

Šmid, Waclaw

Kontekst odkrycia teorii kwantów : szkic historyczno-heurystyczny

Kwartalnik Historii Nauki i Techniki 29/1, 123-144

1984

Artykuł umieszczony jest w kolekcji cyfrowej Bazhum, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych tworzonej przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego.

Artykuł został zdigitalizowany i opracowany do udostępnienia w internecie ze środków specjalnych MNiSW dzięki Wydziałowi Historycznemu Uniwersytetu Warszawskiego.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.



Wacław Śmid
(Częstochowa)

KONTEKST ODKRYCIA TEORII KWANTÓW SZKIC HISTORICZNO-HEURYSTYCZNY

WSTĘP

W dniu 14 grudnia 1900 r. Max Planck (1858—1947) przedstawił na forum Niemieckiego Towarzystwa Fizycznego rozprawę: *Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspektrum*¹. Rezultat uzyskany w tej pracy sprowadzał się do stwierdzenia, iż w układach fizycznych energia nie może przyjmować dowolnych wartości. Pojawiło się w fizyce po raz pierwszy pojęcie kwantu energii. Odkrycie to, nie mieszczące się zupełnie w ramach fizyki klasycznej, opisującej materię i energię jako wielkości ciągłe, doprowadziło do rewolucji nie tylko w fizyce. Przenikając do świadomości uczonych, zapoczątkowało globalną naukową rewolucję. Stało się podstawą poznania struktury zjawisk mikroświata i podstawą dla zbudowania ich teorii — mechaniki kwantowej.

Chcę przypomnieć, iż w czasach kiedy Planck pracował nad termodynamiką promieniowania ciała doskonale czarnego, którego pojęcie wprowadził do fizyki w 1860 r. Gustaw Kirchhoff (1824—1887)², istniał już na ten temat olbrzymi materiał doświadczalny, do którego jego kwantowa teoria właśnie nawiązała. Zdziawiający jest fakt, że szczegóły rozważań, które zamierzam dalej przedstawić, a które doprowadziły do powstania idei kwantów, nie wzbudzały aż do 1905 r. większego zainteresowania, zaś ich nieliczne opisy były nieprecyzyjne, bezkrytyczne, a często wręcz dezinformujące. Tak więc wydaje się, iż należy sięgnąć do oryginalnych prac uczonego³, które dają wgląd tak w historyczny, jak i w heurystyczny kontekst

¹ N. Planck: *Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspektrum*. „Verh. d. Deutsch. Phys. Ges.” 1900 s. 237.

² G. Kirchhoff: *Über das Verhältnis zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen der Körper für Wärme und Licht*. „Ann. d. Phys. und Chem.” 1860 s. 275.

³ M. Planck: *Die Entstehung und bisherige Entwicklung der Quantentheorie*. Leipzig 1920.

narodzin teorii kwantowej; wspomnieć też należy o popularnej i barwnej w sensie opisowym, ale mało znanej monografii Rosenfelda ⁴, traktującej o historii idei. Jednym słowem odkrycie M. Plancka nie weszło do fizyki ze zwykłym dla wszelkiej rewolucji rozgłosem, choć spowodowało i przewrót w myśleniu i kolosalny postęp w procesie poznawania struktury materii.

Istnieją co najmniej dwie grupy problemów, które należy rozwikłać, by lepiej poznać i w pełni docenić istotę śmiałej idei; pierwsza z nich nosi charakter raczej historyczny:

1. Czy Max Planck znał podane przez W. Rayleigha (1842—1919) prawo rozkładu promieniowania ciała doskonale czarnego otrzymane na gruncie mechaniki klasycznej?

2. Jaka była istota metody badawczej M. Plancka i w czym faktycznie Planck odszedł od metody statystycznej L. Boltzmann'a (1844—1906)?

Chcę od razu powiedzieć, iż większość autorów odpowiada na pierwsze pytanie twierdząco, interpretując wprowadzenie kwantów energii jako reakcję na sygnały o „kryzysie”, spowodowanym licznymi sprzecznościami między podstawami mechaniki klasycznej a rezultatami eksperymentów. Tymczasem trudno mówić o kryzysie skoro wszystkie prace badawcze, jakie napisano na temat promieniowania ciała doskonale czarnego aż do lata 1900 r. nie wykorzystały w pełni możliwości mechaniki klasycznej. Tylko w maju 1900 r. wspomniany wyżej lord Rayleigh opublikował dwustronicową wzmiankę dotyczącą tego problemu, w której wyprowadził prawo rozkładu w sposób klasyczny ⁵. M. Planck nie powoływał się jednak nigdzie na ten artykuł. Można jednakże przyjąć założenie, iż wiedział o tej pracy, lecz, być może, nie przywiązywał do niej większego znaczenia, tak jak do innych artykułów, jakie się w tym czasie ukazały. Przyczyn, dla których Planck nie interesował się zbyt innymi pracami upatrywać należy, moim zdaniem, w jego własnym podejściu do problemu promieniowania, w jego, że tak powiem, własnym programie badawczym. Wiąże się to z drugim pytaniem i trzeba tu wspomnieć, iż sam Planck często w swych pismach wskazywał, że istota jego nowatorstwa polega głównie na tym, jak interpretuje podejście L. Boltzmann'a, tyle, że z dyskretną formą energii. Rosenfeld ⁶ zaś wprost stwierdza, iż metody obliczeniowe Plancka z klasycznego, boltzmannowskiego punktu widzenia to „czysta herezja”. Niemniej „herezja” ta okazała się w rzeczywistości płodną heurystycznie ideą przewodnią M. Plancka.

Problemy metodologiczne z tym związane można sformułować w postaci następujących pytań:

3. Do jakiego stopnia można mówić o wpływie ówczesnej sytuacji eksperymentalnej i teoretycznej na odkrycie Plancka w sensie inspiracyjnym?

⁴ L. Rosenfeld: *La première phase de l'évolution de la théorie des quanta*. „Osiris” 1936 s. 149.

⁵ W. Rayleigh: *Remarks upon the Law of Complete Radiation*. „Phil. Mag.” 1900 s. 539.

⁶ L. Rosenfeld: *Max Planck et la définition statistique de l'entropie*. W: *Max Planck — Festschrift 1959*. Berlin 1958 s. 203.

4. Jaki jest stosunek teorii Plancka do mechaniki klasycznej, kinetycznej teorii gazów i klasycznej teorii promieniowania?

5. Czy można mówić jedynie o fizycznym, czy też o matematycznym kontekście odkrycia kwantu działania oraz jaka jest natura tego „skoku jakościowego” w dziedzinie teorii fizycznej?

Próba odpowiedzi na te pytania jest przedmiotem dalszych rozważań: sądzę, iż wymaga to szczegółowego i analitycznego przedstawienia wywodów Plancka, uwikłanych tak w historyczny, jak i teoriopoznawczy kontekst, w którym dojrzały. Pamiętać nadto trzeba o swoistych cechach biografii uczonego; Planck był wówczas 42 letnim dystyngowanym profesorem fizyki w Uniwersytecie Berlińskim i dzięki licznym publikacjom — znanym autorytetem w dziedzinie termodynamiki. Był człowiekiem wielkiej dyscypliny wewnętrznej, pracującym w samotności, oficjalnym i powściągliwym w stosunkach towarzyskich. W rzeczywistości zaś cechowała go niezwykła energia wewnętrzna, pasja do muzyki i języków obcych ⁷.

SYTUACJA DOŚWIADCZALNA

W 1897 r. kiedy Planck po raz pierwszy zwrócił uwagę na problem promieniowania ciała doskonale czarnego, miał 40 lat i zajmował się interpretacją II zasady termodynamiki. Uwagę Plancka na problem promieniowania zwróciło sformułowanie prawa Kirchhoffa ⁸, które pretendowało w owym czasie do miana uniwersalnego prawa rozkładu. Kirchhoff i niezależnie od niego Steward wykazali, iż natura promieniowania w zamkniętym układzie w warunkach równowagi nie zależy od własności znajdujących się w nim ciał, jeżeli tylko wszystkie one znajdują się w stanie równowagi termodynamicznej z promieniowaniem. W takiej sytuacji, stwierdza Planck „[...] rozkład promieniowania przedstawia coś absolutnego i tak jak zawsze uważałem absolut za cel wszelkiej naukowej działalności, tak też zawzięcie wziąłem się do pracy” ⁹.

Trzeba zaznaczyć, iż niektóre własności tej uniwersalnej funkcji rozkładu znane były w zasadzie już na przełomie lat osiemdziesiątych ubiegłego stulecia. Oznacza się ją zwykle jako

$$\rho(v, T)$$

gdzie

$$\rho(v, T) dv$$

wyraża energię promieniowania cieplnego w przedziale częstości od ν do $\nu + d\nu$, przypadającą na jednostkę objętości w temperaturze T .

