Ciok, Zbigniew

Relacje między teoriami grawitacji

Kwartalnik Historii Nauki i Techniki 29/3-4, 615-626

1984

Artykuł umieszczony jest w kolekcji cyfrowej Bazhum, gromadzącej zawartość polskich czasopism humanistycznych i społecznych tworzonej przez Muzeum Historii Polski w ramach prac podejmowanych na rzecz zapewnienia otwartego, powszechnego i trwałego dostępu do polskiego dorobku naukowego i kulturalnego.

Artykuł został zdigitalizowany i opracowany do udostępnienia w internecie ze środków specjalnych MNiSW dzięki Wydziałowi Historycznemu Uniwersytetu Warszawskiego.

Tekst jest udostępniony do wykorzystania w ramach dozwolonego użytku.

Zbigniew Ciok
(Warszawa)

RELACJE MIĘDZY TEORIAMI GRAWITACJI[1]

WPROWADZENIE

TERMINOLOGIA I CEL ARTYKUŁU

W publikacjach na temat relacji między teoriami fizycznymi, od czasu do czasu znaleźć można zdania typu: „... sprecyzowanie założeń do definicji relacji korespondencji wymaga przeprowadzenia studiów historycznych nad korespondencją w pracach fizyków..." i dalej, w zależności od publikacji, następuje: „... z zakresu fizyki statystycznej", „... teorii względności", „... mechaniki kwantowej" itp. Dla metodologa brak tego typu danych z zakresu historii fizyki jest czymś na podobieństwo braku danych doświadczalnych dla fizyka teoretyka. Jest rzeczą oczywistą, że dostarczyć ich może tylko historyk. Tymczasem w literaturze ciągle brak sygnałów wskazujących na to, że historycy fizyki reagują na podobne apele w sposób umożliwiający wyczerpujące zbadanie tych problemów.

Nie do mnie należy rozpatrywanie tej sytuacji, i nie jej artykuł ten jest poświęcony. Usiłuję natomiast dokonać w nim analizy bardzo wąskiego wycinka historii tej relacji, ograniczając się do opisu korespondencji kilku teorii grawitacji (wraz z ogólną teorią względności) powstałych przed 1916 r.

Nawet bez dokonywania dokładnej analizy stanu badań w tej dziedzinie łatwo zauważyć, że większość prac historycznych dotyczących relacji między teoriami

[1] Artykuł ten powstał na podstawie następujących opracowań: J. Mehra: *Einstein, Hilbert and The Theory of Gravitation* (*Historical Origins of General Relativity Theory*). Dordrecht-Holland/ /Boston-USA 1974; *Historical Studies in the Physical Sciences.* R. McCormmach (Ed.), V. 7. Princeton 1976; *Albert Einstein. Philosopher — Scientist.* P.A. Schlip (Ed.), London 1969; E. Whittaker: *A History of the Theories of Aether and Electricity.* Thomas Nelson and Sons Ltd. London 1953; E. Karaśkiewicz: *Zarys teorii wektorów i tensorów.* Warszawa 1971; W. Kopczyński, A. Trautman: *Czasoprzestrzeń i grawitacja.* Warszawa 1981; *Zasada korespondencji w fizyce a rozwój nauki.* W. Krajewski, W. Mejbaum, J. Such (red.). Warszawa 1974; *Relacje między teoriami a rozwój nauki.* W. Krajewski, E. Pietruska-Madej, J. M. Żytkow (red.). „Monografie z dziejów nauki i techniki" 1978; L. D. Landau, E.M. Lifszyc: *Teoria pola.* Warszawa 1977; В. П. Визгин: *Релятивистская теория тяготения* (Истоки и формирование. 1900–1915). Москва 1981; Р. Утияма: *Теория относительности.* Москва 1979.

fizycznymi kończy się na szczególnej teorii względności i teorii Bohra. Pozostałe ograniczają się zwykle do stwierdzeń typu: „ogólna teoria względności przechodzi w szczególną przy stałej grawitacji dążącej do zera" lub „mechanika kwantowa w mechanikę klasyczną przy stałej Plancka zmierzającej do zera", co zarówno w pierwszym jak i drugim przypadku jest nieporozumieniem.

