu z oddziaływaniami silnymi i słabymi.

Andrzej Białas zajmował się w latach 1963—1965 zagadnieniem klasyfikacji pól grawitacyjnych oraz problemem fal grawitacyjnych. Jego współpracownikami w tych pracach byli Elżbieta Białas, Bogdan Kozarzewski (który uzyskał doktorat w 1966 r. na podstawie pracy z ogólnej teorii

---

85 Z. Borelowski, Acta Phys. Pol. **28**, 349—360; 1965; **28**, 585—597, 1965; **30**, 21—38, 1965; **30**, 777—790, 1966.

86 A. Białas, Acta Phys. Pol. **20**, 831—844, 1961; **22**, 349—361, 1962; **22**, 499—510, 1962.

87 A. Białas, Acta Phys. Pol. **25**, 71—74, 1964.

względności) oraz Halina Świątak. Po 1965 r. Andrzej Białas zajął się intensywnie badaniami w dziedzinie wysokich energii i cząstek elementarnych.

Andrzej Staruszkiewicz opisał w swej pracy doktorskiej w 1963 r. trójwymiarowy model relatywistycznej teorii grawitacji, w którym można dokładnie rozwiązać równania pola grawitacyjnego. Promotorem pracy doktorskiej był profesor Weyssenhoff. Następnie Staruszkiewicz zajmował się problemem wielu ciał w szczególnej teorii względności, badając przede wszystkim oddziaływanie dwóch cząstek naładowanych.

Wspomnimy też o pracy J. Szarskiego pt. *Some axiomatic approach to the special theory of relativity* [88], mającej charakter matematyczny, gdzie autor podaje poprawne sformułowanie zbioru aksjomatów, z których bez odwołania się do intuicji fizycznej wynika transformacja Lorentza.

Dowodem tego, że idee Weyssenhoffa są jeszcze obecnie aktualne, są prace B. Kuchowicza [89] o zastosowaniu fluidu Weyssenhoffa do rozważań kosmologicznych.

Recenzent: Zbigniew Strugalski

Б. Среднява

ПЯТЬДЕСЯТ ЛЕТ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ В КРАКОВЕ (1909—1959 ГГ.)

В настоящей статье описана деятельность Краковского центра физики в области теории относительности, начиная с 1909 года, когда профессор Витковски выступил с первым докладом о теории относительности в Академии Наук в Кракове, по 1959 год, когда профессор Вейссенгофф докладывал на гравитационном съезде в Руаиамон о совокупности работ в области теории спиновой частицы, сделанных в Кракове. Более поздный период описан также, но короче.

В § 1 описана деятельность профессора Витковского как теоретика, его интерес к теории эфира и теории относительности, вклад Витковского и Лории в популяризацию теории относительности.

В § 2 обсуждается серия пяти работ Камиля Крафта в области частной теории относительности. В годах 1911—1912 Крафт занимался теорией электромагнитного поля и свойствами трансформации Лоренца. В § 3 дано содержание докторской диссертации Леопольда Инфельда *Световые волны в теории относительности.* Инфельд получил ученую степень доктора в 1921 году. Критическая работа профессора Станислава Зарембы обсуждена в § 4.

Интенсивная работа в области теории относительности началась в 1935 году, когда прибывший из Вильна профессор Ян Вейссенгофф принял кафедру теоретической физики в Ягеллонском университете. Работы Яна Вейссенгоффа, сделанные в Вильне и продолжаемые в Кракове, посвящены основам теории относительности, обсуждаются в § 5. В этих работах толкуется вопрос об измерении и интерпретации составляющих метрического тенсора в области частной и общей теории относительности.

В § 6 описаны работы Матиссона, сделанные в Варшаве в 1930—1937 гг., касающиеся вопроса вывода управнений движения частиц из уравнений гравитационного поля,

[88] J. Szarski, Prace matematyczne (Commentationes mathematicae) **14**, 79—85, 1970.
[89] B. Kuchowicz, Acta Cosmologica **3**, 109, 1975, ibid. **4**, 67, 1976; Curr. Sci. **45**, 281, 1976.

в частности работа, в которой был сформулирован вариационный принцип Матиссона и выведены уравнения движения спиновой частицы.

В § 7 описаны работы группы Вейссенгоффа и Матиссона в области релятивистицкой теории частиц со спином с 1937—1939 годов, прежде всего работа Ю. Любанского, работавшего в этом коллективе.