Otóż w 1879 r. Joseph Stefan (1835—1893) ustalił empiryczną zależność energii wypromieniowanej przez jednostkę powierzchni dowolnego rzeczywistego

⁷ B. Cline: *The Questioners: Physicists and the Quantum Theory*. New York 1966

⁸ W. T. Whittaker: *A History of the Theories of Aether and Electricity*. T. 1. London 1951 s. 371.

⁹ M. Planck, „Naturwissenschaften” 1953 s. 153.

obiekty w jednostce czasu od temperatury w całym możliwym zakresie długości fal (czy też zamiennie — częstości promieniowania). Wkrótce po tym L. Boltzmann udowodnił, iż zależność empiryczna otrzymana przez Stefana słuszna jest także dla ciała doskonale czarnego¹⁰. Od tej pory związek ten nosi nazwę prawa Stefana — Boltzmann i ma postać:

$$(1) \quad E = \sigma T^4$$

gdzie σ — stała, zależna od własności ciała.

Jest rzeczą niezmiernie interesującą, iż Boltzmann we wspomnianej pracy zinterpretował teoretycznie ów doświadczalny rezultat, stosując, po pierwsze, II zasadę termodynamiki do zjawiska promieniowania, po wtóre zaś, potraktował promieniowanie jako gaz, którego zachowanie opisuje poprawnie kinetyczna teoria gazów; założył przy tym, iż ciśnienie takiego „gazu” równe jest ciśnieniu promieniowania, którego wartość przewiduje elektromagnetyczna teoria J. C. Maxwella, a które doświadczalnie potwierdził eksperyment Lebediewa¹¹.

Tak więc, korzystając z wprowadzonej uprzednio definicji całkowitej energii promieniowania, można w kontekście empirycznego prawa Stefana uwzględnić teoretyczny wkład L. Boltzmann przyjmując, iż całkowitą energię promieniowania (czyli prawo Stefana) można otrzymać całkując w całym zakresie częstości ową funkcję rozkładu, czyli:

$$(2) \quad E_\nu = \int_0^\infty \rho(\nu, T) d\nu = \sigma T^4$$

Ponieważ pomiędzy częstością promieniowania a długością fali zachodzi związek podany przez teorię falową (Huyghens)

$$c = \lambda \cdot \nu$$

niektórzy z autorów poszukiwali owej wartości funkcji rozkładu także w zależności od długości fali. Po wprowadzeniu przez Kirchhoffa pojęcia ciała doskonale czarnego jako idealnego modelu ciał rzeczywistych, realnych, prace wielu fizyków drugiej połowy XIX w. były poświęcone właśnie określeniu gęstości promieniowania takiego obiektu. Podsumowanie rezultatów ważniejszych badań doświadczalnych tego okresu, wraz z rezultatami własnych eksperymentów opisał w 1897 r. Friedrich Paschen (1865—1947), który podał także¹² wzór empiryczny na gęstość promieniowania całkowitego, odnosząc ją do różnych obiektów rzeczywistych:

$$(3) \quad E_\lambda = C \cdot \lambda^{-a} \cdot e^{-\frac{c}{\lambda T}}$$

¹⁰ L. Boltzmann: Ableitung Stefan'schen Gesetzes, betreffend Abhängigkeit der Wärmestrahlung von der Temperatur auf der elektromagnetischen Lichttheorie. „Ann. d. Phys.” 1884 s. 291.

¹¹ W. Werner: *Dzieje rozwoju fizyki*. „Mathesis Polska” 1935. Por. też W. Śmid: *Eksperyment Lebediewa*. „Fizyka w Szkole 1977 s. 85.

¹² P. Paschen: *Über Gesetzmäßigkeit in der Spektren fester Körper*. „Ann. d. Phys.” 1896 s. 465 oraz 1897 s. 662.

gdzie C oraz c i α — stałe charakteryzujące materiał, z którego był zbudowany dany obiekt, T — temperatura bezwzględna, λ — długość fali promieniowania, e — podstawa logarytmów naturalnych.

Do przeprowadzenia dokładnych pomiarów natężenia promieniowania przystąpili O. Lummer i E. Pringsheim; do momentu rozpoczęcia przez nich badań większość istniejących już rezultatów eksperymentalnych dotyczyła konkretnych ciał rzeczywistych. Oni zaś obrali jako obiekt badań ciało doskonale czarne, którego model należało przedtem stworzyć. Mogło to być ciało rzeczywiste, ale o charakterystykach dostatecznie zbliżonych do charakterystyk takiego idealnego obiektu. Na drodze analizy właściwości różnych modeli doszli do wniosku, iż najbliższym w dziedzinie charakterystyk ciała doskonale czarnemu będzie model laboratoryjny w postaci wnęki. Badanie promieniowania takiej wnęki prowadzili przez szereg lat. O rezultatach pierwszego etapu badań zakomunikowali — niemal równocześnie z Paschenem — w roku 1897. W swych eksperymentach posługiwali się dwiema wnękami¹³. Jedną ze ściankami miedzianymi, drugą o ściankach z żelaza. Nagrzewano je do różnych temperatur — miedzianą do 877°K, żelazną zaś od 799°K do 1561°K. W pierwszym etapie tych badań sprawdzono prawo Stefana — Boltzmann, prowadząc pomiary w szerokim zakresie temperatur. Stwierdzono, że prawidłowości takie zachodzą rzeczywiście. Rezultaty następnego etapu badań autorzy ci opublikowali w pracach z lat 1899—1900¹⁴.

W roku 1900 podali ostatnie wyniki wszystkich badań¹⁵. Było to niespełna na kilka miesięcy przed wystąpieniem M. Plancka na posiedzeniu Niemieckiego Towarzystwa Fizycznego w Berlinie. Lummer i Pringsheim podali następujący, empiryczny wzór na całkowitą energię promieniowania modelu ciała, najbardziej zbliżonego pod względem własności do idealnego tworzy — ciała doskonale czarnego:

$$(4) \quad E_{\lambda} = C \cdot T \cdot \lambda^{-4} \cdot e^{-\frac{c}{(\lambda T)^b}} \quad 1,2 \leq b \leq 1,3$$

Miało to być udoskonalone przedstawienie tzw. prawa Wilhelma Wiena (1846—1928), o którym będzie mowa w dalszych rozważaniach.

Należy wspomnieć, iż podobne równanie w tym samym mniej więcej czasie podali również na drodze eksperymentalnej W. A. Michelson (1887), H. F. Weber (1888) oraz R. von Kovesligethy (1890)¹⁶. Porównanie wszystkich tych wyników ze wspomnianym teoretycznym prawem Wiena wskazało na duże rozbieżności. Identyczne stwierdzenie podali inni autorzy, a mianowicie H. Rubens i P. Kurlbaum,

¹³ O. Lummer, E. Pringsheim: *Die Strahlung eines „schwarzen“ Körpers zwischen 100 und 1300° C.* „Ann. d. Phys.” 1897 s. 395.

¹⁴ O. Lummer, E. Pringsheim: *Die Verteilung der Energie im Spektrum des schwarzen Körpers.* „Verh. d. Deutsch. Phys. Ges.” 1899 s. 23.

¹⁵ O. Lummer, E. Pringsheim: *Die Verteilung der Energie im Spektrum des schwarzen Körpers.* „Verh. d. Deutsch. Phys. Ges.” 1900 s. 163.

¹⁶ H. Kängro: *Vorgeschichte des Planckschen Strahlungsgesetzes, Messungen und Theorien der spektralen Energieverteilung bis zur Begründung der Quantenhypothese.* Wiesbaden 1970.

którzy rozpoczęli nieco później analogiczne badania ¹⁷. Wzmiankowana tu zaledwie sprzeczność (do problemu tego wróć nieco później) złożyła się właśnie na powstanie sytuacji eksperymentalnej, dojrzałej na tyle, by do usunięcia tych sprzeczności zabrał się Planck.

SYTUACJA TEORETYCZNA

W 1893 r. wspomniany już Wilhelm Wien otrzymał ważne rezultaty swych teoretycznych dociekań ¹⁸. Rozważając zmiany objętości obszaru zawierającego promieniowanie dochodzi do wniosku, że promieniowanie emitowane z wnętrza można traktować jako gaz i zastosować doń II zasadę termodynamiki. Tak więc Wien wywiódł tym sposobem konsekwencję ¹⁹, która nakładała na funkcję rozkładu energetycznego $\rho(\nu, T)$ pewne warunki, ograniczające jej stosowalność. Chodzi tutaj o znane prawo przesunięć Wiena, który żądał, by funkcja ta przyjęła formę:

$$(5) \quad \rho(\nu, T) = \nu^3 \cdot f\left(\frac{\nu}{T}\right)$$

gdzie $f\left(\frac{\nu}{T}\right)$ zależy tylko od stosunku częstości i temperatury. Zaś jawną jej postać wyraża równanie:

$$(6) \quad \rho(\nu, T) = \alpha \cdot \nu^3 \cdot e^{-\beta \frac{c}{T}}$$

w którym α i β — stałe.