Artykuł ten starałem się pisać ze stanowiska człowieka, który nigdy nie słyszał o żadnych teoriach dotyczących relacji między teoriami fizycznymi. Jest ona z założenia próbą przedstawienia „nagich faktów". Zamierzeniem moim jest takie przedstawienie owych faktów, aby czytelnik nie mógł zarzucić mi, że są one analizowane z pozycji tej lub innej koncepcji relacji między teoriami. Oczywiście tego typu stanowisko samo w sobie zawiera już pewną koncepcję — przekonanie o tym, że opisane relacje istnieją.

W związku z powyższą wiarą w istnienie interesujących mnie relacji i tak, a nie inaczej zarysowanym celem artykułu, uznałem, że w dalszym ciągu wystarczającym będzie wszystkim tym relacjom nadać wspólną nazwę „zasada korespondencji". Przy czym, oczywiście, nie usiłuję przedstawić swojej ani żadnej definicji zasady korespondencji. Próbuję natomiast na przykładach przedstawionych teorii wyodrębnić kilka różnych postaci tej relacji, zakładając, że czytelnik zgodzi się zaliczyć je do niezdefiniowanej klasy relacji nazwanych ti „zasadą korespondencji".

ZASADA WYBORU PREZENTOWANYCH TEORII

W 1907 r. A. Einstein opublikował artykuł: „Zasada względności i jej konsekwencje"[2], w którym sugerował równoważność między jednorodnym polem grawitacyjnym a jednostajnie przyspieszanym układem odniesienia. Jedna z konsekwencji prowadzonych tam rozważań był wniosek o zależności prędkości światła od pola grawitacyjnego. Od tego momentu w badaniach nad grawitacją zaczęły pojawiać się prace, w których starano się uzyskać zależność między polem grawitacyjnym a prędkością rozchodzącego się w nim światła. Biorąc ten fakt za kryterium klasyfikacji, teorie grawitacji podzielić można na dwie grupy: te, o których mowa wyżej i resztę. W artykule swoim ograniczę się do opisu kilku teorii należących do pierwszej z wymienionych grup. Opisywał będę relację korespondencji między mechaniką Newtona i szczególną teorią względności, teoriami Abrahama, Einsteina i Nordströma.

STATYCZNE TEORIE EINSTEINA[3]

PIERWSZA TEORIA EINSTEINA

Związek między potencjałem grawitacyjnym a prędkością światła, który Einstein zaproponował w swojej pierwszej teorii statycznej był postaci:

$$c = c_0 + \alpha x .$$

[2] A. Einstein: *Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Felkerungen*, „Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik" 4: 1907 s. 411—461.

[3] A. Einstein: *Zur Theorie des statischen Gravitationsfelde.* „Annalen der Physik" Leipzig 1912, s. 3§—52.

Wielkości c_0 i a charakteryzowały natężenie pola. Został on uogólniony do postaci:

$$\nabla^2 c = Kc\rho\,. \tag{1}$$

Równanie to jest równaniem pola w pierwszej teorii statycznej. Występujący w nim operator ∇^2 nie obejmuje różniczkowania po czasie – stąd nazwa „teoria statyczna". Pozostałe symbole oznaczają:

c – prędkość światła,
K – stała grawitacji,
ρ – gęstość masy.

Równanie to Einstein uzupełnił równaniami ruchu w postaci:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) = -\frac{\operatorname{grad} c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \tag{2}$$

v – prędkość punktu materialnego.