В § 8 представлена работа в годы войны и оккупации. Описаны здесь последние работы Матиссона о движении магнитного диполя, сделанные в Англии и обсуждены работы Вейссенгоффа и Раабего в Кракове в области теории спинового флуида и спиновой частицы, двигающейся со скоростью света. В этих работах показано, что каждая из этих частиц, если она свободна, движется в соотвественно подобранной системе координат по окружности с постоянной скоростью. Указано сходство спиновых частиц с электроном Дирака.

В § 9 описаны работы 1945—1959 годов, сначала Б. Среднявы на тему движения дипольных и квадрупольных частиц, а потом работа Я. Вейссенгоффа, посвященная однородному каноническому формализму с высшими производными, из которого можно вывести уравнения движения спиновой частицы, двигающейся со скоростью света и представлены взгляды Вейссенгоффа на вопрос о возможности формулировки теории, опирающейся на 15-типараметровой группе шаров Ли, содержающей как частный случай частную теорию относительности.

В § 10 кратко представлены работы З. Бореловского и А. Бяласа от 1961—1965 гг. по теории спиновых частиц, которые были продолжением работ Матиссона и Вейссенгоффа и представлена двуточечная модель спиновой частицы. § 11 содержит замечания о работах по теории относительности, сделанных в Кракове в шестидесятые и семидесятые годы.

B. Średniawa

THEORY OF RELATIVITY IN JAGELLONIAN UNIVERSITY IN CRACOW IN THE PERIOD OF FIFTY YEARS 1909—1959

We present here the activity of the Cracow center of physics in the domain of the theory of relativity from the year 1909, when professor Witkowski held his first lecture on the relativity principle in the Cracow Academy of Sciences till 1959 when professor Weyssenhoff presented on the survey of the whole series of papers written in Cracow on the theory of spin particle. The period after 1959 is treated quite shorty.

In § 1 the activity of professor Augustine Witkowski in theoretical physics, his interests in the theory of ether are described. Also the merits of Witkowski and Loria in the propagation of Einsteins ideas are mentioned. In § 2 a series of five papers of Camil Kraft on special relativity is discussed. Kraft worked in 1911 and 1912 in relativistic theory of electromagnetism and studied the properties of Lorentz transformations. In § 3 the content of Leopold Infeld's Ph.D dissertation *Light waves in the theory of relativity* is presented. Infeld got his Ph.D in 1921. In § 4 the critical paper of Stanisław Zaremba is discussed.

The systematic research in relativity began in Cracow in 1935 when professor Weyssenhoff (who came from the University of Wilno) became the head of the chair of theoretical physics in Jagellonian University. Im § 5 the papers of Weyssenhoff on the foundations of relativity, performed in Wilno and continued in Cracow are presented. In these papers the problems of measurements in relativity and of the physical interpretation of the components of the metric tensor are discussed.

In § 6 the papers of Mathisson, performed in Warsaw in 1930—1933 on the problem of the derivation of the equations of motion from the gravitational field equation are presented, particulatry the paper, in which his variational principle was formulated and the equations of motion of the spin particle were obtained. Mathisson came to Cracow in 1937.

In § 7 the work of the team of Weyssenhoff, Mathisson and their collaborators in the theory of spin particles in 1937—1939 is presented, particulary the paper of J. Lubański, the member of this team.

The work during the war and German occupation in the secret University is presented in § 8. Two last Mathisson'a papers made in England ars mentioned. The work of Weyssenhoff and Raabe done in Cracow on the theory of spin fluid and of spin particles moving slower than light and the ones moving with the velocity of light is presented. In this work (published after the war) it was shown that each of these particles (when it is free) performs in a properly chosen frame of reference a uniform circular motion. Also the research of Weyssenhoff on the analogies of spin particles and Dirac electron is presented.

In § 9 the reseach of the years 1945—1951 is presented, containing the work of. B. Średniawa on the motion of dipole and quadrupole particles and the research of. J. Weyssenhoff on the construction of the homogenous canonical formalism with higher derivatives, allowing the derivation of the equations of motion of spin particles moving with the velocity of light. Here also Weyssenhoff's views on the possibility of the formulation of a theory based on the 15- parametric geometry of Lie spheres, containing spetial relativity as particular case is mentiond.

In § 10 the work of Z. Borelowski and A. Białas from 1961—1965 on the theory of spin particles, being the continuation of Mathisson's and Weyssenhoff's research are shortly discussed. Also a bipoint model of spin particle is mentioned. In § 11 some remarks about the work in relativity theory performed in Cracow in sixties ans seventies are madel.