Wien podał także jawną postać wyrażenia na wartość całkowitej energii promieniowania ciała doskonale czarnego, a mianowicie:

$$(7) \quad E_\lambda = C \cdot \lambda^{-5} \cdot e^{-\frac{c}{\lambda T}}$$

gdzie również C i c — stałe.

Przy wyprowadzaniu tej, zwanej później prawem Wiena, zależności, jej autor korzystał z założeń dotyczących procesu promieniowania molekuly. Założenia te wychodziły już poza ramy fizyki klasycznej, co sprawiło iż wzór (7) nie cieszył się powodzeniem u większości ówczesnych fizyków, choć miał w zasadzie identyczną postać formalną jak wzór Paschena.

W maju 1900 r. lord Rayleigh (1842—1919) opublikował w „Philosophical Magazine” (zob. przypis 5) krótką wzmiankę, zatytułowaną: *Uwagi o prawie pel-*

¹⁷ H. Rubens, F. Karlbaum: *Advendung der Methode der Reststrahlen zur Prüfung des Strahlungsgesetzes*. „Ann. d. Phys.” 1901 s. 649.

¹⁸ W. Wien: *Temperatur der Entropie des Strahlung*. „Ann. d. Phys.” 1894 s. 132.

¹⁹ W. Wien: *Über die Energieverteilung im Emissionspektrum eines schwarzen Körpers*. „Ann. d. Phys.” 1896 s. 662.

nego promieniowania. Na dwu stronicach wykazał tam, że jeżeli do „postaci drgań eteru” można zastosować prawa mechaniki statystycznej i zasadę ekwipartycji energii, to prawo rozkładu tej energii dla ciała doskonale czarnego będzie określone jednoznacznie i będzie posiadać formę różniącą się w sposób zasadniczy od formy prawa Wiena. Rayleigh doskonale zdawał sobie sprawę z umownego charakteru takiego rozumowania mówiąc, iż „problem ten winien rozstrzygać eksperyment”. Próbował jednakże tymczasem przedstawić modyfikację prawa Wiena, którego postać *a priori* „wydaje się bardzo prawdopodobna”. Próby przez niego podejmowane napotykały jednak na trudności, związane właśnie z koncepcją Maxwella— Boltzmannna o ekwipartycji energii.

Metoda, jaką posłużył się Rayleigh, jest dość osobiwa. Jego argumentacja tyczyła bezpośrednio promieniowania, nie powoływał się przy tym na żaden konkretny system materialny, z którym by to promieniowanie znajdowało się w stanie równowagi termodynamicznej. Według niego liczba stojących fal elektromagnetycznych w zamkniętej przestrzeni, których częstotliwości mieszczą się w przedziale od ν do $\nu + d\nu$ jest wprost proporcjonalna do $\nu^2 d\nu$. Średnia zaś energia takich drgań, przypadająca na jeden stopień swobody, byłaby — niezależnie od częstotliwości drgań — wprost proporcjonalna do temperatury T . Należy zatem postulować — według Rayleigha — że funkcja rozkładu promieniowania winna przyjąć formę:

$$(8) \quad \rho(\nu, T) \sim \nu^2 \cdot T$$

I tak choć lord Rayleigh nie powiedział tego wprost we wspomnianej pracy, było dla niego faktem oczywistym, że prawo rozkładu w tej postaci nie może być spełnione dla wszystkich częstotliwości, ponieważ prowadziłoby to do koncentracji nieskończonej wartości energii w zakresie wysokich częstotliwości; całka z funkcji $\rho(\nu, T)$ byłaby — formalnie rzecz ujmując — rozbieżna. W związku z tym Rayleigh stwierdza: „Jeżeli wprowadzimy czynnik eksperymentalny, to wyrażenie uzyska ostatecznie postać

$$(9) \quad \rho(\nu, T) = \alpha \cdot \nu^2 \cdot T \cdot e^{-\beta \frac{\nu}{T}}$$

Nie mogę jednak powiedzieć, czy równanie to wyraża fakty doświadczalne zadowalająco dobrze. Mam nadzieję, że pytanie to może szybko uzyskać odpowiedź ze strony fizyków eksperymentatorów, zajmujących się tą dziedziną badań”.

Dalsze poszukiwania prowadził nieco później James Jeans (1877—1946) stosując metody klasycznej mechaniki statystycznej do zbioru fal stojących. Doszedł ponownie do wzoru Rayleigha²⁰.

$$(10) \quad E_\lambda = 8\pi kT \cdot \lambda^{-4}$$

gdzie k — stała Boltzmannna.

Sytuację ogólną (doświadczalną + teoretyczną) można przedstawić następująco za pomocą tabeli:

²⁰ J. Jeans: *On the Partition of Energy between Matter and Aether*. „Phil. Mag.” 1905 s. 91.

Prawa rozkładu energii promieniowania			
empiryczne		teoretyczne	
Stefana — Boltzmann (1879)	$E_\lambda = \sigma T^4$	Wiena (1893)	$\rho(\nu, T) = a\nu^3 \cdot e^{-\beta \frac{\nu}{T}}$ $E_\lambda = C \cdot \lambda^{-5} \cdot e^{-\frac{c}{\lambda T}}$
Paschena (1897)	$E_\lambda = C \cdot \lambda^{-a} \cdot e^{-\frac{c}{\lambda T}}$	Rayleigha (1905)	$\rho(\nu, T) = a\nu^2 \cdot T \cdot e^{-\beta \frac{\nu}{T}}$ $E_\lambda = 8\pi kT \cdot \lambda^{-4}$
Lummera — Pringsheima (1900)	$E_\lambda = CT^{-4} \cdot \lambda \cdot e^{-\frac{c}{(\lambda T)^b}}$ $1,2 \leq b \leq 1,3$	PLANCKA	?

KONTEKST ODKRYCIA

W pierwszym²¹ z serii pięciu artykułów, które Planck przedstawił Pruskiej Akademii Nauk w latach 1897—1899 wyłożył cały swój program badawczy w dziedzinie teorii promieniowania. Był on w istocie konsekwencją jego wcześniejszych prac z termodynamiki. Idea polegała na tym, że jeśli układ fizyczny w postaci promieniowania elektromagnetycznego zamkniętego w określonej przestrzeni oddziałuje ze zbiorem oscylatorów harmonicznych, to można wykazać, że przejście takiego systemu do stanu równowagi zachodzi zgodnie z prawami elektromagnetyzmu. Planck był przekonany, że zrozumiał wreszcie podstawy mechanizmu procesów nieodwracalnych; polegał on na tym, że oscylujący dipol emituje po prostu energię elektromagnetyczną w postaci fali sferycznej.

Koncepcja ta spotkała się zrazu z ostrą krytyką ze strony L. Boltzmann²², który w tym czasie był już uznanym autorytetem w świecie naukowym i bardziej niżli ktoś inny mógł wskazać na braki i potknięcia tej koncepcji, jako że przecież sam na przestrzeni wielu lat zajmował się naturą procesów nieodwracalnych.

W nieco późniejszych (ale przed rokiem 1900) badaniach usiłował Planck znaleźć związek między promieniowaniem jako takim, a oscylującymi dipolami. Oscylatory zostały wybrane przez niego bynajmniej nie z tego względu, iżby uważał je za rzeczywisty model materii, były one dlań modelami idealnymi, a zarazem prostymi. Ważnym zaś rezultatem owej pracy Plancka²³ było uzasadnienie twierdzenia, które wiązało rozkład widmowy właśnie ze średnią energią oscylatora, drgającego z częstotliwością własną ν :

$$(11) \quad \rho(\nu, T) \sim u_\nu(T)$$

²¹ M. Planck, „Sitzber. Preuss. Akad. Wiss.” 1897 s. 362.

²² L. Boltzmann, „Sitzber. Preuss. Akad. Wiss.” 1897 s. 660.

²³ M. Planck, „Sitzber. Preuss. Akad. Wiss.” 1899 s. 440.

Twierdzenie to, wyprowadzone przy założeniu o równości emitowanej i pochłanianej przez oscylator energii w stanie równowagi podał — korzystając z rozważań elektromagnetycznych Maxwella — w jawnej postaci:

$$(12) \quad \rho(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \cdot u_\nu(T)$$

gdzie c — prędkość światła, u — energia oscylatora.