Chcąc ustalić korespondencję tej teorii z teorią Newtona należy najpierw zdefiniować w jej ramach potencjał grawitacyjny – Φ – wielkość występującą w teorii Newtona a „zbyteczną" w teorii Einsteina. Definicja ta ma postać następującej zależności:

$$c \operatorname{grad} c = \operatorname{grad} \Phi\,. \tag{3}$$

Przekształcając przy jej zastosowaniu (1) do postaci:

$$\frac{1}{c}\nabla^2 \Phi - c\left(\frac{\operatorname{grad} c}{c}\right)^2 = Kc\rho, \tag{4}$$

przy założeniu, że pole jest wolnozmienne w przestrzeni[4], tzn.:

$$\frac{\operatorname{grad} c}{c} \ll 1, \tag{5}$$

(4) otrzymuje postać:

$$\frac{1}{c}\nabla^2 \Phi = Kc\rho\,. \tag{6}$$

Oznaczając:

$$Kc^2 = k\,,$$

równaniu (6) można nadać postać równania Poissona:

$$\nabla^2 \Phi = k\rho\,,$$

czyli równanie pola teorii Newtona.

[4] Lub ściślej — mała gęstość energii: $\varepsilon \sim \frac{(\operatorname{grad} c)^2}{c} \ll 1$.

Tak więc, aby zapewnić korespondencję między równaniem Einsteina a równaniem Poissona należy:

1) zdefiniować potencjał grawitacyjny,
2) przyjąć, że rozważane pole jest wolnozmienne tzn.

$$\frac{\operatorname{grad} c}{c} \ll 1 .$$

Równania ruchu (2) przechodzą w równania szczególnej teorii względności bezpośrednio po zastosowaniu (3), i dalej przy warunku[5] $v/c \ll 1$ – w równaniu Newtona.

DRUGA TEORIA EINSTEINA

Ponieważ w poprzedniej teorii równania pola i równania ruchu prowadziły do wniosku o braku zachowania pędu, Einstein równania pola zmodyfikował do postaci, która pozwalała uchronić teorię od tego mankamentu. Otrzymał:

$$\nabla^2 c = Kc\rho + \frac{1}{2} \frac{\operatorname{grad} c^2}{c} . \tag{7}$$

Równania ruchu w tej teorii są również postaci (2). Natomiast związek określający potencjał stanowi równanie:

$$\rho \operatorname{grad} c = \operatorname{grad} \Phi . \tag{8}$$

Sposób przejścia od tej teorii do szczególnej teorii względności i mechaniki Newtona jest taki sam jak w poprzednim przypadku.

TEORIE ABRAHAMA[6]

PIERWSZA TEORIA ABRAHAMA

Teorię tą Abraham oparł na założeniu, że zależność potencjału grawitacyjnego – Φ – od współrzędnych przestrzennych i czasu opisuje następujące równanie:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial u^2} = 4\pi k\rho , \tag{9}$$

lub krócej:

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi k\rho^7 .$$

Równanie to jest uogólnieniem równania Poissona:

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi k\rho \tag{10}$$

[5] Rezygnuję z opisu przejścia od równań (2) do równań mechaniki Newtona, ponieważ jest ono szeroko opisane w literaturze.

[6] M. Abraham: *Zur Theorie der Gravitation.* „Physikalische Zeitschrift" Bd. 13: 1912 s, 1—4 793—797.

[7] Symbol ∇^2 stosuję w podwójnym znaczeniu — operatora d'Alemberta i Laplace'a.

na przypadek pól zależnych od czasu i sprowadza się do (10) przy braku tej zależności $\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial u^2}=0\right)$. Dla punktu o jednostkowej masie (11)—(14), przyjął natomiast zależność

$$m_0 \sim \frac{1}{c},$$

m_0 – masa spoczynkowa cząstki

doprowadziła do następującego równania pola:

$$\nabla^2(\sqrt{c})=\frac{2\alpha\Theta}{\sqrt{c}}, \tag{15}$$

α – stała,

Θ – gęstość energii.

Gęstość siły przedstawił w postaci:

$$f=-\frac{\Theta}{c}\operatorname{grad} c, \tag{16}$$

natomiast równania ruchu

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)=-\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\operatorname{grad} c. \tag{17}$$

Podobnie jak teorie Einsteina, druga teoria Abrahama z punktu widzenia zasady korespondencji stwarza zupełnie nową sytuację w porównaniu z teorią pierwszą. Wynika to stąd, że nie występuje w niej pojęcie – potencjał grawitacyjny – występujące w teorii Newtona, z którą korespondencję chcemy ustalić. W związku z tym w zasadzie korespondencji łączącej te dwie teorie pojawi się element nie występujący w poprzedniej postaci tej zasady. Jest nim definicja potencjału grawitacyjnego – Φ:

$$\frac{\Theta}{c}\operatorname{grad} c=\operatorname{grad}\Phi. \tag{18}$$

Aby pokazać jak teraz realizuje się korespondencja z teorią Newtona należy zauważyć, że (18) da się przekształcić do postaci:

$$A=\frac{1}{Bc}\nabla^2 c-\frac{1}{B}\left(\frac{\operatorname{grad} c}{c}\right)^2. \tag{19}$$

Okazuje się, że (19) przechodzi w (10) przy założeniu, że pole jest czasoprzestrzennie wolnozmienne tzn.

$$\frac{\operatorname{grad} c}{c}\ll 1, \tag{20}$$

oraz po zdefiniowaniu przy pomocy (18) potencjału grawitacyjnego.

Zrealizowanie korespondencji równań pola tych dwu teorii wymaga więc:
1. Zdefiniowania pojęcia nie występującego w teorii Abrahama – potencjału.
2. Ustalenia warunków przejścia:
— statyczności pola: $\frac{\partial \Phi}{\partial u}=0$
— słabości pola: $\frac{\text{grad } c}{c} \ll 1$

Równania ruchu Abrahama przechodzą w równania ruchu szczególnej teorii względności po skorzystaniu z definicji (18).

TEORIE NORDSTRÖMA[8]

Nordström w swych badaniach nad grawitacją w stosunku do przedstawionych uprzednio teorii postawił kolejny krok naprzód[9].
Polegał on na tym, że:
1. Postulował równania pola w postaci niezmienniczej względem transformacji Lorentza,
2. Równania ruchu konstruował tak aby spełnić warunek równości masy bezwładnej i grawitacyjnej oraz warunek niezmienniczości tych równań względem transformacji Lorentza.

Układ równań pola i ruchu postulował w postaci:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}+\frac{\partial^2 \Phi}{\partial u^2}=4\pi k\rho, \tag{21}$$

$$\frac{d}{dt}(ma)=-m\frac{\partial \Phi}{\partial r}; \quad r=(x, y, z, u). \tag{22}$$

W teorii Einsteina i Abrahama zależność prędkości światła od pola grawitacyjnego zapewniona jest kosztem braku niezmienniczości tych teorii względem transfromacji Lorentza. Niezmienniczość swojej teorii Nordström uzyskał, uzależniając masę od pola. Zależność ta jest następująca:

$$m=m_0 \exp\left(\frac{4\pi k\Phi}{c^2}\right), \tag{23}$$

m_0 – masa spoczynkowa cząstki w potencjale $\Phi=0$.
Teoria ta przy:
1. $\Phi\to 0$ przechodzi w szczególną teorię względności,
2. warunku $\frac{\partial \Phi}{\partial u}=0$ (pole statyczne) przechodzi w szczególną teorię względności

z siłą grawitacji w postaci Newtona.

---

[8] G. Nordström: *Relativitätsprinzip und Gravitation.* „Physikalische..." 13: 1912 s. 1126—1129.
[9] Rozpoczął on dyskusję nad problemem niezmienniczości teorii grawitacji. Dlatego, mimo że w jego teorii c=const., teoria ta jest tak oceniana.