Z równania tego widać, iż Planckowi potrzebne było wyraźne określenie energii oscylatora w temperaturze T (wielkość $U_\nu(T)$ oznaczana jest dalej po prostu przez u), aby uzyskać już ścisłą formułę prawa rozkładu. Jest rzeczą charakterystyczną, że choć w mechanice statystycznej, w jej klasycznym sformułowaniu, istniało proste rozwiązanie dla wielkości u , otrzymane w oparciu o zasadę ekwipartycji energii Planck nie tylko tego nie wykorzystał, ale ani przedtem, ani też później nie zwracał nań uwagi. W zamian, jak sam o tym później pisał, wykorzystał metodę „termodynamiczną”, uważając, iż związek między energią a entropią oscylatora jest ważniejszy, niżli między energią a temperaturą. Rozważał zatem dwie możliwości: funkcję $E=f_1(S)$ i $E=f_2(T)$. Dokonał w konsekwencji wyboru między dwoma różnymi formułami, poszukując w następstwie odpowiedniego formalizmu dla opisanego jawnej postaci tej pierwszej, wybranej przez siebie funkcji, w której S oznacza entropię układu oscylatorów harmonicznycch. Mamy tu do czynienia z „aktem wyboru” ogólnego funkcjonau, z poszukiwaniem, wyborem, który u Plancka często zbiega się z odgadywaniem jakiegoś ogólnego formalizmu dla opisu takiej zależności²⁴.

Związek ten (funkcję f_1) wprowadza już *explicite* w ostatnim ze wspomnianej serii artykułów²⁵ w następującej formie:

$$(13) \quad S = -\frac{u}{\beta \cdot \nu} \ln \frac{u}{a \cdot e \cdot \nu}$$

gdzie S — entropia oscylatora, u — jego energia, e — podstawa logarytmów naturalnych, zaś a i β — stałe. W pierwszym z tych artykułów Planck, wprowadzając określenie entropii oscylatora, nie uzasadniał szerzej tego pojęcia, lecz z jego późniejszych rozważań, a także ze znacznie późniejszych, jakby retrospektywnych, interpretacji tej pracy wynika prawdopodobne przypuszczenie, że posiłkował się samą formą prawa rozkładu Wiena (wzór 6). Porównując bowiem tę formułę z równaniem Plancka dla oscylatorów (wzór 12), można obliczyć energię jednego oscylatora — u :

$$(14) \quad u = \frac{\alpha \cdot c^3}{8\pi} \cdot \nu \cdot e^{-\beta \frac{\nu}{T}}$$

²⁴ C. Białobrzeski: *Podstawy poznawcze fizyki świata atomowego* Warszawa 1956. Por. też W. Śmid: *O matematycznym kontekście odkryć fizycznych*. „Ruch Filozoficzny” 1979 s. 205—207.

²⁵ M. Planck: *Physikalische Abhandlungen und Vorträge*. Bd 1. Braunschweig 1958 s. 575.

Korzystając zaś ze znanego prawa termodynamiki fenomenologicznej

$$\frac{1}{T} = \frac{dS}{du}$$

poprzez operację całkowania można otrzymać entropię S jako funkcję energii u (a o to przecież chodziło Planckowi), właśnie w formie równania 13, w którym

$$a = \frac{\alpha \cdot c^3}{8\pi}$$

Uzyskawszy wyrażenie na entropię oscylatora, mógł Planck uczynić następny krok: określić entropię promieniowania, znajdującego się w stanie równowagi termodynamicznej oraz przejść do wykazania słuszności tezy, iż całkowita entropia jest monotonicznie rosnącą funkcją czasu; jest to właśnie ta cecha entropii, jakiej wymaga od niej II zasada termodynamiki. Planck pisał, iż sam był oszołomiony prostotą związku opisywanego przez równanie 13, a szczególnie faktem, iż

$$\frac{d^2 S}{du^2} \sim -u^{-1}$$

Przyznawał jednakże, że jego wybór specyficznego wyrażenia na entropię jako funkcję energii determinował końcowy rezultat — prawo rozkładu; przyjął więc taką drogę dowodową, która byłaby niesprzeczna z prawem przesunięć Wiena oraz II zasadą termodynamiki. Rozumowanie swe opatrzył następującym komentarzem:

„Przekonany, że od tej pory należy założyć, iż określenie entropii promieniowania, a także towarzyszące mu prawo rozkładu Wiena, są nieodzowne przy badaniu zastosowania zasady wzrostu entropii w elektromagnetycznej teorii promieniowania i w związku z tym dziedziny spełniania się tego prawa, jeżeli w ogóle mają miejsce, korespondują z II zasadą termodynamiki. Dlatego też dalsza empiryczna weryfikacja wydawała mi się rzeczą najszluszniejszą”²⁶.

Wszystkie argumentacje i dowody zebrane zostały w artykule przedstawionym przez Plancka Akademii 18 maja 1899 r. i zamieszczone na łamach „Annalen der Physik”²⁷; kończyły one serię pięciu akademickich artykułów uczonego.

W tym czasie rezultaty badań eksperymentalnych, o których Planck wspominał, były już opublikowane; tyczyły one odchyień od prawa rozkładu Wiena. Jak już sam Planck wcześniej wspominał, właśnie one stanowiły trudny problem dla jego teorii, co zmusiło uczonego do powtórnej weryfikacji założeń i argumentów w niektórych detalach. W artykule z 22 marca 1899 r. przedstawił taką próbę. Jednakże sytuacja eksperymentalna była dlań ciągle niejasna; chociaż pomiary Paschena potwierdzały prawo Wiena, badania Lummera i Pringsheima w zakresie bardzo

²⁶ Tamże s. 597.

²⁷ M. Planck, „Ann. d. Phys.” 1900 s. 69 oraz w: *Physikalische Abhandlungen* ... Bd. 1, s. 614.

długich fal²⁸ wskazywały jednak na duże rozbieżności. Wkrótce też Thiesen²⁹ przedstawił — niezależnie od Lummera i Pringsheima — nowe prawo rozkładu. Ponowny przegląd hipotez i założeń, jakie Planck zawarł w swych wczesnych pracach, naprowadził uczonego na nową drogę rozumowania. Należy pamiętać, iż w tym czasie usiłował znaleźć odpowiedni formalizm dla prawa, którego istnienie wcześniej postulował: związku entropii i energii. Otóż już w październiku 1900 r. obraz eksperymentalny fizyki uległ znacznej zmianie. Niezwykle doświadczenia Rubensa i Kurlbauma w zakresie długich fal i dużego przedziału temperatur niewątpliwie wykazały, iż prawo Wiena jest nieadekwatnym opisem zjawisk promieniowania. Według nowych danych poszukiwana funkcja rozkładu zależy wprost od temperatury bezwzględnej T , czyli

$$(15) \quad \rho(v, T) \sim T$$

M. Planck uzyskał od wspomnianych badaczy informację³⁰ o wyniku eksperymentów dosłownie na kilka dni przed swym wystąpieniem dnia 19 października 1900 r. tak, iż mógł ten materiał przemyśleć i przygotował nawet komentarz do pisanego w tym czasie przez Kurlbauma artykułu³¹. Ten bardzo dyskusyjny komentarz poświęcony został „poprawieniu prawa rozkładu Wiena”³². Poprawienie to jednakże okazało się być zupełnie nowym prawem rozkładu, zwanym już wówczas prawem rozkładu Plancka. Jednym słowem, stanęło przed Planckiem zadanie sformułowania prawa rozkładu, które w jakiejś mierze byłoby zgodne z założeniami przyjętymi we wcześniejszych pracach, ale też i z nowymi rezultatami eksperymentalnymi.

Ogromną rolę w tych wcześniejszych dociekaniach Plancka odgrywała wielkość $d^2 S/du^2$; Planck skoncentrował się na kształcie tej funkcji. Jak już o tym była mowa, jeśli przyjąć, iż prawo Wiena jest jednak słuszne dla pewnego zakresu warunków, wówczas odwrotność tej funkcji jest wprost proporcjonalna do energii oscylatora u , czyli:

$$-\frac{1}{d^2 S/du^2} \sim u$$

Jeśli przyjąć, iż jest ona proporcjonalna do u^2 , to wtedy u , a zwłaszcza funkcja $\rho(v, T)$ będą wprost proporcjonalne do temperatury T , właśnie tak, jak w swych doświadczeniach stwierdzili Rubens i Kurlbaum. Można to uczynić — rozumował Planck — przyjmując iż

$$(16) \quad -\left(\frac{d^2 S}{du^2}\right) \sim [u(u+\gamma)]^{-1} \quad \gamma = \text{constans}$$

²⁸ O. Lummer, E. Pringsheim, „Verh. d. Deutsch. Phys. Ges.” 1899 s. 215.

²⁹ M. Thiesen, „Verh. d. Deutsch. Phys. Ges.” 1900 s. 37.

³⁰ M. Planck, *Physikalische Abhandlungen...* Bd 3, s. 262.

³¹ Tamże s. 404.

³² M. Planck: Über eine Verbesserung der Wienschen Spektragleichung „Verh. d. Deutsch. Phys. Ges.” 1900 s. 202, także w: *Physikalische Abhandlungen...* Bd 1, s. 687.