GEOMETRIE ROZWAŻANYCH TEORII

Teorie, o których do tej pory pisałem mają równania zapisane w przestrzeniach:

1. Euklidesa (metryka: $ds^2=dx^2+dy^2+dz^2$) – teoria Newtona,
2. Minkowskiego (metryka: $ds^2=dx^2+dy^2+dz^2+c^2dt^2$) – szczególna teoria względności, teoria Nordströma.
3. Riemanna (metryka: $ds^2=dx^2+dy^2+dz^2-c^2\,(x, y, z, t/dt^2)$) – teorie Abrahama i Einsteina.

Oprócz omawianego do tej pory problemu korespondencji dynamik, istnieje jeszcze problem korespondencji geometrii. Jak łatwo zauważyć metryka:

$$ds^2=dx^2+dy^2+dz^2-c^2\,(x, y, z, t)dt^2 \tag{24}$$

pierwszej i drugiej teorii Einsteina oraz drugiej teorii Abrahama przechodzi w metrykę Minkowskiego przy warunku:

$$\frac{\operatorname{grad} c}{c}\ll 1\,,$$

który to warunek można uznać za korespondencyjne kryterium stałości prędkości światła. Pierwsza teoria Abrahama daje przejście od (24) do:

$$ds^2=dx^2+dy^2+dz^2-c^2\,dt^2 \tag{25}$$

przy warunku:

$$\frac{\partial}{\partial t}\,\Phi=0\,.$$

Mimo, że w artykule tym nie rozważam korespondencji między szczególną teorią względności a mechaniką Newtona chciałbym w tym miejscu zatrzymać się na moment nad pewnym aspektem tego problemu – korespondencją geometrii Minkowskiego i Euklidesa.

Czasoprzestrzeń szczególnej teorii względności zgeometryzować można na dwa sposoby:

1. zadając w niej transformację między układami współrzędnych $(x)\to(x')$:

$$x'^{\mu}=\Lambda^{\mu}_{\nu}\,x^{\nu}+a^{\mu};\quad \mu, \nu=1, 2, 3, 4\,, \tag{26}$$

2. zadając formę metryczną:

$$|p-q|=(x^{\mu}-y^{\mu})\,g_{\mu\nu}\,(x^{\nu}-y^{\nu})\,, \tag{27}$$

gdzie:

$$p=(x^{\mu})\,,\qquad q=(y^{\mu})\,,$$

$$g_{\mu\nu}=\begin{cases}\ \ 1 \text{ dla } \nu=\mu=1, 2, 3\\ -1 \text{ dla } \mu=\nu=4\\ \ \ 0 \text{ dla } \mu\neq\nu\end{cases}\,,$$

którà jest inną postacią wzoru (25).

Oba sposoby są równoważne. Podobnie, można wprowadzić w czasoprzestrzeni mechaniki klasycznej geometrię Euklidesa. Wystarczy w tym celu zadać w niej grupę transformacji Galileusza lub formę

$$ds^2=dx^2+dy^2+dz^2\,. \tag{28}$$

Powyższe równoważności pozwalają w następujący sposób określić korespondencję tych geometrii:

$$\text{forma (27)}\rightarrow\text{grupa (26)}\xrightarrow{v/c\ll 1}\text{grupa Galileusza}\rightarrow\text{forma (28)}$$

OGÓLNA TEORIA WZGLĘDNOŚCI[10]

Stworzenie przedstawionych dotychczas teorii stanowiło pewien etap przygotowawczy dla budowy ogólnej teorii względności[11]. Przeprowadzone przez Einsteina i Grossmanna[12], między innymi na ich podstawie, rozważania doprowadziły do wniosków:

1. Potencjał pola grawitacyjnego musi być tensorem.
2. Zasada równoważności powinna być uogólniona do żądania niezmienniczości równań teorii względem transformacji między układami nieinercjalnymi.

Wnioski te zostały następnie przez Einsteina odrzucone na rzecz żądania niezmienniczości nietensorowych równań pola względem transformacji liniowych. Do zawartego w nich programu powrócił jednak, postulując równania pola w postaci:

$$T(g_{ij})=xT_{ij}\,,$$

$T_{ij}(g_{ij})$ – tensor zależny od metryki g_{ij}.