Na tej podstawie, biorąc pod uwagę prostotę formy, ale też i fakt zgodności z eksperymentem, proponuje Planck następujące prawo rozkładu:

$$(17) \quad \rho(\nu, T) = \frac{A \cdot \nu^3}{e^{\frac{B \cdot \nu}{T}} - 1}$$

w którym A i B — stałe.

Jest to więc prawo, wynikające właśnie z przyjętego warunku dla funkcji $d^2 S/du^2$ gdy zależność od częstości jest jednak określona przez prawo Wiena, łącznie z uwzględnieniem równania (12) opisującego drgania oscylatora harmonicznego. Całkując zależność (16) można znaleźć pierwszą pochodną, czyli dS/du jako funkcję energii u , zaś biorąc pod uwagę znaną zależność termodynamiczną $1/T = dS/du$ otrzymuje się w konsekwencji wyrażenie na energię u w postaci związku:

$$u = \frac{d_1}{e^{\frac{d_2}{T}} - 1}$$

gdzie d_1 i d_2 — stałe, zależne od częstości promieniowania. Korzystając z równania (12), które wyprowadził Planck, otrzymujemy:

$$(17') \quad \rho(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \cdot \frac{d_1}{e^{\frac{d_2}{T}} - 1}$$

co daje się łatwo uzgodnić z równaniem (17). Adekwatność przedstawionego przez Plancka prawa została od razu potwierdzona. Fakt ten opisywał później Planck następująco:

„Następnego dnia rano odwiedził mnie mój kolega Rubens. Przyszedł powiadomić mnie, że po zakończeniu zebrania całą noc porównywał moją formułę z wynikami swoich pomiarów i w każdym przypadku stwierdzał zadowalającą zgodność. Znacznie późniejsze pomiary ciągle na nowo i na nowo potwierdzały mój wzór na rozkład promieniowania, przy czym im bardziej subtelne metody pomiarów stosowano, tym bardziej dokładnie ten wzór się potwierdzał”³³.

Cały swój wysiłek intelektualny, jaki włożył w sformułowanie prawa rozkładu energii promieniowania między datą 19 października a 14 grudnia 1900 r., opisuje Planck następującymi słowy:

„Jeżeli by formuła promieniowania okazała się bezwzględnie dokładna, to tylko jako trafnie odgadnięta formuła interpolacyjna, miałaby ograniczone znaczenie. Dlatego też od dnia jej odkrycia zajmowałem się rozgryzaniem jej rzeczywistego, fizycznego znaczenia; pytanie to automatycznie naprowadziło mnie na poszukiwanie związku pomiędzy entropią a prawdopodobieństwem, tzn. ku tokowi rozumowania Boltzmann'a. Po kilku tygodniach najbardziej w moim życiu wyczerpanej pracy mroki ustąpiły i ukazały się dalekie i niezwykle horyzonty”³⁴.

³³ M. Planck, *Physikalische Abhandlungen ...* Bd 3, s. 394.

³⁴ Tamże s. 125.

Jednym słowem, w ciągu tych dwu zaledwie miesięcy Planck pośpiesznie zmienił kierunek swych poszukiwań i domysłów, przyjmując wreszcie boltzmannowskie rozumienie związku między entropią a prawdopodobieństwem. Warto dodać, iż związek ten tkwił korzeniami w zupełnie innej sytuacji teoretycznej, związanej z kolejnymi fazami tworzenia się coraz bardziej faktualnych teorii kinetyczno-molekularnych w wersji statystycznej: teorii Maxwella, teorii Boltzmanna oraz teorii Smoluchowskiego³⁵, a także niezwykle eleganckiej pod względem matematycznym choć mało u nas znanej — teorii Gibbsa³⁶. Do teorii kinetyczno-molekularnej Planck był ustosunkowany raczej niechętnie i nie stosował pojęcia „molekuła”, ile pojęcie „kompleksu”, które w swej istocie zostało sprecyzowane przez Einsteina (1907) jako: „różne możliwe sposoby, którymi może być myślowo realizowany dany stan”. Zadanie Plancka polegało na tym, by znaleźć prawdopodobieństwo W , czyli liczbę kompleksów, które realizują stan układu. Zgodnie z wyliczeniami Boltzmanna, dotyczącymi jednakże zbioru molekuł gazu, związek między tymi wielkościami ma postać:

$$(18) \quad S = k \cdot \ln W$$

gdzie k — stała Boltzmanna. Planck zastosował ten związek do systemu złożonego z o s c y l a t ó r ó w. Rozpatrywał mianowicie zbiór N oscylatorów, drgających z częstością własną ν , których całkowita energia jest równa U_N . Również — postulował — całkowita entropia, jako wielkość addytywna będzie N -krotnością entropii S pojedynczego oscylatora, czyli:

$$(19a) \quad U_N = N \cdot u$$

$$(19b) \quad S_N = N \cdot S$$

Z drugiej zaś strony, przyjmując wzór Boltzmanna (18), zakładał iż

$$(20) \quad S_N = k \cdot \ln W$$

gdzie addytywna stała, która może się pojawić, jest równa zeru. Planck przyjął zatem takie założenie, jakie przyjmował również Boltzmann, tzn. że wszystkie kompleksy w systemie są jednakowo prawdopodobne, tak że W można po prostu otrzymać przez policzenie ich ilości. Prócz tego jest to możliwe jeśli założyć, że rozkładająca się na poszczególne oscylatory energia nie może być rozpatrywana jako wielkość ciągła i nieskończenie podzielna. Przeciwnie, należy ją traktować jako wielkość złożoną z całkowitej liczby jednakowych części; dla W winny istnieć tylko skończone wartości. Planck mówi o nich jako o e l e m e n t a c h e n e r g i i ϵ i pisze:

$$(21) \quad U_N = P \cdot \epsilon$$

³⁵ W. Śmid: *Dwa rodzaje mikroredukcji w fizyce molekularnej*. „Studia Filozoficzne” 1978 nr 8—9 s. 197.

³⁶ J. W. Gibbs: *Elementary Principles in Statistical Mechanics*. New York—London 1902. Por. też W. Śmid: *O znaczeniu pewnych prac termodynamicznych Gibbsa*. „Postępy Fizyki” 1980 s. 499.

gdzie P — bardzo duża (wielka) liczba całkowita, ilustrująca pełną, całkowitą liczbę tychże elementów energii. Prócz tego założenia jest także istotne następne, które mówi, że liczba kompleksów jest równa liczbie sposobów, na które owych P elementów energii może być rozdzielone pomiędzy N oscylatorów; Planck postuluje zależność kombinatoryczną:³⁷

$$W = \frac{(N+P-1)!}{P! \cdot (N-1)!}$$

Przyjmując ponadto, że N i P są bardzo dużymi liczbami (wydaje się to całkiem uzasadnione; liczby te są przecież najczęściej rzędu stałej Avogadry), korzysta z przybliżenia Stirlinga, czyli:

$$(22) \quad W = \frac{(N+P)^{N+P}}{P^P \cdot N^N}$$

Z równania (20) wynika wprost równanie dla entropii układu złożonego z N oscylatorów harmonicznycch:

$$S_N = k \cdot [(N+P) \cdot \ln(N+P) - P \cdot \ln P - N \cdot \ln N]$$

Z równań (21) i (19a) wynika, iż: $N \cdot u = P \cdot \varepsilon$ lub $P/N = u/\varepsilon$, zaś z równania (19b) — $S_N/N = S$. Dla jednego oscylatora ($N=1$) jest: $P=u/\varepsilon$ oraz $S_N=S$. W rezultacie entropia jednego oscylatora wyrażona przez jego średnią energię u przyjmuje postać³⁸:

$$(23) \quad S = k \left[\left(1 + \frac{u}{\varepsilon}\right) \ln \left(1 + \frac{u}{\varepsilon}\right) - \frac{u}{\varepsilon} \ln \frac{u}{\varepsilon} \right]$$

W tym stadium rozważań wartość owych elementów energii jest w istocie dowolna. Jednakże w związku z prawem przesunięć Wiena (wzór 5) mamy, porównując je z równaniem Plancka (12), jako że z równania Wiena nigdy Planck nie rezygnował, energię jako funkcję f stosunku częstości do temperatury:

$$u = \nu \cdot f\left(\frac{\nu}{T}\right)$$

Równoważny sposób zapisu tego wyniku, to inna funkcja F :

$$T = \nu \cdot F\left(\frac{u}{\nu}\right)$$

Korzystając zaś ze znanej zależności termodynamicznej $1/T = dS/du$, otrzymujemy formułę

$$\frac{dS}{du} = \frac{1}{\nu \cdot F\left(\frac{u}{\nu}\right)}$$

³⁷ L. Boltzmann: *Über das Arbeitsquantum welchen bei chemischen Verbindungen gewonnen werden kann*, „Ann. d. Phys. 1884 s. 39.

³⁸ M. Planck: *Vorträge und Erinnerungen*. Stuttgart 1949 s. 26.

Przez jej całkowanie otrzymujemy wyrażenie na entropię promieniowania w postaci prostej funkcji g ze stosunku energii tego promieniowania do jego częstości

$$S = g\left(\frac{u}{\nu}\right)$$

Porównując tę funkcyjną zależność, choćby w czysto jakościowy sposób ze związkiem znalezionym przez Plancka dla entropii oscylatora nietrudno zauważyć, że jest to też dość prosta funkcja, np G z tego samego stosunku, ale już dla oscylatora

$$S = G\left(\frac{u}{\varepsilon}\right)$$

Utożsamiając obydwa pojęcia należy przyjąć, że wartość elementu energii jest wielkością wprost proporcjonalną do częstości drgań oscylatora, czyli:

$$\varepsilon \sim \nu$$

Tak więc, aby sprawdzić wzór na spektralną gęstość promieniowania, posługuje się Planck — który był do tej pory wrogiem atomistyki — związkiem Boltzmanna i ustala fundamentalną zależność entropii oscylatorów od ich energii. Przy tych rozważaniach zmuszony był jednak przyjąć założenie, z którego ogromnej doniosłości nie zdawał sobie wówczas sprawy³⁹, przyjmując, iż energia oscylatora może równać się tylko całkowitej wielokrotności „elementu energii”:

$$(24) \quad \varepsilon = h \cdot \nu$$

gdzie h — druga (obok stałej k Boltzmanna) uniwersalna stała przyrody w tej teorii. Wyrażenie dla entropii — stanowiące fundament teorii Plancka — jako funkcji energii oscylatora harmonicznego jest teraz w pełni określone właśnie przez te dwie stałe — h i k :

$$(25) \quad S = k \left[\left(1 + \frac{u}{h \cdot \nu} \right) \ln \left(1 + \frac{u}{h \cdot \nu} \right) - \frac{u}{h \cdot \nu} \ln \frac{u}{h \cdot \nu} \right]$$

A oto — już na zakończenie formalnej części rozważań Plancka — chciałbym zrekonstruować sposób, w jaki Planck otrzymał wzór na gęstość widmową promieniowania, czyli na wartość podstawowej, tak dla kwantowej jak i klasycznej teorii, funkcji rozkładu $\rho(\nu, T)$. Różniczkując równanie (25) względem energii u , tak by wprowadzić temperaturę z równania (12) otrzymujemy na zupełnie formalnej drodze następujące wyrażenie na wartość funkcji rozkładu, zwane odtąd prawem rozkładu Plancka:

$$(26) \quad \rho(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \cdot \frac{h\nu}{e^{kT} - 1}$$

■ W. Rubinowicz: *Odkrycie kwantów przez Maxa Plancka*. „Postępy Fizyki” 1959 s. 71.

MIĘDZY KONTEKSTEM ODKRYCIA A UZASADNIENIA

Jest rzeczą dość charakterystyczną, iż M. Planck w swym grudniowym wystąpieniu nie powoływał się na prace Rayleigha. Tę i inne, wspomniane na wstępie, kwestie chciałbym teraz wyjaśnić, korzystając z materiału historycznego. W związku zatem z jego grudniowym wystąpieniem można przypuszczać, iż prac Rayleigha rzeczywiście nie znał, co sugeruje Rosenfeld. Sądzę jednakże, iż przypuszczenie to jest mało prawdopodobne. Tym bardziej, że na przestrzeni co najmniej trzech lat zajmował się Planck intensywnie problematyką promieniowania i trudno przypuszczać, aby nie czytał prac czołowego w tym czasie fizyka i to publikowanych w uznanym piśmie. Wiadomo przecież, że Rubens i Kurlbaum znali artykuł Rayleigha, musieli się bowiem nań powoływać przy przygotowywaniu tekstu swego wykładu, wygłoszonego w niecały tydzień po tym, kiedy Planck przedstawił swoje prawo rozkładu. Planck zaś z kolei powoływał się w swym grudniowym wystąpieniu właśnie na pracę Rubensa i Kurlbauma, w której to była mowa o artykule Rayleigha. Koło się tu zamyka i chyba jest sprawą dostatecznie dowiedzioną, iż Planck musiał znać artykuł Rayleigha. Tym niemniej nie jest, jak sądzę, trudno zrozumieć, dlaczego Planck nie zwrócił uwagi na znaczenie tych rozważań; w jego sposobie myślenia było w zasadzie wszystko to, co nie dawało się pogodzić z ideą Rayleigha. Skonstruował on bowiem swoją argumentację tak, że była ona rzeczywiście jasna tylko dla tego, kto świetnie znał i orientował się w problematyce prac Maxwella i Boltzmann, zwłaszcza w dziedzinie teorii elektromagnetyzmu, a także fizyki statystycznej.

Sam Planck wspominał o tym, że mechanika statystyczna jakoś mu „nie leżała”, W swej *Naukowej autobiografii*, przeciwstawiając się poglądom szkoły „energetyków”, i broniąc niejako poglądów Boltzmann, pisał: „Po tym wszystkim co powiedziałem, mogłem w tym pojedynku pojąć odgrywać tylko rolę sekundanta Boltzmann, sekundanta, którego usługi jawnie nie były w cenie. Niezwykle ostro rozdrażnił go fakt, że byłem nie tylko zgodny, ale też w jednakowym stopniu przeciwny teorii atomowej, która była przecież podstawą wszystkich jego dociekań. Przyczyna takiego stanu rzeczy tkwi w tym, iż w tym czasie uważałem, że zasada wzrostu entropii ma nie mniejsze znaczenie, co sama zasada zachowania energii i to właśnie w tym czasie, kiedy Boltzmann to pierwsze wyjaśniał jako tylko prawdopodobną zasadę, jako zasadę, która mogła dopuszczać wyjątki, odchylenia”⁴⁰.

Wzmianka o tym, jaki był stosunek Plancka do fizyki statystycznej w 1900 r., znajduje potwierdzenie w jego pracach, opublikowanych jeszcze przed tą datą. Planck nigdy nie stosował metod mechaniki statystycznej i nigdy nie powoływał się na statystyczne wyjaśnienie znaczenia entropii, podane przez Boltzmann. Pisząc w 1887 r. cykl artykułów⁴¹, wskazywał bezpośrednio na to, że musiał rozszerzyć zbiór konsekwencji wynikających z II zasady termodynamiki „wziętej samej z siebie, tj. niezależnie od jakichkolwiek wyobrażeń o ruchu molekularnym”.

⁴⁰ M. Planck, *Physikalische Abhandlungen* ... Bd 3, s. 387.

⁴¹ M. Planck, „Wied. Ann.” 1887 s. 562, także w: *Physikalische Abhandlungen* ... Bd 1 s. 196.

W swym wykładzie z 1891 r. dopuszczał istnienie kinetycznych, czy też molekularnych metod jako *alternatywy* dla czysto termodynamicznych. Swój stosunek do teorii molekularnej przedstawił w przedmowie do pierwszego wydania *Traktatu o termodynamice* (1897), pisząc:

„Ten, kto wykląda prace dwóch uczonych, którzy prawdopodobnie najgłębiej przeniknęli w swej analizie poziomu ruchu molekularnego: Maxwella i Boltzmanna, nie będzie w stanie przeciwstawić się wrażeniu, że twórcza intuicja naukowa i wiedza matematyczna, zastosowane do wyjaśnienia tych problemów, nie znajdują się w sumie w odpowiedniej proporcji do heurystycznej płodności rezultatów”.

Gwoli ścisłości trzeba powiedzieć, że często wyrażane przez Plancka niedowierzanie pod adresem teorii molekularnej i jej statystycznych metod, wskazywanie na „istotne trudności związane z próbą mechanistycznego wyjaśniania fundamentalnych zasad termodynamiki” sprawiało, że nie traktował też zbyt poważnie teorii Rayleigha. Można jednakże śmiało powiedzieć, iż stało się tylko z korzyścią dla fizyki, iż nad metodą myślenia Plancka nie zapanowała metoda fizyki klasycznej, tak jak właśnie nad metodą Rayleigha.