RÓWNANIA OGÓLNEJ TEORII WZGLĘDNOŚCI

Geometria tej teorii zadana jest przy pomocy następującej formy Riemanna:

$$ds^2=g_{ij}\,dx^i\,dx^j\,. \tag{29}$$

Równania pola grawitacyjnego mają postać:

$$R_{ij}-\frac{1}{2}g_{ij}R=\chi T_{ij}\,. \tag{30}$$

---

[10] A. Einstein: *Die formale Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie.* „Sitzungen Preussische Akademie des Wissenschaft" 47: 1914 s. 1030—1088; *Zur allgemeinen Relativitätstheorie.* „Sitzungen..." 44: 1915 s. 778—781: *Die Feldgleichungen der Gravitation.* „Sitzungen..." 48: 1915 s. 844—847; *Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie.* „Annalen der Physik" 49: 1916 s. 769—821.

[11] Czytelnik zainteresowany genezą ogólnej teorii względności dyskusję tych teorii oraz szeregu pominiętych tu, znajdzie w opracowaniach wymienionych w przypisie 1.

[12] A. Einstein, M. Grossmann: *Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und Theorie der Gravitation.* „Zeitschrift für Mathemathik und Physik" 62: 1913 s. 225—264.

W równaniach tych:

T_{ij} – tensor gęstości energii-pędu,

$R_{ij}=R^k_{ijk}$ – tensor Ricciego,

$R^i_{jkl}=\frac{\partial\Gamma^i_{jk}}{\partial x^l}-\frac{\partial\Gamma^i_{jk}}{\partial x^k}+\Gamma^{il}_m\Gamma^m_{jk}-\Gamma^i_{mk}\Gamma^m_{jl}$ – tensor krzywizny

$R=R^i_i$ – skalar krzywizny,

Γ^i_{jl} – symbole Christoffela.

Związek symboli Christoffela z tensorem metrycznym określają równania:

$$\Gamma^i_{kj}=\frac{1}{2}g^{im}\left(\frac{\partial g^{mk}}{\partial x^l}+\frac{\partial g^{ml}}{\partial x^k}-\frac{\partial g^{kl}}{\partial x^m}\right),$$

Ruch cząstki w polu grawitacyjnym opisują równania:

$$\frac{d^2x^i}{ds^2}+\Gamma^i_{kl}\frac{dx^k}{ds}\frac{dx^l}{ds}=0. \tag{31}$$

KORESPONDENCJA Z RÓWNANIEM POISSONA

Ustalenie korespondencji między równaniami (30) a równaniem Poissona wymaga określenia tensora energii-pędu. Dla prędkości małych w porównaniu z prędkością światła, co odpowiada słabym polom, tensorowi temu można nadać postać (w postaci tej opisuje on rozciągłe ciała makroskopowe):

$$T^i_k=\mu_0c^2u^iu_k\,, \tag{32}$$

gdzie: μ_0 – gęstość masy,

(u^i) – czterowektor prędkości elementu ciała,

przy czym tylko jedna składowa jest różna od zera:

$$T^0_0=\mu_0c^2\,. \tag{33}$$

Równania (30) można również zapisać w postaci:

$$R^k_i=\chi\left(T^k_i-\frac{1}{2}\delta^k_i T\right), \tag{34}$$

gdzie: $T=T^i_i$,

δ^k_i – delta Kroneckera.