Chciałbym teraz powrócić do obliczeń Plancka, w trakcie których wprowadził pojęcie kwantu energii. Aby odpowiedzieć na pytanie, w czym odszedł od metody Boltzmanna, chcę porównać rekonstrukcję jego rozumowania z koncepcją Boltzmanna, tycząca zwłaszcza entropii, która została przedstawiona w memoriale ⁴², na który Planck się powoływał. Ten olbrzymi materiał przemyśleniowy Boltzmanna, zawarty w pracy *O stosunku między drugą zasadą termodynamiki a teorią prawdopodobieństwa*, opublikowanej w 1877 r., zawiera szczegółowo przedstawioną statystyczną interpretację entropii. Otóż Boltzmann rozważa model gazu, złożonego z N molekuł, w którym energia każdej molekuly może posiadać tylko ściśle określone wartości, zilustrowane ciągiem liczb:

$$0, \varepsilon, 2\varepsilon, 3\varepsilon, \dots, N\varepsilon$$

„Oczywiście funkcja ta — pisze Boltzmann — nie ilustruje jakiejś realnej, mechanicznej sytuacji, ale za to łatwiej jest taką sytuację opisać matematycznie, jeśli przyjąć, że wartości odpowiednich wielkości okazują się nieskończone. Taka metoda rozwiązywania problemu na pierwszy rzut oka jest bardzo abstrakcyjna; jest to najbardziej chytry sposób osiągania celu w podobnych problemach i jeśli by ktoś uważał, że wszystko co nieskończone nie ma w przyrodzie sensu, to nieskończoną różnorodność możliwych wartości energii przypadających na jedną molekułę nie można by było pojąć inaczej, jak przy pomocy szczególnego przypadku, który ma miejsce wówczas, gdy każda molekuła może uzyskiwać wciąż większe i większe prędkości”.

W dalszym ciągu swych rozważań, które tutaj tylko szkicuję, zwraca Boltzmann uwagę na możliwe stany takiego modelu, którego całkowita energia wynosi — podobnie jak u Plancka — $P \cdot \varepsilon$. Dowolny taki stan charakteryzuje się ciągiem liczb całkowitych $\omega_0, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$, które ilustrują liczbę molekuł, posiadających

⁴² L. Boltzmann, „Wien. Ber.” 1887 s. 373.

energii własne, będące wielokrotnością liczby ε (ciąg poprzedni). Oba te ciągi mają swoje granice, które wyrażają liczbę molekuł, oraz ich całkowitą energię. Liczbę stanów, jakie mogą się realizować, wylicza Boltzmann metodą rachunku kombinatorycznego, tak jak robi to również Planck, przyjmując założenie, iż prawdopodobieństwa znalezienia dowolnego układu (kompleksu) molekuł o różnych rozkładach energii na poszczególne molekuły są jednakowe. Można więc powiedzieć, że problem i metoda w ujęciu Boltzmann dla entropii są zbieżne w zasadniczych punktach z metodą stosowaną przez Plancka⁴³. Dla Boltzmann wprowadzenie wielkości ε jest założeniem sztucznym, które nie ma fizycznej interpretacji, lecz czyni łatwiejszymi rozwiązania formalne.

Rosenfeld⁴⁴ mówi o tym, że Planck w istocie odżegnywał się od boltzmannowskiego równania dla entropii w zastosowaniu do oscylatorów; przyjął w rezultacie formę, którą uznał za racjonalne przybliżenie do formuły rachunku kombinatorycznego, czyli do formy:

$$\frac{(N+P-1)!}{(N-1)! \cdot P!}$$

Istnieje jeszcze i drugi aspekt tej, że tak powiem, kombinatorycznej metody Plancka. Otóż w kilka lat po ogłoszeniu fundamentalnej swej pracy, kiedy już Einstein poszedł dość daleko w przód, wskazując, że cały w ogóle proces promieniowania przebiega tak, jak gdyby samo promieniowanie składało się ze skwantowanej energii, ogół fizyków nieufnie odniósł się do zbyt nowatorskiej, ich zdaniem, koncepcji. Doświadczalne wykazanie istnienia kwantów energii wydawało się możliwe, chociaż mało realne z owego, kombinatorycznego punktu widzenia, który wymagał, aby te „cząstki energii” były dane. Na trudność tę wskazywał w 1911 r. Ehrenfest⁴⁵, a już szczegółowo w 1914 r.⁴⁶, kiedy wykazał, że takie „cząstki energii”, podlegające liczeniu zgodnie z regułą kombinatoryczną (22), nie są niezależnymi cząstkami w zwykłym sensie. Są to w rzeczywistości cząstki podlegające statystyce Bosego — Einsteina. Fakt ten mógł jednak zostać zrozumiany dopiero po upływie wielu lat⁴⁷.

Jak już wspominałem, Boltzmann także korzystał z pojęcia „elementów energii”, realizując swój kombinatoryczny program. Dopuszczał jednakże możliwość przy której $\varepsilon=0$, jeżeli tylko nieciągłość nie miała większego znaczenia dla rachunkowej analizy. Jest rzeczą istotną, że w swych pracach Planck w ogóle nie rozważa takiej możliwości, stawiając przed sobą cel: otrzymanie prawa rozkładu najbardziej zgodnego z doświadczeniem, najprawdziwszego, jak się sam wyrażał. Można przypuszczać, iż jest to między innymi konsekwencją faktu, że Planck nie akceptował zasady ekwipartycji energii; zostało to zauważone po raz pierwszy

⁴³ L. Dugas: *La Théorie Physique au sens de Boltzmann*. Nauchatel 1959.

⁴⁴ L. Rosenfeld: *La première phase...* s. 149.

⁴⁵ P. Ehrenfest, „Ann. Phys.” 1911 s. 91.

⁴⁶ P. Ehrenfest: *Collected Scientific Papers*. Amsterdam 1959 s. 185, 353.

⁴⁷ M. J. Klein, „Pros. Amsterdam Akad.” 1959 s. 41.

w 1905 r. i zawarte w wymianie poglądów między Jeansem i Rayleighiem na łamach „Nature”. W wydaniu z 18 maja 1905 r. Rayleigh powtórzył swe obliczenia przeprowadzone 5 lat wcześniej i tym razem powiedział nieco więcej na temat współczynników proporcjonalności w swym równaniu (9), o które wcześniej się nie kłopotał. Otrzymał przy tym następujące prawo rozkładu:

$$(27) \quad \rho(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \cdot kT$$

Jak zauważył (słusznie zresztą), jest ono równoważne prawu Plancka (26) w szczególnym przypadku dla długich fal. Pisał później:

„Krytyczne porównanie dwóch ujęć [Rayleigha i Plancka — W. Š.] było by interesujące, lecz póki ostateczna argumentacja Plancka nie owocuje, nie mogę zaakceptować jego metody. Jeżeli jego formuła miałaby zastosowanie dla wszystkich długości fal, jej ustalenie miałyby olbrzymie znaczenie. Z drugiej strony, rozważania, wiodące do mego równania, są bardzo proste i ta formuła jest dla mnie po prostu konieczną konsekwencją prawa równomiernego rozkładu energii, ustalonego przez Boltzmanna i Maxwella. Trudno mi zrozumieć, jak drugie ujęcie, także w rzeczywistości bazujące na ideach Boltzmanna, może doprowadzić do innego rezultatu”⁴⁸.

Rayleigh popełnił w swych obliczeniach jednak ewidentny błąd w związku z czynnikiem równym osiem, na który wcześniej wskazywał Jeans. Uczony otwarcie przyznawał się do omyłki i już nieco inaczej podchodził dalej do problemu rozkładu, pisząc w innym artykule:

„Dopóki dokładna zgodność rezultatów w przypadku bardzo długich fal jest wiarygodna w takim stopniu, w jakim jest, to niezbyt uzasadnione staje się żądanie, o którym piszę w pierwszej wypowiedzi przy okazji porównywania ujęć. A więc na zasadę równomiernego rozkładu energii, w zastosowaniu do niezbyt długich fal, winno być nałożone jakieś ograniczenie”⁴⁹.

Głęboki rozziew pomiędzy ideami Plancka i Boltzmanna najtrafniej ujął Ehrenfest⁵⁰ wskazując na to, iż prace Plancka w zasadzie na nowo podjęły żywo dyskutowany problem, związany ze statystyczną interpretacją II zasady termodynamiki. Tak więc, z metodologicznego punktu widzenia ówczesna sytuacja, tak eksperymentalna, jak teoretyczna, złożyła się nie tylko na całość kontekstu odkrycia kwantów, ale i jak gdyby „wychodziła” nieco poza ten kontekst, jeśli śledzić uważnie tok myśli uczonego. Planck często o d g a d y w a ł, często też w y b i e r a ł z repertuaru oferowanego przez ogólną, dojrzałą sytuację poznawczą określony formalizm; ten etap twórczej pracy mieści się jak gdyby między obydwojma kontekstami, tj. odkrycia i uzasadnienia, o których tyle piszą współcześni filozofowie, zajmujący się metodologią nauki⁵¹. Ten pośredni niejako etap twórczej pracy

⁴⁸ L. Rayleigh, „Nature” 1905 s. 54.

⁴⁹ Tamże s. 243.

⁵⁰ P. Ehrenfest, „Phys. Zeit.” 1914 s. 657.