Podstawiając (33) do (34) dostajemy:

$$R^0_0=\frac{1}{2}\chi\mu_0c^2\cdot \tag{35}$$

Pozostałe równania są spełnione tożsamościowo. Ze związku łączącego symbole Christoffela z tensorem metrycznym dostajemy:

$$\Gamma^i_{00} = \frac{1}{2} g^{ij} \left(2 \frac{\partial g_{j0}}{\partial x^0} - \frac{\partial g_{00}}{\partial x^j} \right). \tag{36}$$

Ponieważ pochodna po $x_0 = ct$ jest znacznie mniejsza od pochodnej przestrzennej i pole jest słabe, to:

$$\Gamma^i_{00} \simeq \frac{1}{2} \frac{\partial g_{00}}{\partial x^i}. \tag{37}$$

Z definicji tensora Ricciego:

$$R^0_{00} = \frac{\partial \Gamma^i_{00}}{\partial x^i}. \tag{38}$$

Jeżeli teraz zdefiniujemy w następujący sposób potencjał grawitacyjny:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial g_{00}}{\partial x^i} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \Phi}{\partial x^i}, \tag{39}$$

to na podstawie (38) i (35) dostaniemy:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial (x^1)^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial (x^2)^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial (x^3)^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \frac{1}{2} \chi \mu_0 c^4, \tag{40}$$

czyli równanie Poissona, jeżeli przyjąć:

$$\chi = \frac{8\pi k}{c^4}.$$

Z (39) wynika, że:

$$g_{00} = A + \frac{2\Phi}{c^2},$$

A przyjmuje się równe 1. Czyli:

$$g_{00} = 1 + \frac{2\Phi}{c^2}. \tag{41}$$

Korespondencja równań ruchu

Dla małych prędkości (słabe pole) część przestrzenna metryki jest mała w porównaniu z cdt w związku z tym $ds \simeq -cdt$. Składowe czteroprędkości w (31) możemy więc zapisać:

$$\left(\frac{dx^i}{ds} \right) = \left(-1, \frac{v}{c} \right). \tag{42}$$

Korzystając z (42) oraz (37) równania (31) można zapisać:

$$\frac{d^2x^\alpha}{dt^2}+c^2\frac{1}{2}\frac{\partial g_{00}}{\partial x^\alpha}=0\,; \qquad \alpha=1,2,3,$$

otrzymując równania Newtona dla ruchu w polu grawitacyjnym, jeżeli uwzględnić (39).

W przypadku gdy nie ma pola, przestrzeń jest płaska, $\Gamma^i_{jk}=0$, i (31) sprowadza się do:

$$\frac{d^2x^i}{ds^2}=0,$$

czyli równań ruchu szczególnej teorii względności w pustej przestrzeni.

W przypadku ogólnej teorii względności jej korespondencja ze szczególną teorią względności sprowadza się do nałożenia żądania płaskości przestrzeni. Jeżeli pole istnieje, warunkiem korespondencji jest założenie słabości pola, którego to założenia konkretny wyraz matematyczny będzie różny, zależnie od sposobu rozwiązania równań pola. Jako kolejny przykład ilustrujący tę sytuację może służyć rozwiązanie Schwarzschilda równań pola. Rozwiązania tego nie będę przytaczał, gdyż nie wnosi ono nowych „zjawisk" do interesujących nas rozważań. Czytelnik może je znaleźć w każdym podręczniku teorii grawitacji.

Recenzent: Andrzej K. Wróblewski

З. Циок

СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ТЕОРИЯМИ ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ

В статье показано несколько видов соотношений между избранными теориями всемирного тяготения (теории Абрагама, Нордстрема, Эйнштейна). Автор делает попытку показать эти соотношения в таком виде, в каком они были использованы создателями упомянутых теорий. Однако, автор не старается обобщать в направлении определения этого соотношения соответствия и вести размышления с точки зрения какой-либо, заранее принятой интерпретации этого соотношения.

Z. Ciok

RELATIONS BETWEEN THEORIES OF GRAVITATION

The article presents a few forms of reduction relations between some selected theories of gravitation (of Abraham, Nordström and Einstein). The author's aim is to demonstrate these relations in the form they were applied in by their exponents. He abstains, however, from generalizations aimed at giving a definition of reduction relations, and, also from considerations from the position of some, anticipated interpretations of that relation.