⁵¹ S. Amsterdamski: *Między doświadczeniem a metafizyką*. Warszawa 1973 rozdz. 3.

naukowej nazwałbym kontekstem aktualizacji⁵². W nim to, jak sędzę, tkwi istota i bezpośredni, jak gdyby naoczny, rezultat inspiracji przez dojrzałą sytuację ogólną w fizyce zjawisk promieniowania termodynamicznego tamtego okresu, jako że:

1. Prawo Stefana — Boltzmanna stało się p o m o s t e m pomiędzy teoretycznymi intuicjami związanymi z II zasadą termodynamiki a wartością energii promieniowania ciała doskonale czarnego.

2. Dokonany został wreszcie wybór rzeczywistego odpowiednika modelu ciała doskonale czarnego (Lummer i Prinsheim), przy pomocy którego można było wykonać *experimentum crucis* każdej proponowanej teorii.

3. Powstała sprzeczność między rezultatami teoretycznymi Wiena a wynikami pomiarów, której usunięciem właśnie zajął się Planck; sytuację tę można nazwać anomalią w sensie Kuhnowskim⁵³.

4. Wien porównywał promieniowanie z gazem, próbując stosować doń II zasadę termodynamiki i zasadę ekwipartycji energii. Lord Rayleigh rozpatrywał je jako zbiór elektromagnetycznych fal stojących. Planck zastąpił te modele zbiorem oscylatorów harmonicznyc, które miały służyć jako idealizacyjny model materii, łatwiej dający się badać. Zaakceptował też wreszcie związek Boltzmanna dla entropii gazu, mimo iż zastosował go wprost do zbioru swych oscylatorów.

Ponieważ w twórczości Plancka istniały przesłanki, wynikające z wcześniejszych rezultatów klasycznej teorii promieniowania, a nawet teorii kinetyczno-molekularnej, do której znany jest niechętny stosunek uczonego, chciałbym się zatrzymać nad problemem wzajemnych implikacji poznawczych tych koncepcji i idei Plancka. Na pierwszy plan wysuwa się korespondencja konsekwencji, jakie uzyskał Planck na gruncie swych założeń, tkwiących *implicite* w treści jego prac, których fragmenty, a także rekonstrukcje głównych wątków myślowych przytoczyłem, z innymi konsekwencjami, czy też prawami, jakie zostały odkryte wcześniej. Można się oczywiście posłużyć zasadą korespondencji sformułowaną przez Nielsa Bohra, a opracowaną w detalach już przez współczesnych metodologów nauki⁵⁴.

Otóż dość łatwo można wykazać, że z prawa rozkładu Plancka (26) wynikają — przy pewnych założeniach idealizacyjnych — prawa: Rayleigha (27) i Wiena (9). Istotnie, rozwijając czynnik występujący w prawie Plancka w szereg potęgowy, otrzymujemy:

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} = 1 + \frac{h\nu}{kT} + \frac{1}{2} \left(\frac{h\nu}{kT} \right)^2 + \dots$$

⁵² S. Amsterdamski, dz. cyt. Por. też W: Śmid: *Teoria wiedzy Floriana Znanieckiego*. „Studia Filozoficzne” 1980 nr 1 s. 69—81.

⁵³ W. Krajewski: *Redukcja, idealizacja, korespondencja*. W: *Zasada korespondencji w fizyce a rozwój nauki*. Warszawa 1974. Por. też W. Śmid: *Zasada korespondencji w metodologii fizyki*. „Fizyka w Szkole” 1976 nr 5 s. 18—20 oraz tenże: *Cząstki, quasicząstki i zasada korespondencji*. „Fizyka w Szkole” 1979 nr 1 s. 11—16.

⁵⁴ M. Planck: *Die Physik im Kampf um die Weltanschauung*. Wyd. 3. Berlin 1937 s. 20, 21.

a) dla małych częstotści, tj. promieniowania długofalowego

$$h\nu/kT \ll 1$$

wówczas

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \cdot kT$$

czyli dostajemy w wyniku wzór Rayleigha.

b) dla dużych częstotliwości, tj. promieniowania krótkofalowego

$$h\nu/kT \gg 1$$

wówczas

$$\rho(\nu, T) = \alpha\nu^3 \cdot e^{-\beta \frac{\nu}{T}}$$

czyli dostajemy w rezultacie wzór Wiena, w którym $\alpha = \frac{8\pi h}{c^3}$, $\beta = \frac{h}{k}$.

Zupełnie podobnie można wykazać, że prawo Wiena zawiera w sobie prawo Stefana — Boltzmannia:

$$\int_0^{\infty} \rho(\nu, T) d\nu = \int_0^{\infty} \nu^3 \cdot f\left(\frac{\nu}{T}\right) d\nu = T^4 \int_0^{\infty} x^3 f(x) dx$$

gdzie ostatnia całka, jeżeli istnieje jest po prostu liczbą (np. σ).

Konsekwencją takiego rozumienia entropii, jak u Boltzmannia, stał się fakt, iż Planck — chcąc być w zgodzie z teorią Boltzmannia — zmuszony był przyjąć założenie o prostej proporcjonalności energii drgań oscylatora do jego częstotści. Trzeba podkreślić również fakt, że Boltzmann przyjmował takie założenie *ad hoc* i nie zastanawiał się nad jego interpretacją fizyczną. Planck poszedł tą drogą dalej i od tej właśnie pory dokonał się w świadomości uczonych zasadniczy przełom w poglądach na strukturę energii. Dokonał się „skok jakościowy” w poglądach przyrodniczych. Anomalie eksperymentalne, podsuwane uczonym przez dojrzejącą sytuację eksperymentalną zostają po jakimś czasie objęte nową, twórczą teorią; w przypadku zjawisk promieniowania okazała się nią teoria kwantów.

Max Planck, jak już była o tym mowa, wiele pracował nad odkryciem swego prawa, usiłując wyjaśnić owe „anomalie”. Jak sam pisze, posługiwał się najczęściej eksperymentem myślowym, który, według niego, ma wyłącznie heurystyczny charakter. Eksperyment myślowy — zdaniem Plancka — wyprzedza jakby eksperyment właściwy i toruje mu drogę, otwiera nowe horyzonty poznawcze, przyczynia się do formułowania hipotez, których weryfikacja pozwala wykrywać nowe prawidłowości, a wśród nich i takie, które są niedostępne dla pomiarów bezpośrednich.

Recenzent: Andrzej K. Wróblewski

В. Шмид

КОНТЕКСТ ОТКРЫТИЯ ТЕОРИИ КВАНТОВ. ИСТОРИЧЕСКО-ГЕВРИСТИЧЕСКИЙ ОЧЕРК

Эпизод, в принципе из истории физики, описываемый в очерке, явился, как оказалось, одним из чреватых в последствия физикальной, мировоззренческой и философской природы.

Работы Макса Планка, запутанные в контекст экспериментальных и теоретических работ, объясняющих явления излучения абсолютно черного вещества в 1900 году оказались наиболее меткой попыткой выхода тогдашней физики из кризиса.

В статье приведены отдельные этапы работы Планка по излучению абсолютно черного вещества, которые хронологически представляются следующим образом:

- эклектический,
- комбинаторный,
- формальный.

В результате анализа всего экспериментального и теоретического контекста открытия славного закона: $E = h \nu$, где: E — энергия излучения, h — постоянная Планка (вторая в то время, наряду с постоянной Белтцманна k , универсальная постоянная природы) и ν — частота излучения, оказывается, что Макс Планк пользовался многими достижениями своих предшественников, приспосабливая, однако, их достижения к своей идее гевристически необычайно плодотворным образом и чреватым философскими противоположностями.

Открытие Планка, как впрочем многие другие открытия того же класса, являются последствием своеобразной „игры” на сочетании элементов, в которой общефизические правила и законы предопределяют направление выбора наиболее метких и удачных решений.

W. Šmid

THE CONTEXT OF THE THEORY OF QUANTUM DISCOVERY. A HISTORICAL-HEURISTIC OUTLINE

What was in fact only an episode in the physics history, as described in this outline, proved eventually to be one of the major events in the history of science, having far-reaching consequences both in the sphere of physics and philosophy. Max Planck's work, involved in experimental and practical attempts to explain the phenomena of radiation of the perfectly black body, done in 1900, turned out to be the best way for physics to get out of the crisis it was finding itself in at that period.

The article presents the successive stages of Planck's work on the radiation of the perfectly black body, stages which can be ranged chronologically as follows.

- the eclectic stage,
- the combinatorial stage,
- the formal stage.

An analysis of the experimental and theoretical context in which the famous law was established, namely: $E = h \nu$, E being the energy of radiation, h Planck's constant (the second, apart from Boltzmann's k , universal constant of nature) and ν the frequency of radiation, leads to the conclusion that Max Planck made use of the achievements of his predecessors, while applying them to his conception in an heuristic way, very fertile and charged with philosophical controversies.

Planck's discovery, like many other discoveries of that class, resulted from a singular „play” on a collection of elements in which general physical laws and rules lend themselves to the selection of best solution.